한국산업정보학회논문지 제8권 제1호(2003. 3)

확률적 네트워크의 통계적 공정관리와 6σ
(Statistical Process Control of Stochastic Network for the evaluation of six sigma Level)

박 기 주*
(Ki-Joo Park)

Abstract There are many statistical evaluation methods, A more technical perspective is needed in estimating the effect of the Manufacturing Process for improving the Productivity, Process network analysis is a technique which has the potentiality for a wide use to improve the manufacturing process which other techniques can't be used to analyze effectively. The concept of six sigma plan was developed and pursued by Motorola to improve the process control. The goals of six sigma plan are established on the foundation of customer satisfaction such as Quality, Cost, Delivery and Service This paper presents how to improve the manufacturing process by statistical process control for the evaluation of six sigma level.

1. 서 론

통계적 공정관리 (Statistical Process Control : SPC)는 기업의 생산성을 향상시키기 위하여 제품의 제조공정에 대한 분석방법과 정량적인 척도가 필요하다. 제품의 공정체계를 합리적으로 관리함으로서 공정개선의 목표를 달성할 수 있다. 1987년 발표된 Motorola의 6σ계획(Six Sigma Plan)은 Process Mapping, QFD, FMEA, Logic Tree 등으로 고객 지향적 needs를 파악하고, Quality Plan하는 수단으로. 고객의 관점에서 품질에 영향을 미치는 요소를 파악하고(Measure), 품질에 미치는 결정적인 요소들 중에 불량을 발생시키는 프로세스를 파악하여(Analysis), 불량을 유발시키는 프로세스를 개선하고 (Improvement), 개선된 프로세스를 유지관리(Control)하는 MAIC과정을 실시함으로서 6σ의 목표로서 달성하고 있다. 제품의 제조공정에 영향을 주는 부분을 파악하고 전공정에 소요되는 작업완료 성공확률과 작업완료 기대시간을 CTQ(Critical to quality)로 선정하여 공정개선 목표의 척도로 삼아 제품의 제조공정 개선에 이용할 수 있도록 한다.

6시그마 수준의 공정을 유지하기 위하여 manufacturing process을 체계적으로 Network화하는 Network 분석에는 parameter에 제한이 따르기 때문에 제각기 하나의 체계를 이루는 Network의 특성치를 이용하여 각각 대응되는 parameter를 확률변수로 하는 밀도함수(densityfunction)를이용한다. Elmaghraby S.E.는 복수의 parameter를 갖는 선분의 Network와 논리적 요소를 개발하였으나 가법성의 parameter를 승법성의 parameter로 바꿀 수 있는 변환으로 특성함수, Laplace Transform, MGF 등을 사용하여 process를 Network화하여 가법성의 parameter를 승법성으로 변환함으로서 해석이 곤란한 공정이라도 정량적인 방법으로 공정의 해석이 가능하게 하고 있다. 6σ 수준으로 공정을 개선하기 위하여 Network equation을 도출하고 감도분석으로 공정개선의 CTQ의 항목을 설정된 완료기대시간 및, 성공확률을 개선함으로서 확률적 네트워크의 유용성을 보이고자한다.

2. 제조공정의 변동

SPC를 위한 제조공정의 흐름에 피이드백 시스템을 구축하여 단기공정의 변화량과 장기공정의 변화량을

* 경일대학교 산업공학과

6σ수준으로 개선하기 위하여 데이터 수집 및 분석하는 경우 단기와 장기의 공정능력을 분리하여 관리적 요인의 평균치 이동문제 또는 기술적 요인의 산포 문제인지를 특성화한다. 데이터의 수집은 Fig.1과 같이 Rational Subgroup에서 측정되어야 한다. Rational Subgroup에 포함되어야 하는 요소로 프로세스에 잠정적인 영향을 주는 5M(Man, Machine, Material, Method, Measurement)을 사용하는 것이 도움이 된다. Rational Subgrouping이란 Subgroup내에서는 군내변동만 존재하고, Subgroup간에서는 군간변동만을 발생하도록 하는 Grouping방법으로 프로세스 변동에 잠정적인 영향을 주는 변동 인자를 구별할 수 있으므로 장기/단기의 공정능력분리가 가능하게 된다. 데이터의

