

선체반류를 고려한 프로펠러 최적 스큐화

문일성^{†*}, 김건도^{**}, 유용완^{***}, 류민철^{****}, 이창섭^{**}

한국해양연구원 해양시스템안전연구소*, 충남대학교 선박해양공학과**
한진중공업^{***}, 대우조선해양^{****}

Propeller Skew Optimization Considering Varying Wake Field

Il-Sung Moon^{*}, Gun-Do Kim^{**}, Yong-Wan Yu^{***}, Min-Cheol Ryu^{****}
and Chang-Sup Lee^{**}

Korea Research Institute of Ship and Ocean Eng., KORDI^{*}
Dept. of Naval Architecture and Ocean Eng., Chungnam National Univ.^{**}
Hanjin Heavy Industries & construction^{***}, Deawoo Shipbuilding and Marine Eng.^{****}

Abstract

Propellers operating in a given nonuniform ship wake generate unsteady loads leading to undesirable stern vibration problems. The skew is known to be the most proper and effective geometric parameter to control or reduce the fluctuating forces on the shaft. This paper assumes the skew profile as either a quadratic or a cubic function of the radius and determines the coefficients of the polynomial function by applying the simplex method. The method uses the converted unconstrained algorithm to solve the constrained minimization problem of 6-component shaft excitation forces. The propeller excitation was computed either by applying the two-dimensional gust theory for quick estimation or by the fully three-dimensional unsteady lifting surface theory in time domain for an accurate solution. A sample result demonstrates that the shaft forces can be further reduced through optimization from the original design.

※Keywords: Skew optimization(스큐 최적화), Lifting surface theory(양력면 이론), Simplex method(단체법), unsteady force(변동력), wake field(반류장)

1. 서 언

접수일: 2003년 7월 19일, 승인일: 2003년 9월 30일

† 주저자, E-mail: misprop@kriso.re.kr

Tel: 042-868-7255

선박의 대형화와 고속화에 따라 프로펠러에 작용하는 하중이 증대되면서 프로펠러에 의해 발생하는 기진력에 대한 관심이 커지고 있다. 진동문제

는 설계시, 추진시스템의 고유진동수를 수정하거나 프로펠러의 날개수를 조정하여 공진조건(resonance condition)을 피함으로써 진동문제를 다소 완화시킬 수 있다. 그러나, 근본적인 진동의 감소를 위해서는 진동의 원인으로 작용하는 기진력을 최소화하여야 한다. 일반적으로 프로펠러는 불균일한 반류속에서 작동하게 되며, 이는 기진력 발생의 주요원인으로 작용하게 된다. 기진력 발생을 감소시키기 위한 방법으로는 진동관점에서 유리한 반류장(wake field)을 얻는 선형설계가 있을 수 있다. 그러나 선형은 프로펠러 관점에서만 설계가 이루어지지 않기 때문에 기진력의 감소를 위해 선형을 수정하는 것에는 어려움이 있다. 따라서, 프로펠러에 의한 기진력 감소는 프로펠러 설계시에 기진력을 최소화 할 수 있도록 고려되어야 한다. 기진력은 불균일한 반류속에서 작동하는 프로펠러에 작용하는 변동력(unsteady force)에 기인하며, 스큐분포는 변동력을 제어할 수 있는 가장 큰 형상요소(geometric parameter)로 알려져 있다. 따라서, 프로펠러 날개의 위상이 돌풍(Gust)의 위상과 불일치하도록 하여 한 날개 안에서 변동양력이 서로 상쇄되도록 최적의 스큐분포를 결정함으로써, 기진력을 최소화 할 수 있다. 최적스큐는 프로펠러 축 기진력의 감소뿐 아니라, 선체 표면전달 기진력의 감소에도 크게 기여하며, 캐비티의 초기발생을 지연시키기도 한다. 본 연구의 목적은 반류를 고려하여 6-성분 축 기진력이 최소화 될 수 있는 최적 스큐분포를 구하는 전산 프로그램의 개발에 있으며, 이후의 프로펠러 설계에 효과적으로 쓰이게 하기 위한 것이다.

본 논문에서는 기존에 설계된 프로펠러의 스큐분포를 이용한 3차원 프로펠러의 해석결과와 최적화된 스큐분포를 이용한 프로펠러의 해석결과를 비교한 내용을 보인다. 해석에 사용된 프로펠러는 KRISO에서 제작된 프로펠러이며, 최적화 된 스큐분포는 본 연구의 목적으로 개발된 최적 스큐분포 계산프로그램을 이용하여 구하여진 스큐분포이다. 스큐분포가 2, 3차 식의 곡선분포를 따른다고 가정하여 각각에 대한 최적 스큐분포를 계산하였으며, 특별히 2차 식으로 가정한 스큐분포에 대하여는 그 최적 스큐분포를 변화하여 가면서 프로펠러

에 걸리는 축 기진력 및 프로펠러 성능해석을 수행하였다. 프로펠러 해석을 위해서는 비정상 양력면 이론(unsteady lifting surface theory)(Lee 1979, Kerwin 1978)이 사용되었으며, 계산은 시간영역(time domain)에서 수행되었다.

