

## 사다리꼴 보강재를 활용한 패널의 최적설계

이종선\*

(논문접수일 2003. 8. 29, 심사완료일 2003. 10. 15)

### Optimal Design of Panel with Trapezoidal Type Stiffeners

Jong-Sun Lee\*

#### Abstract

Optimal design of panel with trapezoidal type stiffeners was studied using linear and nonlinear deformation theories. Also analysis method was using closed-form analysis and finite difference energy methods, respectively. Various buckling load factors are obtained for stiffened laminated composite panel with trapezoidal type stiffeners and various aspect ratios, which are made from Carbon/Epoxy USN 125 prepreg and are simply-supported on four edges under uniaxial compression. Optimal design analyses are carried out by the nonlinear search optimizer, ADS.

**Key Words :** Optimal Design(최적설계), Panel(패널), Stiffener(보강재), Axial Compression(축 압축하중), Aspect Ratio(종횡비), Buckling Mode Shape(좌굴 모드 형상), Automated Design Synthesis(자동 설계기법)

### 1. 서론

복합재료는 중량감소가 중요한 설계조건이 되는 항공우주 산업 분야의 구조물 소재로서 많이 사용되고 있으며, 자동차산업의 많은 부분에서도 그 사용이 점차 증가되고 있다. 금속재료에 의한 설계에 비해서 상당히 큰 중량감소를 얻을 수 있는 Carbon, Glass, Boron, Graphite 등과 같은 고강도 섬유로 된 복합재료는 항공기 및 우주구조물, 미사일 동체, 압력용기, 자동차 구조물 등에서 점점 기존의 재료를 대체해 나가는 추세이다. 또한 섬유강화 복합재료는

비강성(specific stiffness), 비강도(specific strength), 피로특성, 낮은 열팽창률 등의 기계적 성질이 우수하고, 이방성(anisotropy)을 이용하여 사용자의 요구조건에 적합한 구성요소를 설계 제작할 수 있는 장점 때문에 산업분야에서 사용량이 증가하고 있고, 이를 이용한 구조설계는 기술자들에게 많은 관심이 되고 있다. 따라서 효율적인 경량화 설계를 위해서 복합재료에 대한 연구가 이루어져 왔으며, 복합재료는 적층 방법에 따라 재료특성이 변하므로 효율적인 설계방법에 대하여 아직도 많은 연구가 진행되고 있다. 복합적층(laminated composite) 구조물은 각 단층

\* 주저자, 대전대학교 기계설계공학과 (jongsun@daejin.ac.kr)  
주소: 487-711 경기도 포천시 선단동 산 11-1

(lamina)의 방향성과 적층구조에 기인한 이방성에 의하여 복잡한 기계적 거동을 보이게 된다. 일반적으로 보강재가 부착된 보강평판의 경우 보강재의 형태와 설계변수에 의해 좌굴하중계수가 변하므로 적절한 좌굴하중계수를 통해 최소중량을 구하는 것이 필요하다.

Simitses<sup>(1,2)</sup> 등은 변화된 Simplex기법을 사용하여 조합하중이 작용하고 있는 보강된 원통셀의 최소중량화 설계를 수행하였으며, Pappas 등<sup>(3,4)</sup>은 DAP3를 개발하여 잠수함 압력선체의 최소중량화 설계문제를 해석하였다. Anderson 등<sup>(5)</sup>은 항공기 구조물의 최적설계를 위하여 좌굴에 대한 구조용 프로그램인 VIPASA와 비선형 최적화기법인 CONMIN<sup>(6,7)</sup>의 조합된 컴퓨터 프로그램 PASCOS를 개발하였으며, 이는 단축보강 복합적층평판 및 원통형패널의 최소중량화 설계에 널리 사용되고 있다. Agarwal 등<sup>(8)</sup>은 비선형수학적 기법을 사용하여 축압축 하중이 작용하는 Graphite/Epoxy의 복합적층 보강재가 부착된 평판 패널의 최적화를 수행하였으며, Dickson<sup>(9)</sup>과 Bushnell<sup>(10-12)</sup>은 CONMIN을 사용하고, Qiu<sup>(13)</sup>는 David-Fletcher-Powell 기법을 각각 사용하여 보강된 복합적층 패널과 보강재가 부착된 패널의 최적설계문제들은 후좌굴 영역까지 확장 해석하였다.