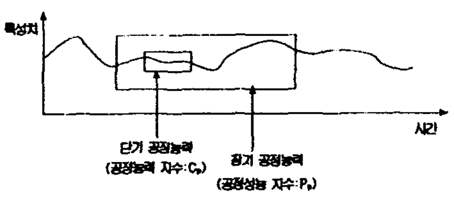

Fig.1. Process Performance

종류에 관계없이 가능한 짧은 기간 동안에 동질성(同質性)의 조건에서 작업된 Sample군인 Rational Subgroup은 Subgroup들 사이에서 Subgroup내에서는 군내변동(white noise)이 존재하고, Subgroup간에는 군간변동(black noise)이 존재하게 된다. 변동의 개념은 Rational Subgroup들 사이에서 장기간에 걸쳐 측정된 데이터의 분포는 Fig.2와 같이

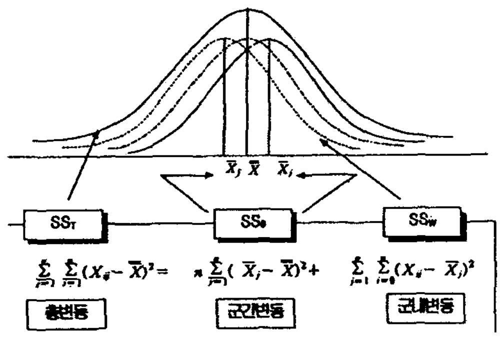

Fig.2. Variation through Rational Group

군내변동과 군간변동이 포함되게 되고 군간변동과 군내변동의 합이 총변동이다.

3. Network Equation과 W-function

공정을 관리하기 위한 작업공정의 흐름은 Network로 도식하여 branch와 node로 구성되는 transmittance 표현하고, 공정의 흐름을 transmittancedml 조합으로 나타낸다. W-function이란 각각의 transmittance를 조합하여 Network를 구성하는 equation으로 Fig.3과 같이 $W_{ij}(s)$로 나타내고 Elmaghraby, S. E는 실행확률(P_{ij})와 Activity를 실현하는 시간의 적률모함수($W_{ij}(s)$)의 곱으로 W-함수를 정의하고 있다.

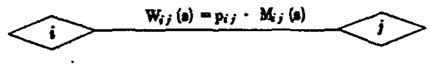

Fig.3. Transmittance element.

$W_{ij}(s)$로서 실행확률과 완료기대시간을 구하고자 할 때는 두 Node사이에 해당하는 branch의 실현확률을 P_E, 두 Node사이에 소요되는 시간의 분포함수에 대한 MGF를 $M_t(S)$라 하면

$W_E(S) = P_E \cdot M_E(S)$이고

$M_E(s)|_{s=0} = M_E(0) = 1$이므로

$$P_E = W_E(0) \tag{1}$$

W-함수의 정의에 의해

$$M_E(s) = \frac{W_E(s)}{P_E} = \frac{W_E(s)}{W_E(0)} \tag{2}$$

따라서 $W_E(S)$에는 Network의 두 Node사이의 MGF와 확률을 계산하기 위한 모든 정보가 들어 있다. 공정의 완료기대시간은 등가 branch의 O에 관한 1차 모멘트(Moment)이고 일반적으로 n차모멘트는 다음의 식에 의해 구할 수 있다.

$$\mu_{nE} = \frac{\partial^n M_E(s)}{\partial s^n}\Bigg|_{s=0} = \frac{\partial^n}{\partial s^n}\left[\frac{W_E(s)}{W_E(0)}\right]_{s=0} \tag{3}$$

일반적으로 network의 필요한 정보는

$W_E(S) = P_E \cdot M_E(S)$에서 P_E와

$M_E(S)$를 구할 수 있고, $M_E(0) = 1$이므로

$$P_E = W_E(0) \tag{4}$$

$$M_E(S) = \frac{W_E(S)}{P_E} = \frac{W_E(s)}{W_E(0)} \tag{5}$$

이차모수의 원점에 관한 i번째 Moment μ_{iE}는

$$\mu_{iE} = \frac{\partial^i}{\partial s^i}[M_E(S)] \bigg|_{s=0} \tag{6}$$

로부터 이차모수의 평균치, 분산, 왜도(skewness), 첨도(kurtoris)는 계산되고 이들로부터 이차모수의 특성과 근사한분포는 구할 수 있다. 이차모수가 시간(t)와 비용(C)의 두 개의 모수를 가지는 경우 System의 상등함수를 scalar경우의 표기와 같이

$$W_E(S_1, S_2) = P_E \cdot M_E(S_1, S_2) \tag{7}$$

이며 시간(t)에 해당하는 가변수는 S_1으로 비용(C)에 해당하는 가변수를 S_2로 하여 등가 W-함수를 구할 수 있고 이에 따라서

$$\mu_{itE} = \frac{\partial^i}{\partial s_1^i} M_E(S_1, S_2) \bigg|_{S_1=0,\, S_2=0} \tag{8}$$

$$\mu_{iCE} = \frac{\partial^i}{\partial s_2^i} M_E(S_1, S_2) \bigg|_{S_1=0,\, S_2=0} \tag{9}$$

으로서 공정의 완료기대시간과 소요기대비용 등을 구하는 것이 가능하게 된다.

