

# 축소모형을 이용한 최적화된 Smith Predictor 제어기 설계

論 文

52D-11-1

## Model Reduction Method and Optimized Smith Predictor Controller Design using Reduced Model.

崔正乃\* · 趙俊浩\*\* · 李元赫\*\*\* · 黃炯秀<sup>§</sup>

Jeoung-Nae Choi · Joon-Ho Cho · Won-Hyok Lee · Hyung-Soo Hwang

**Abstract** - We proposed an optimum PID controller design method of the Smith Predictor. It can be applied to various processes. The real process is approximated via the second order plus time delay model (SOPTD) whose parameters are specified through a model reduction algorithm. We already proposed a new model reduction method that considered four point in the Nyquist curve to reduced the steady state error between the real process model and the reduced model using the gradient decent method and the genetic algorithms. In addition, the Smith predictor is used to compensate time delay of the real process model. In this paper, the new optimum parameter tuning algorithm for PID controller of the Smith Predictor is proposed through ITAE as performance index. The Simulation results show the validity and improvement of performance for various processes.

**Keyword** - Model reduction, Genetic algorithm, Smith Predictor

### 1. 서 론

PID 제어기는 이해하기 쉽고 구조가 간단하며 실제 구현이 용이하여 산업분야에서 널리 사용되고 있는 제어기이다. PID 제어기를 설계할 때 가장 중요한 것은 파라미터를 결정하는 방법이다. 따라서 PID 제어기의 파라미터를 결정하는 방법에 대하여 많은 연구가 이루어지고 있으며, 그 중에 Ziegler-Nichols, Cohen-Coon, IMC 방법들이 보편적으로 쓰이고 있다. 그러나 이러한 방법들 대부분은 1차 및 2차의 모델에 대하여 성능은 우수하나, 고차모델이나 지연시간이 큰 공정에 대하여서는 좋은 성능을 얻을 수 없기 때문에 보다 범용적인 PID 제어기의 동조방법에 대한 연구가 필요하며 많은 연구가 진행되고 있다([1]~[6]).

그 중 한가지 방법으로서 고차 모델을 저차 모델로 축소하여 축소모델에 대하여 제어기 파라미터를 동조하는 방법이 있으며, 축소모델을 구하기 위한 방법으로서 Pade 근사화 방법, Routh stability 근사화 방법 등 많은 알고리즘이 연구되어져 있다[9].

Wang은 Nyquist 선도를 이용하여 주파수 특성이 같아지도록 모델을 축소하였는데, Nyquist 선도에서 위상이  $-\pi/2$ ,  $-\pi$  지점이 일치하도록 고차모델을 지연시간을 갖는 2차 모델로 축소하는 방법을 제시하였으며, 또한 축소된 2차 지연모델에 대하여 극점이 소거되도록 축소모델의 계수

로부터 PID 제어기의 파라미터를 설정하는 방법을 제안하였다[8],[12]. 이 방법은 비교적 우수한 성능을 갖지만 위상이  $-\pi/2$ ,  $-\pi$ 인 두 점만을 고려했기 때문에 실제의 모델과 축소모델 사이에서 정상 상태오차가 발생할 뿐 아니라, 두 점을 지나지 않는 공정에 대하여서는 적용할 수 없는 단점을 가지고 있다.

본 논문은 Wang의 방법에서 발생한 문제점을 개선하기 위하여 위상이  $0$ ,  $-\pi/2$ ,  $-\pi$ ,  $\pi/2$ 인 네 개의 점을 선택하고, 유전자 알고리즘을 사용하여 정상상태 오차를 줄였으며 [10], 위상이  $-\pi/2$ ,  $-\pi$ 점을 지나지 않는 경우에는 임의의 지연 항을 첨가하여 모델을 축소하고 축소모델로부터 첨가된 시지연 항을 제거함으로써 보다 범용적이고, 정교한 모델 축소 알고리즘을 제시하였다. 또한 제어방법으로는 시지연을 보상하기 위해 Smith Predictor 구조를 사용하고, Smith Predictor 구조에서 PID 제어기를 사용하여 성능지수 ITAE가 최소가 되는 최적의 PID 파라미터를 축소모델의 계수로부터 직접적으로 구할 수 있는 방법을 제안하였다.

2장에서는 모델축소방법, 3장에서는 확장된 모델축소 방법을 설명하고, 4장에서는 제어기 구성 및 최적의 파라미터 동조에 대하여 다루고, 5장에서 시뮬레이션을 통하여 결과를 보였다.

### 2. 모델 축소 방법

공정의 전달함수  $G(s)$ 나 주파수 응답  $G(j\omega)$ 가 주어졌다고 가정하고, 제어기 구조는 그림1 과 같이 Smith predictor를 사용하였다. 공정 제어를 위해 식(1)처럼 PID 제어기를 사용한다.

