

## 역문제에 의한 평치차의 토크 해석

박성완\*

(논문접수일 2003. 3. 17, 심사완료일 2003. 5. 7)

### Analysis of Torque on Spur Gear by Inverse Problem

Sung-Oan Park\*

#### Abstract

This study proposed a technique for inverse problem, linear approximation of contact position and loading in single and double meshing of transmission contact element, using 2-dimension model considered near the tooth by root stress. Determination of root stress is carried out for the gear tooth by finite element method and boundary element method. Boundary element discretization near contact point is carefully performed to keep high computational accuracy. The predicted results of boundary element method are good accordance with that of finite element method.

**Key Words :** Inverse Problem(역문제), Spur Gear (평치차), Boundary Element Method(경계요소법), Finite Element Method(유한요소법), Contact Load(접촉하중), Root Stress(이뿌리응력)

### 1. 서론

평치차는 평행한 2축의 동력전달에 사용되는 범용성이 높은 중요한 기계요소로 각종기계, 자동차 등에 광범위하게 사용되고 있다.

평치차의 전달동력은 등속운동을 하면서 금속표면을 통하여 원활하게 힘을 전달하는 것이 특징이다. 그러나 실제로 물림률, 치의 강성, 접촉폭, 접촉표면력, 치면형상 오차와 부하하중의 관계에 의하여 회전전달에 변동이 발생하여 진동 및 잡음 등의 원인이 된다. 한편, 물림률이 정수배로

동시에 평치차의 치가 오차없이 인볼류트(involute) 곡선으로 형성되고 또한 치의 휨 및 접촉면이 변형되지 않으면 회전전달에 변동이 발생하지 않는다. 그렇지만, 실제로 구동시의 부하 토크에 의한 치의 변형을 피할 수 없으며 평치차의 제작공정에서 셰이빙(shaving) 가공 및 열처리에 의한 변형때문에 일반적으로 치면형상 수정을 하고 있다.

이들의 치면형상 수정에 의한 평치차의 물림전달오차는 新井 등<sup>(1)</sup>이 1개의 치를 대상으로 해석을 하였고, 久保 등<sup>(2)</sup>은 계산 및 실험결과와의 비교로 물림전달오차를 연구하였다. 그러나, 이들은 모두 치차의 접촉위치를 가정한 해석

\* 주저자, 시립인천전문대학 기계설계과 (sopark@icc.ac.kr)  
주소: 402-750 인천시 남구 도화2동 235번지

이었다. 물림전달오차의 원인이 되는 평치차의 접촉부분의 접촉위치, 접촉하중을 상세하게 아는 것은 대단히 중요하며 현재 평치차의 접촉하중, 접촉위치는 Hertz의 식을 사용하여 계산하는 경우가 대부분이다<sup>(3-5)</sup>. 치차접촉면의 표면력을 Hertz의 식으로 계산하는 경우 인볼류트곡선으로 표시되는 접촉면을 접촉점에서 곡률반경을 가진 원주들의 접촉으로 근사계산하고 있으며 반드시 정확하다고 말할 수 없다. 또한 물림률이 2이상인 치차는 보통 2점에서 접촉하고 있기 때문에 하중분담률을 알 수 없다면 Hertz의 식으로 접촉면의 응력을 계산하는 것은 불가능하다. 한편, 유한요소법<sup>(6-9)</sup>이나 경계요소법의 수치해석법을 사용하여 치차의 접촉해석을 한 예는 그다지 흔하지 않으며 이는 접촉면, 즉 인볼류트곡선을 이산화하는 것이 쉽지 않기 때문이다. 따라서 이들의 수치해석법에 있어서 접촉조건을 고려하여 간단하게 2개의 물체의 접촉에 대응하고 있는 요소의 길이를 동일하게 할 필요가 있다.

본 연구에서는 맞물림을 고려한 평치차의 토크 해석을 하기 위한 기초로서 1치의 맞물림의 치차에 대하여 접촉해석을 하였다. 해석은 경계요소법으로 인볼류트곡선에 요소를 일정길이로 이산화하여 임의의 치에 하중을 가할 때 인접치차의 이뿌리응력과 그 하중위치와의 관계를 선형근사화하고 유한요소법으로 계산한 이뿌리응력을 보조정보로 해석하는 역문제<sup>(10)</sup>를 도입한다. 또한, 동력전달시에 2개의 치차의 치가 탄성변형하므로 인접치의 영향을 고려한 치차의 접촉면에서 접촉하중과 접촉위치를 추정하였고, 또 토크의 추정도하여 본 해석의 타당성을 검증한다.

## 2. 경계요소법에 의한 접촉문제의 정식화

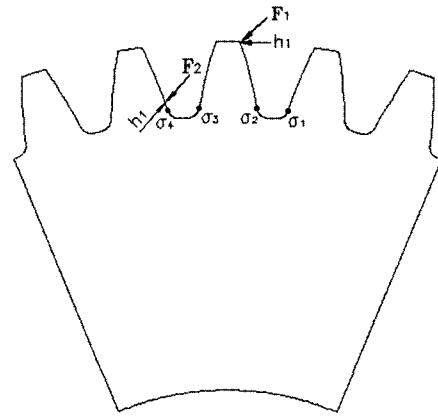
물체력이 작용하지 않는 2차원 등방탄성체의 경계적분방정식은 다음과 같이 된다.

$$c^i u_i^i + \int_{\Gamma} u_k t_{ik}^* d\Gamma = \int_{\Gamma} t_k u_{ik}^* d\Gamma \quad (1)$$

여기서  $c$ 는 경계의 기하형상에 의하여 결정된다.  $u_k$ ,  $t_k$  ( $k = 1, 2$ )는 변위 및 표면력성분,  $u_{ik}^*$ ,  $t_{ik}^*$ 는 크기 1의 물체력이 작용하는 무한탄성체의 해를 표시하고 있으며 Kelvin 해<sup>(11-13)</sup>이다. 원점자  $i$ 는 식 (1)에서 고려하는 경계점을 표시하고 있다. 식 (1)은 평면변형을 문제로 정식화하여 접촉하는 2물체에 대하여 각각 성립한다.

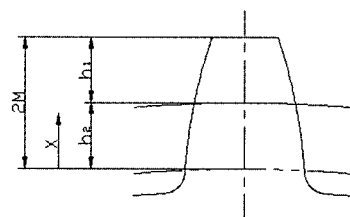
## 3. 역문제에 의한 접촉하중 및 접촉위치의 추정

Fig. 1에 평치차의 이뿌리응력 및 하중, 치의 위치의 관계를 표시한다. 여기서 단위하중  $F$ 를 이끝으로부터 이뿌리로 하중을 작용하는 경우 각 이뿌리응력을  $\sigma_a \sim \sigma_d$ 로 설정한다. 또한 집중하중  $F_1, F_2$ 가 치면에 작용할 때 2개, 1개 맞물림때의 각 이뿌리응력은  $\sigma_1 \sim \sigma_4$ 로써 그때의 치의 위치는 피치(pitch)원을 기준으로 이끝에서 맞물림을 하는 경우는  $h_1$ , 이뿌리에서 맞물림을 하는 경우는  $h_2$ 로 설정하여 Fig. 2에 표시한다. Fig. 3에 표시한 것 같이 래크모델(rack model) 및 평치차의 치의 횡방향으로 단위하중을 작용하여 평치차 및 래크모델의 각 이뿌리에서 계산되는 각



position of double meshing :  $h_1 h_2$   
load of double meshing :  $F_1 F_2$   
root stress of double meshing :  $\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3$

Fig. 1 Relationship between position and root stress



$M = \text{module}$   
 $X/M = h$   
 $-1 < h < 1$

Fig. 2 Determination of  $h$  axis from tip to root

이뿌리응력과 하중 작용점의 관계를 최소자승법을 사용하여 일차근사화하고, 또한 2개 맞물림의 이뿌리응력은 1개 맞물림의 치에 단위하중을 작용할 때 중첩의 원리에 의하여 계산하면,

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= (c_1 h_1 + c_2)F_1 + (a_1 h_2 + a_2)F_2 \\ \sigma_2 &= (d_1 h_1 + d_2)F_1 + (b_1 h_2 + b_2)F_2 \\ \sigma_3 &= (e_1 h_1 + e_2)F_1 + (c_1 h_2 + c_2)F_2 \\ \sigma_4 &= (f_1 h_1 + f_2)F_1 + (d_1 h_2 + d_2)F_2 \end{aligned} \quad (2)$$

이다. 식 (2)의 계산을 간단하게 하기 위하여  $F_3 = h_1 F_1$ ,  $F_4 = h_2 F_2$ 와 같이 연립 1차방정식을 만들어서 계수행렬을  $[A]$ , 미지수로 이루어지는 벡터  $[F]$ , 2개 맞물림 때의 이뿌리응력 벡터  $[\sigma]$ 로서

$$\begin{aligned} [\sigma] &= [A][F] \\ [F] &= [A]^{-1}[\sigma] \end{aligned} \quad (3) \quad (4)$$

식 (4)에서 식 (3)의 미지 벡터  $[F]$ 가 구해진다.

#### 4. 수치해석 및 고찰

랙크모델 및 평치차의 형상은 KS규격에 따라 모듈 (module)  $m$ , 압력각  $\alpha$ , 이높이에 의하여 결정하였다.  $m = 4$ 의 치차 모델의 작성 및 계산은 래크모델과 동일한 형태로 치

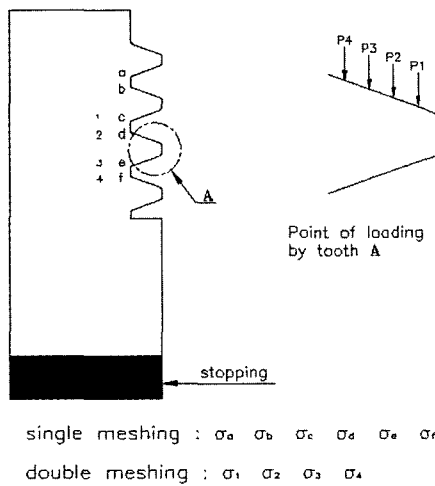


Fig. 3 Relationship between position and root stress of double meshing

차 모델의 치형은 인볼류트곡선으로 치차의 이뿌리의 곡률 반경  $0.375 m$ , 압력각  $\alpha = 20^\circ$ , 잇수  $m = 4$ ,  $z_1 = 18$ ,  $z_2 = 36$ 으로 하였다.

#### 4.1 계수행렬 $[A]$ 의 계산

범용 유한요소해석 패키지(ALGOR)를 사용하여 정적상태의 래크모델 및 치차의 이뿌리응력을 계산하였다. 요소는 2차원 평면요소로 8-노드 아이소파라메트릭(8-node isoparametric)요소를 사용하였으며 계산정도, 계산시간 등을 고려하여 ALGOR의 메쉬엔진(mesh engine)으로 최적의 요소분할을 하였다. Fig. 4는 래크모델, Fig. 5는 치차의 유한요소해석 요소분할도이다. 래크모델의 해석방법은 하중 방향을 Fig. 6과 같이 법선방향으로 이끌므로부터 이뿌리로 일정한 단위하중을 작용하여 해석한다. 치차의 해석은  $m = 4$ 의 치차의 치의 이끌므로부터 이뿌리의 방향으로 작용선상에서 회전을 반복하면서 동력을 전달한다. 치차 모델은 래크모델과 같은 방법으로 이끌므로부터 이뿌리로 일정한 단위하중을 작용하여 해석을 한다.

Fig. 7은 래크모델의 해석한 결과를 표시하며 단위하중위치, 즉 물림점이 이끌에서 이뿌리로 이동함에 따라 이뿌리 응력값  $\sigma_c$ ,  $\sigma_f$ 는 일정한 값을 유지하며  $\sigma_d$ 는 일정한 값을 유지하다가 물림점 P10 부터 서서히 감소하여 P6 점에서 최소값을 나타내고 그 이후는 증가하여 이뿌리응력값과 동

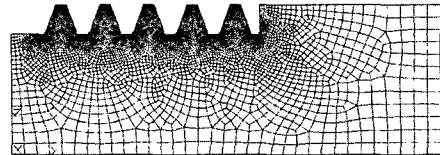


Fig. 4 Mesh pattern of rack model by FEM

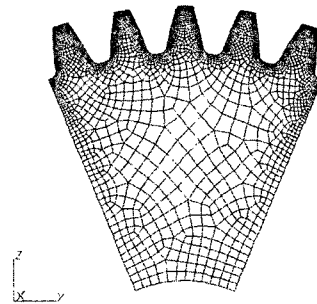


Fig. 5 Mesh pattern of spur gear model by FEM

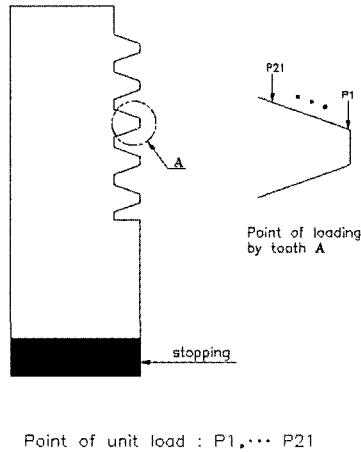


Fig. 6 Definition for the measure position of root stress

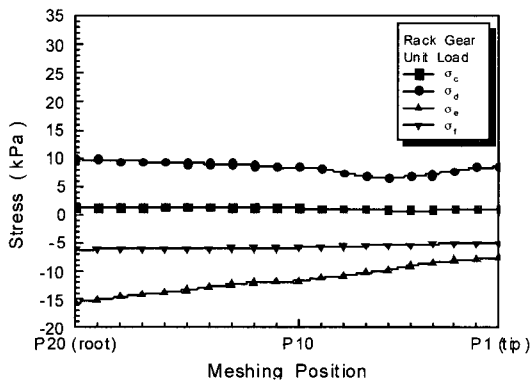


Fig. 7 Determination of root stress and meshing position in rack model

일한 값을 나타내고 있다. 또한  $\sigma_e$ 는 이뿌리에서부터 최대 값을 나타내며 이끝으로 진행됨에 따라 급격히 감소하여 이 끝에서 최소값을 나타내고 있다. 단위하중을 직접받는  $\sigma_d$  값이 가장 크고 반대편인  $\sigma_e$  값이 가장 낮은 값을 나타내고 있으며 치의 단위하중에 의한 굽힘작용으로  $d$ 점에서는 인장,  $e$ 점에서는 압축현상을 나타내고 있다. Fig. 8은  $m = 4$ 의 치차의 해석결과를 표시하며 치차의 회전에 있어서 1개의 치를 주목하면 이끝으로부터 이뿌리 방향으로 접촉면을 변화하여 그 과정을 반복회전한다. 결국 치차의 접촉면은 구동 및 피구동의 기초원의 접촉선상(접촉 작용선)으로 작용하고 있는 것을 고려하여 단위하중을 이끝으로부터 이뿌리 방향으로 치직각에서 일정하게 작용하여 해석을 하였다.

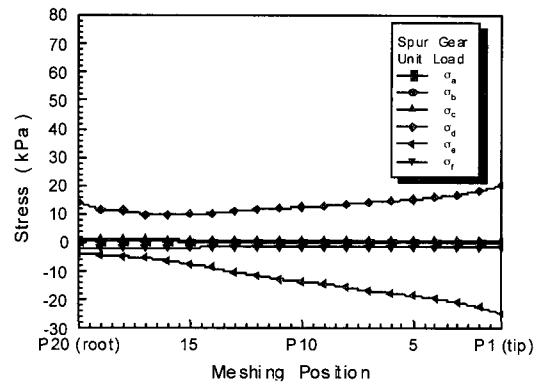


Fig. 8 Determination of root stress and meshing position in spur gear model

Fig. 8에 의하여 하중이 이끝으로부터 이뿌리로 진행하면 각 이뿌리응력이 작게 되고 있으며 이뿌리응력  $\sigma_c$ ,  $\sigma_f$ 는 래크모델의 경우와 동일한 경향을 나타내고 있으나  $\sigma_e$ 는 반대의 경향을 나타내고 있다.

그러나  $\sigma_d$ 는 하중이 이뿌리로 진행하면 작게 되지만 이뿌리인 점으로부터는 크게된다. 이것은 치직각에 작용하고 있는 하중이 이뿌리에 가깝게 될 때 압축력이 작게 되며 인장력은 크게 되는 것으로 이뿌리에서는 곡률반경이 작게 되는 영향이 있다고 사료된다.

$\sigma_a$  및  $\sigma_b$ 의 이뿌리응력값이  $\sigma_c$  보다 작으며 또한 계수행렬을 구성하는데 거의 영향이 없다고 생각되어 생략하였다. 전체적으로 단위하중에 의한 선형성이 유지됨을 알 수 있다. 이들의 결과를 식 (3)에 대입하여 계수행렬  $[A]$ 를 계산하고 역문제의 해석에 적용한다.

#### 4.2 계수행렬 $[A]$ 의 특이값 분해

역문제를 적용하여 해를 구할 때 계수행렬  $[A]$ 가 약 조건행렬이면 응력 벡터  $[\sigma]$ 의 미소한 오차가 미지 벡터  $[F]$ 의 값을 크게 증폭시킨다. 또한 계수행렬  $[A]$ 의 약 조건의 이유로 측정오차의 영향 이외에 선형근사에 의한 오차가 고려된다. 이것을 계수행렬  $[A]$ 를 구성하는 종 벡터의 선형독립성을 낮게 반영하여, 계수행렬  $[A]$ 의 최대특이값과 최소특이값의 비(조건수)를 증대함으로써 정량화하였다. 여기서는 래크모델의 계수행렬  $[A]$ 에 대하여 해석하는 것으로 한다. 계수행렬  $[A]$ 는 다음식과 같이 분해 가능하다.

$$[A] = [U][B][V]^T \quad (5)$$

여기서  $[U]$ 는  $N \times M$ 의 직교행렬,  $[V]$ 는  $M \times M$  직교행렬,  $[B]$ 는  $N \times M$ 의 특이값  $\lambda_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, m, m \leq \min(M, N)$ )를 포함한 대각행렬이다. 또한, 대각행렬  $[B]$ 는 행렬  $[A]$ 의 랭크를  $m$ 으로 표시한다.  $\lambda_j$ 는,

$$[B] = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & & 0 \\ & \lambda_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \lambda_m & \\ 0 & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \lambda_4 \cdots \lambda_m > 0$$

계수행렬  $[A]$ 의 역행렬은  $[A]^{-1} = [V][B]^{-1}[U]^T$ 이다. 작은 특이값을 이산화 할 때 noise 등의 오차를 감소시키기 위하여 특이값 분해를 하며, 이 작은 특이값을 강제적으로 0으로 바꾸는 것으로 계수행렬  $[A]$ 의 랭크를 감소시켜 약조건을 순화하는 방법이다. 본 논문에 있어서 대각행렬  $[B]$ 의 특이값이  $\lambda_4 = 0$ 은 랭크  $k = 1$ ,  $\lambda_3$  및  $\lambda_4 = 0$ 은 랭크  $k = 2$ ,  $\lambda_2$  및  $\lambda_3$ 과  $\lambda_4 = 0$ 은 랭크  $k = 3$ 으로 정의하여 추정값은 랭크 ( $k = 0, 1, 2$ )로 표시한다. 여기서 랭크  $k = 0$ 의 경우는 특이값 분해한 상태이며 랭크를 감소시키지 않는 상태이다.

### 4.3 경계요소법 해석

경계요소법에 의한 래크모델 및 평치차 모델의 해석에 있어서 경계요소 프로그램<sup>(14,15)</sup>을 치차의 인볼류트곡선을 일정한 길이로 이산화한 선형요소를 사용하여 PC(CPU 1.2GHz, RAM 256MB)로 계산하였다. 래크모델 및 치차의 요소수를 결정하기 위해 여러 종류의 모델을 이끝에서 집중하중을 작용하여 이높이(이끝높이+이뿌리높이)의 요소분할수에 따른 이뿌리에서의 최대응력값을 Fig. 9 및 Fig. 10에 표시하고 그들의 값을 비교하기 위하여 적당한 분할수를 결정하였다. 그 결과 이끝면, 이끝높이, 이뿌리높이를 (6/13/13)으로 요소분할하였다. Fig. 11은 래크모델, Fig. 12는 평치차의 요소분할도이다. 구속조건은 유한요소해석과 동일하게 래크모델 및 평치차의 저면을 완전구속하였다. 물성치로 종탄성계수  $E$ 는 206 GPa, 횡탄성계수  $G$ 는 82 GPa, 프아송비  $\nu$ 는 0.3으로 하였다.

경계요소법의 계산에 의하여 구한 이뿌리응력을 식 (3)에

대입하여 역문제를 해석한다. 또한 이뿌리응력에 대하여 유한요소해석 결과와 비교할 필요가 있다. 치차는 접촉위치가 변화하면서 동력전달을 하므로 치차의 이뿌리응력의 계산 위치는 추정식의 작성에 있어서 중요하다. 그래서 Hofer의 30° 접선방향의 위험단면 위치에서 이뿌리응력을 계산한 결과를 사용조건으로 하였다. 래크모델 및 평치차를 사용하여 유한요소법과 경계요소법 해석결과, 하중을 직접 받는  $d$  점에서 이뿌리응력 ( $\sigma_d$ )의 오차가 작은위치를 Fig. 13에

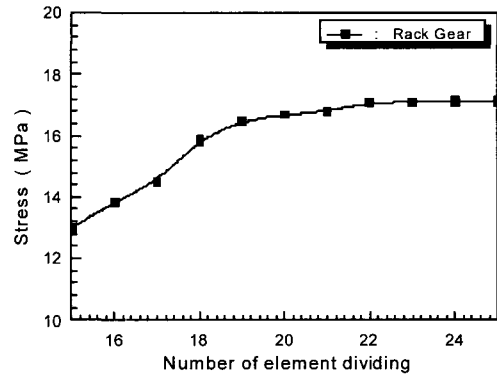


Fig. 9 Determination of element number in rack model of whole depth

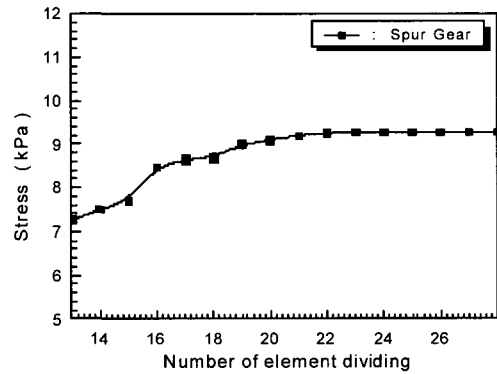


Fig. 10 Determination of element number in spur gear model of whole depth

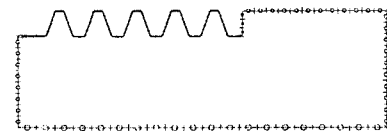


Fig. 11 Mesh pattern of rack model by BEM

표시한다. Fig. 13에서 Fig. 14와 같이 34° 떨어진 위치에 서 유한요소법 및 경계요소법 해석에 의한 이뿌리응력의 오차가 작은 것을 알 수 있었다.

#### 4.4 추정값의 계산

역문제에 의한 추정값이 어느 정도 오차까지를 평가하는가에 대하여 서술한다. 본 논문에서 제안하는 방법에 있어서 추정된 해의 오차를 평가하는 것은 토크를 추정하는데

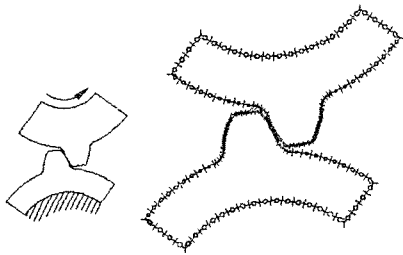


Fig. 12 Mesh pattern of spur gear model by BEM

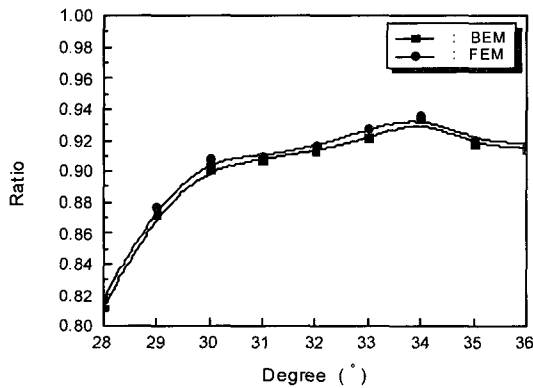


Fig. 13 Comparison ratio for the root stress of BEM with FEM

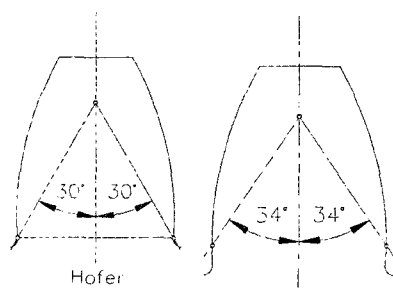


Fig. 14 Critical section of tooth

있어서 중요하다. 그래서 평치차 모델을 사용하여 2메시에 추정값의 한계를 검토한다. 평치차 모델의 이뿌리 각각 일점에  $F_1$ 은 5 ~ 9.9 N,  $F_2$ 를 0.1 ~ 5 N 으로 변화시킨 경우와  $F_1$ 은 0.1 ~ 5 N,  $F_2$ 는 5 ~ 9.9 N의 부하하중을 가한 경우 추정값의 결과를 Fig. 15 ~ Fig. 18에 나타낸다. Fig. 15 ~ Fig. 18에 의하여 하중  $F_1$ 의 역할이 10%까지 급격하게 변화하는 것을 알 수 있으나  $F_2$ 는 안정되고 있는 것을 알 수 있다. 결국 추정값이 10% 이하인 상태에서 하중  $F_1$ 을 구하여 토크를 평가하는 것은 신뢰성이 부족하게 된다. 또한 위에서 서술한 것과 같은 하중  $F_1$ 의 영향에서 치차의 위치  $h_1$ 도 동일한 경향을 나타내고 있다. 분해한 특이값을 사용하여 래크모델의 예측값을 평가하기 위한 부하하중 800 N을 1개에 가하여 이뿌리 응력을 식 (3)에 대입하여 예측값 ( $F_1'$ ,  $F_2'$ )를 구한 결과를 각각 Fig. 19 ~ Fig. 20에 표시한다. Fig. 19 ~ Fig. 20으로부터  $F_1'$ ,  $F_2'$ 의 이미 알려진 값과 예측값과의 오차는 7% 정도이다. 결국 특이값 분해로 예측한 해가 그것

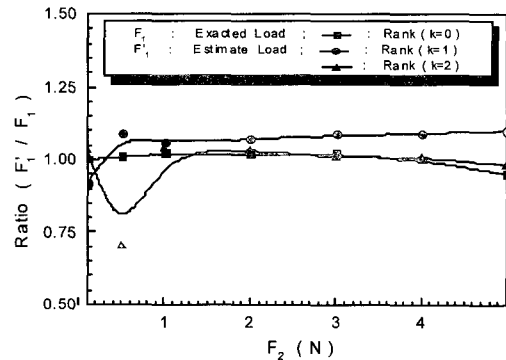


Fig. 15 Determining of error

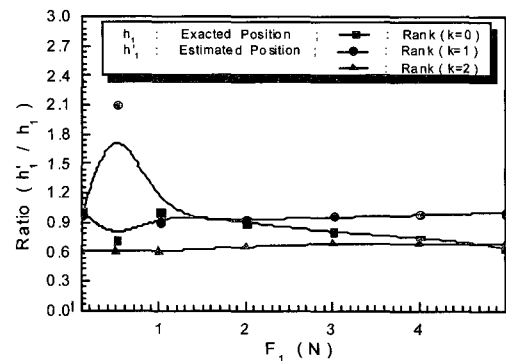


Fig. 16 Determining of error

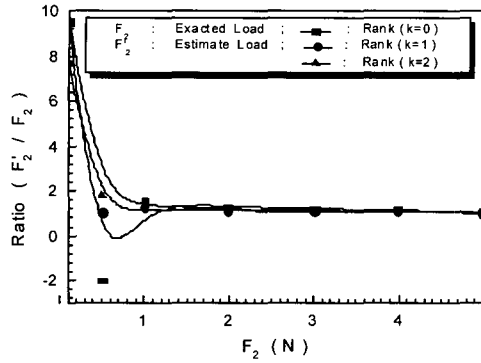


Fig. 17 Determining of error

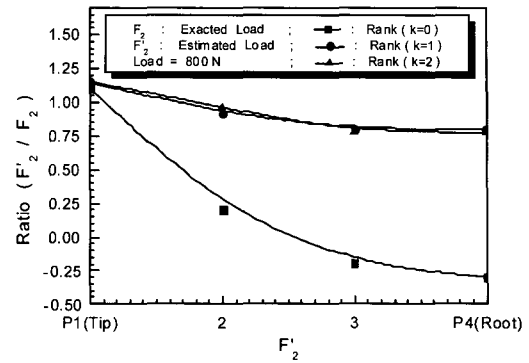


Fig. 20 Relationship between meshing position and root stress by torque

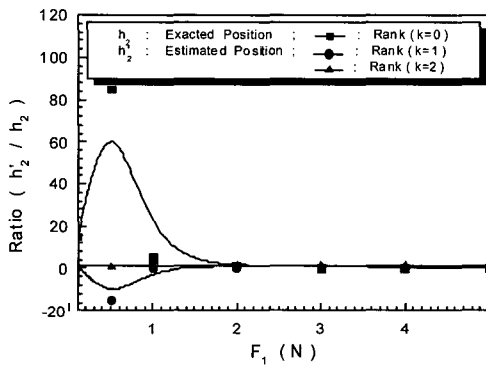


Fig. 18 Determining of error

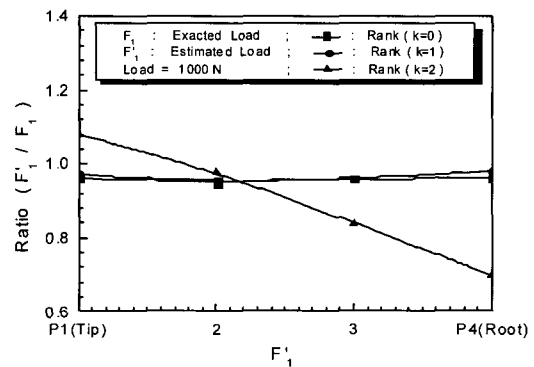


Fig. 21 Relationship between meshing position and root stress by torque

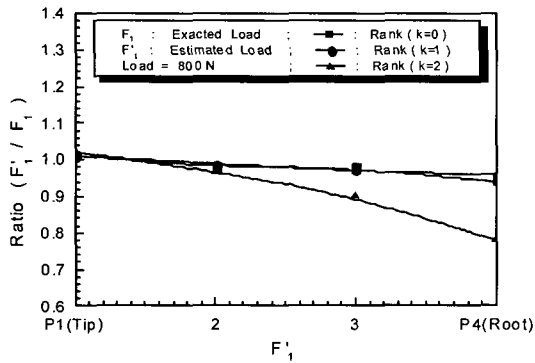


Fig. 19 Relationship between meshing position and root stress by torque

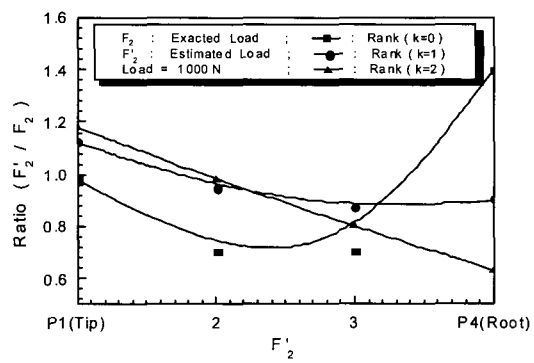


Fig. 22 Relationship between meshing position and root stress by torque

만큼 변화하지 않는 것으로부터 1개 맞물림 때의 특이값 분해에 의한 추정값은 신뢰성이 있다고 말할 수 있다. 본 논문의 목표인 2개 맞물림 때에 평치차의 특이값 분해로 해의

추정을 평가할 필요가 있다. 부하하중 1000 N을 2개에 작용하고 이뿌리응력을 식 (3)에 대입하여 예측값 ( $F_1'$ ,  $F_2'$ )을 구한 결과를 각각 Fig. 21 ~ Fig. 22에 표시한다. Fig.

21 ~ Fig. 22로부터 추정하중  $F_1'$ 의 특이값 분해 및 비 특이값 분해로 추정값은 이미 알려진 값과 비교하여 어느 정도 변화하지 않은 것을 알 수 있다. 그러나  $F_2'$ 의 경우는 이미 알려진 값과 추정값과의 오차가 크게 나타난다. 결국 2개 맞물림 때의 경우에도 1개와 동일한 형태의 안정된 추정값이 예측된다. 동일한 형태의 특이값 분해로 추정하중의 방법은 어느 정도 오차는 포함되어 있지만 추정값은 안정되고 있는 것을 알 수 있었다. 비특이값 분해의 방법은 위에서 서술한 것과 같이 해가 불안정으로 한편은 안정으로 있으며, 한편은 불안정으로 해가 구하여 진다. 결국 역행렬의 감도가 민감하다고 할 수 있다. 그러나 랭크를 떨어뜨리면 안정된 값이 얻어지는 것을 알 수 있다. 역시로 강행하여 큰 특이값을 떨어뜨리면 해가 평활화하기 때문에 주의할 필요가 있다. Fig. 19 ~ Fig. 22에 표시한 것 같이 랭크를 1로 할 때가 이미 알려진 값에 가장 가깝게 있는 것을 알 수 있다. 본 논문에서는 위의 사항을 고려하여 식 (4)로부터 추정값을 구한 경우는 랭크= 1을 사용한 것이다.

**4.5 토크의 추정**

본 논문에서 식 (3)으로부터 추정값(부하)을 사용하여 토크의 검증을 한다. 토크는 역문제의 관점에서 출력으로부터 입력을 추정한다. 이뿌리응력을 사용하여 추정된 부하하중은 어느정도 오차는 포함되어 있지만 치면에 걸리는 부하하중은 식 (3)에서부터 추정하는 것이 가능하다. 결국 그 부하하중을 사용하여 토크를 추정한다. 따라서 토크에 관하여 식 (4)로부터 추정된 부하하중을 실제의 하중으로 가정한다. Fig. 23에 표시한 것과 같이 토크의 추정에 대하여 구동축의 치차의 이뿌리응력을 사용하여 식 (4)로부터 추정된 하중 ( $F_1' + F_3'$ )과 기초원 반지름  $R_{g1}$ 을 곱하는 것으로 표시된다. 단지 하중 ( $F_1' + F_3'$ )과 ( $F_2' + F_4'$ )은 일정하다는 조건으로 하면 다음과 같이 표시하는 것이 가능하다.

$$\begin{aligned} T_1 &= (F_1' + F_3') R_{g1} \\ T_2 &= (F_2' + F_4') R_{g2} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서,  $T_1$ 과  $T_2$ 는 구동 및 피구동축의 토크,  $R_{g1}$ 과  $R_{g2}$ 는 구동 및 피구동축의 기초원 반지름이다. 부하 토크를 추정하기 위하여  $m = 4$ 인 치차를 측사이의 거리 100 mm로 부하 토크 (0.5, 1, 2 N·m)를 각각 이끝으로부터 이뿌리의 P1 ~ P9로 일정하게 변화시켜 각 이뿌리응력을 식 (3)과 식 (4)를 사용하여 추정 토크를 구하였다. 식 (4)를

사용하여 추정된 토크의 결과는 Fig. 24에 표시한다. 또한 부하 토크 비율은 식 (4)로 부터 추정된 토크  $T_2'$ 를 실제 값  $T_2$ 로 나눈 결과이다. 피구동축의 부하 토크를 계산하여 실제값으로 설정하였다. Fig. 24로부터 추정된 토크는 10% 정도의 오차를 포함하고 있다. 결국 이뿌리응력을 사용하여 추정된 하중이 오차를 포함하고 있기 때문에 추정 토크도 10% 정도의 오차를 포함한 것을 알 수 있다. Fig. 25는 부하 토크 (5, 10, 20 N·m)를 각각 이끝으로부터 이뿌리의 P1 ~ P9로 일정하게 변화시켜 각 이뿌리응력을 사용하여

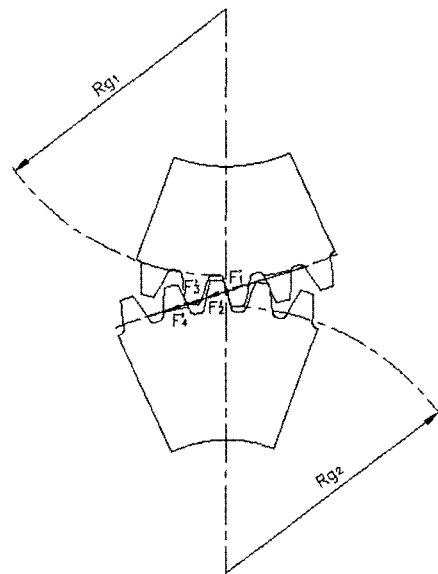


Fig. 23 Relationship between loading and torque

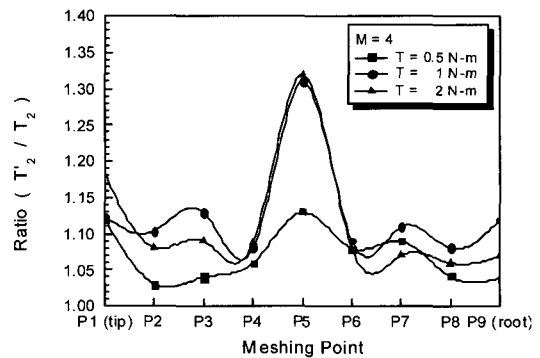


Fig. 24 Relationship between  $T_2' / T_2$  and position ( $T_2'$  = estimated torque,  $T_2$  = exact torque)



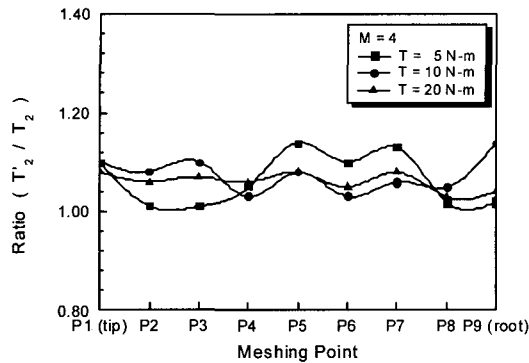


Fig. 25 Relationship between  $T'_2 / T_2$  and position  
( $T'_2$  = estimated torque,  $T_2$  = exact torque)

부하 토크를 추정된 결과 Fig. 24보다 안정된 추정값이 얻어짐을 알 수 있다. 따라서 이들의 결과로 이뿌리응력을 사용하여 식 (3)과 식 (4)로부터 부하 토크의 추정이 가능한 것을 알 수 있었다.

## 5. 결론

평치차에 하중을 가할 때 인접치차의 이뿌리응력과 그 하중위치와의 관계를 선형근사화하고 유한요소법으로 계산한 이뿌리응력을 보조정보로 평치차의 접촉위치와 그때의 접촉하중 및 토크를 추정하는 역문제를 제안한다.

역문제의 해석에 있어서 추정값의 정도향상을 위하여 추정값의 오차에 영향을 미치는 계수행렬의 최대특이값과 최소특이값의 비를 계수행렬의 랭크를 감소시켜 약조건을 순화하는 방법으로 증대시켜서 랭크=1로 정량화하여 본 해석의 타당성을 검증하였고 또한 이뿌리응력을 사용하여 부하 토크의 추정이 가능한 것을 알 수 있었으며 예측값과의 오차는 7% 정도였다.

## 참고 문헌

(1) Arai, N., Harada, S. and Aida, T. "Research on Bending Strength Properties of Spur Gears with Thin Rim", *Trans. of JSME*, Series C, Vol. 47, No. 413, pp. 47~56.  
 (2) Kubo, A., Ueno, T., Jin, J., Ariura, Y. and Nakanishi, T., 1985, "On Tooth Contact Marking and Gear Performance (1st Report, Fundamental Characteristics of Tooth Contact Marking)", *Trans. of JSME*,

Series C, Vol. 51, No. 467, pp. 1559~1567.

- (3) Arai, N., Kawamoto, S. and Hirogaki, T., 1990, "A Fundamental Study on Dynamic Behavior of Spiral Bevel Gear", *Trans. of JSME*, Series C, Vol. 56, No. 527, pp. 1900~1905.  
 (4) Arai, N., Kawamoto, S., Hirogaki, T. and Mizumoto, K., 1990, "A Fundamental Study on Dynamic Behavior of Spiral Bevel Gear (Case of Tapered Tooth Depth along Tooth Width)", *Trans. of JSME*, Series C, Vol. 56, No. 530, pp. 2727~2731.  
 (5) Kubo, A., Nonaka, T., Kageyama, M., Kato, N., Kato, S. and Ohmori, T., 1990, "Total Vibrational Excitation and Transmission Error of Gears as Index of Vibration and Noise of Power Transmissions", *Trans. of JSME*, Series C, Vol. 56, No. 532, pp. 3404~3409.  
 (6) Arai, N., Kawamoto, S., Yoneda, H., Hirogaki, T. and Mizumoto, K., 1991, "A Study of Spiral Bevel Gear (Analysis of Tooth Root Stress by Three Dimensional Finite Element Method)", *Trans. of JSME*, Series C, Vol. 57, No. 538, pp. 2114~2117.  
 (7) Arai, N., Kawamoto, S., Hirogaki, T., Mizumoto, K. and Uenishi, Y., 1991, "Characteristics of Meshing in Spiral Bevel Gears (Comparison of the Gleason-type Gear with the Oerlinko-type Gear)", *Trans. of JSME*, Series C, Vol. 57, No. 540, pp. 2703~2708.  
 (8) Filiz, I. H. and Eyercioglu, O., 1995, "Evaluation of Gear Tooth Stresses by Finite Element Method", *ASME Trans.*, Vol. 117, pp. 232~239.  
 (9) Tamura, H., Ichino, K. and Kawasaki, K., 1997, "Method for Cutting Straight Bevel Gears Using Quasi-Complementary Crown Gears", *Trans. of JSME*, Series C, Vol. 63, No. 606, pp. 579~584.  
 (10) Tanaka, H., Ohkami, Y., 1997, "Estimation of Impact Force on a Space Vehicle based on an Inverse Analysis Technique", *Trans. of JSME*, Series C, Vol. 63, No. 608, pp. 1172~1178.  
 (11) Brebbia, C. A., Telles, J. C. F. and Wrobel, L. C., 1984, *Boundary Element Techniques*, Springer Verlag, Berlin.  
 (12) Banerjee, P. K., 1994, *The Boundary Element Methods in Engineering*, McGraw-Hill, New York.

- (13) Kane, J. H., 1994, *Boundary Element Analysis in Engineering Continuum Mechanics*, Prentice Hall, New Jersey.
- (14) Park, S. O., 1994, "A Study for Mutual Interference between Circular Inclusion and Crack in Finite-Width Plate by Boundary Element Method", *Trans. of KSME*, Vol. 18, No. 6, pp. 1474 ~ 1482.
- (15) Park, S. O., 2001, "Analysis of Spiral Bevel Gear by Inverse Problem", *Trans. of KSMTE*, Vol. 10, No. 5, pp. 85 ~ 95.