2. 스큐 최적화 이론

최적화 이론을 통하여 우리가 결정해야 할 미지수는 각 반경마다의 스큐분포 $\theta(r)$ 이다. 본 연구에서는 최적화 된 스큐분포를 찾기 위해 스큐를 몇 개의 파라미터(parameter)의 함수로 가정하여, 수학적인 비선형 문제로 정식화하여 문제를 해석하게 된다. 먼저 스큐분포가 2, 3차 식의 곡선분포를 따른다고 가정하며, 이런 가정 속에 구속조건(constraint)을 두어 6-성분 기진력이 최소화되게끔 스큐분포를 구하게된다. 구속 최소화 문제(constrained minimization problem)를 풀기 위한 알고리즘은 아래에 간략히 설명되어있다. 구하여진 스큐분포는 설계자가 요구하는 구속조건과 파라미터 값에 맞는 최적해로서, 축 기진력, 변동압력, 추진성능 등의 요소를 검토하여 구속조건과 파라미터 값을 변화시켜가며, 모든 면에서 만족할 수 있는 스큐분포를 시행오차법(trial and error manner)을 통해 구하여야한다.

2.1 Cost function

본 최적화 수치기법은 독립적인 매개변수로 이루어진 비선형 함수를 최소화할 수 있는 목적으로 개발되었으며, 최소화 될 비선형 함수 $F(\mathbf{x})$ 는 매개변수 \mathbf{x} 와 6-성분 기진력의 항으로 표현된다. cost function $F(\mathbf{x})$ 를 계산하기 위해서는 6-성분 기진력의 계산이 요구되며, 기진력 계산을 위해서 2가지의 해석방법이 사용되었다. 첫째는 2-D Gust theory에 의한 방법(UM/MAME Report)으로서, 프로펠러를 반경마다의 2차원 날개단면의 연속으로 생각하여 주어진 반류에 대하여 6-성분 기진력을 추정하게된다. 다음은 3차원 비정상 양력면 이론(unsteady lifting surface theory)에 의한 6-성분 기진력의 추정으로 2-D Gust theory보다는 좀더 정확한 예측을 기대할 수 있지만, 계산

이 시간영역에서 수행되므로 많은 계산시간을 요구하게 된다.

$$\min F(\mathbf{x}) \quad (1)$$

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^6 w_i \frac{F_i}{F_i} \quad (2)$$

여기서, $F(\mathbf{x})$ 는 cost function, \mathbf{x} 는 독립적인 n 차원 매개변수 벡터이며, F_i 는 6-성분 기진력 이다. \mathbf{x} 는 프로펠러 설계자가 고려해야 할 초기값으로 스쿼 최적화에 있어 중요한 파라미터로 작용한다.

2.2 Constraint

우리는 공학문제에 있어 제한적 범위 내에서 최적해를 찾기 위한 방법으로 구속조건을 사용하곤 한다. 구속조건의 사용은 스쿼 최적화 문제를 예로 들면, 어떤 반경에서의 스쿼의 최고값 또는 최고 기울기 등을 설계자의 관점에 따라 구속조건으로 사용할 수 있다. 제한된 범위 내에서의 구속조건을 일반적인 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$g_{i, \min} \leq g_i(\mathbf{x}) \leq g_{i, \max} \quad (3)$$

최소값에 대하여 구속조건 함수 $G_i(\mathbf{x})$ 는 다음과 같이 표현될 수 있으며,

$$G_i(\mathbf{x}) = \left[\frac{g_i(\mathbf{x})}{g_{i, \min}} - 1 \right] \geq 0, \text{ if } g_{i, \min} > 0 \quad (4)$$

$$G_i(\mathbf{x}) = \left[1 - \frac{g_i(\mathbf{x})}{g_{i, \min}} \right] \geq 0, \text{ if } g_{i, \min} < 0 \quad (5)$$

$$G_i(\mathbf{x}) = \left[\frac{g_i(\mathbf{x})}{g_{i, \max}} \right] \geq 0, \text{ if } g_{i, \min} = 0 \quad (6)$$

최대값에 대하여는 다음과 같다.

$$G_i(\mathbf{x}) = \left[1 - \frac{g_i(\mathbf{x})}{g_{i, \max}} \right] \geq 0, \text{ if } g_{i, \max} > 0 \quad (7)$$

$$G_i(\mathbf{x}) = \left[\frac{g_i(\mathbf{x})}{g_{i, \max}} - 1 \right] \geq 0, \text{ if } g_{i, \max} < 0 \quad (8)$$

$$G_i(\mathbf{x}) = \left[\frac{g_i(\mathbf{x})}{g_{i, \min}} \right] \geq 0, \text{ if } g_{i, \max} = 0 \quad (9)$$

따라서, 구속조건이 적용된 최소치 문제는 $G_j(\mathbf{x}) \geq 0$ 을 만족하며, $F(\mathbf{x})$ 가 최소가 되는 해를 구하면 되는 것이다.