4. Network의 Sensitivity Equation

System의 현장조건이나 외적조건의 변화가 System의 구성요소를 변동시킬 때 그 요소의 변동분이 평가함수의 변동분에 미치는 영향을 정량적으로 표현하는 중심적인 개념이 감도(Sensitivity)로서 $S_x y$는 parameter x에 관한 y의 감도를 표현하는 의미를 가지는 기호이다.

$$S_{x_i} y \mid_{x_i = x_0} = \left[\left(\frac{w_i}{y} \right) \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \right) \right]_{x_i = x_0}$$

$$(i = 1.2 \cdots\cdots N) \tag{10}$$

상등함수 y의 증분 $\triangle y$는 Taylor 전개 후 $\triangle x$에 관한 이차이상의 항을 무시하면 식(11)에 근사하게 된다.

$$\begin{aligned} \triangle y &= y(x + \triangle x) - y(x) \\ &= \frac{\partial y}{\partial x_1}\bigg|_{x=x_0} \triangle x_1 + \frac{\partial y}{\partial x_2}\bigg|_{x=x_0} \triangle x_2 + \\ &\quad \cdots\cdots + \frac{\partial y}{\partial x_N}\bigg|_{x=x_0} \triangle x_N \\ &= \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial y}{\partial x_i}\bigg|_{x_i=x_0} \triangle x_i \end{aligned} \tag{11}$$

여기서 $\triangle y$와 y와의 비로서 나타낸 색은 식(12)와 같은 다량 parameter감도와 parameter증분과의 함수로 된다.

$$\begin{aligned} \frac{\triangle y}{y} &= \left[\frac{x_1}{y} \cdot \frac{\partial y}{\partial x_1}\right]\left(\frac{\triangle x_1}{x_1}\right) + \left[\frac{x_2}{y} \cdot \frac{\partial y}{\partial x_2}\right] \\ &\quad \cdot \left(\frac{\triangle x_2}{x_2}\right) + \cdots\cdots + \left[\frac{x_N}{y} \cdot \frac{\partial y}{\partial x_N}\right]\left(\frac{\triangle x_N}{x_N}\right) \\ &= S_{x_1} y\left(\frac{\triangle x_1}{x_1}\right) + S_{x_2} y\left(\frac{\triangle x_2}{x_2}\right) + \cdots\cdots\cdots \\ &\quad + S_{x_N} y\left(\frac{\triangle x_N}{x_N}\right) \\ &= \sum_{i=1}^{N} S_{x_i} y \left(\frac{\triangle x_i}{x_i}\right) \end{aligned} \tag{12}$$

이 식을 이용하면 System의 평가함수 y의 희망하는 변동량을 얻기 위하여 필요한 $\triangle x_i$를 결정할 수 있고 상등함수 y에 가장 큰 영향을 미치는 parameter를 결정하는 것도 가능하게 된다.

따라서 제조공정의 process를 Network로 나타내고 각 branch에 대한 parameter의 변화량 $\triangle x_i$를 결정하고 확률에 영향을 받는 parameter와 영향을 받지 않는 parameter를 구별하여 Network의 상등함수를 위한 감도방정식을 구함으로서 공정의 개선에 필요한 정보를 얻을 수 있다. $\triangle x_i$에 대한 Network의 출력은 확률(P)와 시간(t) 등의 parameter에 영향을 받으므로 parameter 전체의 개수를 N, 확률 parameter의 개수를 K라 하면 식(11)은

$$\triangle y = \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial y}{\partial x_i} \triangle x_i \qquad (13)$$

$$\triangle y = \triangle y_1 + \triangle y_2 = \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial y}{\partial x_i} \triangle x_i + \sum_{i=K+1}^{N} \frac{\partial y}{\partial x_i} \triangle x_i \qquad (14)$$

