

근거리 음압의 공간 변환에 의한 음원의 음장 분포 해석

Analysis of the Sound Source Field Using Spatial Transformation of the Sound Pressure in a Near-field

김 원 호*, 윤 중 락**
(Won-Ho Kim*, Jong-Rak Yoon**)

*국방과학연구소 음향센서연구팀, **부경대학교 정보통신공학과
(접수일자: 2003년 1월 22일; 수정일자: 2003년 8월 18일; 채택일자: 2003년 9월 24일)

본 논문은 음원 근처의 홀로그램 평면에서 측정된 음압에 대한 상호 파워 스펙트럼으로부터 홀로그램 평면에서의 음압 분포를 구하고 획득된 음장을 공간 변환하여 음원의 음장을 구하기 위한 이론을 설명하였으며, 홀로그램 평면에서의 상호 파워 스펙트럼으로부터 모든 지점에서의 음압을 구하기 위해 비선형 방정식에 대한 Taylor 급수를 전개하고 Newton-Raphson법을 이용하여 계산하는 방법과 음원 영역으로의 역방향 전파시 발생하는 오차를 줄이기 위한 파수 필터를 제시하였다. 무한 배플 내의 원판형 진동체 수중 음원에 대한 모의실험을 통해 결과를 고찰하고 제시된 이론을 검증하였다.

핵심용어: 공간 변환, 기준 센서, 상호 파워 스펙트럼, 근거리 음압, 음장, 파수 필터

투고분야: 수중음향 분야 (5.1)

This paper describes a theory to calculate sound source field from the spatial transform of sound field and the measured cross-power spectrum of sound pressure over a hologram plane close to a sound source. Calculating method is proposed to solve sound pressures from cross-power spectrums over a hologram plane. For this, Taylor series for the nonlinear equations is expanded, and it is calculated using Newton-Raphson method. Also, a wave number filter is used to reduce errors that is occurred on the backward propagation, and is performed numerical simulation of the circular piston sound source with infinite baffle in water to verify the proposed theory.

Keywords: Spatial transformation, Reference sensor, Cross-power spectrum, Near-field sound pressure, Sound field, Wave number filter

ASK subject classification: Underwater acoustics (5.1)

I. 서론

함정에서 발생하는 자체 소음 (self noise)은 적으로부터 자신의 위치를 노출시키게 되므로 소음원을 찾아내어 소음을 줄이거나 차폐시켜야 한다. 이러한 소음원은 함정의 엔진 등의 기계적 소음, 프로펠러 소음 등 다양한 복합음원에 의해 발생되며, 소음원 제어를 위해서는 소음을 유발하는 주요 내부 음원과 소음 경로를 진단해야 하며, 이를 위해 개별 소음원의 위치를 찾아내고 소음원의 음장 (sound field) 분포를 공간상의 영역으로 가지화하여 각 소음원의 기여량을 분석할 필요가 있다.

수중 음원의 위치 추정법에는 빔 형성 방법 (beamforming method)을 이용한 수신 신호 도래각 추정법, 다중 경로 (multipath)를 갖는 수중 환경에서의 음파 전달 모델에 근거한 정합장 처리 (matched field processing)[1,2]에 의한 방법, 음향 인텐시티 (intensity) 방법[3,4] 그리고 근거리 음향 홀로그래피 방법 (Near-field Acoustic Holography: NAH)[5,6,7] 등을 열거할 수 있다.

빔 형성 방법을 이용한 Bartlett 빔 형성기[8], Capon 방법[9] 그리고 MUSIC (Multiple Signal Classification) 방법[10] 등의 방향 탐지 알고리즘과 정합장 처리 기법은 원거리에서 수신된 신호로부터 음원의 위치를 추정하는 기법으로 수중 위협 표적의 추적을 위해 사용되고 있으나, 평면파 전파 모델을 근거로 하기 때문에 근거리 음장의 해석이 불가능하며 소음원의 음장 분포를

책임저자: 김원호 (kwh0226@bclinc.com)

경남 진해시 우체국 사서함 18호

국방과학연구소 2체계본부 1부 8팀 (음향센서연구팀)

(전화: 055-540-6184; 팩스: 055-542-3737)

해석할 수가 없다. 그리고 음향 인텐시티법은 크기와 방향을 갖는 벡터량인 인텐시티를 이용하므로 음파의 흐름을 가시적으로 표현가능하여 자동차 및 항공기 등과 같은 여러 가지 기계 요소들의 다양한 복합 구조물에서 발생하는 소음이나 이상음 등의 위치를 추정하여 제어하고 진단하는데 응용될 수 있으나, 크기만을 갖는 스칼라량인 음압을 사용하는 수중에서는 적합하지 않다.

음원 영역에서의 음장 분포를 구하기 위해서는 음원을 둘러싼 폐곡면 상에서의 음장 측정이 요구되며, 어떤 공간 영역에서 구한 음장으로부터 다른 영역에서의 음장 예측을 위한 방법들은 Helmholtz 적분식에 의해 구할 수 있다. 음원으로부터 멀리 떨어진 원거리 지점에서의 음장을 구하기 위해 Parrent[11]는 Helmholtz 적분식의 대체 형식을 수학적으로 유도하였으며, Ferris[12]는 근거리 영역에서 음원을 둘러싼 면에 걸쳐 측정된 상호 파워 스펙트럼 (cross-power spectrum)으로부터 원거리 음압이 어떻게 예측되는지를 보였다. Shewell과 Wolf[13]는 음향 홀로그래피에 대한 기초를 마련함으로써 측정 면과 음원 사이의 다른 면에서의 음장 예측을 가능하게 하였다. Maynard[5]가 소개한 근거리 음향 홀로그래피 기술에서는 근거리에서 소멸되어 원거리로 전파하지 않는 소멸파 (evanescent wave)를 1960년대 중반에 발표된 음향 홀로그래피 (acoustical holography) 이론에 도입함으로써 음원이 존재하는 영역에서의 음장 해석이 가능하게 되었다. 소멸파는 음원으로부터 음이 방사 후 음원으로부터 거리가 멀어짐에 따라 급격히 감소하여 원거리에서는 나타나지 않는 음파이기 때문에 음원 영역에서의 음장 분포를 해석하기 위해서는 소멸파의 측정이 중요하다. 따라서 음원 근처의 근거리 음장을 측정하여 음원 영역에서의 음장 분포 해석이 가능하며, 소음원의 위치 추정 및 기여도 분석에 활용할 수 있다.

그리고 상호 파워 스펙트럼을 음장 해석에 도입함으로써 정상상태 (stationary) 음원의 경우에는 홀로그래피 평면에서의 동시 측정의 제한점을 해소하게 되었다. 이러한 기술은 덴마크의 B&K사에서 적용[14,15]하고 있으나, 세부 내용은 공개되지 않고 있다. 또한 국내에서는 음향 홀로그래피를 이용한 음장 해석[16,17,18]에 대한 논문들은 발표되고 있으나, 상호 파워 스펙트럼을 이용한 음장 해석에 대한 연구는 이루어지지 않고 있다.