\* 準 會 員 : 圓 光 大 工 大 電 氣 工 學 科 博 士 課 程

\*\* 準 會 員 : 圓 光 大 工 大 制 御 計 測 工 學 科 博 士 課 程

\*\*\* 準 會 員 : 圓 光 大 工 大 制 御 計 測 工 學 科 博 士 課 程

§ 正 會 員 : 圓 光 大 工 大 電 氣 電 子 及 鄭 報 工 學 部 教 授 · 工 博

接 受 日 字 : 2003年 4月 4日

最 終 完 了 : 2003年 9月 29日

$$C(s) = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s \quad (1)$$

PID 제어기의 동조목적인 고차계 또는 큰 시지연을 갖거나, 진동을 하는 등 다양한 동특성을 갖는 공정에 대하여 일정하게 우수한 성능을 갖도록 파라미터를 찾는 것이다. 모델 축소 방법은 다른 동특성을 갖는 공정들에 대하여 범용으로 사용할 수 있는 방법으로서, Pade 근사법, Routh 안정도 판별에 의한 근사법[9] 등이 있다. 그 중에서 Wang 은 공정의 주파수 응답과 일치하도록 2차 시지연 모델(Second Order Plus Time Delay : SOPTD)로 축소하는 방법을 제안하였다. 그러나 이 방법은 Nyquist 곡선의 위상이  $-\pi$ ,  $-\pi/2$ 인 두 점과 일치하도록 축소했기 때문에 특정 공정에 대하여서는 큰 오차를 갖고 있다. 또한 위상이 0도인 점에서의 오차는 시간영역에서 정상상태 오차를 발생시키는 원인이 된다. 본 논문에서는 기존의 방법에서 나타나는 오차를 줄이기 위해서 Nyquist 선도의 위상이 0,  $-\pi/2$ ,  $-\pi$ ,  $\pi/2$ 인 4점을 고려하여 SOPTD를 구하는 방법을 제안하였다. 제안된 알고리즘은 크게 3단계로 나누어지며, 각 단계는 다음과 같다.

**단계1) 축소모델의 초기값 설정.**

실제의 고차모델이 식(2)과 같다.

$$G(s) = \frac{\beta_0 s^m + \beta_1 s^{m-1} + \dots + \beta_{m-1} s + \beta_m}{s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n} \quad (2)$$

시간 지연을 갖는 2차 축소모델(SOPTD)은 식(3)과 같다.

$$G(s) = \frac{e^{-Ls}}{as^2 + bs + c} \quad (3)$$

여기서  $a, b, c, L$ 을 결정하면 된다. 식(2)의 공정에서 위상이 0,  $-\pi/2$ ,  $-\pi$ ,  $\pi/2$ 을 지나는 주파수가 각각  $w_a, w_b, w_c, w_d$ 라 하면 다음과 같은 수식이 얻어진다.

$$\angle G(jw_a) = 0, \angle G(jw_b) = -\frac{\pi}{2},$$

$$\angle G(jw_c) = -\pi, \angle G(jw_d) = \frac{\pi}{2}$$

식(3)에서  $e^{-Ls}$ 을 Pade 근사식을 이용하여 식(4)처럼 쓸 수 있다.

$$G(s) = \frac{2 - Ls}{Las^3 + (2a + bL)s^2 + (2b + Lc)s + 2c} \quad (4)$$

식(2)과 식(4)은 위의 4 점을 지나야 하므로 다음 조건들을 만족해야 한다.

$$G(jw_a) = G(jw_b), G(jw_b) = G(jw_c),$$

$$G(jw_c) = G(jw_d), G(jw_d) = G(jw_a)$$

위의 조건으로부터 다음 네 개의 비선형 방정식을 유도할 수 있다.

$$2c - (2a + bL)w_a^2 + jw_a(2b + Lc - Law_a^2) = \frac{2 - jLw_a}{|G(jw_a)|} \quad (5)$$

$$2c - (2a + bL)w_b^2 + jw_b(2b + Lc - Law_b^2) = \frac{2 - jLw_b}{-j|G(jw_b)|} \quad (6)$$

$$2c - (2a + bL)w_c^2 + jw_c(2b + Lc - Law_c^2) = \frac{2 - jLw_c}{-|G(jw_c)|} \quad (7)$$

$$2c - (2a + bL)w_d^2 + jw_d(2b + Lc - Law_d^2) = \frac{2 - jLw_d}{j|G(jw_d)|} \quad (8)$$

네 개의 방정식으로부터 파라미터  $a, b, c$  그리고  $L$ 을 구

한다. 식(7)에서 식(6)을 빼면 식(9)을 구할 수 있다.

$$(2a + bL)(w_c^2 - w_b^2) = \frac{Lw_b}{|G(jw_b)|} + \frac{2}{|G(jw_c)|} \quad (9)$$

위의 식(6) - (9)으로부터

$$L = \frac{(w_d^2 - w_b^2)|G(jw_c)|}{2(w_c^2 - w_b^2)} x_1 - \frac{w_b|G(jw_c)|}{2|G(jw_b)|} \quad (10)$$

$$x_1 = \frac{w_b}{|G(jw_b)|} + \frac{w_d}{|G(jw_d)|}$$

$$c = \frac{(x_2 w_c^2)}{2(w_c^2 - w_b^2)} - \frac{1}{|G(jw_c)|} \quad (11)$$

$$x_2 = \frac{Lw_b}{|G(jw_b)|} + \frac{2}{|G(jw_c)|}$$

$$a = \frac{1}{4 + L^2 w_c^2} \left( \frac{2x_2}{(w_c^2 - w_b^2)} - \frac{L^2}{|G(jw_c)|} + L^2 c \right) \quad (12)$$

$$b = \frac{1}{L} \left( \frac{x_2}{(w_c^2 - w_b^2)} - 2a \right) \quad (13)$$

이렇게 구해진 파라미터 값들은 지연시간 ( $e^{-sL}$ )을 Pade 근사식을 통하여 구했기 때문에 실제의 값과 오차가 발생한다. 따라서 이렇게 구한 값은 축소모델의 초기 파라미터로 활용한다.