확률 parameter 개수 K개 중에는 등식제약조건이 성립되는 M개의 식이 존재한다. 즉

$$f_m(x) = 0 \qquad (m=1,2,\cdots\cdots M) \qquad (15)$$

확률 parameter는 등식제약조건에 영향을 받는 parameter L개와 받지 않는 parameter (K-L)개로 나눌 수 있으므로 $\triangle y$는

$$\triangle y = \triangle y_1 + \triangle y_2 + \triangle y_3$$
$$= \sum_{i=1}^{L} \frac{\partial y}{\partial x_i} \triangle x_i + \sum_{i=L+1}^{K} \frac{\partial y}{\partial x_i} \triangle x_i + \sum_{i=K+1}^{N} \frac{\partial y}{\partial x_i} \triangle x_i \qquad (16)$$

로 표시되고 식(15)에서 등식제약조건의 parameter의 개수 L개중에서 M개의 상태변수(state variable)과 T개의 결정변수(decision variable)로 나누어 보면 L=M+T가 되고

$x_i = s_m \quad (m=1,2 \cdots\cdots M)$

: 상태변수(state variable)

$x_i = d_t \quad (t=1,2 \cdots\cdots M)$

: 결정변수(decision variable)

이때 L개의 parameter중에 어느 것이 결정변수가 되던 상태변수가 되던 상관이 없으며

$$\triangle y_1 = \sum_{m=1}^{L} \frac{\partial y}{\partial x_i} \triangle x_i$$
$$= \sum_{m=1}^{M} \frac{\partial y}{\partial s_m} \triangle s_m + \sum_{t=1}^{T} \frac{\partial y}{\partial d_t} \triangle d_t \qquad (17)$$

$\triangle y_1$의 변량을 표현할 수 있고 식(15)에서 확률 parameter의 증분을 고려하면 $\triangle x_i (i=1, 2 \cdots\cdots L)$의 변동들은 M개의 선형방정식을 만족시켜야 하므로

$$\sum_{i=1}^{L} \frac{\partial f_m}{\partial x_i} \triangle x_i = 0 \quad (m=1, 2 \cdots\cdots M) \qquad (18)$$

상태변수 (s_m)나 결정변수 (d_t)를 고려한 등식제약조건의 증분은

$$\sum_{i=1}^{L} \frac{\partial f_m}{\partial x_i} \triangle x_i = \sum_{m=1}^{M} \frac{\partial f_j}{\partial s_m} \triangle s_m + \sum_{t=1}^{T} \frac{\partial f_j}{\partial d_t} \triangle d_t \quad (j=1, 2 \cdots\cdots M) \qquad (19)$$

J, C, $V_s y$, $V_d y$를 다음과 같이 두면 식(17), 식(19)는 식(20), 식(21)으로 표현된다.

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial s_1} & \cdots\cdots & \frac{\partial f_1}{\partial s_M} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_M}{\partial s_1} & \cdots\cdots & \frac{\partial f_M}{\partial s_M} \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial d_1} & \cdots\cdots & \frac{\partial f_1}{\partial d_T} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_M}{\partial d_1} & \cdots\cdots & \frac{\partial f_M}{\partial d_T} \end{pmatrix}$$

$$V_s y = \left[\frac{\partial y}{\partial s_1} \cdots\cdots \frac{\partial y}{\partial s_M} \right]$$

$$V_d y = \left[\frac{\partial y}{\partial d_1} \cdots\cdots \frac{\partial y}{\partial d_T} \right]$$

$$\triangle y_1 = V_s y + V_d y \qquad (20)$$

$$0 = J \triangle s + C \triangle d \qquad (21)$$

식(21)로 부터 $\triangle s = -J^{-1} C \triangle d$이므로 식(20)은

$$\triangle y_1 = [V_d y - V_s y J^{-1} C] \triangle d \qquad (22)$$

상태변수(state variable)와 결정변수(decision variable)의 대각행렬(diagonal matrix)을 S, D라 하면 SS^{-1} 와 DD^{-1}를 식(22)에 작용시킨후 $\triangle y_1$을 y로 나누면

$$\triangle y_1 = [V_d y - V_s y S S^{-1} J^{-1} C] D D^{-1} \triangle d \qquad (23)$$

$$\frac{\triangle y_1}{y} = \frac{1}{y} [V_d y D - (V_s y S) R] D^{-1} \triangle d \qquad (24)$$

여기서 $R = S^{-1}J^{-1}CD$

$$= \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \cdots\cdots & \gamma_{1T} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \gamma_{M1} & \gamma_{M2} & \cdots\cdots & \gamma_{MT} \end{pmatrix}$$

로서 (M, T)행렬이다.