따라서 본 논문에서는 상호 파워 스펙트럼을 이용한 음장 해석 기술을 소개하고, 홀로그래피 평면에서 얻어진 상호파워 스펙트럼으로부터 홀로그래피 평면에서의 음압을 구하기 위하여, 비선형 방정식을 Taylor 급수로 전개

하고 Newton-Raphson법을 사용한 계산 방법을 제안하였다. 또한 홀로그래피 평면에서 음원 영역으로 역방향 전파시 발생하는 오차를 줄이기 위해 파수 필터를 제안하며, 이 결과를 수중에서의 모의실험을 통해 고찰하고자 한다. 그리고 홀로그래피 평면에서의 모든 지점에 대한 상호 파워 스펙트럼을 구하려면 홀로그래피 평면에서의 측정 지점수가 많을수록 측정 횟수는 크게 증가하므로, 측정 횟수를 줄이기 위해 본 논문에서는 기준 센서를 적용하였다.

본 논문의 II장에서는 이론적 접근 방법으로 홀로그래피 평면에서의 상호 파워 스펙트럼과 상호 파워 스펙트럼으로부터 홀로그래피 평면에서의 복소 음압을 구하는 과정을 설명하고, 홀로그래피 평면에서의 음장을 공간 변환하여 음원 영역의 이동된 면에서의 음장을 구하는 과정과 파수 필터에 대해 설명하고, III장에서는 수중에서의 모의 실험 결과를 제시하였다.

II. 이론적 접근 방법

2.1. 홀로그래피 평면에서의 상호 파워 스펙트럼

음원이 정상상태이지 않거나 정상상태라 하더라도 음원에서 발생된 음압의 크기가 시간에 따라 변하는 경우에는, 음원에서 발생된 방사 음을 측정하기 위해서는 측정 면인 홀로그래피 면의 모든 지점에서 동시에 측정[19]해야 하나 이는 현실적으로 어려움이 많다. 그러나 정상상태인 음원의 경우에는 음장이 시간에 따라 변하더라도 상호 파워 스펙트럼을 순차적으로 측정하면, 상대적인 음압의 크기와 위상을 측정 면상의 모든 측정 지점에서 구할 수 있어 동시 측정에 대한 제한점을 극복할 수 있다 [15]. 여기서 음압에 대한 상호 파워 스펙트럼은 음압을 주파수 영역으로 푸리에 변환 후 공액복소수를 취하면 구할 수 있으며[20], 홀로그래피 면에서의 모든 측정 지점에 대한 상호 파워 스펙트럼 행렬을 C 로 표시하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$C = \overline{P} P^T = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_N \end{bmatrix} [p_1 p_2 \cdots p_N] \quad (1)$$

$$P^T = [p_1 \ p_2 \ \cdots \ p_N] \quad (2)$$

여기서, 위 첨자 “—”는 공액복소수, “T”는 전치행렬을 의미하고 p_1, p_2, \dots, p_N 은 홀로그래피 면에서의 N개의 측

정 지점에 대한 음압의 스펙트럼 함수이다.

홀로그램 면은 구형, 원통형 그리고 평면으로 구성할 수 있으며, 전방향 음장을 측정하는 경우에는 그림 1에서와 같이 홀로그램 면을 평면으로 구성할 수 있다. 이러한 경우, 음원에서 발생한 전방향 음장을 모두 측정할 수 있도록 면의 크기가 충분히 커야 한다. 그러나 아무리 크더라도 홀로그램 면의 크기는 유한하고 이산 샘플링에 의해 발생하는 둘러싸기 오차(wraparound error)가 발생하기 때문에 홀로그램 평면의 크기를 음원과 홀로그램 평면까지의 거리보다 충분히 크게 하고, 홀로그램 평면 내의 센서 배열 간격 d 는 음원과 홀로그램 평면까지의 거리보다 작고, 공간상의 엘리머싱을 피하기 위한 Nyquist 조건[15] $d \leq \pi/k = \lambda/2$ 을 만족해야 한다. 따라서 주파수가 높거나 음원의 크기가 큰 경우에는 측정 지점이 증가하고 상호 파워 스펙트럼의 측정 횟수가 증가하게 된다. 따라서 측정 횟수를 줄이기 위해 그림 2와 같이 음원과 홀로그램 평면 사이에 또 다른 측정 평면을 구성하는데, 이를 기준 센서 평면으로 정의한다. 기준 센서 평면에서의 음압에 대한 행렬 R 을 도입하고 R 과 P 를 포함한 새로운 행렬 Q 를 다음과 같이 정의한다. 여기서 기준 센서의 수는 K 개다.

$$Q = \begin{bmatrix} R \\ P \end{bmatrix} \quad (3)$$

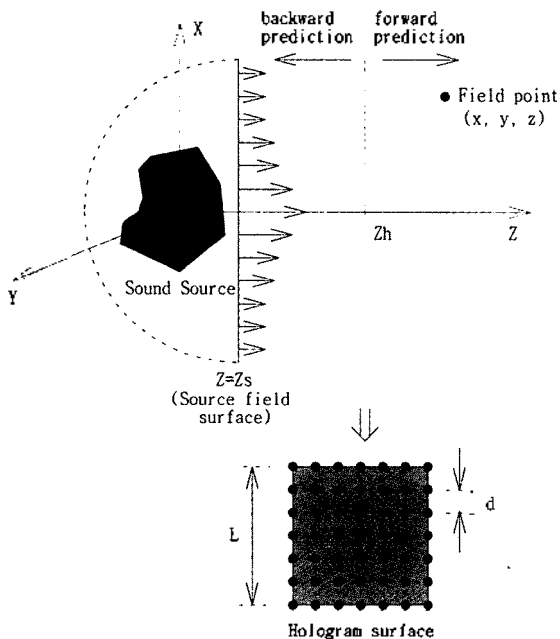


그림 1. 임의 음원과 홀로그램 면
Fig. 1. Arbitrary sound source and hologram surface.

$$R = [r_1 \ r_2 \ \dots \ r_K] \quad (4)$$

기준 센서 평면에서의 상호 파워 스펙트럼과 홀로그램 평면에서의 상호 파워 스펙트럼을 상호 연결하기 위해서는 두 평면간의 상호 파워 스펙트럼이 필요하며, 기준 센서 평면과 홀로그램 평면과의 상호 파워 스펙트럼 행렬 C_+ 는 다음과 같다.

$$C_+ = \overline{Q} Q^T = \begin{bmatrix} C_R & C_\Delta \\ C_\Delta^T & C \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서

$$C_R = \overline{R} R^T = \overline{S} D S^T : \text{기준 센서들의 상호 파워 스펙트럼 행렬} \quad (6)$$

$$C_\Delta = \overline{R} P^T : \text{기준 센서들과 홀로그램 평면에서의 측정 지점들 간의 상호 파워 스펙트럼 행렬} \quad (7)$$