**단계2) 최적의 c값 결정**

$\angle G(0)$ 일 때의 크기 와  $\angle G(0)$  일 때의 크기가 같게 되는 것은 오직  $c$ 값에 의해 결정된다. 즉, 단계1)에서 구한  $a, b, L$  값은 고정하고,  $c$ 값만을 변화해 가면서  $\angle G(0)$ 와  $\angle G(0)$ 이 같아지도록 최적의  $c$ 값을 경사 하강법을 사용하여 구한다.

**단계3) 최적의 a, b, L값 결정**

유전자 알고리즘은 돌연변이 개념을 도입하여 최적화 문제에서 지역극소에 빠지는 문제점을 해결한 알고리즘으로서 최적화 문제에 많이 사용되고 있다. 본 논문에서는 최적화 알고리즘의 한가지 방법인 유전자 알고리즘을 사용하여  $a, b$  그리고  $L$ 값을 구할 수 있다. 1단계에서 구한 초기 파라미터는 유전자 알고리즘을 위한 초기값으로 사용하고, 유전자 알고리즘의 계산량을 줄이기 위하여  $a, b, L$ 의 값에 영향을 거의 받지 않는  $c$ 를 단계2처럼 경사 하강법을 사용함으로써 변수를 줄였다.

먼저 이진 코딩유전자 알고리즘을 사용하였으며 각 변수에 대하여 5bit를 할당하였고, 세대수는 100세대, 집단 크기는 60, 교배율은 70%, 돌연변이율은 10%로 하였다. 또한 유전자 알고리즘은 최대값을 찾도록 프로그램 되었으며, 적합도 평가를 하기 위한 적합도 함수를 선정하는데 있어서 유전자 알고리즘의 특성상 최대값 문제가 되도록 하기 때문에, 식(14)처럼 오차의 역함수 형태를 취하여 최소값 문제를 최대값 문제로 변환하여 시뮬레이션을 하였다.

$$J = \frac{1}{\sum_w (|G(jw)| - |G(jw)|)} \quad (14)$$

여기서,  $w = \{w_a, w_b, w_c\}$

**3. 확장된 모델 축소 방법**

Wang의 방법을 사용하기 위해서는 Nyquist 곡성 상에  $\angle G(j\omega) = -\pi/2$ 와,  $\angle G(j\omega) = -\pi$ 인 점이 존재해야 하며, 2장에서 제안된 모델 축소 방법을 적용하기 위해서는 Nyquist 선도가  $\angle G(j\omega) = 0, \angle G(j\omega) = -\pi/2, \angle G(j\omega) = -\pi, \angle G(j\omega) = \pi/2$ 인 점들이 존재해야 한다는 제약사항이 있다. 그렇지 않은 경우에는 위의 방법들을 적용할 수 없다. 본 논문에서는 위와 같은 문제점을 해결하기 위한 방법을 제시하였다. Nyquist 선도가 주파수 전 영역을 통과하지 않을 경우 실제 공정에 미소의 지연시간을 첨가하면, Nyquist 선도는 회전하게 되어 모든 영역을 통과하게 된다. 그런 뒤 앞에서 제안한 알고리즘을 사용하여 모델축소를 한 뒤 축소모델로부터 미소 지연시간을 제거함으로써 위에서 제안한 알고리즘을 확장할 수 있다.

Nyquist 선도가 위상이  $0, -\pi/2, -\pi, -3\pi/2$  4점을 모두 통과하지 않는 실제의 모델이 식(2)과 같다. 식(2)에 Nyquist 선도가 주파수 전 영역을 통과 할 수 있게 미소한 지연요소를 첨가한 모델이 식(15)과 같다.

$$G(s) = \frac{(\beta_0 s^m + \beta_1 s^{m-1} + \dots + \beta_{m-1} s + \beta_m)(e^{-\rho s})}{s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n} \quad (15)$$

여기서,  $e^{-\rho s}$ 는 첨가된 미소한 지연요소이다. 식(15)은 Nyquist 곡선상의 모든 영역을 통과하게 되며, 2장에서 제안한 축소 방법을 사용하면 식(16)이 구해진다.

$$\begin{aligned} \tilde{G}(s) &= \frac{e^{-Ls}}{as^2 + bs + c} = \frac{e^{-(L+\rho)s}}{as^2 + bs + c} \\ &= \frac{e^{-Ls}e^{-\rho s}}{as^2 + bs + c} \end{aligned} \quad (16)$$

식(16)에서 첨가된 지연요소  $e^{-\rho s}$ 항을 제거하면 실제의 모델에 대한 축소 모델을 구할 수 있다.