식(24)를 정리하여 식(10)의 형태로 표기하면

$$\triangle \frac{y_1}{y} = \sum_{t=1}^{T}\left\{ \frac{\partial y}{\partial d_t} d_t - \sum_{t=1}^{T}\left(\sum_{m=1}^{M} \frac{\partial y}{\partial s_m} s_m \; \gamma_{mt} \right)\right\}$$

$$\cdot \sum_{t=1}^{T} \frac{\triangle d_t}{d_t}$$

$$\cdot \frac{\triangle d_t}{d_t}$$

$$= \sum_{t=1}^{T}\left\{ \frac{d_t}{y}\frac{\partial y}{\partial d_t} - \sum_{m=1}^{T} \frac{s_m}{y} \cdot \frac{\partial y}{\partial s_m} \gamma_{mt} \right\}$$

$$= \sum_{t=1}^{T}\left\{ S_{d_t} y - \sum_{m=1}^{T} S_{s_m} y \; \gamma_{mt} \right\} \frac{\triangle d_t}{d_t} \qquad (25)$$

식(16)을 y로 나누어 식(25)에 대입하면

$$\frac{\triangle y}{y} = \frac{\triangle y_1}{y} + \frac{\triangle y_2}{y} + \frac{\triangle y_3}{y}$$

$$= \frac{1}{y}\sum_{i=1}^{L} \frac{\partial y}{\partial x_i} \triangle x_i + \frac{1}{y}\sum_{i=L+1}^{K} \frac{\partial y}{\partial x_i} \triangle x_i$$

$$+ \frac{1}{y}\sum_{i=K+1}^{N} \frac{\partial y}{\partial x_i} \triangle x_i$$

Table 1. Probability and MGF of Each branch parameter.

branch (i,j)	P	prob.	$M_t(s)$	branch (i,j)	P	prob.	$M_t(s)$
2.5	p_1	0.7809	$(1-\frac{s}{m})^{-1}$	5.6	p_6	0.1838	e^s
2.3	p_2	0.2048	$(1-s)^{-1}$	6.7	p_7	0.9032	e^s
4.5	p_3	0.7425	$(1-\frac{s}{n})^{-1}$	4.10	p_8	0.2575	$(1-2s)^{-1}$
5.6	p_4	0.4735	$e^{\frac{1}{3}s}$	2.10	p_9	0.0143	$(1-s)^{-1}$
5.6	p_5	0.3427	$e^{\frac{2}{3}s}$	6.10	p_{10}	0.0522	e^s

$$= \sum_{i=1}^{L} S_{x_i} y \frac{\triangle x_i}{x_i} + \sum_{i=L+1}^{K} S_{x_i} y \frac{\triangle x_i}{x_i}$$

$$+ \sum_{i=K+1}^{N} S_{x_i} y \frac{\triangle x_i}{x_i}$$

$$= \sum_{t=1}^{L}\left\{ S_{d_t} y - \sum_{m=1}^{M} S_{sm} y \; \gamma_{mt} \right\} \frac{\triangle d_t}{d_t}$$

$$+ \sum_{i=K+1}^{K} S_{x_i} y \frac{\triangle x_i}{x_i} + \sum_{i=K+1}^{N} S_{x_i} y \frac{\triangle x_i}{x_i} \qquad (26)$$

식(26)은 Network의 System의 CTQ에 대한 performance measure의 각 branch의 확률과 MGF의 변수에 필요한 변동량을 결정하고, 각 branch의 잠재 인자 및 치명인자에 대한 인자 결정근거의 척도로 감도방정식(sensitivity equation)이라 부르고 parameter의 변화 ($\frac{\triangle x_i}{x_i}$)의 계수가 감도계수 $S_{x_i} y$이므로 계수의 값이 크면 큰 감도를 수반하며 이 parameter는 평가함수 y에 큰 영향을 미치게 되는 치명인자로 개선의 중점관리항목이 된다. 감도방정식에 따른 CTQ에 가장 큰 영향을 미칠 것으로 예상되는 parameter를 결정하는 것은 가능하게 되고 의사결정을 할 때 parameter결정의 근거로 개선의 흐름을 정할 수 있다.

5. 사례 연구

공정을 분석하여 생산capacity를 향상시키기 위하여 목표공정의 완료성공확률과 완료기대시간에 가장 큰 영향을 주는 부분을 찾아 완료기대확률을 증가시키고 완료기대시간을 줄이고자 하였으며 이를 위한 정량적 척도로서 감도방정식을 이용하여 그 계수를 구하여 개선점을 찾으려고 시도한다. 목표공정에 대한 현상파악은 6시그마의 추진계획 아래 목표공정의 완료성공확률과 완료기대시간을 CTQ로 정하고 시그마의 목표 및 개선 계획을 수립하여 project의 전부분에서 공정의 개선을 위해단계별로 DMAIC를 진행한다. 공정의 Network는 Fig.4에 나타내고 있으며, 원자재의 입고에

서 가공되는 과정에서 완제품 및 재가공품에 대한 각 branch 및 node에 대한 parameter는 Table 1에 제조 공정에 따른 특성치를 정성적으로 표현하고 있다. Fig.4와 Table 1은 작업측정에 따른 추정치의 평균으로 $m=2$, $n=1$, $a=0.5$, $d=1$, $f=0.5$을 이용하여 지수분포를 사용하여 각 branch의 실현에 소요되는 확률과 시간을 나타내고 있다.