식 (6)에서 S 는 고유 벡터 행렬, D 는 음이 아닌 실수 값을 갖는 고유치 (eigenvalue)의 대각 행렬이며, 정리하면 다음과 같이 홀로그램 평면에서의 상호 파워 스펙트럼을 구할 수 있다[15].

$$C = \overline{A} A^T \quad (8)$$

여기서

$$A = C_\Delta^T S D^{-1/2} \quad (9)$$

따라서 식 (1)의 홀로그램 평면에서의 상호 파워 스펙트럼은 식 (8)과 같이 변환되어 C_R 과 C_Δ 를 측정하면 홀

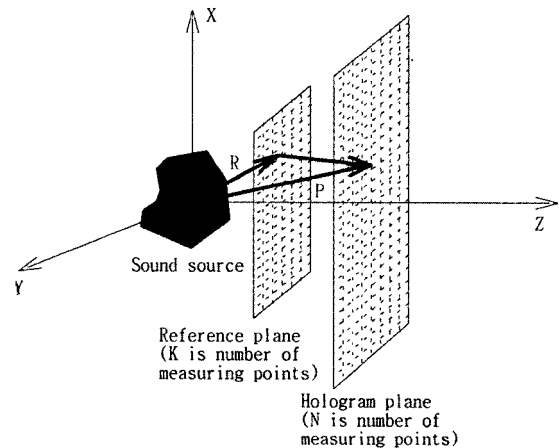


그림 2. 기준 센서 평면과 홀로그램 평면
Fig. 2. Reference plane and hologram plane.

로그럼 평면에서의 모든 지점에 대한 상호 파워 스펙트럼을 구할 수 있다. 이 경우 측정 지점의 수는 $K(K+2N+1)/2$ 로서 $K \ll N$ 로 구성하면 기준 센서 배열을 적용하지 않은 경우의 측정 횟수인 $N(N+1)/2$ 에 비해 크게 줄어들 수 있다. 식 (1)을 구성하고 있는 홀로그래프 평면에서의 N 개의 측정 지점에 대한 음압 p_1, p_2, \dots, p_N 은 식 (8)에서 측정된 상호 파워 스펙트럼으로부터 다음과 같이 구할 수 있다. 여기서 P 는 $[N \times 1]$ 행렬, A 는 $[N \times K]$ 행렬이다.

$$C = \begin{bmatrix} \overline{p_1} \\ \overline{p_2} \\ \vdots \\ \overline{p_N} \end{bmatrix} [p_1 p_2 \dots p_N] = \begin{bmatrix} \overline{p_1 p_1} & \overline{p_1 p_2} & \dots & \overline{p_1 p_N} \\ \overline{p_2 p_1} & \overline{p_2 p_2} & \dots & \overline{p_2 p_N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{p_N p_1} & \overline{p_N p_2} & \dots & \overline{p_N p_N} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$= \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1N} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{M1} & c_{M2} & \dots & c_{MN} \end{bmatrix}$$

여기서 $c_{11} \sim c_{MN}$ 는 식 (8)에서 구한 홀로그래프 평면의 모든 지점간의 상호 파워 스펙트럼이다. 홀로그래프 평면에서의 상호 파워 스펙트럼으로부터 음압을 분리하기 위해, 식 (10)으로부터 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$\overline{p_1 p_1} = c_{11} = a \quad (11)$$

$$\overline{p_1 p_2} = c_{12} = b + j c \quad (12)$$

$$\overline{p_2 p_2} = c_{22} = d \quad (13)$$

여기서 a, b, c 그리고 d 는 c_{11}, c_{12}, c_{22} 을 구성하는 상호 파워 스펙트럼의 실수와 허수치이고, p_1 과 p_2 를 다음과 같이 정의하면 아래와 같다.

$$p_1 = x_1 + j y_1 \quad (14)$$

$$p_2 = x_2 + j y_2 \quad (15)$$

따라서 정리를 하면 아래와 같은 4개의 미지수를 갖는 4개의 비선형 방정식이 나온다.

$$f_1 = x_1^2 + y_1^2 - a = 0 \quad (16)$$

$$f_2 = x_1 x_2 + y_1 y_2 - b = 0 \quad (17)$$

$$f_3 = x_1 y_2 - x_2 y_1 - c = 0 \quad (18)$$

$$f_4 = x_2^2 + y_2^2 - d = 0 \quad (19)$$

비선형 방정식의 해를 구하기 위해 Taylor 급수 전개를 하고 Newton-Raphson 법[21]을 사용하여 계산할 수 있다. 임의의 초기치를 입력하여 반복 계산으로 식 (20)

과 같이 p_1 과 p_2 를 구할 수 있다. 여기서, i 는 함수의 현재 값이고 $i+1$ 는 다음 단계의 값이다.

$$[Z]\{X_{i+1}\} = -\{F_i\} + [Z]\{X_i\} \quad (20)$$

$$\text{여기서, } [Z] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{1,i}}{\partial x_1} & \frac{\partial f_{1,i}}{\partial x_2} & \frac{\partial f_{1,i}}{\partial y_1} & \frac{\partial f_{1,i}}{\partial y_2} \\ \frac{\partial f_{2,i}}{\partial x_1} & \frac{\partial f_{2,i}}{\partial x_2} & \frac{\partial f_{2,i}}{\partial y_1} & \frac{\partial f_{2,i}}{\partial y_2} \\ \frac{\partial f_{3,i}}{\partial x_1} & \frac{\partial f_{3,i}}{\partial x_2} & \frac{\partial f_{3,i}}{\partial y_1} & \frac{\partial f_{3,i}}{\partial y_2} \\ \frac{\partial f_{4,i}}{\partial x_1} & \frac{\partial f_{4,i}}{\partial x_2} & \frac{\partial f_{4,i}}{\partial y_1} & \frac{\partial f_{4,i}}{\partial y_2} \end{bmatrix}$$

$$\{X_{i+1}\} = \begin{bmatrix} x_{1,i+1} \\ x_{2,i+1} \\ y_{1,i+1} \\ y_{2,i+1} \end{bmatrix}, \{X_i\} = \begin{bmatrix} x_{1,i} \\ x_{2,i} \\ y_{1,i} \\ y_{2,i} \end{bmatrix}, \{F_i\} = \begin{bmatrix} f_{1,i} \\ f_{2,i} \\ f_{3,i} \\ f_{4,i} \end{bmatrix}$$

p_3, \dots, p_N 은 식 (21)과 같이 앞에서 구한 p_1 으로부터 순차적으로 구할 수 있다.

$$\overline{p_1 p_i} = (x_1 + j y_1)(x_i + j y_i) = c_{1i}, \quad i=3, \dots, N \quad (21)$$