**4. Smith predictor 와 최적화 PID 제어기 설계**

다양한 동특성을 갖는 공정들 대부분은 모델 축소 방법을 사용하여 SOPTD 모델로 축소될 수 있으며, 본 논문에서는 SOPTD 모델에 최적의 성능을 갖는 제어알고리즘을 제안하였다. 우선 지연시간을 보상해 주는 방법으로 잘 알려진 Smith predictor 제어구조를 채택하였으며 블록선도는 그림 1과 같다.

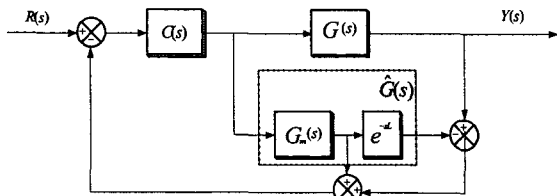


그림 1 Smith Predictor 제어구조의 블록선도  
Fig. 1 Block diagram of Smith Predictor

Smith predictor를 사용한 시스템의 페루프 전달함수는 식(17)과 같다.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G_m(s) + C(s)[G(s) - G_m(s)e^{-Ls}]} \quad (17)$$

여기서  $G(s)$ 는 실제 공정,  $G_m(s)e^{-Ls}$ 는 축소 모델을 의미하며, 위의 구조에서 실제 공정과 축소모델이 거의 일치한다고 가정하면 식(17)은 식(18)처럼 근사화 된다.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} \approx \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G_m(s)} \quad (18)$$

식(18)에서 보면 특성방정식의 시간 지연항이 제거되었음을 알 수가 있다. 제어기  $C(s)$ 는 PID 제어기이며 식(19)처럼 표현할 수 있다.

$$C(s) = k \frac{As^2 + Bs + C}{s} \quad (19)$$

여기서,  $A = K_D/k, B = K_P/k, C = K_I/k$

PID 제어기의 파라미터를 극점을 상쇄하도록 축소모델의 계수와 같게 한다면, 즉  $A = a, B = b$ , 그리고  $C = c$ 처럼 설정한다면 식(18)은 식(20)처럼 근사화 된다. 여기서  $a, b$ , 그리고  $c$ 는 축소모델의 계수이다.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} \approx \frac{ke^{-sL}}{s+k} \quad (20)$$

그림 1의 Smith Predictor 구조의 페루프 전달함수는 축소모델이 정확하고, PID 제어기를 사용한다면 1차 지연모델로 표현될 수 있으며, 또한 페루프 응답의 성능은 단지  $k$ 의 값에만 의존하게 됨을 알 수 있다. 다시 말하면, 최적의 성능을 갖는  $k$ 값을 구하면 되는 최적화 문제로 국한되어 진다.

본 논문의 선행 연구에서  $k$ 값을 유전자 알고리즘을 이용하여 구하였다. 그렇지만 유전자 알고리즘은 초기치 설정에 대한 시행착오가 있어야 하며, 실행시간이 많이 소비된다는 단점을 가지고 있다. 본 논문에서는 이러한 문제점을 해결하기 위해 페루프 응답을 시간영역에서 수학적으로 분석하여 수식적으로 최적의  $k$ 값을 찾을 수 있는 방법을 제안하였다.

입력이 단위계단 함수이고 설정치가  $y_r$ 이라 하면, 식(20)을 라플라스 역변환하면 식(21)이 된다.

$$y(t) = y_r(1 - e^{-k(t-L)}) \quad (21)$$

식(21)에서 보면 Smith predictor를 사용한 시스템의 페루프 응답특성은  $k$ 에 의하여 결정되는 것을 확인할 수 있다. 성능지수로서 ITAE를 선택하여, 성능지수를 최소로 하는  $k$ 값을 해석적으로 찾을 수 있다. 식(21)으로부터 오차함수는 식(22)이 된다.

$$e(t) = y_r e^{-k(t-L)} \cdot k > 0 \quad (22)$$

성능지수 ITAE는 정의에 의해 식(23)처럼 표현된다.

$$ITAE = \int_0^\infty te(t)dt = \frac{y_r}{k^2} e^{kL} \quad (23)$$

식(23)에서  $y_r$ 과  $L$ 은 상수이므로 ITAE는  $k$ 만의 함수가 되고, 미분을 통하여 ITAE를 최소로 하는  $k$ 값을 구할 수 있다. 식(23)을 미분하면 식(24)이 된다.

$$\frac{dITAE}{dk} = y_r(L - \frac{2}{k}) \frac{e^{kL}}{k^2} \quad (24)$$

식(24)에서  $dITAE/dk$ 는  $k=2/L$ 에서 극값을 가지므로,  $k=2/L$ 에서  $ITAE$ 가 최소값을 가지게 된다.

결론적으로 그림 1. 의 Smith Predictor 구조에서 PID 제어기의 최적의 파라미터는 축소모델의 계수로부터 직접적으로 식(25)처럼 구해진다.

$$\begin{bmatrix} K_P \\ K_I \\ K_D \end{bmatrix} = \frac{2}{L} \begin{bmatrix} b \\ c \\ a \end{bmatrix} \quad (25)$$

여기서,  $a, b, c$  그리고  $L$ 은 축소 모델의 계수이다.

본 논문에서 제안한 모델 축소 방법과 제어 알고리즘을 그림 2.에 보였다.

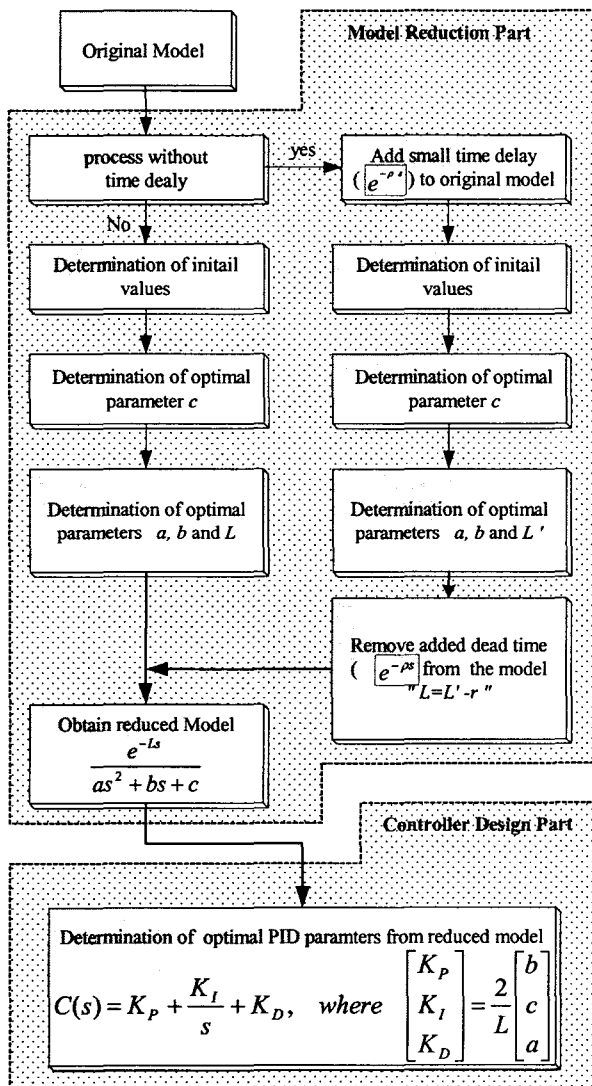


그림 2 모델 축소 및 제어 알고리즘  
Fig. 2 Model reduction and PID tuning algorithm

### 5. 시뮬레이션

세 가지의 예를 통하여 본 논문에서 제안한 방법과 기존의 방법들에 대하여 비교를 하였다. 각각의 예에 대하여 Wang의 방법을 사용한 제어기, 유전자 알고리즘을 사용한 Smith Predictor 제어기, 그리고 본 논문에서 제안한 해석적 방법에 근거한 Smith Predictor 제어기를 비교하였다.

#### Example 1

단조 증가하며 시지연 항을 갖는 고차 모델에 대하여 적용하였다.

$$G(s) = \frac{e^{-0.5s}}{(s+1)(s+5)^2}$$

Wang의 방법을 사용한 축소모델은 다음과 같다.

$$G_w(s) = \frac{e^{-0.606s}}{7.7772s^2 + 32.317s + 25.220}$$

Wang의 방법을 사용한 PID 제어기 파라미터는 축소모델의 계수로부터 구해지며 제어기는 다음과 같다. 여기서 Wang은 Smith Predictor 구조가 아닌 단일 페루프 공정에 PID 제어기를 적용하였다.

$$C_w(s) = 26.995 + \frac{21.067}{s} + 6.452s$$

제안된 방법을 이용한 축소모델은 다음처럼 구해진다.

$$G_p(s) = \frac{e^{-0.6072s}}{6.8622s^2 + 32.15067s + 25.0632}$$

Smith Predictor의 PID 파라미터는 축소모델의 계수와, 유전자알고리즘을 사용하여 이득  $k=5.014$ 를 얻으며 다음처럼 구해진다.

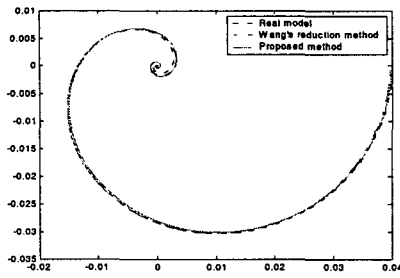
$$C_g(s) = 5.014 \left( \frac{6.8622s^2 + 32.1506s + 25.0632}{s} \right)$$

본 논문에서 제안한 해석적인 방법을 사용하여 앞에서 유전자 알고리즘을 사용하여 구했던 이득을 축소모델의 지연시간으로부터  $k=2/L=2/0.6072=3.2938$ 처럼 직접 구하였다.

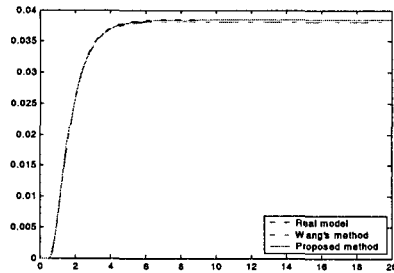
본 논문에서 제안한 Smith Predictor의 제어기는 식(25)로부터 다음과 같이 구해진다.

$$C_p(s) = 3.2938 \left( \frac{6.8622s^2 + 32.1506s + 25.0632}{s} \right)$$

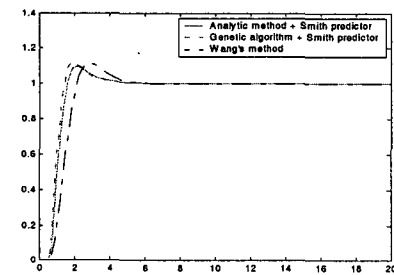
그림 3. (a), (b)에는 실제공정과, Wang의 모델 축소방법, 그리고 제안된 모델 축소 방법의 주파수 응답특성과 스텝 응답을 보였다. 이 경우에는 Wang이 제안한 방법과 본 논문에서 제안된 방법의 성능이 거의 일치한다. 그림 3.(c)에서는 Wang이 제안한 PID 제어기를 사용했을 경우, Smith Predictor에 유전자알고리즘을 사용하여 이득을 구한 경우와 제안한 방법을 사용하여 이득을 구한 경우에 대한 응답을 보였다. 그림 3. (c)에서 보면 공정이 단조 증가일 경우에는 축소 모델의 오차는 거의 없지만 제어성능은 Smith Predictor를 사용한 것이 상승시간과 정정시간 면에서 개선됨을 볼 수 있다.



(a) 주파수 응답 비교



(b) 페루프 시간응답 비교



(c) 제어 성능 비교

그림 3 Example 1에 대한 응답특성  
Fig. 3 Responses for example 1

**Example 2**

진동하며 시지연 항을 갖는 고차 모델에 적용을 하였다.

$$G(s) = \frac{e^{-0.1s}}{(s^2 + s + 1)(s + 2)^2}$$

Wang의 방법을 사용한 축소모델은 다음과 같다.

$$G_w(s) = \frac{e^{-0.837s}}{5.648s^2 + 4.950s + 4.497}$$

Wang의 방법을 사용한 PID 제어기 파라미터는 축소모델의 계수로부터 구해지며 제어기는 다음과 같다.

$$C_w(s) = 1.503 + \frac{1.366}{s} + 1.715s$$

제안된 방법을 이용한 축소모델은 다음처럼 구해진다.

$$G_p(s) = \frac{e^{-0.9836s}}{6.7159s^2 + 5.9684s + 4.0149}$$

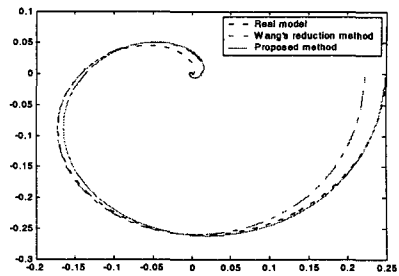
그리고 Smith Predictor의 PID 제어기 파라미터는 축소모델의 계수와 유전자알고리즘을 사용하여 다음과 같이 구해진다.

$$C_g(s) = 2.1085 \left( \frac{6.7159s^2 + 5.9684s + 4.01497}{s} \right)$$

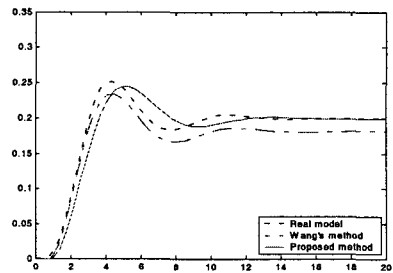
본 논문에서 제안한 해석적인 방법은 앞에서 유전자 알고리즘을 사용하여 구했던 이득을 축소모델의 지연시간으로부터  $k=2/L=2/0.9836=2.0333$ 을 해석적으로 구하였고, 식(25)으로부터 제어기는 다음과 같다.

$$C_p(s) = 2.0333 \left( \frac{6.7159s^2 + 5.9684s + 4.01497}{s} \right)$$

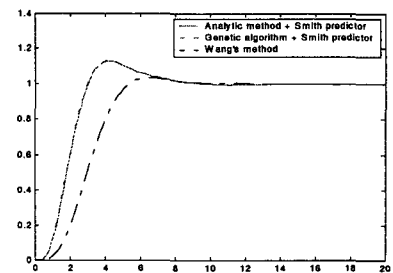
그림 4. (a), (b)에서 보면 진동을 갖는 경우 Wang의 축소모델은 저주파 영역에서 오차를 가지고 있지만 제안한 방법은 거의 일치함을 알 수가 있다. 그림 4. (c)에는 제어기 응답을 보였다. Smith predictor를 사용한 경우가 Wang의 방법보다 현저하게 개선되었음을 볼 수 있다. 유전자 알고리즘과 해석적인 방법의 성능은 거의 유사하다.



(a) 주파수 응답 비교



(b) 페루프 시간응답 비교



(c) 제어 성능 비교

그림 4 Example 2에 대한 응답  
Fig. 4 Responses for example 2

**Example 3**

시지연 항이 없는 고차모델에 적용하였다.

$$G(s) = \frac{s+2}{(s+3)(s+5)(0.5s+1)}$$

위 공정의 주파수 응답을 보면 Nyquist 선도 상에서 위상  $-\pi$  점이 존재하지 않는다. 그러므로 Wang이 제안한

방법이나, 2장에서 제안한 방법은 적용할 수 없다. 이런 경우에 3장에서 제시한 방법을 적용하여 축소 모델을 구할 수 있다.

실제 공정에 시지연 요소  $e^{-0.1s}$ 를 추가하면

$$G'(s) = \frac{s+2}{(s+3)(s+5)(0.5s+1)} e^{-0.1s}$$

위 공정에 대하여 2장에서 제안한 방법을 사용하면 축소 모델은 다음과 같이 구해진다.

$$G'(s) = \frac{e^{-0.1186s}}{0.3769s^2 + 3.9030s + 7.500}$$

$$= \frac{e^{-0.0186s} e^{-0.1s}}{0.3769s^2 + 3.9030s + 7.500}$$

위의 모델로부터 추가된 시지연 항  $e^{-0.1s}$ 를 제거하면 실제 공정에 대한 축소모델이 다음과 같이 구해진다.

$$G(s) = \frac{e^{-0.0186s}}{0.3769s^2 + 3.9030s + 7.500}$$

그리고 Smith predictor의 PID 파라미터는 축소모델의 계수와, 유전자알고리즘을 사용하여 다음과 같이 구해진다.

$$C_g(s) = 4.002 \left( \frac{0.3769s^2 + 3.9030s + 7.500}{s} \right)$$

본 논문에서 제안한 방법을 사용하여 축소모델의 계수와 지연시간으로부터  $k=2/L=2/0.0186=107.5269$ 을 해석적으로 구하였다. 식 (23)을 분석해 보면  $L$  값이 작을 수록 성능은  $k$ 의 변화에 둔감해지게 된다. 즉  $L$ 값이 작을 수록 최소값이 되는  $k$ 값의 선택 범위가 커진다. 그러므로 유전자 알고리즘을 사용하여 구한  $k=4.002$  값이나, 수식적으로 구한  $k=107.5269$ 값은 거의 비슷한 성능지수를 가지게 됨을 확인할 수 있으며, 수식적으로 구한 값이 더 정확한 해가 된다.

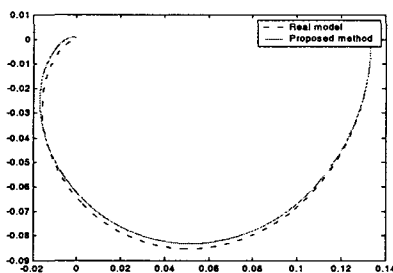
본 논문에서 제안한 Smith predictor의 제어기는 식(25)로부터 다음과 같다.

$$C_p(s) = 107.5269 \left( \frac{0.3769s^2 + 3.9030s + 7.500}{s} \right)$$

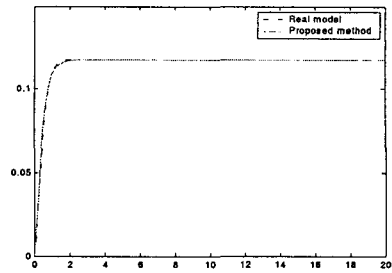
그림 5. (a), (b), (c)에 각각 주파수 응답, 페루프 시간 응답, 및 공정 출력을 보인다.

이 경우는 Wang의 방법은 적용이 불가능하지만 제안된 방법을 사용하여 모델을 축소를 할 수 있다. 또한 공정출력에서 보면

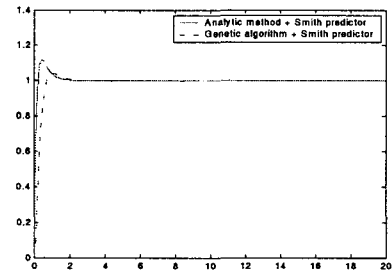
유전자 알고리즘보다 해석적인 방법을 사용한 것이 성능이 우수함을 볼 수 있다.



(a) 주파수 응답 비교



(b) 페루프 시간응답 비교



(c) 제어 성능 비교

그림 5 Example 3에 대한 응답특성

Fig. 5 Responses for example 3

## 6. 결론

본 논문에서는 다양한 공정에 우수한 성능을 갖는 PID 제어기 동조 방법을 제안하였다. 고차계의 시스템을 시지연을 갖는 2차 지연(SOPTD) 모델로 축소하여, SOPTD 모델에 대하여 PID 제어기를 설계하는 방법을 사용하였다. 먼저 Nyquist 선도 상에서 네 개의 점을 사용하여 축소 모델을 구하는 방법을 제안했으며, 또한 Nyquist 선도상에서 위상이  $-\pi$  점이 존재하지 않을 경우 적용할 수 없었던 Wang 방법을 개선하여 모든 경우에 축소모델을 구할 수 있는 확장된 알고리즘을 제시하고, 최적화 알고리즘인 경사하강법과 유전자 알고리즘을 사용하여 정교한 SOPTD 모델을 구하였다. SOPTD 모델에 대한 제어 방법으로서 시지연의 보상에 효과적인 Smith predictor와 PID 제어기를 적용하였으며, 성능지수 ITAE를 최소로 하는 PID 제어기의 최적의 파라미터를 축소 모델의 계수와 지연 시간으로부터 직접적으로 구할 수 있음을 증명하여 제시하였다.

시뮬레이션을 통하여 다양한 공정에 대하여 본 논문에서 제안한 방법을 적용하여, 모델축소 방법의 정확성 및 제어기 성능의 개선을 보였다.

### 감사의 글

본 연구는 2003년도 원광대학교의 지원에 의하여 이루어진 연구로서, 관계부처에 감사 드립니다.

참 고 문 헌

- [1] K.J.Astrom and T.Hagglund, "Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins", Automatica, vol. 20, no. 5, pp. 645-651,1984.
- [2] W.K.Ho, C.C.Hang, W.Wojsznis, and Q.H.Tao, "Frequency domain approach to self-tuning PID control", Contr.Eng. Practice, vol, 4, no.6, pp.807-813, 1996
- [3] W.K.Ho, O.P.Gan, E.B.Tay, and E.L.Ang, "Performance and gain and phase margins of well-known PID tuning formulas", IEEE Trans. Contr. Syst. Technol., vol. 4, pp. 473-477, 1996
- [4] M.Zhuang and D.P.Atherton, "Automatic tuning of optimum PID controllers", Proc. Inst. Elect. Eng., vol. 140, pt. D, no. 3, pp. 216-224, May 1993.
- [5] K.J.Astrom, "Automatic tuning of PID regulators", Instrument Soc. Amer., 1998
- [6] W.K.Ho, C.C.Hang, and L.S.Cao, "Tuning of PID controllers based on gain and phase margin specifications", Automatica, vol. 31, no. 3, pp. 497-502, 1995.
- [7] K.Y.Kong, S.C.Goh, C.Y.Ng, H.K.Loo, K.L.Ng, W.L. Cheong, and S.E.Ng, "Feasibility report on frequency domain adaptive controller", Dept. Elect. Eng., Nat. Univ. Singapore, Internal Rep., 1995.
- [8] Q.G.Wang, T.H.Lee, H.W.Fung, Q.Bi and Y. Zhang, "PID tuning for improved performance", IEEE Trans. Contro. Syst. Technol., vol. 7, no.4, pp. 457-465, July 1999.
- [9] Y.Shamash, "Model reduction using the Routh stability criterion and the Pade approximation technique", Int. J. Control, vol. 21, No. 3, pp. 475-484, 1975
- [10] David E. Goldberg, "Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning", Addison - Wesley Publishing Company, Inc, 1989
- [11] W.K.Ho, T.H.Lee, H.P.Han, and Y.Hong, "Self-Tuning IMC-PID Control with Interval Gain and Phase Margins Assignment", IEEE Trans. Contro. Syst. Technol, vol. 9, no.3, may 2001, pp.535-541
- [12] Qing-Guo Wang, Chang-Chieh Hang, and Qiang Bi, "A Technique for Frequency Response Identification from Relay Feedback", IEEE Trans. Contro. Syst. Technol.,vol.7,no.1,January 1999, pp.122-128
- [13] 조준호, 김정철, 김진권, 최정내, 황형수, "Model Reduction Algorithm Using Nyquist Curve in Frequency Domain", Journal of Control, Automation and System Engineering, Vol. 8, No.6, June, 2002, pp. 439-444
- [14] 최정내, 조준호, 황형수, "Smith-Predictor Controller Design Using New Reduction Model", Trans. KIEE, Vol. 52D, No. 1, JAN. 2003 pp. 9-15

저 자 소 개



최 정 내(崔正乃)

1974년 1월 15일생. 1997년 원광대 제어계측공학과 졸업. 1999년 동 제어계측공학과 졸업(석사). 2000년 동 대학원 전기공학과 박사과정. 관심분야 : 지능제어 및 하드웨어 설계  
E-mail : cjn9828@wonkwang.ac.kr



조 준 호(趙俊浩)

1974년 10월 24일생. 2000년 원광대 제어계측공학과 졸업. 2002년 동 대학원 제어계측과 졸업(석사). 2002년 동 대학원 제어계측과 박사과정. 관심분야 : 지능제어 및 모델링 분야  
E-mail : cho1024@wonkwang.ac.kr



이 원 혁(李元赫)

1973년 1월 2일생. 1997년 원광대 제어계측공과 졸업. 1999년 동 대학원 제어계측과 졸업(석사). 2003년 동 대학원 제어계측과 박사과정. 관심분야 : 지능제어 및 로봇릭스  
E-mail : controll1@wonkwang.ac.kr



황 형 수(黃炯秀)

1955년 8월 2일생. 1981년 전북대 전기공학과 졸업. 1983년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1987년 동 대학원 전기공학과 졸업(박사). 1991-1992년 University of Ottawa, Canada (Post -Doc). 1988~현 원광대학교 전기전자 및 정보공학부 교수. 관심분야 : 퍼지 및 지능제어, 이산사건시스템 및 제어 등.  
Tel : 063-850-6345, Fax : 063-850-6345  
E-mail : hshwang@wonkwang.ac.kr