Network의 전 부분에 대한 완료성공확률 및 완료기대시간 즉 P_E, μ_E 및 W-함수에 대하여 node 1에서 node 7사이의 Networkk는 W-함수($W_{1.7}$)의 정의에 의해서

$W_{1.7}(s)$ = $W_E(s)$를 구하면

$W_{1.2}$, $W_{2.5}$와 $W_{5.6}$ $W_{6.7}$은 직렬이므로

$W_{1.7} = W_{1.2} \times W_{2.5} \times W_{5.6} \times W_{6.7}$ 로서

$$W_{5.6} = p_4 e^{\frac{1}{3}s} + p_5 e^{\frac{2}{3}s} + p_6 e^s$$

$$W_{6.7} = p_7 e^s$$

따라서 $W_{1.7} = W_{1.2} \times W_{2.5} \times W_{5.6} \times W_{6.7}$ 로서 $W_E(s)$는 식(10)이 된다.

$$W_E(s) =$$

$$e^{\frac{2}{3}s}\left[p_1\left(1-\frac{s}{m}\right)^{-1} + p_2\left(1-\frac{s}{m}\right)^{-1} e^{\frac{1}{2}s} p_3\left(1-\frac{s}{n}\right)^{-1}\right] \times \left[p_4 e^{\frac{1}{3}s} + p_5 e^{\frac{2}{3}s} + p_6 e^s\right] p_7 e^s \qquad (27)$$

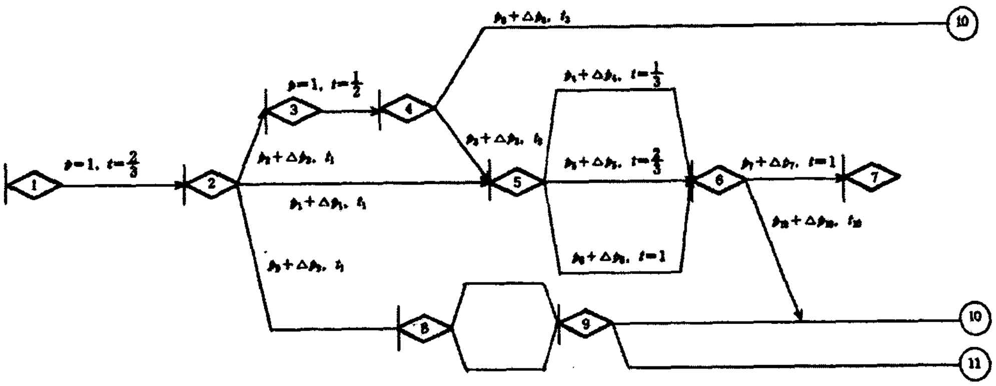

Fig. 4. Network of Manufacturing Process

$$W_{1.2} = e^{\frac{2}{3}s},$$

$W_{2.5}$ 는 Fig 3에서 보는바와 같이 node 2에서 5까지는 path 2->5와 path 2->3->4->5로 이루어지는 병렬형이나 path 2->5는

$p_1\left(1-\frac{s}{m}\right)^{-1}$ 이고, path 2->3-4-5는

$p_2\left(1-\frac{s}{m}\right)^{-1} e^{\frac{1}{2}s} p_3\left(1-\frac{s}{n}\right)^{-1}$ 이므로

$$W_{2.5} =$$

$$\left[p_1\left(1-\frac{s}{m}\right)^{-1} + p_2\left(1-\frac{s}{m}\right)^{-1} e^{\frac{1}{2}s} p_3\left(1-\frac{s}{n}\right)^{-1}\right]$$

식(27)의 $W_E(s)$에 $s=0$를 대입하면 dummy variable이 있는 항은 전부 0가 되므로 $(p_1+p_2p_3)(p_4+p_5+p_6)p_7$만 남게된다. 그러나 $p_4+p_5+p_6 = 1$이므로

$$P_E =$$

$$W_E(0) = (p_1+p_2p_3)(p_4+p_5+p_6)p_7$$

$$= (p_1+p_2p_3)\,p_7$$

$$= 0.8427 \qquad (28)$$

가 되어 전체 실행확률를 구할 수 있다.

완료기대시간의 경우 $W_{ij} = P_{ij} M_{ij}$ 이므로 M_{ij}=

$\frac{W_{ij}}{P_{ij}} = \frac{W_{ij}}{W(0)}$ $(\because P_{ij} = W_{ij}(0))$, 여기서 $W_E(s) = W_{1.7}$의 상등함수는 식(27)이므로 $M_{1.7}(s) = \frac{W_{1.7}(s)}{W_{1.7}(0)}$가 되고 잠재요인변수 t의 $M_t(s)$와 0에 관한 k차

Moment μ'_k사이에는

$\mu'_k = \frac{\partial^k M_t(s)}{\partial s^k}|_{s=0}$의 정의가

Maclaurin 급수전개로서 증명되므로

$$\mu_E = \left[\frac{\partial^k M_{1.7}(s)}{\partial s}\right]_{s=0}$$

$$= \frac{\partial}{\partial s}\left[\frac{W_{1.7}(s)}{W_{1.7}(0)}\right]_{s=0}$$

인 식(29)가 된다.

적률모함수 (M G F)를 구하여 μ_E을 구하면 $M_{1.7}(s) = \frac{W_{1.7}(s)}{W_{1.7}(0)}$ 이므로

$$\mu_E =$$

$$\frac{\sigma}{\sigma s} M_{1.7}(s)|_{s=0} = \frac{\sigma}{\sigma s}\left(\frac{W_{1.7}(s)}{W_{1.7}(0)}\right)\Big|_{s=0}$$

$$= \Big[p_1p_4\left(\frac{1}{m}+2\right) + p_1p_5erm + \frac{7}{3}\Big)$$

$$+ p_1p_6\left(\frac{1}{m}+\frac{8}{3}\right)$$

$$+ p_2p_3p_4\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}+\frac{5}{2}\right)$$

$$+ p_2p_3p_6\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}+\frac{19}{6}\right)\Big]$$

$$+ p_2p_3p_5\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}+\frac{17}{6}\right) \ /(p_1+p_2p_3)$$

= 2,81(시간) (29)

이 Network에서 완료성공확률은 P_E= 0.8427, 완료기대시간은 μ_E=2,81시간으로 나타나고 있으나, 완료성공확률을 증가시키고, 완료기대시간은 줄임으로서 공정의 개선 목적을 달성하고, 확률의 변동과 시간에 대한 영향을 미치는 부분을 찾아 조처를 취하기 위해 완료성공함수를 구하고 이를 감도분석하여 공정을 개선하기 위한 조처를 취할 node를 찾는다. 완료성공확률을 개선하기 위한 Network system의 분석은 Network를 구성하는 node의 감도방정식의 감도계수를 이용하여 단기 변동(variation)을 측정하고, 개선부분을 확률의 영향을 받는 branch와 확률에 영향을 받지 않는 branch로 나누고, 이 경우 path 5-6은 전체의 확률이 그 부분에서는 1이 된다. 한 개의 branch에서는 결정변수나 상태변수는 어느 것을 잡아도 되나 node2에서는 p_1, p_2, p_9이 확률 1을 구성함으로 p_1을 상태변수(s_1)으로 나머지 p_2, p_9을 결정변수(d_1, d_2)로 잡은 것이다. Δy는 확률에 영향을 받는 부분 Δy_1과 받지않는 부분 Δy_2 부분으로 나누어 확률에 영향을 받는 부분의 감도를 분석하고, 감도계수를 구하기 위해 $y = P_E$,

$x_1 = p_1, x_2 = p_2, x_3 = p_9, x_4 = p_3, x_5 = p_7$이라 놓으면 $p_1 + p_2 + p_9 - 1 = 0 = f_1(p_1, p_2, p_9) = f_1(x_1, x_2, x_3) = f_1(x)$이고 변수의 갯수 K=N=5 이므로 L= 3일 때 상태변수 M=1 이며 결정변수 개수도 T=2 가 된다. 이 때 식(16)에서

$$\Delta y = \Delta y_1 + \Delta y_2$$

$$= \sum_{i=1}^{3} \frac{\partial y}{\partial x_i}\Delta x_i + \sum_{i=4}^{5}\frac{\partial y}{\partial x_i}\Delta x_i \tag{30}$$

$J = 1, C = (1, 1)$, $V_s y = \left(\frac{\partial y}{\partial} S_1\right)$,

$V_d y = \left(\frac{\partial y}{\partial d_1}, \frac{\partial y}{\partial d_2}\right)$ 이므로

$S = (s_1) = (p_1)$, $D = (d_1, d_2) = (p_2, p_9)$,

$R = S^{-1} J^{-1} CD = \left[\frac{d_1}{s_1}, \frac{d_2}{s_1}\right]$가 된다.