본 논문에서는 4변이 단순 지지되고 축 압축하중이 작용하며, 사다리꼴형 단면의 보강재가 길이방향으로 보강된, 복합재료 USN 125로 만들어진 복합적층패널에 대하여 중형 비 변화에 따른 각종 좌굴하중계수를 선형이론(linear theory)과 폐형해석(Closed-Form Analysis) 및 유한차분에너지법(Finite Difference Energy Method)에 의하여 산정하고, 비선형 탐색 최적설계기법인 ADS<sup>(14)</sup>(Automated Design Synthesis)를 사용하여 좌굴에 대한 최적설계 해석을 수행한다.

## 2. 좌굴 이론

Fig. 1과 같은 사다리꼴 단면형상을 갖는 보강재가 부착된 패널의 좌굴 이론은 막변형 전과굴(membrane prebuckling) 상태에서부터 고전 좌굴하중(classical buckling loads)을 구하는 전좌굴 해석과 유한차분에너지법을 사용하여 실제 전좌굴(actual prebuckling) 상태에서부터 실제 좌굴하중(actual buckling load)을 산정하는 좌굴해석으로 구분된다.

### 2.1 전좌굴해석

본 해석은 보강재의 역학적 특성이 균배된 복합적층 패널

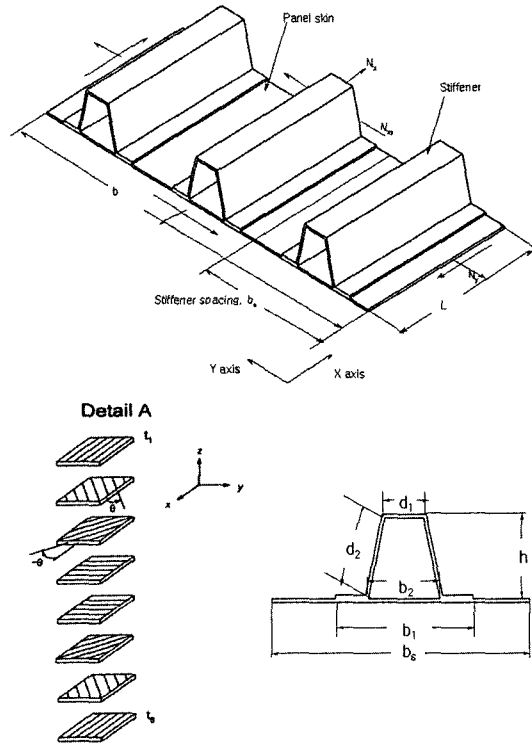


Fig. 1 Stiffened laminated composite panel with trapezoidal type stiffeners

이 막변형률(membrane strain)상태에 있다는 가정하에서 수행한다.

Fig. 1과 같이 복합적층 패널의 전좌굴 인장 및 전단 강성계수  $C_{11}$ ,  $C_{22}$ ,  $C_{33}$ ,  $C_{12}$ 는 보강재의 역학적 특성을 패널에 균배시킴으로써 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C_{11} &= A_{11} + E_s A_s / b_s \\ C_{12} &= A_{12} \\ C_{22} &= A_{22} \\ C_{33} &= A_{66} \end{aligned} \tag{1}$$

여기서  $A_{ij}$ 는 복합적층 패널의 적층강성을 나타내고,  $E_s$ ,  $A_s$ ,  $b_s$ 는 각각  $x$ 방향 보강재의 종탄성계수, 단면적 및 간격을 나타낸다.

보강재의 역학적 특성이 균배된 복합적층 패널에 면내하중  $N_x$ ,  $N_y$ ,  $N_{xy}$ 가 작용하는 경우, 막변형률  $\epsilon_x^0$ ,  $\epsilon_y^0$ ,  $\gamma_{xy}^0$ 는 식 (1)의 강성계수와 면내 하중으로부터 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} \epsilon_x^o \\ \epsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{pmatrix} \quad (2)$$

### 2.2 좌굴해석

전체좌굴과 패널 및 보강재의 국부좌굴 등은 최소포텐셜 에너지의 원리에 의하여 다음과 같이 산정될 수 있다.

$$U = \frac{1}{2} \int_0^{y_{max}} \int_0^{x_{max}} [\epsilon^b]^T [C^b] [\epsilon^b] dx dy$$

$$W = \frac{1}{2} \int_0^{y_{max}} \int_0^{x_{max}} [N_x(w^b, x)^2 + N_y(w^b, y)^2 + 2N_{xy} w, x^b w, y^b] dx dy \quad (3)$$

