

최적의 2차 편광모드분산 보상에 관한 이론적 고찰

김상인[†]

아주대학교 전자공학부

Ⓣ 442-749 경기도 수원시 팔달구 원천동 산5번지

(2003년 8월 12일 받음, 2003년 10월 20일 수정본 받음)

본 논문에서는 피드포워드(feedforward) 방식의 2차 편광모드분산 보상에 있어서 보상 장치에서 발생시켜야 할 최적의 보상 벡터를 펄스 폭 증가율을 최소화함으로써 이론적으로 유도하였다. 최적의 2차 보상 벡터는 전송 선로의 편광모드분산 벡터의 단순한 Taylor 전개식과는 달리, 편광모드분산 벡터와 출력 신호 편광의 주파수 평균들의 선형 조합으로 표현됨을 밝혔다. 최적의 2차 편광모드분산 보상에서의 펄스 폭 증가율을 해석적으로 계산하였으며, 계산 결과를 전산 모의 실험에 의한 결과와 비교하여 일치함을 확인하였다. 본 논문에서 유도한 최적의 2차 보상 벡터에 관한 공식은 피드포워드 방식의 2차 편광 모드분산 보상에 반드시 필요한 정보를 제공한다.

주제어 : polarization mode dispersion, PMD vector, optical communication.

I. 서 론

채널 당 전송 속도(bit-rate)의 증가에 따라 광섬유의 편광모드분산(polarization mode dispersion, PMD)에 의한 신호 품질 저하가 심각한 문제로 대두되고 있다. 편광모드분산에 의한 신호 품질 저하는 전송 거리(L)와 전송 속도의 제곱(1/T², T는 bit 주기의 곱(L/T²)에 비례하므로, 채널 당 전송 속도의 증가 시에 최대 전송 거리가 편광모드분산에 의해서 제한 되게 된다. 현재 국내의 광통신 망에 쓰이고 있는 채널 당 10 Gb/s 전송에서도 편광모드분산에 의한 신호 품질 저하가 다소 문제가 되고 있으며, 채널 당 전송 속도가 40Gb/s 이상으로 증가할 때에는 편광모드분산에 의한 전송 거리의 제약이 매우 심각할 것으로 예상된다. 따라서, 채널 당 40Gb/s 이상의 고속 장거리 전송을 위해서는 편광모드분산 보상이 요구된다.

편광모드분산은 광섬유의 불균질에 의한 현상으로 두 개의 수직인 주광축(principal state of polarization, PSP) 간의 군 지연 시간 차(differential group delay, DGD)에 의한 전송 신호의 확산 및 왜곡을 유발한다.^[1] 편광모드분산 현상과 그에 대한 보상 개념은 편광모드분산 벡터(PMD vector)를 이용하여 간편하게 기술할 수 있는데, 편광모드분산 벡터의 방향은 느린 주광축의 방향을 가지며 그 크기는 군 지연 시간 차를 가지는 것으로 정의된다.^[2] 또한, 두 개의 편광모드분산 요소들의 연결로 구성된 시스템 전체의 편광모드분산 벡터는 각각의 편광모드분산 벡터의 합으로 표현될 수 있는데, 이는 편광모드분산 보상의 개념을 제시한다. 만일 인위적으로 전송 선로의 편광분산모드 벡터와 크기는 같고 방향은 반대인 편광모드분산 벡터를 발생시킬 수 있는 장치가 있어서 이를 전송 선로 다음에 위치시키면, 전송 선로와 이 장치로 구성된 전체

시스템의 편광모드분산 벡터는 0벡터가 되므로 편광모드분산 현상은 나타나지 않게 된다. 즉, 전송 선로의 편광모드분산 보상을 하게 되는 것이다. 그런데, 일반적으로 전송 선로의 편광모드분산 벡터는 주파수 의존성을 가지므로 전송 선로의 편광모드분산을 완벽히 보상하려면 신호의 주파수 대역 전체에서 전송 선로의 편광모드분산 벡터를 상쇄시킬 수 있는 주파수에 따라서 변하는 보상 벡터를 발생시켜야 하는데, 이는 불가능하다. 현실적인 접근 방식은 전송 선로의 편광모드분산 벡터의 주파수에 대한 Taylor 전개 식에서, 특정 차수의 항까지만을 보상하는 근사적인 편광모드분산 보상이다. 예를 들어, 전송 선로의 편광모드분산 벡터의 주파수에 무관한 항만을 보상하는 것을 1차 편광모드분산 보상이라고 하고, 1차 주파수 의존 항까지 보상하는 것을 2차 보상이라고 일컫는다. 1차 편광모드분산 보상은 전송 선로의 편광모드분산 벡터가 신호의 주파수 대역에서 주파수 의존성이 매우 작은 경우에만 유효하므로 전송 속도가 증가하거나 선로의 편광모드분산 값이 커짐에 따라 2차 이상의 고차 성분을 고려한 편광모드분산 보상이 요구되는데, 편광모드분산 값이 신호 주기의 30% 이상 이면 2차 이상의 고차 보상이 요구되는 것으로 알려져 있다.^[3] 1차 편광모드분산 보상에 대해서는 이론적인 연구와 구현 및 실험 결과에 대한 많은 연구가 보고 된 바 있다.^[4-9] 반면에 2차 혹은 고차 편광모드분산 보상에 대해서는 보상 장치 구조에 관한 몇몇 제안과^[10-14] 이론적인 성능 분석에 관한 보고가^[15,16] 있었을 뿐, 아직 구현 및 실험에 관한 보고는 없는 상태이다.

1차 편광모드분산 보상을 위해서는 편광제어기(Polarization controller)와 고정 군 지연 차 발생 요소로 구성된 2개의 가변 요소(degree of freedom)를 가지는 장치로 가능하며, 편광제어기와 가변 군 지연 차 발생 요소로 구성된 3개의 가변 요소를 가지는 보상 장치는 일부 고차 성분까지 보상 할 수 있는 것으로 이론적인 계산 결과가 보고 된 바 있다.^[15] 2차

[†]E-mail: sangin@ajou.ac.kr

편광모드분산 보상을 위해서는 최소한 요구되는 가변 요소의 수(degree of freedom)는 5이며,^[14] 2차 이상의 고차 보상을 위해서는 더욱 많은 수의 가변 요소가 요구될 것이다. 현재 대부분의 1차 편광모드분산 보상 실험은 직접 전송 선로의 편광모드분산 벡터를 측정하고 이를 이용하여 보상 장치를 제어하는 피드포워드(feedforward) 방식 보다는 보상 장치를 통과한 신호로부터 편광모드분산의 영향을 간접적으로 측정하고 이를 최소화하는 방향으로 보상 장치의 가변 요소들을 최적화하는 피드백(feedback) 방식을 채용하고 있다. 그러나, 보상 차수가 증가함에 따라, 점차 많은 수의 가변 요소를 최적화하기 위해서 소요되는 시간이 증가하게 되고 이는 보상 속도를 저하시키는 요인이 된다. 따라서, 고차 편광모드분산 보상을 위해서는 피드포워드 방식이 보상 속도 측면에서 바람직하다고 하겠다. 피드포워드 방식의 편광모드분산 보상을 위해서는 보상 장치에서 발생시켜야 하는 최적의 보상 벡터와 전송 선로의 편광모드분산 벡터와의 함수 관계를 명확히 알아야 한다. 이미 선행 연구를 통하여 고차 편광모드분산 보상 시에 보상 벡터가 단순히 전송 선로의 편광모드분산 벡터의 Taylor 전개식을 이용한 근사식으로 주어지지 않는 것을 밝힌 바 있다.^[16]

본 논문에서는 2차 편광모드분산 보상에 있어서 보상 효과를 최대화 하기 위해서 보상 장치에서 발생시켜야 하는 최적의 보상 벡터를 이론적으로 유도하고, 이를 바탕으로 2차 편광모드분산 보상으로 얻을 수 있는 최적의 효과를 신호의 펄스 폭 증가율(pulse width broadening factor) 측면에서 계산한 결과를 보고한다. 또한, 이론적으로 계산한 최적의 2차 편광모드분산 보상에서의 펄스 폭 증가율과 시뮬레이션에 의한 피드백 방식의 2편광모드분산 보상에서의 펄스 폭 증가율 계산치를 비교함으로써 본 연구의 결과를 검증하였다.

2절에서는 최적의 2차 편광모드분산 보상을 위하여 펄스 폭 증가율을 최소화하는 보상 벡터를 유도하고, 3절에서는 최적의 2차 편광모드분산 보상 후의 펄스 폭 증가율의 통계적 평균을 구한다. 끝으로, 4절에서 결론을 맺는다.

II. 최적의 2차 편광모드분산 보상 벡터

최적의 2차 편광모드분산 벡터를 구하기 위해서 시스템의 편광모드분산 벡터와 root-mean-square(RMS) 펄스 폭 증가율의 관계를 이용하였다. 편광모드분산이 존재할 때 RMS 펄스 폭 증가율은 식 (1)과 같이 주어진다.^[4,17]

$$b^2 = \frac{\tau^2}{\tau_0^2} = 1 + \frac{1}{4\tau_0^2} [\langle \Omega^2 \rangle - \langle s \cdot \Omega \rangle^2] \quad (1)$$

여기서 b 는 RMS 펄스폭 증가율이고, Ω 와 s 는 각각 시스템의 편광모드분산 벡터와 출력 신호의 편광이며, τ_0 는 $\tau_0^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} t^2 |f(t)|^2 dt$ 로 주어지는 입력 신호의 초기 펄스 폭이다. 식 (1)에서, $\langle \cdot \rangle$ 는 주파수 평균을 의미하는데, 수식적으로 $\langle a \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} a \tilde{f}(\omega) d\omega$ 와 같이 표현 할 수 있다. 이상의 식들에서 $f(t)$ 와 $\tilde{f}(\omega)$ 는 입력 신호의 펄스 모양과 그에 대한 Fourier 변환을 나타낸다.

2차 편광모드분산 보상을 위해서는 보상 장치에서 유발되는 보상 벡터가 주파수에 무관한 항과 1차 주파수 의존 항을 가지는 식 (2)과 같은 형태가 되어야 한다.

$$\Omega_c(\omega) = \Omega_0 + \omega \Omega_1 \quad (2)$$

식 (2)과 같은 보상 벡터를 유발하기 위한 2차 편광모드분산 보상 장치의 구조는 기존에 제안되었으며, 요구 되는 가변 요소의 수는 5임이 밝혀진 바 있다.^[14] 식 (2)의 보상 벡터가 전송 선로의 끝단에서 본 보상 장치의 입력 편광모드분산 벡터라고 정의한다면, 전송 선로의 끝, 즉, 보상 장치의 입력단에서의 전체 시스템 편광모드분산 벡터는 식 (3)으로 표현된다.

$$\Omega = \Omega_T + \Omega_c = \Omega_T + \Omega_0 + \omega \Omega_1 \quad (3)$$

여기서 Ω_T 는 전송 선로의 출력 편광모드분산 벡터이다. 식 (3)을 식 (1)에 대입하고, 펄스 폭 증가율을 최소화 하기 위한 Ω_0 과 Ω_1 를 계산함으로써 최적의 2차 편광모드분산 보상을 위한 보상 벡터를 구할 수 있다. 식 (1)을 최소화하기 위해서는 식 (1)의 Ω_0 와 Ω_1 각각에 대한 gradient가 0 벡터가 되어야 한다. 이 조건을 적용하면 다음의 연립 된 두 개의 벡터 방정식을 얻는다.

$$\Omega_0 + (\langle s \cdot \Omega_0 + \langle \omega s \cdot \Omega_1 \rangle \langle s \rangle - \langle s \cdot \Omega_T \rangle \langle s \rangle + \langle \Omega_T \rangle) = 0 \quad (4a)$$

$$\langle \omega^2 \rangle \Omega_1 + (\langle s \cdot \Omega_0 + \langle \omega s \cdot \Omega_1 \rangle \langle \omega s \rangle - \langle s \cdot \Omega_T \rangle \langle \omega s \rangle + \langle \omega \Omega_T \rangle) = 0 \quad (4b)$$

위의 연립 벡터 방정식은 유일 해를 가지는데, 해는 다음과 같이 주어진다.

$$\Omega_0 = -\langle \Omega_T \rangle + \frac{\langle s \cdot \Omega_T \rangle - \langle s \rangle \cdot \langle \Omega_T \rangle - \langle \omega s \rangle \cdot \langle \omega \Omega_T \rangle / \langle \omega^2 \rangle}{1 - \langle s \rangle^2 - \langle \omega s \rangle^2 / \langle \omega^2 \rangle} \quad (5a)$$

$$\Omega_1 = -\frac{\langle \omega \Omega_T \rangle}{\langle \omega^2 \rangle} + \frac{\langle s \cdot \Omega_T \rangle - \langle s \rangle \cdot \langle \Omega_T \rangle - \langle \omega s \rangle \cdot \langle \omega \Omega_T \rangle / \langle \omega^2 \rangle}{\langle s \rangle^2 (1 - \langle s \rangle^2) - \langle \omega s \rangle^2 / \langle \omega^2 \rangle} \quad (5b)$$

식 (5a)와 식 (5b)를 식 (2)에 대입하면 2차 편광모드분산 보상을 위한 최적의 보상 벡터를 구할 수 있다. 식 (5a)와 식 (5b)에서 알 수 있듯이 최적의 2차 보상 벡터는 단순히 전송 선로의 편광모드분산 벡터의 Taylor 전개에 의한 근사식 ($\Omega_c(\omega) = -\Omega_T(0) - \omega \Omega_T'(0)$)이 아님을 알 수 있다. 다시 말하면, 피드포워드 방식의 2차 편광모드분산 보상을 위해서는 중심 주파수에서의 편광분산모드 벡터($\Omega_T(0)$)나 2차 편광모드분산 벡터($\Omega_T'(0)$)가 아니라, $\langle \Omega_T \rangle$ 나 $\langle \omega \Omega_T \rangle$ 와 같은 편광모드분산 벡터의 주파수 평균을 측정해야 하며, 더불어 출력 신호의 편광 상태($s(\omega)$)를 주파수 별로 측정해야 한다.

III. 최적의 2차 편광모드분산 보상에서 펄스 폭 증가율의 통계적 평균치

최적의 2차 편광모드분산 보상 효과를 정량적으로 계산하기 위하여, 식 (1), (3), (5a), (5b)로부터 2차 보상 후의 RMS 펄스 폭 증가율을 구하면 다음과 같다.

$$b_{min}^2 = 1 + \frac{1}{4\tau_o^2} \left[\langle \Omega_f^2 \rangle - \langle \Omega_f \rangle^2 \frac{\langle \omega \Omega_f \rangle}{\langle \omega^2 \rangle} \right. \\ \left. \frac{(\langle s \cdot \Omega_f \rangle - \langle s \rangle \cdot \langle \Omega_f \rangle - \langle \omega s \rangle \cdot \langle \omega \Omega_f \rangle / \langle \omega^2 \rangle)^2}{1 - \langle s \rangle^2 - \langle \omega s \rangle^2 / \langle \omega^2 \rangle} \right] \quad (6)$$

식 (6)은 특정한 전송 선로의 상태, 다시 말하면, 특정한 Ω_f 에 대한 최적의 2차 보상 후의 결과이다. 선로의 편광모드분산은 동적으로 변하는 특성을 가지므로 Ω_f 도 통계적인 분포를 가지게 된다. 따라서, 최적의 2차 보상에 대한 일반적인 성능을 평가하려면 b_{min}^2 에 대한 통계적인 평균, $E\{b_{min}^2\}$ 을 구해야 한다. 식 (6)에 대한 통계적 평균을 구하면 다음의 결과를 얻는다.

$$E\{b^2\} = 1 + \frac{E\{\Delta\tau^2\}}{4\tau_o^2} - \frac{1}{4\tau_o^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(\omega_1 - \omega_2) \frac{|\tilde{f}(\omega_1)|^2 |\tilde{f}(\omega_2)|^2}{4\pi^2} d\omega_1 d\omega_2 \\ - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \omega_1 \omega_2 g(\omega_1 - \omega_2) \frac{|\tilde{f}(\omega_1)|^2 |\tilde{f}(\omega_2)|^2}{4\pi^2} d\omega_1 d\omega_2 \\ - \frac{1}{4\tau_o^2} \frac{E\{(\langle s \cdot \Omega_f \rangle - \langle s \rangle \cdot \langle \Omega_f \rangle - \langle \omega s \rangle \cdot \langle \omega \Omega_f \rangle / \langle \omega^2 \rangle)^2\}}{1 - E\{\langle s \rangle^2\} - E\{\langle \omega s \rangle^2\} / \langle \omega^2 \rangle} \quad (7)$$

식 (7)에서 $\Delta\tau$ 는 선로의 편광모드분산 벡터의 크기($=|\Omega_f|$)이고, $g(\omega_1 - \omega_2)$ 는 편광모드분산 벡터의 주파수 상관(frequency correlation) 함수인데, 다음의 식으로 주어진다.^[18,19]

$$E\{\Omega_i(\omega_1)\Omega_j(\omega_2)\} = \frac{1}{3}\delta(i-j)g(\omega_1 - \omega_2) \\ = \delta(i-j) \frac{1 - \exp\left[-\frac{E\{\Delta\tau^2\}}{3}(\omega_1 - \omega_2)^2\right]}{(\omega_1 - \omega_2)^2} \quad (8)$$

식 (7)을 유도하는 과정에서 주파수 평균 $\langle \cdot \rangle$ 와 통계적 평균 $E\{\cdot\}$ 의 순서를 서로 교환하여 계산하였으며, 입력 신호의 펄스 형태를 $f(t) = (2\pi\tau_o^2)^{-1/4} \exp(-t^2/4\tau_o^2)$ 로 주어지는 첩이 없는(unchirped) Gaussian 형태로 가정하고 $\langle \omega^2 \rangle = 1/4\tau_o^2$ 를 사용하였다. 식 (7)의 5번째항은 여러 개의 복잡한 중적분과 삼중적분들로 표현되는데, 자세한 계산 식은 부록에 정리되어 있다. 첩이 없는 Gaussian 형태의 입력 펄스를 가정하면, 식 (7)에 포함된 대부분의 적분식이 해석적으로 구해지는데, 오직 식 (10d)과(10e)의 삼중적분식만이 해석적인 계산이 불가능하다. 따라서, 식(7)을 계산하는데 있어서 식 (10d)과 (10e)의 삼중적분식은 수치해석적으로 계산하고 나머지 적분식들은 모두 해석적으로 계산하였다. 그림 1은 식 (7)을 계산하여 얻은 최적의 2차 편광모드분산 보상 후의 RMS 펄스 폭 증가율의 통계적 평균을 $E\{\Delta\tau\}/\tau_o$ 의 함수로 나타낸 것이다. 그림 1에는 비교를 위하여 편광모드분산 보상이 없는 경우, 1차 보상의 경우, 그리고 2차 보상에 있어서 $\Omega_c(\omega) = -\Omega_f(0) - \omega\Omega_f'(0)$ 와 $\Omega_c(\omega) = -\langle \Omega_f \rangle - \omega\langle \Omega_f' \rangle$ 인 경우에 대한 결과도 함께 나타냈는데, 이에 관한 계산 과정은 참고문헌 [16]에서 찾을 수 있다. 그림 1에서 알 수 있듯이 보상 벡터를 단순히 전송 선로의 편광모드분산 벡터의 Taylor 전개식을 상쇄하는 방식으로 발생시키는 경우($\Omega_c(\omega) = -\Omega_f(0) - \omega\Omega_f'(0)$)에는 작은 편광모드분산 값에 대

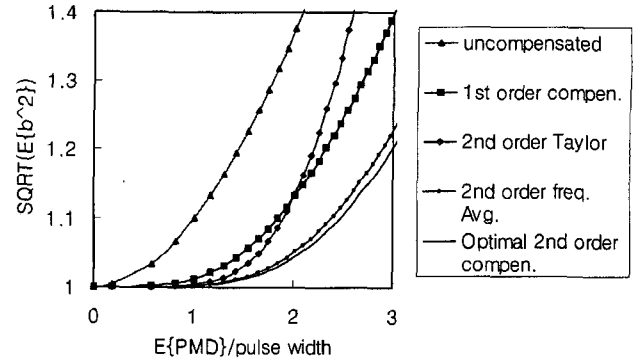


그림 1. 1차 편광모드분산 보상 및 여러 가지 2차 보상 방안의 비교. 1차 보상의 경우(1st order compen.)에는 보상 벡터를 $\Omega_c(\omega) = -\Omega_f(0)$ 로 하였으며, 2차 보상에서는 단순 Taylor 전개식을 이용한 보상벡터 $\Omega_c(\omega) = -\Omega_f(0) - \omega\Omega_f'(0)$ (2nd order Taylor), 주파수 평균을 이용한 보상 벡터 $\Omega_c(\omega) = -\langle \Omega_f \rangle - \omega\langle \Omega_f' \rangle$ (2nd order freq. avg.), 그리고 최적 2차 보상 벡터(Optimal 2nd order compen.)의 경우를 비교한다.

해서는 보상 효과가 있으나, 큰 편광모드분산 값에 대해서는 1차 보상의 경우보다 더 열화 된 성능을 보이며, 보상 벡터의 전개식에서 상수 벡터를 주파수에 대한 평균으로 바꾸는 것 ($\Omega_c(\omega) = -\langle \Omega_f \rangle - \omega\langle \Omega_f' \rangle$)만으로 상당한 개선 효과를 보인다. 본 논문에서 유도한 최적의 2차 편광모드분산 보상의 경우에는 보다 더 개선된 성능을 얻을 수 있음을 알 수 있다. 이는, 식 (5a)와 (5b)에 주어진 바와 같이, 전체 시스템의 편광모드분산 벡터의 상수 항과 1차 항의 주파수 평균이 각각 $\langle s \rangle$ 와 $\langle \omega s \rangle$ 의 방향을 가지게 되는 데에서 기인한다. 1차 편광모드분산 보상의 경우에는 최적의 보상 벡터가 $\Omega_c = -\langle \Omega_f \rangle + \langle s \rangle \frac{\langle s \cdot \Omega_f \rangle - \langle s \rangle \cdot \langle \Omega_f \rangle}{1 - \langle s \rangle^2}$ 임이 유도된 바 있다.^[15] 최적의 1차 보상에서, 전체 시스템 편광모드분산 벡터의 주파수 평균이 0벡터가 되기 보다는 적절한 크기의 방향을 가지는 벡터가 될 때 1차 보상 효과뿐만 아니라 일부 고차 보상 효과를 가지게 된다. 마찬가지로, 2차 보상의 경우에도 전체 시스템 편광모드분산 벡터의 상수 항과 1차 항의 주파수 평균을 0벡터로 만드는 것보다는 출력 신호 편광의 주파수 평균 방향으로 일치되도록 보상 벡터를 발생시키는 경우에 더 나은 보상 효과를 보일 것으로 유추할 수 있다. 이는 본 논문의 최적의 2차 보상 벡터에 대한 유도 결과와 잘 부합한다.

그림 2는 본 논문에서 유도한 해석적인 계산결과와 참고논문 [15]의 전산 모의 결과를 비교한 것이다. 참고논문 [15]에서는 가변 요소의 개수가 5인 보상 장치를 이용한 펄스 폭을 최소화하는 방향으로 가변 요소를 최적화는 피드백 방식의 보상에 대해서 Monte Carlo 기법을 이용하여 전산 모의 실험을 하였다(2차 보상을 위해서 요구되는 최소 가변 요소의 개수는 5임을 앞서 언급한 바 있다^[14]). 그림 2에서 보는 바와 같이 본 논문의 계산 결과가 전산 모의 결과와 잘 일치함을 알 수 있다. 이는 본 논문의 최적 2차 보상 벡터의 유도 과정과 펄스 폭 증가율 계산 결과의 정확성을 입증한다.

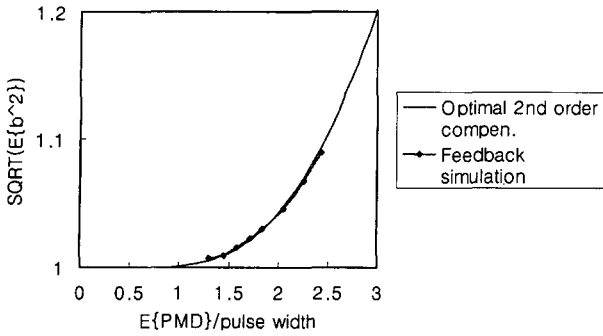


그림 2. 최적의 2차 보상에 대한 이론적인 계산(Optimal 2nd order compen.)과 전산 모의 결과(Feedback simulation) 비교.

IV. 결 론

본 논문에서는 최적의 2차 편광모드분산 보상을 위한 보상 벡터를 펄스 폭 증가율을 최소화함으로써 이론적으로 유도하였으며, 최적의 2차 보상 후의 펄스 폭 증가율을 해석적으로 계산하였다. 계산한 결과는 다른 연구 그룹에서 보고한 전산 모의 결과와 잘 일치 함을 확인하였다. 본 논문에서 유도한 최적의 2차 보상 벡터는 향후 피드포워드 방식의 2차 편광모드분산 보상에 있어서 중요한 기초 정보를 제공한다. 본 논문에서 사용된 최적의 보상 벡터 유도 과정은 2차 이상의 고차 편광모드분산 보상에도 확장이 가능하다.

부 록

식 (6)의 5번째 항을 계산하려면 출력 편광의 주파수 상관(frequency correlation) 함수를 알 필요가 있는데, 이는 다음의 식으로 주어진다.^[20]

$$E\{s(\omega_1) \cdot s(\omega_2)\} = h(\omega_1 - \omega_2) = \exp\left[-\frac{E\{\Delta\tau^2\}}{3}(\omega_1 - \omega_2)^2\right] \quad (9)$$

위 식은 입력 신호의 편광상태는 주파수에 무관하게 일정하다고 가정한 결과인데, 이는 레이저(laser)를 광원으로 쓰는 일반적인 광전송에서 타당한 가정이다. 식 (8)과 (9)을 이용하면, 식 (7)의 5번째 항의 분자 항에 포함 된 6개 항은 다음과 같이 정리된다.

$$E\{\langle s \cdot \Omega_p \rangle^2\} = E\{\langle \langle s_x \Omega_{f,x} \rangle + \langle s_y \Omega_{f,y} \rangle + \langle s_z \Omega_{f,z} \rangle \rangle^2\} \\ = \frac{1}{3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\omega_1 - \omega_2) g(\omega_1 - \omega_2) \frac{|\tilde{f}(\omega_1)|^2 |\tilde{f}(\omega_2)|^2}{4\pi^2} d\omega_1 d\omega_2 \quad (10a)$$

$$E\{\langle \langle s \rangle \cdot \langle \Omega_p \rangle \rangle^2\} = \frac{1}{3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\omega_1 - \omega_2) \frac{|\tilde{f}(\omega_1)|^2 |\tilde{f}(\omega_2)|^2}{4\pi^2} d\omega_1 d\omega_2 \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(\omega_3 - \omega_4) \frac{|\tilde{f}(\omega_3)|^2 |\tilde{f}(\omega_4)|^2}{4\pi^2} d\omega_3 d\omega_4 \quad (10b)$$

$$E\{\langle \langle \omega s \rangle \cdot \langle \omega \Omega_p \rangle \rangle^2\} \\ = \frac{1}{3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \omega_1 \omega_2 h(\omega_1 - \omega_2) \frac{|\tilde{f}(\omega_1)|^2 |\tilde{f}(\omega_2)|^2}{4\pi^2} d\omega_1 d\omega_2 \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \omega_3 \omega_4 g(\omega_3 - \omega_4) \frac{|\tilde{f}(\omega_3)|^2 |\tilde{f}(\omega_4)|^2}{4\pi^2} d\omega_3 d\omega_4 \quad (10c)$$

$$E\{\langle s \cdot \Omega_p \rangle \cdot \langle \langle s \rangle \cdot \langle \omega \Omega_p \rangle \rangle\} \\ = \frac{1}{3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\omega_1 - \omega_2) g(\omega_1 - \omega_3) \\ \frac{|\tilde{f}(\omega_1)|^2 |\tilde{f}(\omega_2)|^2 |\tilde{f}(\omega_3)|^2}{8\pi^3} d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3 \quad (10d)$$

$$E\{\langle s \cdot \Omega_p \rangle \cdot \langle \langle \omega s \rangle \cdot \langle \omega \Omega_p \rangle \rangle\} \\ = \frac{1}{3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \omega_2 \omega_3 h(\omega_1 - \omega_2) g(\omega_1 - \omega_3) \\ \frac{|\tilde{f}(\omega_1)|^2 |\tilde{f}(\omega_2)|^2 |\tilde{f}(\omega_3)|^2}{8\pi^3} d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3 \quad (10e)$$

$$E\{\langle \langle s \rangle \cdot \langle \Omega_p \rangle \rangle \cdot \langle \langle \omega s \rangle \cdot \langle \omega \Omega_p \rangle \rangle\} = 0 \quad (10f)$$

이상의 식을 유도하는 과정에서도 주파수 평균 $\langle \cdot \rangle$ 와 통계적 평균 $E\{\cdot\}$ 의 순서를 서로 교환하였다. 식 (10f)는 입력 신호의 펄스 모양을 침없는 Gaussian 형태로 가정하였으므로 신호의 주파수 스펙트럼(spectrum)이 대칭성을 가진 게 된 것에 기인한다. 또한, 식 (7)의 5번째 항의 분모 항에 포함된 $E\{\langle s \rangle^2\}$ 와 $E\{\langle \omega s \rangle^2 / \langle \omega^2 \rangle\}$ 는 다음과 같이 정리된다.

$$E\{\langle s \rangle^2\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\omega_1 - \omega_2) \frac{|\tilde{f}(\omega_1)|^2 |\tilde{f}(\omega_2)|^2}{4\pi^2} d\omega_1 d\omega_2 \quad (11a)$$

$$E\{\langle \omega s \rangle^2\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \omega \omega_2 h(\omega_1 - \omega_2) \frac{|\tilde{f}(\omega_1)|^2 |\tilde{f}(\omega_2)|^2}{4\pi^2} d\omega_1 d\omega_2 \quad (11b)$$

감사의 글

본 논문은 2003학년도 1학기 아주대학교 정착연구비 지원에 의하여 연구되었음.

참고문헌

- [1] C. D. Poole and R. E. Wagner, "Phenomenological approach to polarization dispersion in long single-mode fibers," *Electronics Letters*, vol 22, no. 19, pp. 1029-1030, 1986.
- [2] J. P. Gordon and H. Kogelnik, "PMD fundamentals: Polarization mode dispersion in optical fibers," *PNAS*, vol. 97, no. 9, pp. 4541-4550, 2000.
- [3] H. Büllow, "Limitation of optical first-order PMD compensation," *Optical Fiber Communication Conference*, paper WE1, 1999.
- [4] H. Sunnerud, M. Karlsson, and P. A. Anderson, "Analytical

- theory for PMD-compensation," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 12, no. 1, pp. 50-52, 2000.
- [5] T. Ono, S. Yamazaki, H. Shimizu, K. Emura, "Polarization control method for suppressing polarization mode dispersion influence in optical transmission system," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 12, no. 5, pp. 891-898, 1994.
- [6] T. Takahashi, T. Imai, and M. Aiki, "Automatic compensation technique for time-wise fluctuating polarization mode dispersion in in-line amplifier system," *Electronics Letters*, vol. 30, no. 4, pp. 348-349, 1994.
- [7] F. Heissman, D. A. Fishman, and D. L. Wilson, "Automatic compensation of first-order polarization mode dispersion in a 10Gb/s transmission system," Proc. European Conference on Optical Communication, ECOC'98, pp. 529-530, 1998.
- [8] C. Francia, F. Buyerer, J. P. Thiery, and D. Penninckx, "Simple dynamic polarization mode dispersion compensator," *Electronics Letters*, vol. 35, no. 5, pp. 414-415, 1999.
- [9] S. Lee, Khosravani, J. Peng, *et al.*, "Adjustable compensation of polarization mode dispersion using a high-birefringence nonlinearly chirped fiber Bragg grating," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 11, no. 10, pp. 1277-1279, 1999.
- [10] J. Patscher and R. Eckhardt, "Component for second-order compensation of polarisation-mode dispersion," *Electronics Letters*, vol. 33, no. 13, pp. 1157-1159, 1997.
- [11] Q. Yu, L. