

축방향 난류경계층에서 벽면마찰 섭동량의 공간 및 시간에 따른 특성

신 동 신[†]

홍익대학교 기계시스템디자인공학과

Space-Time Characteristics of the Wall Shear-Stress Fluctuations in a Low-Reynolds Number Axial Turbulent Boundary Layer

D. S. Shin[†]

Mechanical System Design Engineering Department, Hongik University, Seoul 121-791, Korea

(Received August 11, 2003; revision received September 15, 2003)

ABSTRACT: Direct numerical simulation database of an axial turbulent boundary layer is used to compute frequency and wave number spectra of the wall shear-stress fluctuations in a low-Reynolds number axial turbulent boundary layer. One-dimensional and two-dimensional power spectra of flow variables are calculated and compared. At low wave numbers and frequencies, the power of streamwise shear stress is larger than that of spanwise shear stress, while the powers of both stresses are almost the same at high wave numbers and frequencies. The frequency/streamwise wave number spectra of the wall flow variables show that large-scale fluctuations to the rms value is largest for the streamwise shear stress, while that of small-scale fluctuations to the rms value is largest for pressure. In the two-point auto-correlations, negative correlation occurs in streamwise separations for pressure and spanwise shear stress, and in spanwise correlation for both shear stresses.

Key words: Turbulent boundary layer(난류경계층), Direct numerical simulation(직접수치해법), Convex curvature(횡방향 곡률)

기 호 설 명

a : 무한실리더의 반지름
 C_f : 마찰계수
 L : 길이
 Re : Reynolds 수
 u_τ : 마찰속도

그리스 문자

δ : 경계층 두께
 τ : 벽 전단응력
 Φ : 파워 스펙트럼

상첨자

$+$: 벽 단위

하첨자

w : 벽

[†] Corresponding author

Tel.: +82-2-320-1477; fax: +82-2-324-8911

E-mail address: dsshin@hongik.ac.kr

1. 서 론

관과 같이 횡방향으로 곡률을 가지는 물체의 축방향으로 흐르는 난류유동은 건물 내부에서 관 외부에 축방향으로 유동이 존재하는 경우와 같이 공학적으로 많은 응용 분야가 존재하나, 곡률의 영향이 크기 위해서는 상당히 큰 곡률을 가져야 하기 때문에 평판 위의 유동에 비하여 상대적으로 관심을 받지 못하였다. 이와 같은 곡률을 가지는 물체 바깥의 난류유동에서는 평판 위에서의 유동에 부가적인 길이척도로서 축대칭 물체의 반경인 a 가 존재하게 되며, 이에 따라 평판에서의 유동결과와 다른 현상을 나타내게 된다.⁽¹⁾ 그러나 지금까지의 대부분의 연구는 평판 난류경계층에서의 벽면압력변동의 해석⁽²⁻³⁾에 집중되었으며, 평판 난류경계층에서의 벽면마찰 섭동량에 대한 연구는 최근에 수행되기 시작하였다.⁽⁴⁾ 곡률이 있는 경우에는 벽면압력변동에 대한 해석 결과만이 보고된 바 있다.⁽⁵⁾ 본 연구는 축방향 난류경계층의 직접 수치해석 결과를 이용하여 축방향과 횡방향의 파동수 및 주파수의 함수로서 벽면압력 및 마찰섭동량에 대한 스펙트럼을 연구한 것이다.

2. 수치해석

횡방향의 곡률을 가지는 3차원 난류경계층에 대한 해석 결과를 얻기 위하여 직접 수치모사를 사용하였다. 직접 수치모사방법은 3차원 난류유동장의 계산에 적합하며, 유동장의 동적인 특성을 해석할 수 있다. 본 코드는 Choi and Moin⁽²⁾에 의해 개발된 Implicit 방법을 사용하여 비정상 계산을 수행하며, 대류항 및 점성항은 2차 정도의 정확도를 가지는 Crank-Nicolson을 사용하여 계산된다.

모델은 무한히 긴 실린더 외부의 축방향의 유동⁽⁶⁾을 가정하였다. 원주방향과 반경방향에 대하여는 일반좌표계를 사용하며, 축방향에 대하여는 직교좌표계를 사용하였다. 축방향으로는 무한히 긴 실린더를 위하여 주기적 조건을 만족하도록 하고, 반경방향으로는 반무한 공간을 고려하였다. 경계조건은 원주방향과 축방향에 대하여 주기조건을 설정하였으며, 반경방향에 대하여는 점착/비점착 경계조건을 적용하였다. 고려한 지배방정식은 비압축성 유체의 연속 및 운동량방정식이다.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} \quad (2)$$

본 연구에서 고려한 유동은 원주방향(2방향) 및 축방향(3방향)으로는 균일하다고 가정하였다. 반경방향(1방향)의 반무한 공간은 $r \in [a, a+1]$ 인 유한한 공간으로 고려하였다. 여기서 a 는 무한 실린더의 반지름을 나타내며, 유동의 경계층의 두께인 δ 는 1로서, 반무한 공간에서의 경계조건은 $r = a+1$ 에서 사용하였다. 유동은 약한 압력구배에 의하여 유지되며, 존재하는 층류 유동의 해석해를 초기조건으로 사용하였다.

경계조건으로 실린더의 표면인 $r = a$ 에서는 점착조건을 사용하였다.

$$\vec{u}|_{r=a} = 0 \quad (3)$$

축방향으로는 유한한 길이인 L_3 를 선택하여 주기조건을 사용하였으며, 원주방향으로도 주기조건을 사용하였다. 반경방향의 반무한 공간에서의 경계조건은 $u_3 \rightarrow u_\infty$ 이고, $u_1, u_2 \rightarrow 0$ 이다. 계산이 수행되는 계산영역의 경계인 $r = a+1$ 에서 우리는 다음과 같은 조건을 사용하여 위의 조건과 같은 상태를 만족하도록 하였다. 즉, 축방향과 원주방향의 속도에 의한 전단응력이 없으며, 반경방향으로의 속도가 0이라고 하였다.

$$u_1|_{r=a+1} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_2}{r} \right) \Big|_{r=a+1} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_3}{r} \right) \Big|_{r=a+1} = 0$$

계산격자에 있어서 원주방향과 축방향으로는 균일격자를 사용하였으며, 반경방향으로는 불균일격자를 사용하였다. 반경방향의 격자를 결정하기 위하여 난류유동의 구조를 잘 계산한다고 알려져 있는 hyperbolic tangent 함수를 사용하였다.

앞에서 언급한 바와 같이 본 유동이 통계적 정상상태에 도달하기 위하여는 일정한 질량유속을

가져야 하며, 이를 위해서는 약한 축방향의 압력 구배 $-dp/dx_3$ 를 가하여야 한다. 이와 같은 축방향의 압력구배에 대한 영향을 고려하여 직접 수치계산을 수행하였다. 직접 수치계산에서는 무한 실린더 주위의 유동에 곡률이 미치는 영향을 살펴보기 위하여 경계층의 두께가 실린더 반지름의 다섯 배인 경우를 고려하였다. 계산은 큰 에디 모사법이 아직 정확히 검증되어 있지 못하여 직접 수치해석방법을 적용하였다. 계산에 사용한 격자는 $64 \times 95 \times 192$ 이며, 계산은 표면 마찰계수인 C_f 가 어느 정도 수렴하여 통계적으로 평형상태에 도달할 때까지 수행하였다. 난류경계층으로부터 구한 레이놀즈수는 경계층 길이를 기준으로 3,400이다.

3. 주파수 스펙트럼 계산방법

파워 스펙트럼은 Choi and Moin⁽²⁾에서와 같은 방법을 사용하여 구하였다. 본 연구에서는 이전에 계산된 완전발달 축방향 난류유동⁽⁶⁾을 사용하였다. 시간간격은 $\Delta t' = 1.705 \times 10^{-3} \delta/u_\tau$ 로 하여 4,992시간간격(time steps) 만큼 계산하였다. 계산에 쓰일 샘플링 시간간격(sampling resolution)은 $\Delta t = 3.41 \times 10^{-3} \delta/u_\tau$ ($\Delta t^+ = 0.657$)이고, 총 샘플 개수 $N=2496$, 총 소요시간 $T_N=8.51 \delta/u_\tau$ 이다. 전체 샘플들은 50%씩 겹쳐서 12개의 단위조들

로 나누어졌으며 ($m=12$), 각 단위조들은 $M=2N/(m+1)=384$ 개씩의 샘플들로 이루어져 있다. 따라서 주파수 범위는 $0 \leq \omega \leq 916 u_\tau/\delta$, 주파수 간격은 $\Delta\omega = 4.55 u_\tau/\delta$ 이다.

본 연구에서 샘플링한 함수는 벽면에서의 압력 및 전단응력의 섭동량, $\tau_1(x, z, t) = \mu \partial u' / \partial y|_w$ 과 $\tau_3(x, z, t) = \mu \partial w' / \partial y|_w$ 들이다. 여기서 x, z 는 각각 횡방향과 축방향을 나타낸다. 각각의 함수들은 시간축, 주유동방향 및 횡방향으로 각각 푸리에 변환하여 파워밀도(power spectral density), $\Psi(k_1, k_3, \omega)$ 가 구해진다. k_1 은 횡방향 파동수(wave number)이고, k_3 은 주유동방향 파동수로서 각각 $0 \leq k_1 \leq 31.5/\delta$, $0 \leq k_3 \leq 47.5/\delta$ 의 범위와 $\Delta k_1 = 1.0/\delta$, $\Delta k_3 = 0.5/\delta$ 의 간격을 가진다. 파워밀도를 하나 또는 두 개의 변수에 대해 적분을 하면, 1차원 파워 스펙트럼 $\phi(k_1)$, $\phi(k_3)$, $\phi(\omega)$ 및 2차원 파워 스펙트럼 $\Phi(k_1, k_3)$, $\Phi(k_3, \omega)$ 을 구할 수 있다.

4. 파워 스펙트럼

Fig. 1은 $\tau_1 = \mu \partial u' / \partial y|_w$ 과 $\tau_3 = \mu \partial w' / \partial y|_w$ 의 1차원 파워 스펙트럼을 보여주고 있다. 각 파워 스펙트럼은 다음의 조건을 만족한다.