2.2. 음장의 공간 변환

홀로그래프 평면에서 측정된 공간 영역에서의 음장을 다른 평면으로 이동하기 위해서는 2차원 주파수 변환으로 공간 영역의 데이터를 파수 영역으로 옮기고 전달함수를 이용하여 예측하고자 하는 다른 면으로 변환하여야 한다. 이러한 공간 해석을 위해 주파수가 고정된 복소 음압 $p(x, y, z)$ 가 식 (22)의 동차 헬름홀츠 (homogeneous Helmholtz) 방정식을 만족하는 해를 구하여야 한다.

$$\nabla^2 p(x, y, z) + k^2 p(x, y, z) = 0 \quad (22)$$

식 (22)의 해는 다음과 같이 면 적분 형태로 된다.

$$p(x, y, z) = \iint_{-\infty}^{\infty} p(x', y', z_s) G'(x-x', y-y', z-z_s) dx' dy' \quad (23)$$

여기서, x, y, z 는 구하고자 하는 음장 지점이고, x', y', z_s 는 음원을 둘러싼 폐곡면 상의 한 지점 (그림 1 참조), 그리고 G' 은 Green 함수의 미분으로서 z_s 평면상에서 입자 속도 향이 0이 되는 Dirichlet 경계조건[22]을 만족하는 Green 함수는 다음과 같다.

$$G(x, y, z | x', y', z') = \frac{\exp\{jk\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}\}}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}} - \frac{\exp\{jk\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z+z'-2z_s)^2}\}}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z+z'-2z_s)^2}} \quad (24)$$

이 되고, 홀로그래프 평면인 $z = z_H$ 에서 식 (23)은 다음과 같이 된다.

$$p(x, y, z_H) = \iint_{-\infty}^{\infty} \hat{p}(x', y', z_s) G'(x-x', y-y', z_H-z_s) dx' dy' \quad (25)$$

식 (23)과 식 (25)에 콘볼루션 이론을 적용하고 푸리에 역 변환하면 $\hat{p}(x, y, z)$ 는 다음과 같이 정리되어 새로운 면에서의 음장을 구할 수 있다[5]. 여기서 $\hat{p}(k_x, k_y, z_H)$ 는 $\hat{p}(x, y, z_H)$ 의 푸리에 변환된 파수 함수이며, 푸리에 변환은 “^”으로 표시하였다.

$$\hat{p}(x, y, z) = F^{-1}\left\{\hat{p}(k_x, k_y, z_H) \cdot \left[\frac{\hat{G}(k_x, k_y, z-z_s)}{\hat{G}(k_x, k_y, z_H-z_s)}\right]\right\} \quad (26)$$

여기서,

$$\frac{\hat{G}(k_x, k_y, z-z_s)}{\hat{G}(k_x, k_y, z_H-z_s)} = e^{jk_z(z-z_H)}, \quad k_x^2 + k_y^2 \leq k_0^2 \quad (27)$$

$$e^{-k_z(z-z_H)}, \quad k_x^2 + k_y^2 > k_0^2 \quad (28)$$

음원 영역에서의 음장은 z 값의 음원 영역으로 설정 함으로서 구할 수 있으며, z 값의 범위는 근거리 영역에 한정된다. 반면에 원거리 영역에서의 음장은 홀로그래프 평면에서의 음장 분포를 Helmholtz 적분식을 이용하여 구할 수 있다[23].

여기서, $k_z = \sqrt{k_0^2 - (k_x^2 + k_y^2)}$ 이며, 파수 영역에서 반경 $k = k_0 (= 2\pi f/c)$ 인 원을 방사 원이라고 정의한다. 식 (27)과 식 (28)은 음장 평면 간의 전달함수로서 방사 원 내부에 존재하는 파수 성분 ($k \leq k_0$)은 평면파로서 원거리로 전파하는데 기여하는 반면, 방사 원 외부에 존재하는 파수 성분 ($k > k_0$)은 소멸파로서 음원 근처에서만 존재하고 거리가 증가할수록 급격히 작아져서 원거리에서는 소멸됨을 알 수 있다. 따라서 음원 면에서의 음장 해석을 위해서는 소멸파를 포함한 모든 음장의 측정을 위해 홀로그래프 평면은 가능한 음원 근처에 있어야 한다.

2.3. 파수 필터

음장 평면 간의 전달함수에서 음원 면으로의 후방 전파의 경우에는 소멸파에 해당하는 파수 영역에서 전달함수의 크기가 크게 변하여 랜덤 오차의 에너지를 증가시키기 때문에 음원 영역에서의 음장 분포 예측시 오차를 유발하게 된다[24].

따라서 본 논문에서는 소멸파의 파수 영향을 감소시키고 방사원 내부의 진행파 파수의 영향을 증대시키기 위한 지수 함수 형태의 파수 필터를 제안한다. 이를 위해 식 (29) ~ (33)과 같이 파수를 변환하고 이에 대한 파수 필터 함수는 식 (34)와 같다. 이때, 파수 필터를 적용한 음장 지점에서의 음압은 식 (35)로부터 구할 수 있다.

$$k'_x = k_x + \pi/d, \quad k_x < 0 \quad (29)$$

$$k'_x = -k_x + \pi/d, \quad k_x \geq 0 \quad (30)$$

$$k'_y = k_y + \pi/d, \quad k_y < 0 \quad (31)$$

$$k'_y = -k_y + \pi/d, \quad k_y \geq 0 \quad (32)$$

$$k'_z = \sqrt{k_0^2 - (k_x'^2 + k_y'^2)} \quad (33)$$

$$F(k_x, k_y) = e^{-j(k_x - k_y)(z_H - z)} \quad (34)$$

$$\hat{p}(x, y, z) =$$

$$F^{-1}\left\{\hat{p}(k_x, k_y, z_H) \cdot \left[\frac{\hat{G}(k_x, k_y, z-z_s)}{\hat{G}(k_x, k_y, z_H-z_s)}\right] \cdot \frac{F(k_x, k_y)}{\max(F(k_x, k_y))}\right\} \quad (35)$$

III. 모의실험 및 결과 분석

3.1. 무한 배플 내의 원판형 진동체 수중 음원

본 논문의 모의실험을 위해 적합한 수중 음원의 수는 1개와 4개인 경우로 선정하였으며, 음원의 수가 1개인 경우는 그림 3과 같이 무한 배플 내에 있는 반경이 a 인 원판형 진동체이다. 음원의 중심으로부터 거리 r 지점에 있는 홀로그래프 평면의 임의 지점에서의 음압은 식 (36)과 같이 음원에 대해 면적분함으로서 구할 수 있다[25]. 이에 대한 계산은 사다리꼴 법칙을 이용하여 수치 적분하여 구하였다[26]. 원판형 진동체 음원의 축상 음압에 대한 수치적분 결과와 참고문헌 25에서의 해석해의 결과를 비교하여 계산 결과를 검증하였다.

$$p(X_i, Y_i, Z_h, t) = jA k \int_0^a \sigma \int_0^{2\pi} \frac{e^{j(\omega t - kr')}}{r'} d\psi d\sigma \quad (36)$$

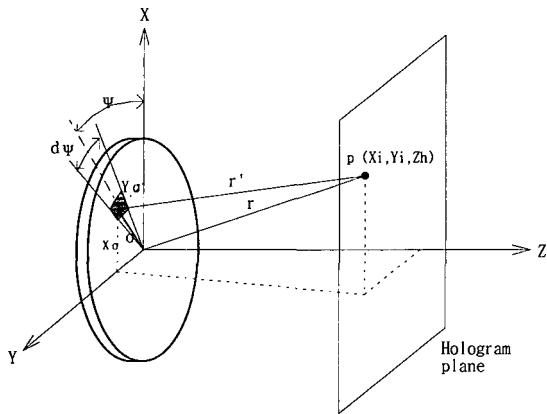


그림 3. 원판형 음원과 홀로그램 평면
Fig. 3. Circular piston sound source and hologram plane.

여기서, r' : 원판형 진동체의 (σ, ψ) 지점과 홀로그램 평면의 (X_i, Y_i, Z_h) 지점 간의 거리

$$(r' = \sqrt{(X_i - X_\sigma)^2 + (Y_i - Y_\sigma)^2 + Z_h^2})$$

(X_σ, Y_σ) : (σ, ψ) 지점에 대한 직교 좌표 지점

A : 음의 세기 상수 $(= \frac{\rho_0 c U_0}{2\pi})$, U_0 : 입자 속도,

ρ_0 : 밀도, c : 음속

그리고 음원의 수가 4개인 경우는 그림 4와 같으며, 배열 간격은 ds 로 설정하였다. 이 경우, 홀로그램 평면의

(X_i, Y_i, Z_h) 지점에서의 음압은 식 (36)을 이용하여 각각의 음원에 대한 홀로그램 평면에서의 복소 음압을 구하고 중첩의 원리를 이용하여 각각의 음압의 합으로서 구할 수 있다.

그림 4에서 원판형 진동체의 음원 1 ~ 음원 4의 임의 지점과 홀로그램 평면의 (X_i, Y_i, Z_h) 지점 간의 거리와 복소 음압은 식 (37) ~ 식 (42)와 같다.

$$r_1 = \sqrt{(X_i - X_\sigma - d_s/2)^2 + (Y_i - Y_\sigma - d_s/2)^2 + Z_h^2} \quad (37)$$

$$r_2 = \sqrt{(X_i - X_\sigma - d_s/2)^2 + (Y_i - Y_\sigma + d_s/2)^2 + Z_h^2} \quad (38)$$

$$r_3 = \sqrt{(X_i - X_\sigma + d_s/2)^2 + (Y_i - Y_\sigma - d_s/2)^2 + Z_h^2} \quad (39)$$

$$r_4 = \sqrt{(X_i - X_\sigma + d_s/2)^2 + (Y_i - Y_\sigma + d_s/2)^2 + Z_h^2} \quad (40)$$

$$p(X_i, Y_i, Z_h, t) = \sum_{j=1}^4 p_j(X_i, Y_i, Z_h, t) \quad (41)$$

$$p_j(X_i, Y_i, Z_h, t) = jA k e^{j\omega t} \int_0^a \sigma \int_0^{2\pi} \frac{e^{-jkr_j}}{r_j} d\psi d\sigma \quad (42)$$

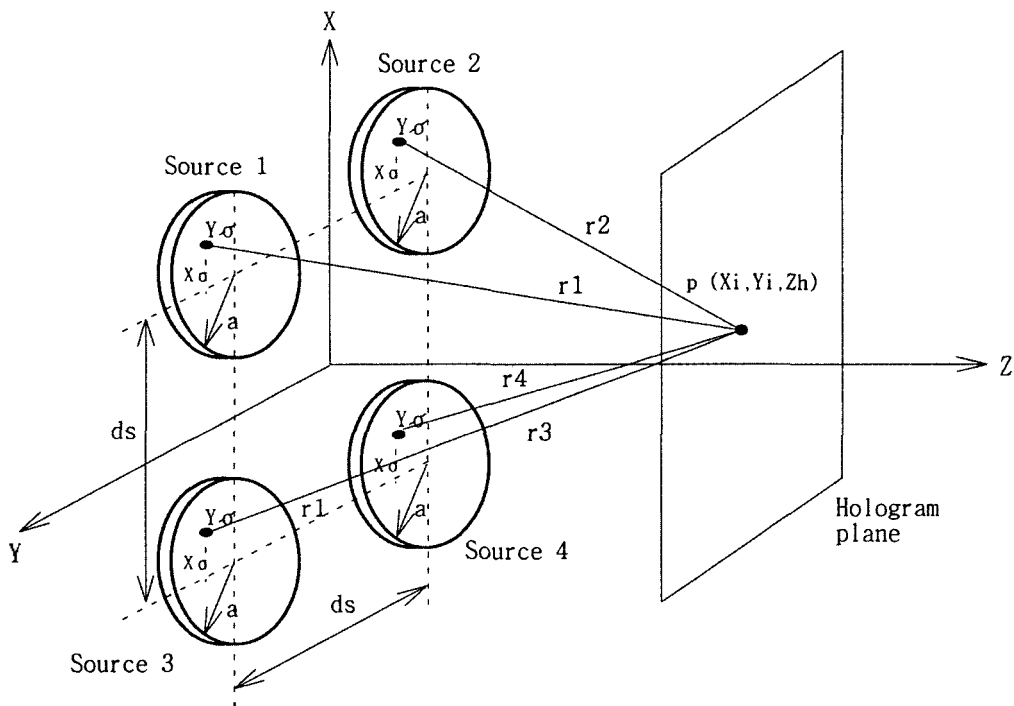


그림 4. 원판형 진동체 4개로 구성된 음원과 홀로그램 평면
Fig. 4. Sound source with 4 circular pistons and hologram plane.

3.2. 수중에서의 모의실험 결과

3.2.1. 원판형 진동체 1개로 구성된 단일 수중 음원의 경우

모의실험에 사용한 원판형 진동체의 반경 a 는 1 m, 파수 k_0 는 10.5로 하였으며, 기준 센서 평면은 음원의 중심 축으로부터 10 cm 떨어진 지점에 기준 센서 1개를 구성하고, 홀로그래프 평면은 20 cm 떨어진 지점에 32 x 32개로 구성하였다. 홀로그래프 평면의 크기 L 은 평면 외부에서의 음압이 무시될 수 있도록 커야 하며, 따라서 본모의 시험에서는 음원 크기의 3배인 6 m로 하였다. 홀로그래프 평면의 크기가 유한하고 이산 샘플링에 의해 발생하는 둘러싸기 오차 (wraparound error)는 홀로그래프 평면의 크기를 음원과 홀로그래프 평면까지의 거리보다 충분히 크게 함으로서 무시할 수 있도록 하였으며, 샘플링 간격 d 는 음원과 홀로그래프 평면까지의 거리보다 작고, 공간상의 앨리어싱을 피하기 위한 Nyquist 조건 $d \leq \pi/k = \lambda/2 \approx 0.3m$ 을 만족하도록 18.75 cm로 하였다. 기준 센

서의 수 $K = 1$, 홀로그래프 평면에서의 측정 지점수 $N = 32 \times 32 = 1,024$ 로서 총 측정 횟수는 $K(K+2N+1)/2 = 1,025$ 이며, 기준 센서를 적용하지 않은 경우의 측정 횟수 $N(N+1)/2 = 524,800$ 에 비해 512 배나 감소함을 알 수 있다.

기준 센서와 홀로그래프 평면에서의 상호 파워 스펙트럼으로부터 구한 홀로그래프 평면에서의 음장 분포는 그림 5와 같다. 여기서 샘플링 주파수는 160,448 Hz로 하였다.

공간 영역인 그림 5의 홀로그래프 평면에서의 음장 분포로부터 2차원 주파수 변환을 하면 그림 6과 같이 파수 영역에서의 음장 분포를 구할 수 있다. 2차원 주파수 변환을 위해 Matlab의 fft2 함수를 사용하였으며, 방사원이 형성됨을 알 수 있다. 방사원 내부의 음장은 원거리로 전파되는 성분으로 파수 영역의 중심으로 갈수록 크게 나타나고, 방사원 외부의 음장은 원거리로 갈수록 사라

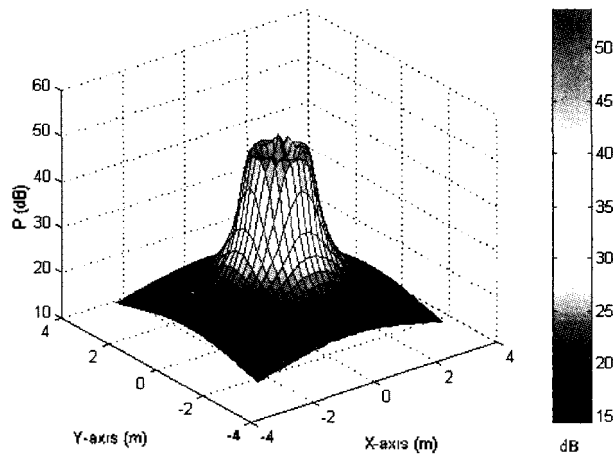


그림 5. 홀로그래프 평면에서의 음장 분포
Fig. 5. Sound field on the hologram plane.

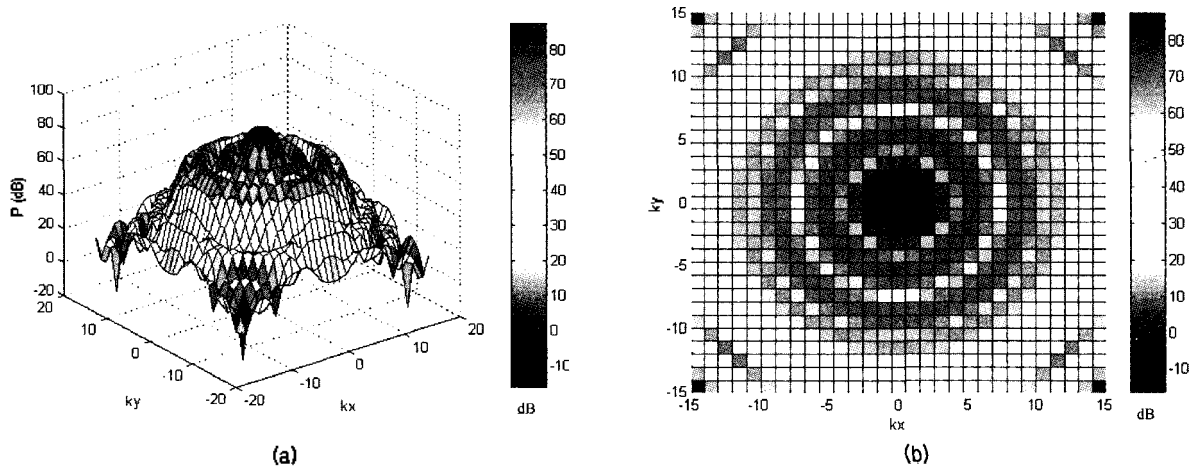


그림 6. 홀로그래프 평면의 파수 영역에서의 음장 분포 (단일 음원)
Fig. 6. Sound field on a wave number domain of hologram plane (single sound source).

지는 소멸파로서 방사원에서 멀어질수록 작게 나타나고 있음을 알 수 있다. 이는 k_x 와 k_y 가 작을수록 방사 방향의 파수인 k_z 가 증가 ($k_x = k_y = 0$ 일때 $k_z = k_0$ 로 음원의 축 방향으로 최대 방사)하고 방사원을 벗어나면서 k_z 는 허수값을 갖기 때문이다. 따라서 방사원의 중심으로 갈수록 전파에 크게 기여하고 있음을 알 수 있다. 여기서 Nyquist 파수는 $16.76 (= \pi/d)$ 이며, 샘플링 간격 Δk 는 $2\pi/L$ 으로 하였다.

그림 6의 파수 영역에서의 음장 분포를 전달함수를 이용하여 음원 영역에서의 음장으로 변환한 후 2차원 푸리에 역 변환을 하면 음원 면의 공간 영역에서의 음장을 계산할 수가 있다 (식 (35)에서 $z=0$). 여기서 2차원 푸리에 역 변환은 Matlab의 `ifft2` 함수를 이용하였다. 그림 7에서 보는 바와 같이 음원 면에서의 음압의 크기가 일정함을 알 수 있으며, 이는 식 (36)에서 음압의 크기를 일정하게 설정한 것과 일치한다. 그리고 음원과 배플의 경계

면에서 음압의 크기가 감소하기 시작하여 음원을 벗어난 배플 영역에서는 음압의 크기가 크게 감소하고 있음을 알 수 있다.

3.2.2. 원판형 진동체 4개로 구성된 음원의 경우

음원이 4개로 구성된 경우, 모의시험에 사용한 원판형 진동체의 반경은 0.3 m, 배열 간격 ds 는 0.9 m로 하였다. 단일 음원의 경우와 홀로그래프 평면에서의 샘플링 간격을 동일하게 유지하기 위해 파수 k_0 는 10.5로 고정하였으며 홀로그래프 평면의 크기, 기준 센서 및 홀로그래프 평면의 구성 등의 조건들은 단일 음원의 경우와 동일하게 설정하였다. 그림 8의 파수 영역에서의 음장 분포를 살펴보면 방사원이 형성되고 방사원 내부에는 배열 음원에 의한 여러 개의 작은 봉우리가 나타나고 있다. 방사원 내부의 음장은 단일 음원의 경우와 마찬가지로 파수 영역의 방사원 중심에서 가장 크게 나타나고 있으며, 배열

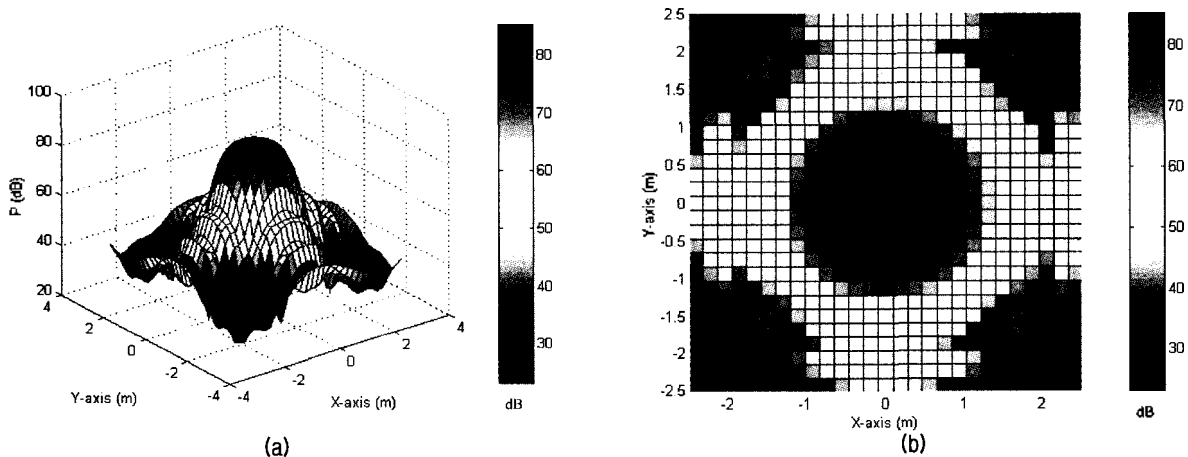


그림 7. 음원 면의 공간 영역에서의 음장 분포 (단일 음원)
 Fig. 7. Sound field on a spatial domain of sound source plane (single sound source).

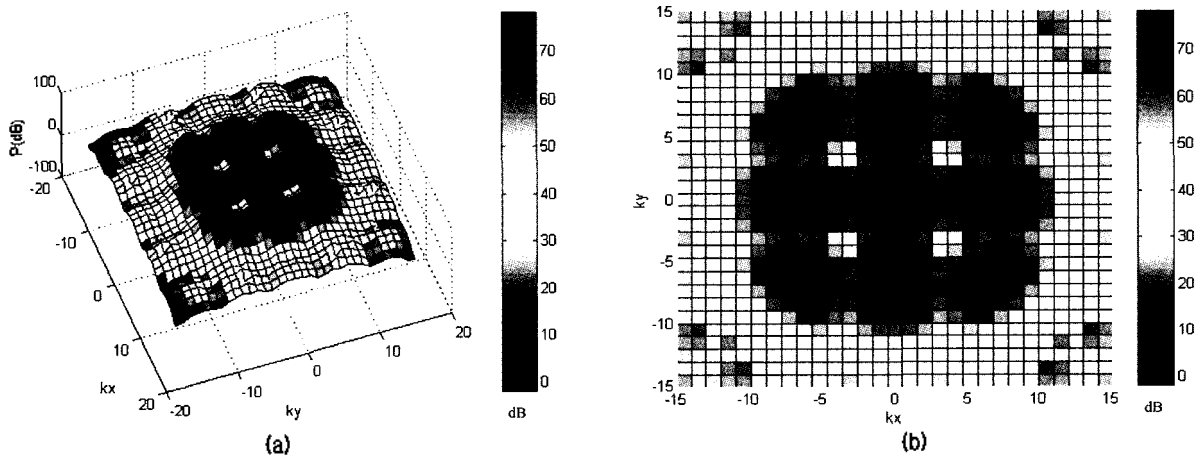


그림 8. 홀로그래프 평면의 파수 영역에서의 음장 분포 (음원 4개)
 Fig. 8. Sound field on a wave number domain of hologram plane (4 sound sources).

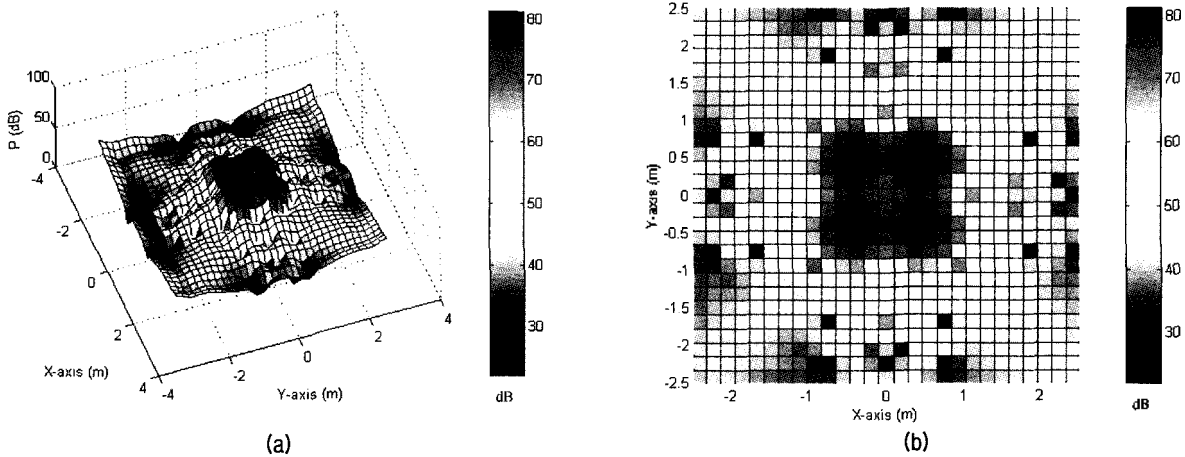


그림 9. 음원 면의 공간 영역에서의 음장 분포 (음원 4개)
 Fig. 9. Sound field on a spatial domain of sound source plane (4 sound sources).

된 음원들의 상호 간섭에 의한 현상들을 쉽게 볼 수 있다. 그리고 그림 9는 음원 면에서의 음장 분포로서 음원의 위치와 음압의 상대적 크기를 제대로 나타내고 있음을 알 수 있다.

IV. 결론

이상과 같이 음원 근처의 홀로그래프 평면에서 측정된 음장 분포 자료로부터 음원 영역에서의 음장 분포를 해석하기 위한 기본 원리 및 이론에 대해 고찰하였다. 기준 센서를 사용하여 홀로그래프 평면에서의 상호 파워 스펙트럼을 구현하고 홀로그래프 평면에서의 모든 지점에서의 음압은 비선형 방정식의 Taylor 급수 전개와 Newton-Raphson법을 이용하여 순차적으로 구하였다. 음원이 정상상태에 있으나 음장이 시간에 따라 변하는 경우에는 홀로그래프 평면의 모든 지점에서의 음장을 동시에 측정하여야 하나, 상호 파워 스펙트럼의 적용으로 이러한 문제점을 해결할 수 있으며 기준 센서를 적용함으로써 측정 횟수를 크게 감소시킬 수 있음을 확인하였다. 그리고 음원 영역에서의 음장 해석을 위해서는 소멸파가 존재하는 음원 근처에 홀로그래프 평면을 구성해야 하며, 음원과 가까울수록 홀로그래프 평면의 크기도 상대적으로 작아질 수 있어 측정 지점수가 감소하기 때문에 홀로그래프 평면의 위치가 중요함을 알 수 있다.

근거리 음압의 공간 변환에 의한 음원 면에서의 음장 분포를 구하기 위해 본 논문에서는 제시한 이론을 근거로 수중에서의 모의실험을 수행하고 그 결과를 검증하였

다. 모의실험을 위한 음원은 무한 배플 내의 원판형 진동체로 음원이 1개인 단일 음원의 경우와 4개의 배열된 배열 음원의 경우로 구분하여 파수 영역에서와 음원 면의 공간 영역에서의 결과를 고찰하였다. 이를 위해 음원 함수를 세우고 홀로그래프 평면을 구성하였으며 파수 영역에서의 음장 분포를 가시화함으로써 음원들간의 간섭 현상과 파동의 분석이 가능하고, 파수 필터를 적용함으로써 음원 면에서의 음장 분포 결과는 음원들의 위치와 음압의 상대적 크기를 정확하게 나타내고 있어 제시한 이론의 타당성을 검증하였으며 수중 소음원의 식별, 소나와 같은 배열 음원의 음장 해석 등 다양한 활용 가능성을 확인하였다.

참고 문헌

1. A. B. Baggeroer, W. A. Kuperman, and H. Schmidt, "Matched field processing: Source localization in correlated noise as an optimum parameter estimation problem," *J. Acoust. Soc. Am.*, **83** (2), 571-587, 1988.
2. J. L. Krolik, "The performance of matched-field beamformers with mediterranean vertical array data," *IEEE Trans. Signal Processing*, **44** (10), 2605-2611, 1996.
3. 押野, "音響インテンシティの自動車騒音測定への適用例," *日本音響學會誌*, **43** (12), 975-982, 1987.
4. 日高, 安久, 橋, "複素音響インテンシティによる音場解析," *日本音響學會誌*, **43** (12), 994-1000, 1987.
5. J. D. Maynard, "Experimental study using nearfield acoustic holography of sound transmission through fuselage sidewall structures," *Progress Report, Pennsylvania State Univ.*, 1984.
6. J. D. Maynard, E. G. Williams, and Y. Lee, "Nearfield acoustic holography: I. Theory of generalized holography and the development of NAH," *J. Acoust. Soc. Am.*, **78** (4),

1395-1412, 1985.

7. W. A. Veronesi, and J. D. Maynard, "Nearfield acoustic holography (NAH) II. Holographic reconstruction algorithms and computer implementation," *J. Acoust. Soc. Am.*, **81** (5), 1307-1322, 1987.
8. M. S. Bartlett, "Smoothing periodograms from time series with continuous spectra," *Nature*, **161**, 686-687, 1949.
9. J. Capon, "High-resolution Frequency-wavenumber spectrum analysis," *Proc. IEEE*, **57** (8), 1408-1418, 1969.
10. R. O. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," *IEEE Trans. on Antennas Propagat.*, **34** (3), 276-280, March 1986.
11. G. B. Parrent, "On the propagation of mutual coherence," *J. Opt. Soc. Am.*, **49** (4), 787-793, 1959.
12. H. G. Ferris, "Farfield radiation pattern of a noise source from nearfield measurements," *J. Acoust. Soc. Am.*, **36**, 1597-1598, 1964.
13. J. R. Shewell, and E. Wolf, "Inverse diffraction and a new reciprocity theorem", *J. Opt. Soc. Am.*, **58** (12), 1596-1603, 1968.
14. Per Rasmussen, "Spatial transformation of sound fields," *Sound and Vibration*, 18-24, 1995.
15. J. Hald, "STSF-A unique technique for scan-based acoustic holography without restrictions on coherence," B&K Technical Review, (1), 1989.
16. 김양한, 권휴상. "음향 홀로그래피를 이용한 방사 음장의 전방에 측 방법에 관한 기본 이론 및 신호처리 방법," *대한기계학회 논문집*, **16** (9), 1654-1668, 1992.
17. 김시문, 권휴상, 김양한. "원통면 음향 홀로그래피를 이용한 음장예측의 오차 해석 및 적용 방법," *한국소음진동공학회지*, **5** (1), 37-48, 1995
18. 박순홍, 김양한. "개선된 이동 프레임 음향 홀로그래피 방법과 이동 음원의 방사 소음 가시화에 대한 응용," *한국소음진동공학회지*, **10** (4), 669-678, 2000.
19. J. Hald, "Non-stationary STSF," B&K Technical Review, (1), 2000.

20. D. G. Crighton, A. P. Dowling, J. E. Flowcs Williams, M. Heckel, and F. G. Leppington, *Modern methods in analytical acoustics*, Springer-Verlag, 104-108, 1992.
21. 김철, 김태국, 신동신, 이승배 공역. *공학도를 위한 수치해석*, 276, 2001.
22. D. G. Crighton, A. P. Dowling, J. E. Flowcs Williams, M. Heckel, and F. G. Leppington, *Modern Methods in Analytical Acoustics*, Springer-Verlag, 66-70, 1992.
23. E. G. Williams, *Fourier acoustics - Sound Radiation and Nearfield Acoustical Holography*, Academic press, 251-293, 1999.
24. 남경욱, 김양한. "평면 음향 홀로그래피에서 센서간 특성 차이와 측정 위치의 부정확성에 의한 음압 추정 오차의 정량화," *한국소음진동공학회지*, **8** (6), 1023-1029, 1998.
25. L. E. Kinsler, *Fundamentals of Acoustics*, 176-178, John Wiley & Sons, 1982.
26. W. H. Press, *Numerical Recipes*, 107-108, Cambridge University Press, 1986.

저자 약력

● 김 원 호 (Won-Ho Kim)



1984년 2월: 단국대학교 전기공학과 (학사)
 1993년 2월: 부경대학교 (구 부산수산대학교) 대학 전자통신공학과 (석사)
 2003년 8월: 부경대학교 대학원 음향진동공학과 (박사)
 1984년 3월 ~ 현재: 국방과학연구소 음향센서연구팀 (선임연구원)
 ※ 주관심분야: 센서 음장 해석, 측정 기법, 수중 음향

● 윤 종 략 (Jong-Rak Yoon)

한국음향학회지 제21권 제5호 참조
 현재: 부경대학교 정보통신공학과 교수