복합적층 패널의 x, y, z 축 방향 변위 성분은 다음과 같다.

$$u = A n^2 m [\sin(ny - mx) + \sin(ny + mx)]$$

$$v = B n [\sin(ny - mx) - \sin(ny + mx)] \quad (4)$$

$$w = C [\cos(ny - mx) - \cos(ny + mx)]$$

전포텐셜에너지  $\Pi(U - W)$ 는 다음과 같다.

$$\Pi(U - W) = [u, v, w] \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \quad (5)$$

여기서  $a_{ij}$ 는 다음과 같다.

$$a_{11} = (C_{11} m^2 + C_{33} n^2) m^2 n^2$$

$$a_{12} = -(C_{12} + C_{33}) m^2 n^4$$

$$a_{13} = -C_{14}^b m^4 n^2 \quad (6)$$

$$a_{22} = (C_{22} n^2 + C_{33} m^2) n^2$$

$$a_{23} = C_{25}^b n^4$$

$$a_{33} = [2C_{44}^b m^2/n^2 + 2(C_{45}^b + 2C_{66}^b) + C_{55}^b n^2/m^2] m^2 n^2$$

식 (5)에 최소포텐셜에너지 원리를 적용하면, 4변이 단순 지지인 경우의 좌굴모드에 대한 고유치  $\lambda_j$ 는 다음과 같다.

$$\lambda_j = \frac{a_{33} + \frac{2a_{12}a_{13}a_{23} - a_{22}a_{13}^2 - a_{11}a_{23}^2}{a_{11}a_{22} - a_{12}^2}}{-N_{xy}(m_1^2 + m_2^2) - N_{yy}(n_1^2 + n_2^2) - 2N_{xy}(m_2 n_2 - m_1 n_1)} \quad (7)$$

## 3. 최적설계 방법

### 3.1 문제설정 및 수식화

본 최적설계 문제는 일반적 수학 프로그래밍 기법에 따라 다음과 같다.

$$\text{Minimize } F(x) \quad (8)$$

$$\text{Subject to } G_j(x) \leq 0, \quad j=1, NIC \quad (9)$$

$$X_j - X_j^u \leq 0, \quad j=NBC + 1, NIC, 1 \quad (10)$$

$$X_j^l - X_j \leq 0, \quad j=NBC + 2, NIC, 2 \quad (11)$$

(NIC = NBC + 2NDV)

여기서  $X$ 는 설계변수벡터,  $F(x)$ 와  $G_j(x)$ 는 목적함수와 부등제약조건을 각각 나타내고,  $X_j$ ,  $X_j^u$  및  $X_j^l$ 는 설계변수와 그들의 상, 하한 값을 각각 나타내며, NDV, NBC 및 NIC는 설계변수, 성질제약조건, 그리고 전체 부등제약조건 수를 각각 나타낸다.

### 3.2 최적설계 프로그래밍

본 논문에서 사용한 최적설계 프로그램 ADS는 비선형 탐색 기법으로 Fig. 2는 전체 흐름도를 나타낸다.

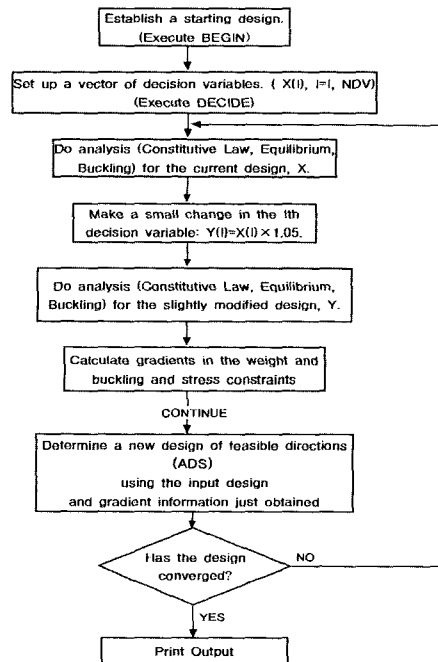


Fig. 2 Flow diagram of optimal design

### 4. 최적설계 예 및 해석결과

#### 4.1 최적설계 예

본 논문에서는 복합적층 패널에 축 압축하중이 작용하는 경우 종횡비의 변화에 따른 설계변수들의 영향을 검토하였다.

사용된 복합재료는 에폭시 수지계에 탄소섬유를 함침시킨 USN 125이며, 적층구조는 보강재와 skin의 경우  $[0/\pm\theta/90]_s$ 와 같이 대칭적층으로 재료적 성질은 다음과 같다.

$$E_{11} = 111 \text{ GPa} , E_{22} = 7 \text{ GPa}$$

$$G_{12} = 4.7 \text{ GPa} , \nu_{12} = 0.28$$

패널의 종횡비를  $L/b=1, 1.25, 1.5, 1.75, 2.0$ 로 변화시켜 해

석하였다.

최적 설계 예로는 설계변수로 복합재료의 적층각  $\theta$ 를 패널, 보강재, 그리고 패널 및 보강재 등에 각각 적용하는 3가지 설계 예(case I~III)를 설정하고, 각 경우에 대하여 종횡비  $L/b$ 의 변화에 따른 각종 좌굴하중계수를 폐형해석 및 유한차분에너지법에 의하여 각각 산정하며, 이에 대한 최적설계를 수행한다.

Fig. 3~Fig. 9는 설계 예 I~III에 대한 종횡비  $L/b$ 에 따른 최적설계 시 설계변수를 나타내고 있다.

Fig. 10은 사다리꼴형 단면의 보강재가 종방향으로 보강된 복합적층 패널의 wide column buckling mode shape을 나타내고 있으며, Fig. 11은 최적설계 시 local buckling mode shape을 나타내고 있다.

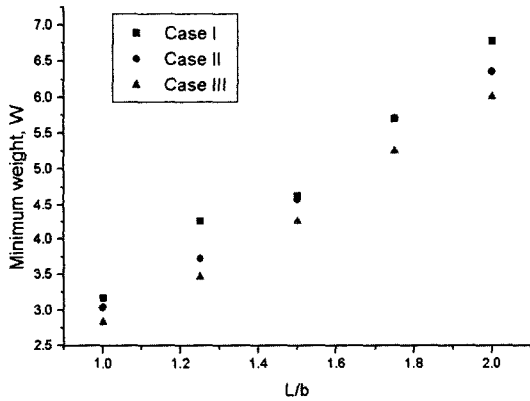


Fig. 3 Objective function(weight), W for various aspect ratios

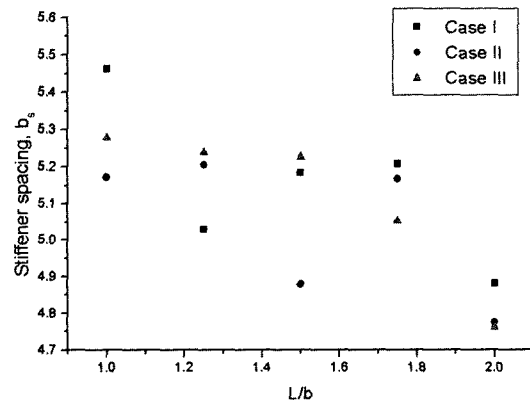


Fig. 5 Stiffener spacing, bs for various aspect ratios

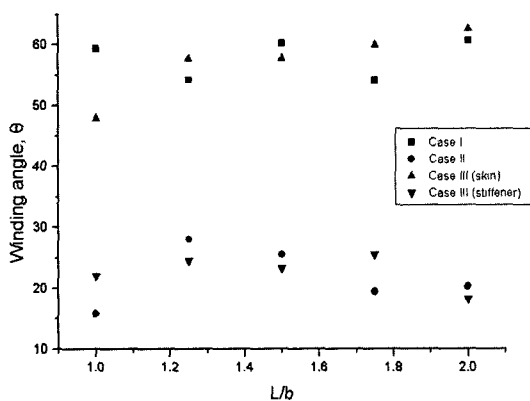


Fig. 4 Winding angle,  $\theta$  for various aspect ratios

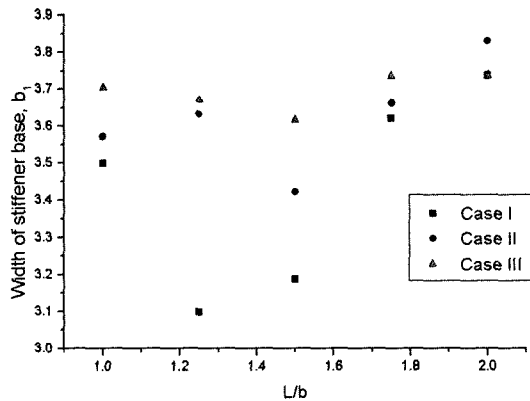


Fig. 6 Width of stiffener base,  $b_1$  for various aspect ratios

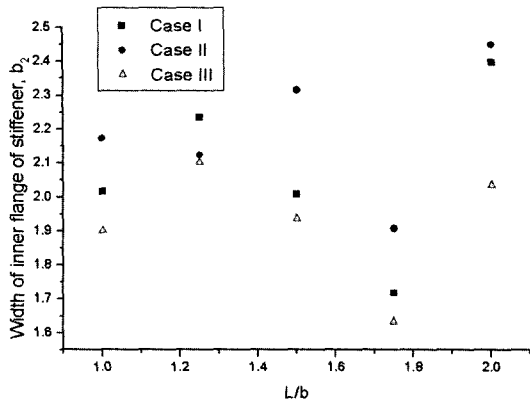


Fig. 7 Width of inner flange of stiffener,  $b_2$  for various aspect ratios

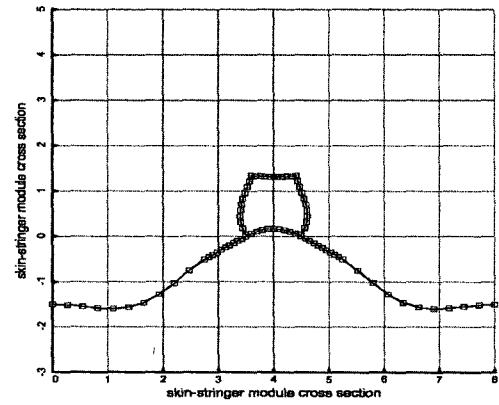


Fig. 10 Wide column buckling mode shape for single panel module

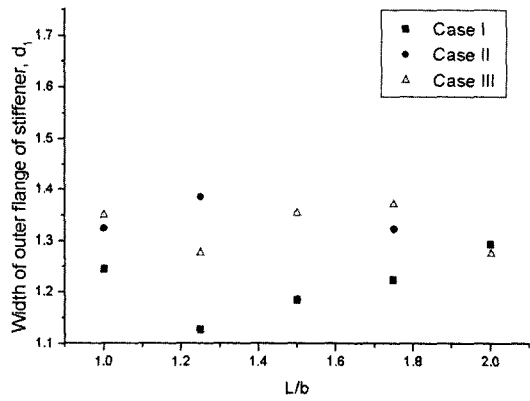


Fig. 8 Width of outer flange of stiffener,  $d_1$  for various aspect ratios

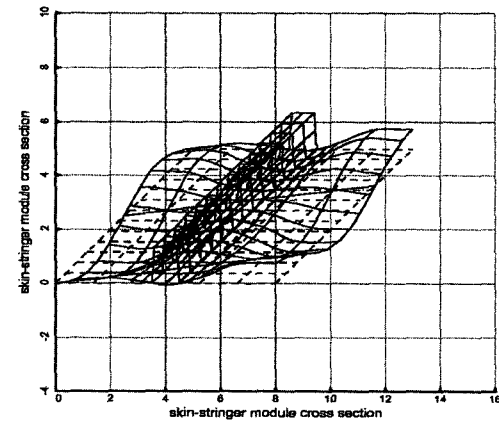


Fig. 11 Local buckling mode shape for single panel module

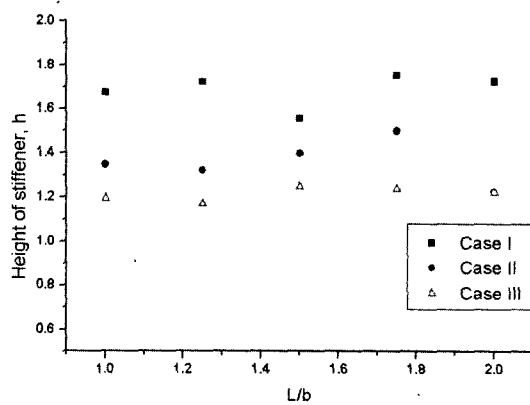


Fig. 9 Height of stiffener,  $h$  for various aspect ratios

## 5. 결론

본 논문에서는 사다리꼴형 단면의 보강재가 종방향으로 보강되고 복합재료 USN 125로 만들어진 복합적층 패널에 축 압축하중이 작용하는 경우, 설계 예 I~III에 대한 중형 비 변화에 따른 각종 좌굴하중 계수를 폐형해석 및 유한차분에너지법에 의해 각각 산정하고, 비선형 탐색 최적설계기법인 ADS를 사용하여 좌굴에 대한 최적설계변수와 좌굴 모드 형상을 구하였으며, 그 해석결과를 비교 검토하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 사다리꼴형 단면의 패널 전체 좌굴하중 및 국부 좌굴 하중을 폐형해석으로 구하였으며 전체 좌굴하중 및 국부

- 좌굴하중은 중횡비가 증가함에 따라 감소함을 알 수 있었다.
- (2) 유한차분에너지법을 이용하여 각 경우에 대한 좌굴 모드 형상을 구하였다.
- (3) 설계 예 I~III에 대한 중횡비에 따른 최적 설계변수를 검토한 결과 최소중량 W는 중횡비가 증가함에 따라 증가하고 적층각  $\theta$ 는 Skin에서는  $\pm 60^\circ$ , Stiffener에서는  $\pm 20^\circ$ 에 수렴하였으며, 보강재의 높이 h는 중횡비에 관계없이 거의 일정한 값을 나타내었다.

## 후 기

이 논문은 2003학년도 대전대학교 학술연구비지원에 의한 것임.

## 참 고 문 헌

- (1) Simites, G. J. and Ungbhakorn, V., 1975, "Minimum Weight Design of Stiffened Cylinders under Axial Compression", *J. of AIAA*, Vol. 13, No. 6, pp. 750~755.
- (2) Simites, G. J. and Ungbhakorn, V., 1975, "Minimum Weight Design of Stiffened Cylinders under Axial Compression with and without Lateral Pressure", *J. of Computers & Structures*, Vol. 8, pp. 19~30.
- (3) Pappas, M. and Amba-Rao, C. L., 1971, "A Direct Search Algorithm for Automated Optimum Structural Design", *J. of AIAA*, Vol. 9, pp. 387~393.
- (4) Pappas, M. and Allentuch, A., 1975, "Pressure Hull Optimization Using General Instability Equation Admitting More Than One Longitudinal Buckling Half-Wave", *J. of Research*, Vol. 19, pp. 18~22.
- (5) Anderson, M. S. and Stroud, W. J., 1979, "General Panel Sizing Computer Code and Its Application to Composite Structural Panels", *J. of AIAA*, Vol. 17, pp. 892~897.
- (6) Zoutendijk, G., 1960, *Method of Feasible Direction*, Elsevier Publishing Co., Amsterdam.
- (7) Vanderplaats, G. N., 1973, *CONMIN - A FORTRAN Program for Constrained Function Minimization*, NASA TMX-62-282, Ames Research Center, Moffett Field, CA.
- (8) Agarwal, B. L., and Sobel, L. H., 1977, "Weight Comparisons of Optimized Stiffened, Unstiffened, and Sandwich Cylindrical Shells", *J. of Aircraft*, Vol. 14, No. 10, pp. 1000~1008.
- (9) Dickson, J. N., Biggers, S. B. and Wang, T. S., 1980, "A Preliminary Design Procedure for Composite Panels with Open-Section Stiffeners Loading in the Post-buckling Range", *J. of Composite Material*, Vol. 1, pp. 812~825.
- (10) Bushnell, D., 1987, "Theoretical Basis of the PANDA Computer Program for Preliminary Design of Stiffened Panel under Combined In-Plane Loads", *J. of Computers and Structures*, Vol. 27, No. 4, pp. 541~563.
- (11) Bushnell, D., 1985, *Computerized Buckling Analysis of shells*, Martinus Nijhoff Publishers, The Netherlands.
- (12) Bushnell, D., 1981, "Buckling of Shells-Pitfall for Designers", *J. of AIAA*, Vol. 19, No. 9, pp. 1183~1226.
- (13) Qiu, R., 1985, "Weight Optimization of Stiffened Cylinders under Axial Compression", *J. of Computers and Structures*, Vol. 21, No. 5, pp. 945~952.
- (14) Vanderplaats, G. N. and Sugimoto, H., 1986, "A General Purpose Optimization Program for Engineering Design", *J. of Computers and Structures*, Vol. 24, pp. 13~21.
- (15) Won, C. J., Lee, J. S. and Hong, S. J., 1998, "Optimal Design of Stiffened Laminate Composite Cylindrical Shells", *Trans. of KSMTE*, Vol. 7, No. 6, pp. 12~18.