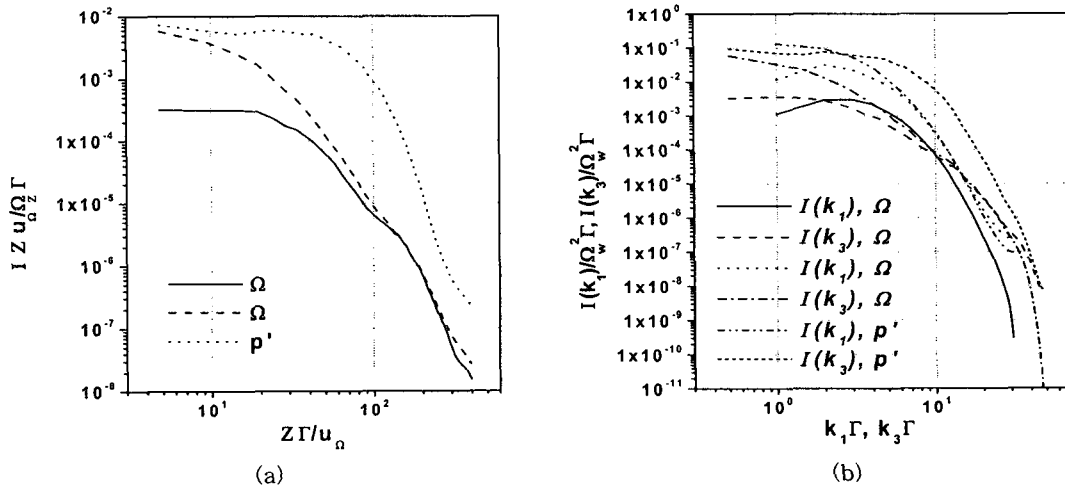


Fig. 1 Spectra of the wall-shear stress fluctuations. (a) Frequency (b) stream and spanwise wave numbers.

$$\begin{aligned}
 \int_0^\infty \phi(\omega) d\omega &= \int_0^\infty \phi(k_1) dk_1 \\
 &= \int_0^\infty \phi(k_3) dk_3 \quad (5) \\
 &= \tau_{1rms}^2 \quad \text{혹은} \quad \tau_{3rms}^2
 \end{aligned}$$

Fig. 1(a)에서 보는 바와 같이 τ_1 의 주파수 파워 스펙트럼 $\phi(\omega)$ 는 저주파수 영역에서는 거의 일정하나 τ_3 의 파워 스펙트럼은 주파수가 증가함에 따라 감소하는 경향을 나타내고 있다. Fig. 1(b)의 $\phi(k_3)$ 는 Fig. 1(a)의 $\phi(\omega)$ 와 비슷한 경향을 나타내고 있어 벽면에서의 전단응력의 강한 대류성을 나타내고 있다. 반면에 $\phi(k_1)$ 은 $\phi(k_3)$ 이나 $\phi(\omega)$ 와 상당히 다른 경향을 보인다. $\phi(k_1)$ 은 저파동수 영역에서는 증가하여 τ_1 과 τ_3 모두 약 $k_1\delta \approx 1$ 에서 최대값을 보인 후 고파동수 영역에서는 감소한다. $k_1\delta \approx 1$ 에서 최대값을 보이는 것은 실린더 벽에서의 줄무늬 구조와 관련이 있다. 저주파수 및 저파동수에서는 스펙트럼 τ_3 가 스펙트럼 τ_1 보다 크나 고주파수 및 고파동수에서는 크기가 거의 같아 작은 스케일의 섭동량에 있어서는 τ_1

과 τ_3 가 크기가 거의 같음을 보이고 있다. 각 전단응력에 대하여 비교해 보면, τ_1 의 경우에는 $\phi(k_3)$ 가 $\phi(k_1)$ 보다 모두 파동수 영역에서 크며, τ_3 의 경우에는 저파동수 영역에서는 $\phi(k_3)$ 가 $\phi(k_1)$ 보다 크나 고파동수 영역에서는 $\phi(k_1)$ 이 $\phi(k_3)$ 보다 약간 큰 경향을 나타낸다. 따라서 횡방향 전단응력은 모든 스케일에 있어서 축방향의 섭동량이 크며, 축방향 전단응력은 작은 스케일의 섭동량의 경우 횡방향 섭동량이 더 활동적일 것으로 생각된다.

Fig. 2는 축방향 벽면 전단응력의 파워 스펙트럼을 기존의 채널 유동실험 결과들과 비교한 것이다. Choi and Moin⁽²⁾은 벽면압력 섭동량의 스펙트럼은 Reynolds 수에 관계없이 고주파수 영역에서는 내부 변수인 u_r 와 ν 로 표준화하면 일치하며, 저주파수 영역에서는 외부변수인 U_0 와 δ^* 로 표준화하면 일치한다고 보고한 바 있다. 여기서 U_0 와 δ^* 는 자유유동의 속도와 배제 경계층 두께이다. Fig. 2의 (a)와 (b)는 $\phi(\omega)$ 의 스펙트럼을 각각 내부 변수 및 외부 변수로 무차원화하여 그린 것이다. Jeon and Choi⁽⁴⁾는 채널 유동의 직접

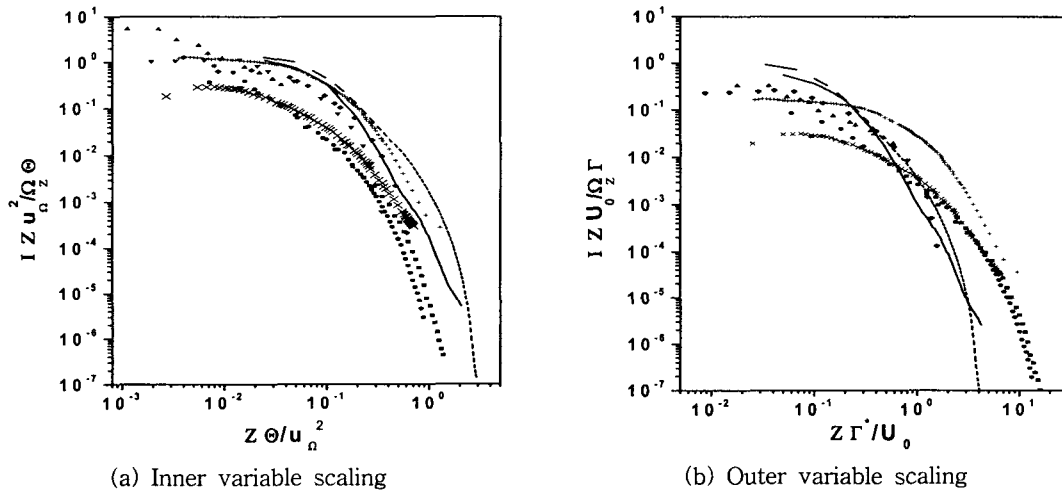


Fig. 2 Frequency spectra of the wall shear-stress fluctuations of τ_3 : —, $Re_\tau=193$ (present study); - - -, $Re_\tau=180$ (Jeon and Choi⁽⁴⁾); \blacktriangledown , $Re_\tau=289$ (Sreenivasan and Antonia⁽⁷⁾); \blacklozenge , $Re_\tau=554$ (Sreenivasan and Antonia⁽⁷⁾); $+$, $Re_\tau=896$ (Wietrzak and Lueptow⁽⁸⁾); \times , $Re_\tau=1850$ (Yang⁽⁹⁾); \blacktriangle , $Re_\tau=3060$ (Madavan et al.⁽¹⁰⁾); \blacksquare , $Re_\tau=2669$ (Keith and Bennett⁽¹¹⁾); \bullet , $Re_\tau=3966$ (Keith and Bennett⁽¹¹⁾).

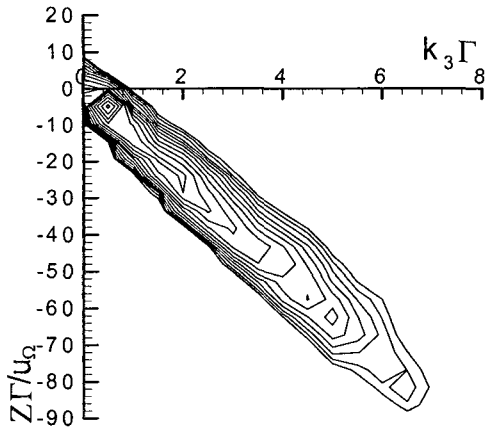
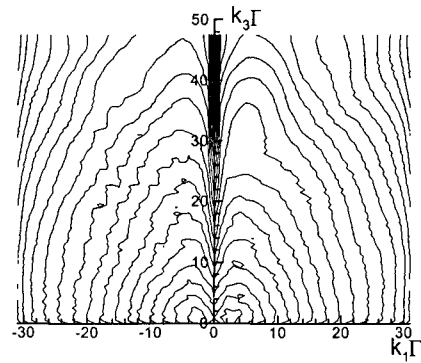


Fig. 3 Contours of $\Phi(k_3, \omega)$ for p_w . Contour levels are distributed from 10^{-3} to 10^{-6} .

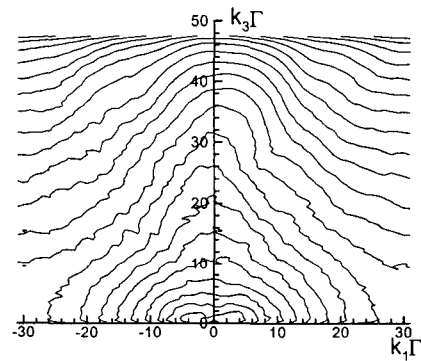
수치해석 결과를 가지고 이와 같은 비교를 수행하여 벽면 전단응력은 하나의 곡선으로 나타낼 수 없다고 보고하였다. 그들의 결과와 비교하여 볼 때, 곡률이 존재하는 경우 파워 스펙트럼은 전반적으로 낮은 값을 보이고 있음을 알 수 있다.

Fig. 3은 $\Phi(k_3, \omega)$ 의 주파수/축방향 파동수의 2차원 스펙트럼을 p_w 에 대하여 나타낸 것이다. 각 스펙트럼에서 나타나는 좁은 띠 모양의 등고선들은 섭동량이 주유동 방향으로 강하게 전파됨을 보여주고 있으며, τ_1 과 τ_3 도 비슷한 경향을 나타낸다.

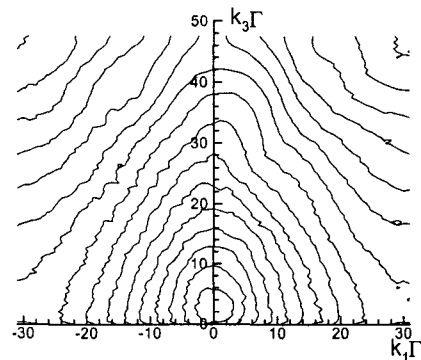
Fig. 4는 벽면유동변수들의 주유동/횡방향 파동수의 스펙트럼인 $\Phi(k_1, k_3)$ 를 나타낸 것이다. 평판 채널유동⁽⁴⁾과 달리 등고선들은 횡방향으로 크게 늘어나 있는 형상을 보이지 않아 섭동량이 어느 한 방향으로 강하게 분포된다는 결론을 내리기는 어렵다. τ_1 의 등고선은 평판 채널 유동의 경우와 마찬가지로 $k_1=0$ 인 선의 양쪽에 두 개의 동심원을 가지며 $k_1=0$ 인 선을 따라 골이 존재하는데, 그 골은 평판 채널 유동의 경우보다 훨씬 깊은 형태를 취하고 있다. 또한 τ_1 과 τ_3 의 등고선은 $k_3 = \pm k_1$ 를 따라서 약한 골을 가지며, τ_3 의 등고선은 원점에서 가장 큰 값을 보이고 있다. p_w 의 등고선은 τ_3 의 등고선과 비슷한 형태를 가지나 중심이 원점에서 약간 위로 올라온 곳에 위치한다.



(a) τ_1



(b) τ_3



(c) p_w

Fig. 4 Contours of $\Phi(k_1, k_3)$. Contour levels are logarithmically distributed from 10^{-20} to 10^{-8} .

Fig. 5는 벽면마찰 섭동량의 이점 자체 상관관계를 주유동 방향과 원주 방향의 분리길이의 함수로서 나타낸 것이다. 그림으로부터 벽면마찰용력 섭동량의 공간적 분포가 벽면압력 섭동량의 분포와 매우 다른 것을 알 수 있다. 원주 방향에

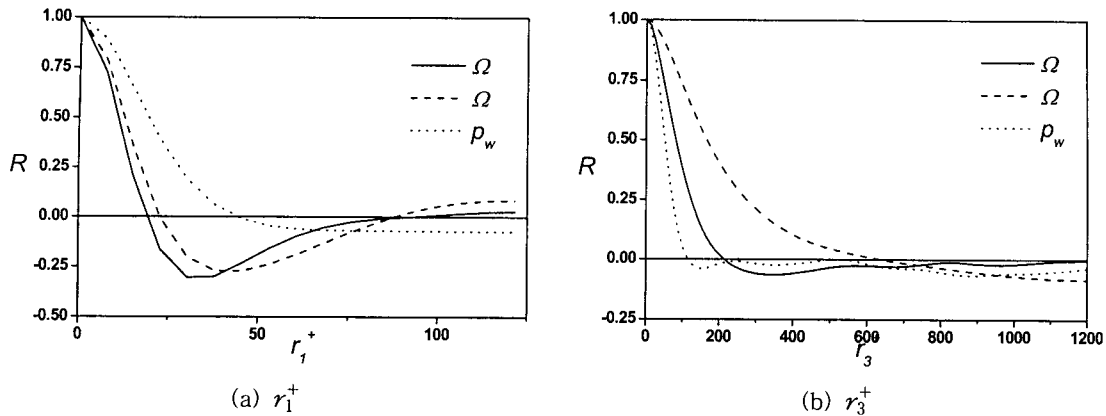


Fig. 5 Two-point auto-correlation as functions of separation distance in the streamwise and circumferential directions.

있어서 짧은 분리길이에 대하여 벽면마찰 섭동량들이 음의 상관관계를 나타내는 데 반하여 압력은 양의 상관관계를 나타내나 긴 분리길이에 대하여는 반대가 된다. 벽면압력은 $r_3^+ \approx 150$ 에서 음의 최저값을 가지며, τ_1 과 τ_3 는 $r_1^+ \approx 30$ 과 40에서 각각 음의 최저값을 가진다.

Fig. 6은 τ_1, τ_3 및 p_w 의 $R(r_x^+, r_z^+)$ 의 등고선을 나타낸 것이다. τ_3 의 등고선은 유동 방향으로의

streak들로 인하여 길게 늘어난 형태를 띠고 있다. τ_1 과 τ_3 는 원주 방향으로 음의 등고선을 보이거나 p_w 는 주유동 방향으로 음의 값을 보이고 있다. 또한 등고선들이 엄격한 대칭을 이루고 있지는 않으며 채널 유동에서도 비슷한 결과를 보인다.⁽⁴⁾

5. 결 론

직접 수치모사 프로그램을 사용하여 계산한 무한 실린더 주위의 3차원 난류유동 결과로부터 축방향 난류경계층에서의 벽면마찰응력 섭동량의 공간 및 시간에 따른 특성을 살펴보았다. 낮은 파동수와 주파수에서는 축방향 전단응력의 파워가 횡방향 전단응력의 파워보다 크나, 높은 파동수와 주파수에서는 거의 비슷한 값을 나타내었다. 벽면 전단응력의 일차원 축방향 파동수 파워 스펙트럼 및 주파수 파워 스펙트럼은 축방향 전단응력이 강한 대류성을 지니고 있음을 보였으며, 평균 유동의 경우에 비하여 전반적으로 낮은 파워 스펙트럼을 지니고 있음을 알 수 있었다. 주파수/축방향 파동수의 2차원 파워 스펙트럼은 섭동량이 주 유동방향으로 강하게 전파됨을 보였으며, 주유동/횡방향 파동수 스펙트럼으로부터는 섭동량이 모든 방향으로 고르게 분포함을 알 수 있었다. 이점 자체 상관관계에서 축방향으로는 압력과 횡방향 전단응력이 음의 상관관계를 보였으며, 횡방향으로는 전단응력들이 모두 음의 상관관계를 나타내었다.

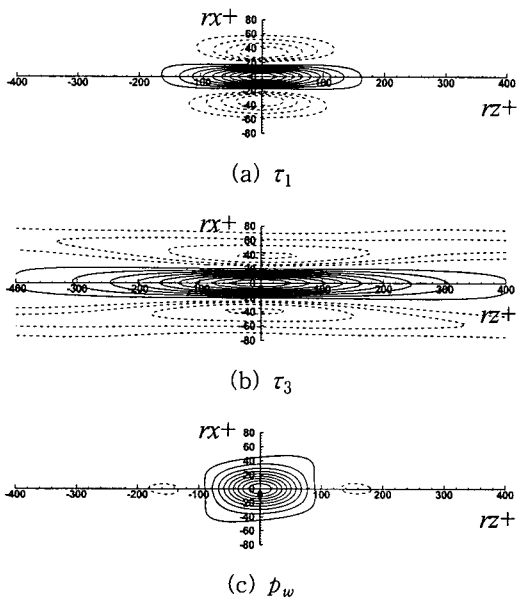


Fig. 6 Contours of two point auto-correlation $R(r_x^+, r_z^+) = f(x, z)f(x+r_x^+, z+r_z^+)/f_{rms}^2$.

후 기

이 연구는 과학재단 특장기초연구(과제번호 : 2001-401) 연구비에 의해 연구되었으며, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

1. Seban, R. A. and Bond, R., 1951, Skin friction and heat transfer characteristics of a laminar boundary layer on a cylinder in axial incompressible flow, *J. of Aero. Sci.* 18, pp. 671-675.
2. Choi, H. and Moin, P., 1990, On the space-time characteristics of the wall pressure fluctuations, *Phys. Fluids A*, Vol. 2, pp. 1450-1460.
3. Farabee, T. M. and Casarella, M. J., 1991, Spectral features of wall pressure-fluctuations beneath turbulent boundary-layer, *Phys. Fluids*, Vol. 5, p. 2410.
4. Jeon, S., Choi, H., Yoo, J. Y. and Moin, P., 1999, Space-time characteristics of the wall shear-stress fluctuations in a low-Reynolds-number channel flow, *Phys. Fluids*, Vol. 11, pp. 3084-3094.
5. Neves, J. C., Moin, P. and Moser, R. D., 1994, Effects of convex transverse curvature on wall-bounded turbulence—Part 1: The velocity and vorticity, *J. Fluid Mech.*, Vol. 226, pp. 349-381.
6. Shin, D. S., 2000, Direct numerical simulation of 3-dimensional axial turbulent boundary layers with spanwise curvature, *KSME International Journal*, Vol. 14, No. 4, pp. 441-447.
7. Sreenivasan, K. R. and Antonia, R. A., 1977, Properties of wall shear stress fluctuations in a turbulent duct flow, *J. Appl. Mech.*, Vol. 44, p. 389.
8. Wietrzak, A. and Lueptow, R. M., 1994, Wall shear stress and velocity in a turbulent axisymmetric boundary layer, *J. Fluid Mech.*, Vol. 239, p. 191.
9. Yang, J., 1996, Correlation of the wall skin-friction and streamwise velocity fluctuations in a turbulent boundary layer, Ph.D. thesis, Dept. of Mechanical Engineering, Seoul National Univ., Seoul, Korea.
10. Madavan, N. K., Deutsch, S. and Herkle, C. L., 1985, Measurements of local skin friction in a microbubble-modified turbulent boundary layer, *J. Fluid Mech.*, Vol. 156, p. 237.
11. Keith, W. L. and Bennett, J. C., 1991, Low-frequency spectra of the wall shear stress and wall pressure in a turbulent boundary-layer, *AIAA J.*, Vol. 29, p. 526.