식(26)에 의해서

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta y_1}{y} + \frac{\Delta y_2}{y}$$

$$= \left(S_{p_2}y - S_{p_1}y\frac{p_2}{p_1}\right)\frac{\Delta p_2}{p_2}$$

$$+ \left(S_{p_9}y - S_{p_1}y\frac{p_9}{p_1}\right)\frac{\Delta p_9}{p_9}$$

$$+ S_{p_3}y\frac{\Delta p_3}{p_3} + S_{p_7}y\frac{\Delta p_7}{p_7}$$

$$= -0.0525\frac{\Delta p_2}{p_2} + 0.1629\frac{\Delta p_3}{p_3} - 0.0153\frac{\Delta p_9}{p_9} + (1)\frac{\Delta p_7}{p_7} \quad (31)$$

식(31)은 확률에 있어서의 단기변동으로 이들의 계수를 보면 p_2를 감소시키거나 p_3, p_7 을 증가시킴으로서 완료성공확률을 증가시킬 수가 있다. Network에서 CTQ로서 정의된 완료성공확률은 0.8427로 낮은 편이고 완료기대시간은 2.81시간으로 나타나고 있다. Rational subgroup의 공정능력을 평가해보면 장기공정능력의 수준은 Zlt=1.0(1-0.8417=0.1583), 단기공정능력의 수준은 Zst=2.5로 부족한 수준으로 완료성공확률을 증가시키고, 완료기대시간은 줄임으로서 공정의 개선 목적을 달성할 수 있음을 알 수 있다.

6. 결 론

제조공정의 Network를 정량적인 방법으로 해석하고, 개선하기 위하여 목표공정의 network equation을 도출하였다. CTQ로 선정된 완성성공확률과 완성기대시간을 개선하기 위하여 Network의 sensitivity equation이 활용하고, 각 branch에 대한 감도계수는 Network의 완료성공확률에 가장 큰 영향을 주는 부분에 대한 Rational subgroup의 장기 및 단기공정의 감도계수를 관리함으로서 전체공정을 각 node별 대응감도로서 평가하는 방법과 개선인자를 결정하는 수단으로 감도계수를 이용한다.

본 논문은 제조공정의 개선을 위한 네트워크분석기법이 확률적 네트워크의 통계적 공정관리를 위한 수단으로 유익하게 활용될 수 있음을 보이고 있으며, 전 공정을 개선하고, 평가하는데 기여할 것으로 판단된다.

참 고 문 헌

[1] Fred R mcFadden, "Six-Sigma Quality Programs", Quality Progress, June 1993.

[2] Statistical Process Control : The Motorola Guide to SPC for Continuous Improvements Towards Six Quality, Motorola, 1988.

[3] Fontenot, G.,Bahara, R., and Gresham, A. "Six Sigma in Customer Satisfaction, "Quality Progress, pp.73-76.1998.

[4] Hoerl, R.W.,"Six Sigma and the Future of the Quality Profession". Quality Progress, pp.35-42, July 1998.

[5] Whitehouse,G.E.,"System Analysis and Design Using Network Techniques." Prentice-Hall Inc., 1973.

[6] Harry,M.J. "Six Sigma : A Breakthrough Strategy for Profitability" QualityPregress, pp.60-64, May 1998.

[7] Statistical Process Control : The Motorola Guide to SPC for Continuous Improvements Towards Six Quality, Motorola, 1988.

[8] Phillips, D. T. , and Pritsker, A. A. B. "GERT Network Analysis Complex Production Systems:, Int. J. of Prod. Res., Vol. 13, No.3, 1975, pp.223-237.

[9] Pritsker, A. A. B., Modeling and Analysis Using Q-GERT Networks, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1979.

[10] Elmaghraby, S. E., Activity Network:Project Planning and Control by Network Models, John Wiley & Sons, Inc., 1977, pp.321-356.

박 기 주 (Ki-Joo, Park)

영남대학교 기계공학과 학사
동아대학교 대학원에서 석사, 박사학위를 취득하고 현재 경일대학교 산업공학과에 재직중이며 주요 관심분야는 품질 경영, 통계적 품질관리 실험계획법 등이다.