2.3 비구속 최소화 알고리즘

스쿼최적화 문제에 있어서 구속문제를 비구속문제로 변환하기위한 EPT(external penalty function technique)의 사용에 의해 발생하는 비선형-비구속 최소화 문제를 해결하기 위해서, 본 연구에서는 최소해를 찾는 방법으로 Nelder and Mead(1965)에 의해 제안된 단체법(simplex method)을 사용하였다. 단체법은 n 차원에서 $n+1$ 개의 단체(simplex)를 정의하는 매개변수 벡터 \mathbf{x} 을 생성하여, 각 최적화 단계마다 $P(\mathbf{x}, r)$ 을 계산평가하여 매개변수 벡터 \mathbf{x} 을 확장(expansion), 반향(reflection), 수축(contraction), 감소(reduction)등의 방법을 통하여 $F(\mathbf{x})$ 가 최소값을 갖도록 최적해 \mathbf{x} 을 찾아 나간다.

2.4 프로그램 흐름도

최적 스쿼를 찾기 위한 전체적인 과정을 흐름도(flow chart)로 나타내면 Fig. 1과 같으며, 아래의 과정은 최적 스쿼분포를 찾을 때까지 반복적으로 수행된다. 본 프로그램은 스쿼 최적화시 사용자와의 상호성을 고려하여, 최적화 단계시 설계변수를 수정할 수 있도록 여러 가지 선택사항(option)이 추가되어 프로그램이 설계되었다.

3. KP652 프로펠러 성능해석

KP652 프로펠러에 대한 스쿼 최적화 및 프로펠러 성능해석은 연구 위탁기관의 의뢰에 의해 수행되었으며, 비정상 상태에서의 캐비티 해석, 축 기진력 및 변동압력 해석 등이 이루어졌다. KP652 프로펠러는 제공된 반류분포에 대해 상당한 캐비

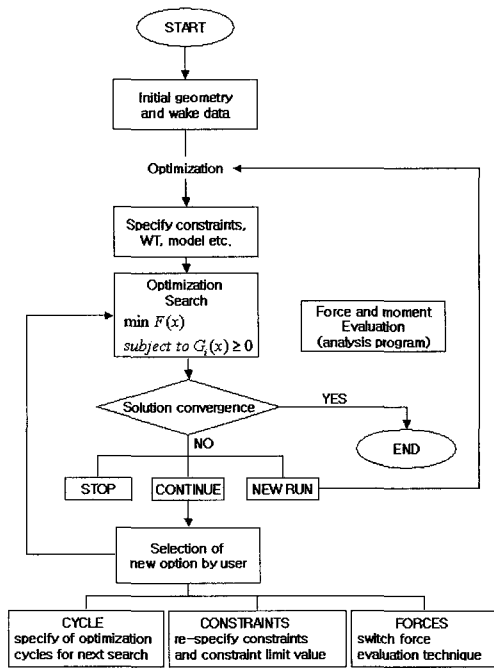


Fig. 1 Flow chart of the skew optimization program

Table 1 Principal characteristics of proeller for optimization and numerical analysis

날개수	6 개
날개직경	8.8 M
허브직경	1.76 M
프로펠러 회전수	104.05 RPM
J_A	0.648
σ	1.27

Table 2 Optimum skew model

최적스쿠 모델	스쿠분포 차수	6-성분 기진력 해석 방법
model 1	2차	2-D Gust theory
model 2	2차	2-D Gust theory
model 3	2차	3-D LST

티를 발생하는 프로펠러로서, 스쿠 최적화만으로는 캐비티 문제를 해결할 수 없다고 보여지며 다른 관점에서의 프로펠러 설계가 요구된다고 볼 수 있다. 프로펠러 제원 및 계산조건은 Table 1에 정리되어있다. Fig.2는 KP652 프로펠러에 대한 반류 분포를 보여 주고 있다. 계산은 기존의 스쿠분포와 최적화된 스쿠분포를 갖는 KP652 프로펠러에 대해 수행되었으며, 최적화된 스쿠분포는 설계변수 벡터 x 와 구속조건을 달리하여 계산된 세가지 최적 스쿠 모델을 사용하였다. 세가지 최적 스쿠 모델에 대한 설명은 Table 2에 정리되어 있다.

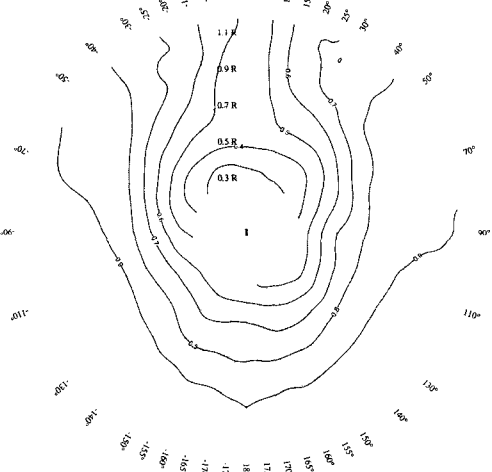


Fig. 2 Wake distribution for KP652 propeller

3.1 캐비티 해석결과

본 KP652 프로펠러에 대한 캐비티 해석은 비정상 양력면이론에 의거하여 프로펠러에 발생하는 캐비테이션의 범위 및 크기를 추정하였다. Fig. 3은 세가지 최적 스쿠 모델의 스쿠분포를 보여주고 있으며, 점선은 기존의 스쿠분포를 나타내며, 실선은 계산을 통한최적화된 스쿠분포를 나타낸다.

Fig. 4는 기존의 스쿠분포와 세가지 모델의 스쿠분포에 따른 프로펠러 형상을 보여주고 있다. 각 스쿠모델에 대한 자세한 제원은 Table 3에 정리되어 있다.

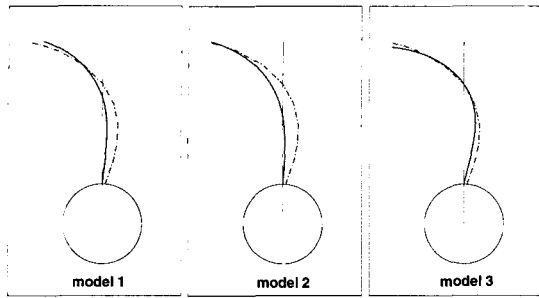


Fig. 3 Optimum skew models

Table 3 Skew distribution for original and optimum skew models

r/R	original	model1	model2	model3
0.2	-4.250	0.0000	0.00	0.00
0.25	-7.300	-1.3468	-0.92	-2.58
0.3	-9.500	-2.3357	-1.53	-4.58
0.4	-11.00	-3.2396	-1.80	-6.87
0.5	-9.260	-2.7117	-0.80	-6.86
0.6	-5.450	-0.7519	1.47	-4.56
0.7	0.060	2.6396	5.01	0.04
0.8	7.320	7.4630	9.81	6.93
0.9	15.190	13.7183	15.88	16.12
0.95	19.450	17.3829	19.39	21.57
1.0	24.000	21.4054	23.21	27.60

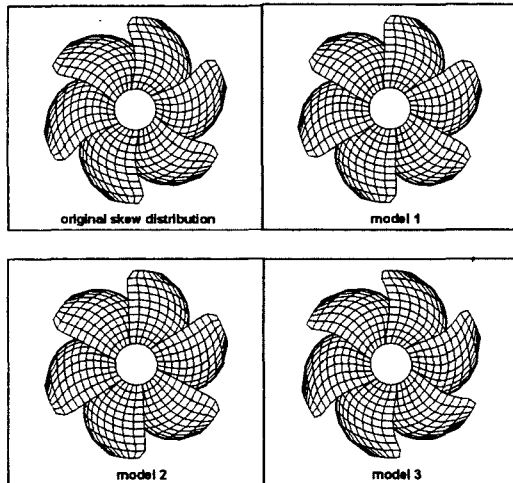


Fig. 4 Propeller geometry by various skew distribution

Fig. 5, 6, 7, 8은 각각의 스큐분포에 따른 캐비테이션 추정결과를 보여 주고 있다. 앞서 언급 하였듯이 모든 스큐 모델들에서 상당한 캐비테이션 발생하는 것을 볼 수 있다.

3.2 축 기진력 해석결과

본 KP652 프로펠러에 대한 축 기진력 해석은 비정상 양력면이론에 의거하여 프로펠러에 의해 발생하는 축 기진력을 계산한 결과이다. Fig. 9의 결과에서 볼 수 있듯이 스큐 최적화 과정을 거친 경우 기존의 스큐분포 보다는 축 방향 기진력에서 다소 좋은 결과를 보여 주고 있다. 이는 최적화 계산상에서 축 방향 기진력이 최소화 될 수 있게끔 가중치(weight factor)를 고려하여 계산하였기 때문에 이러한 결과가 얻어진 것으로 보인다. 특히 6-성분 기진력의 계산에 있어 3차원 해석법을 사용하여 최적화를 하였을 경우 보다 좋은 축 방향 기진력의 감소를 볼 수 있었다. 수평-수직 방향의 축 기진력을 감소시키는 방향으로의 최적설계가 요구된다면, 이 방향의 가중치(weight factor)를 좀더 고려하여 계산하면 좋은 결과를 줄 수 있을 것이라 생각되어진다.

3.3 변동압력 해석결과

본 해석에서는 선형 데이터의 결여로 인하여, 프로펠러에 수직으로 위치한 평판에 대해서 캐비테이션에 의해 유기되는 변동압력을 계산하였다 (이창섭 1985, 이창섭 1992, 한재문 1996). Fig. 10, 11은 각각의 스큐모델에 따른 변동압력 계산 결과를 보여 주고 있다. Fig. 10, 11에서와 같이 주어진 반류분포에서 작동하는 KP652 프로펠러가 스큐 최적화 과정을 거치면서 변동압력 관점에서도 다소 좋은 결과를 보여주는 것을 알 수 있다. 기존 스큐분포의 경우 변동압력이 최대 18 kPa 정도의 값을 갖지만, 스큐가 최적화된 경우는 그 보다 적은 변동압력의 최대치를 갖게된다. 최적 스큐 모델들의 변동압력 최대치는 12~14 kPa 사이의 값을 보여 주고있으며, 이런 차이는 KP652 프로펠러가 상당히 많은 캐비테이션을 발생시키는 프로펠러이기 때문에 각 최적 스큐 모델들의 해석시에 약간의 수치해석 오차는 고려되어야한다고 본다.

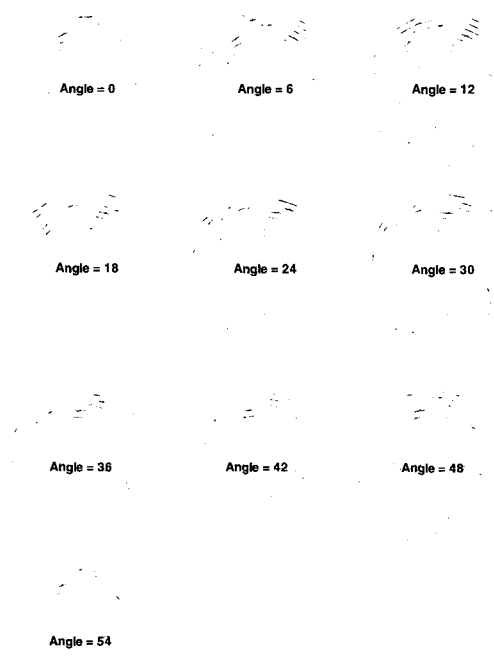


Fig. 5 Cavity prediction for original skew

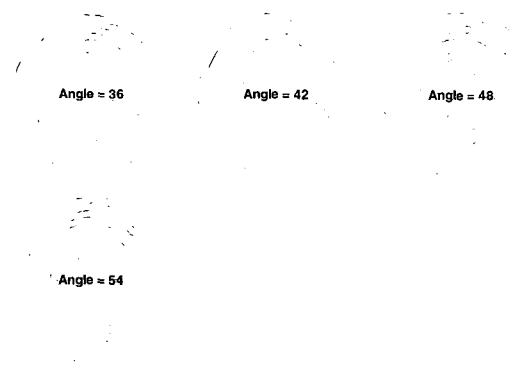


Fig. 6 Continue

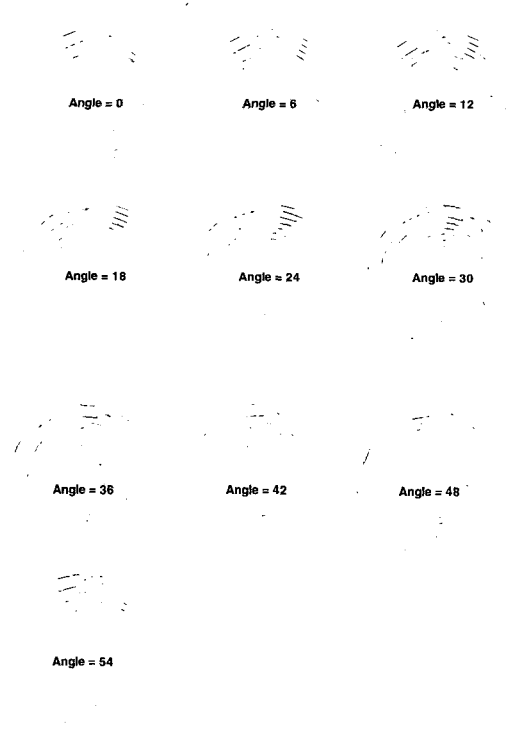


Fig. 7 Cavity prediction for skew model 2

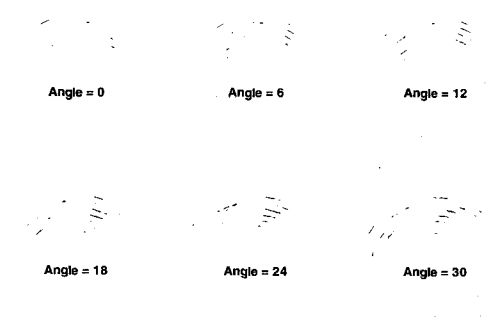


Fig. 6 Cavity prediction for skew model 1

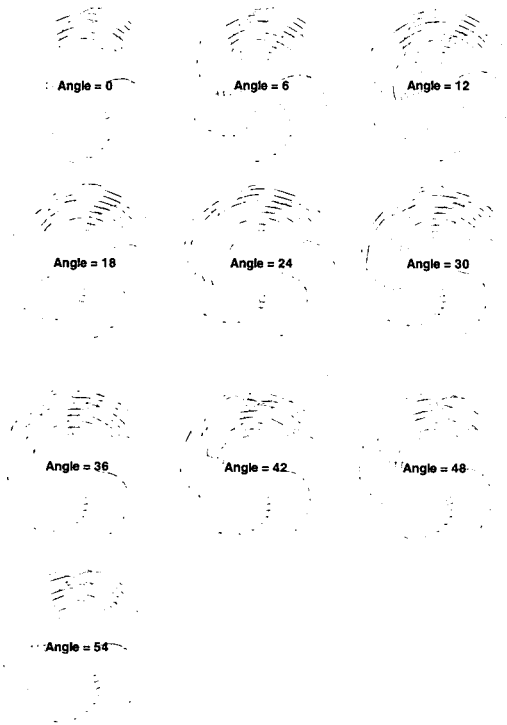


Fig. 8 cavity prediction for skew model 3

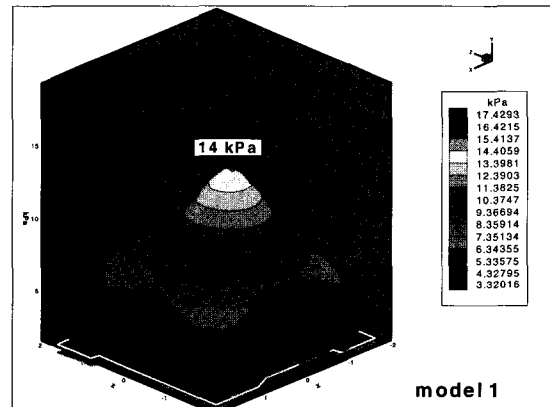
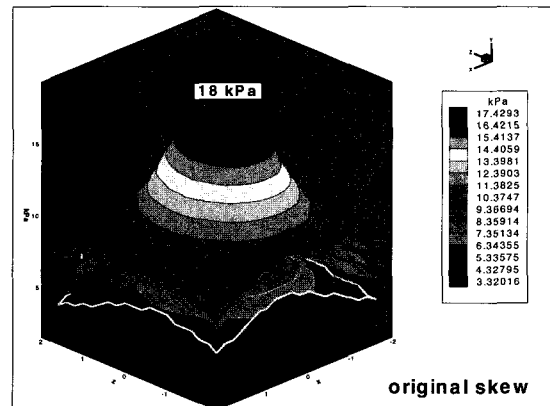


Fig. 10 Blade frequency pressure fluctuation on flat plate for original skew and model 1

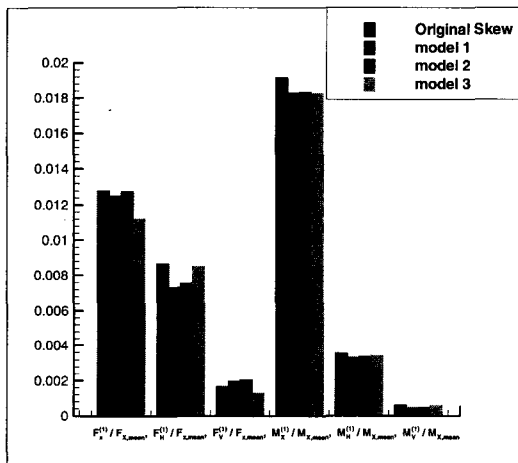


Fig. 9 Comparison of predicted bearing force for various skew models

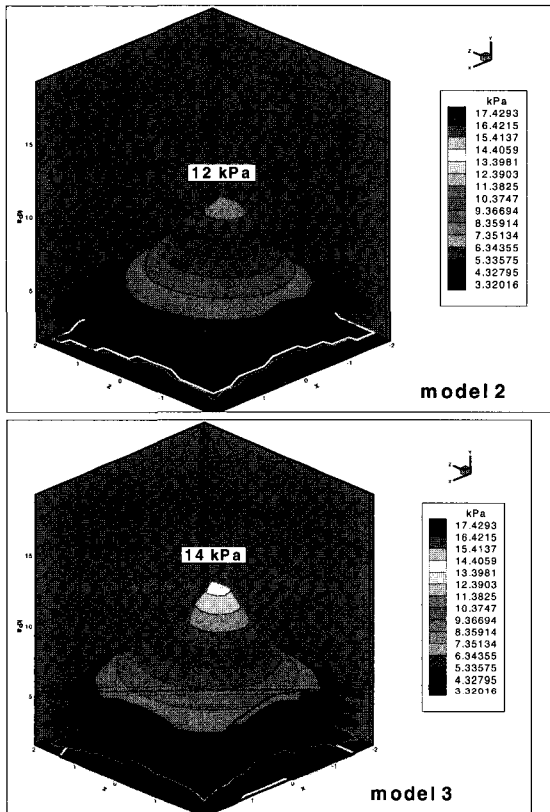


Fig. 11 Blade frequency pressure fluctuation on flat plate for model 2 and model 3

4. 결 언

본 연구를 통하여 선체 반류를 고려한 프로펠러 최적 스쿠 계산프로그램이 개발되었으며, 프로그램의 개발로 인하여 프로펠러를 설계하는데 있어, 체계적인 방법으로 스쿠를 설계할 수 있는 수단이 제공되어 졌다고 보여진다. 또한, 최적 스쿠 계산프로그램의 개발로 인하여 축 기진력의 감소와 변동 압력 관점에서도 유리한 스쿠를 설계할 수 있게 되었다.

계산된 결과로부터 3차 식으로 가정한 스쿠분포 보다는 2차 식으로 가정한 스쿠분포가 여러 관점에서 좋은 결과를 주었으며, Fig. 9에서 볼 수 있듯이 최적화 과정에서 6-방향 힘(및 토크)을 계산할 때 2차원 Gust theory에 의한 방법보다는 3차원 양력면이론을 사용하여 최적화 계산을 수행할

경우 축 기진력 관점에서 좋은 결과를 주었다. 보통 2차원 해석법에 의한 최적화 과정은 1분 정도 소요되며, 3차원 해석법에 의한 최적화 과정은 15~25분이 소요된다. 설계자의 관점에 따라 3차원 해석법이 다소 시간소요 면에서 불리하다고 생각되어질 수 있으나, 좀더 최적화된 스쿠분포를 구하기 위한 노력에 비하면 근소한 차이라 생각되어진다. 또한, 스쿠 최적화시 축 기진력의 방향성분을 제어하는 가중치(weight factor)의 선택에 있어서도 설계자의 관점이 고려되어야 할 것이다. 또한, 계산된 결과에서도 살펴볼 수 있듯이 최적화 단계를 제외하고 스쿠만을 크게 설계한다고 기진력 관점에서 유리한 것이 아니기 때문에, 고 스쿠 프로펠러 설계시에도 스쿠 최적화를 포함한 설계가 수행되어야 할 것이다.

본 연구는 스쿠만의 최적화가 수행되었으므로, 프로펠러 정상성능이나 캐비티 관점에서 좋은 결과를 줄 수 없었다. 앞으로의 과제는 축 기진력뿐 아니라 프로펠러 정상성능과 캐비티 성능을 모두 고려하여 최적화된 프로펠러를 설계할 수 있는 프로그램의 개발에 있다.

후 기

본 연구는 과학기술부의 고부가가치 선박설계 핵심기술개발 과제의 일부로 수행되었습니다. 지원에 감사를 드립니다.

참 고 문 헌

- 이창섭, 김기섭, 서정천, 최종수, 1985, "프로펠러에 의한 선체표면 변동압력의 추정(제1보: 실험적 연구)," 대한조선학회지, 제22권 2호, pp.1-26
- 이창섭, 이진태, 서정천, 김영기, 1992, "프로펠러에 의해 유기된 선체표면 기진력 해석," 대한조선학회 논문집, 제 29권, 제 1호, pp. 81-92.
- 한재운, 이창섭, 1996, "프로펠러 캐비테이션에 의해 유기된 변동압력 계산," 대한조선학회, 춘계 학술발표회, pp. 434-437.
- Kerwin, J.E. & Lee, C.-S., 1978, "Prediction

of steady and unsteady marine propeller performance by numerical lifting surface theory," Trans. SNAME, Vol. 86, Soc. of Naval Arch. & Marine Eng., pp.218-258

- Lee, C.-S., 1979, "Prediction of steady and unsteady performance of marine propeller with or without cavitation by numerical lifting-surface theory," Ph.D Thesis, MIT
- Nelder, J.A. and Mead, R., 1965, "A simplex method for function minimization," Computer Journal, Vol. 7, No. 4, pp. 308-313
- 1978, "Propeller skew optimization," UM/NAME Report No.204.

부록 A.

1. 2-D Gust theory를 이용한 변동력(unsteady force) 계산

2-D Gust theory를 이용한 변동력 계산에서는 프로펠러를 각 반경마다 동일 길이를 갖는 평판으로 가정하였으며, 기진력 발생에 중요한 요소로 작용하는 유입유동의 NB 와 NB±1의 하모닉 요소(harmonic component)만을 고려하여 변동력을 계산하였다. 여기서, NB는 프로펠러 날개수이다.

비정상 유동에서 보오텍스 세기가 보존된다는 Kelvin 정리로부터, 단순 조화 상하운동의 Downwash 적분을 계산하면 양력은 다음과 같다.

$$L = -2\rho Ue^{i\omega t} \left\{ \left(\frac{H_1^{(2)}(k)}{H_1^{(2)}(k) + iH_0^{(2)}(k)} \right) \int_{-1}^1 \left(\frac{1-\xi}{1+\xi} \right)^{1/2} v_0(\xi) d\xi + ik \int_{-1}^1 (1-\xi^2)^{1/2} v_0(\xi) d\xi \right\} \quad (1)$$

위의 식(1)을 이용하여 각 반경마다의 힘 및 모멘트를 계산하여, 적분을 수행하면 프로펠러에 의해 유기되는 6-성분 기진력을 계산할 수 있다.

2. 3-D LST를 이용한 변동력(unsteady force) 계산

3차원 비정상 양력면 이론을 이용한 변동력 계산은 각 시간스텝(time step)에서 이루어지기 때문에, 6-성분 기진력의 전체 힘 및 모멘트를 계산하기 위해서는 각 시간스텝에서의 힘들을 푸리에 시리즈(Fourier series)로 표현하여 계산하여야 한다.

① 종-방향 힘(Total longitudinal propeller forces)

키 날개(key blade)에 작용하는 종-방향 힘은 다음처럼 푸리에 시리즈로 표현할 수 있다.

$$F_x^{(1)}(\theta_p) = A_0^x + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n^x \cos n\theta_p + B_n^x \sin n\theta_p] \quad (2)$$

여기서, θ_p : the angular position of the key blade.

$F_x^{(1)}$: resultant axial thrust or torque acting on the key blade.

키 날개에 대한 k번째 날개의 위치를 다음처럼 정의하면,

$$\delta_k = \frac{2\pi(k-1)}{K} \quad (3)$$

k번째 날개에 대해 식 (2)을 정리하면 다음과 같다.

$$F_x^{(k)}(\theta_p + \delta_k) = A_0^x + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n^x \cos n(\theta_p + \delta_k) + B_n^x \sin n(\theta_p + \delta_k)] \quad (4)$$

따라서 날개 전체에 작용하는 힘은 다음과 같다.

$$F_x(\theta_p) = \sum_{k=1}^K F_x^{(k)}(\theta_p + \delta_k) = \sum_{k=1}^K \left\{ A_0^x + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n^x (\cos n\theta_p \cdot \cos n\frac{2\pi(k-1)}{K} - \sin n\theta_p \cdot \sin n\frac{2\pi(k-1)}{K}) + B_n^x (\sin n\theta_p \cdot \cos n\frac{2\pi(k-1)}{K} + \cos n\theta_p \cdot \sin n\frac{2\pi(k-1)}{K})] \right\} \quad (5)$$

위의 K-summation에 대한 식 (5)는 n이 K의 배수 일 때만 각 항이 살아남으므로, 다음처럼 간략히 정리될 수 있다.

$$F_x(\theta_p) = K \left\{ A_0^X + \sum_{a=1}^{\infty} [A_{aK}^X \cos aK\theta_p + B_{aK}^X \sin aK\theta_p] \right\} \quad (6)$$

② 횡-방향 힘(Total transverse propeller forces)

횡-방향 힘 성분은 수평-방향의 힘과 수직-방향 힘으로 나누어 생각할 수 있다. 종-방향과 같이 각 시간스텝에서의 힘들을 푸리에 시리즈로 표현하여 정리하면 다음과 같다. 수평-방향 힘에 대해서는 식 (7)과 같으며,

$$H(\theta_p) = \frac{K}{2} \left\{ A_1^T - B_1^R + \sum_{a=1}^{\infty} [(A_{aK-1}^T + A_{aK+1}^T + B_{aK-1}^R - B_{aK+1}^R) \cos aK\theta_p + (B_{aK-1}^T + B_{aK+1}^T - A_{aK-1}^R + A_{aK+1}^R) \sin aK\theta_p] \right\} \quad (7)$$

수직-방향 힘에 대해서는 식 (8)와 같다.

$$V(\theta_p) = \frac{K}{2} \left\{ B_1^T + A_1^R + \sum_{a=1}^{\infty} [(A_{aK-1}^T - A_{aK+1}^T + B_{aK-1}^R + B_{aK+1}^R) \sin aK\theta_p + (-B_{aK-1}^T + B_{aK+1}^T + A_{aK-1}^R + A_{aK+1}^R) \cos aK\theta_p] \right\} \quad (8)$$

여기서, T와 R은 각각 법선 방향과 반경 반향을 의미한다.



< 문 일 성 >



< 김 건 도 >



< 이 창 선 >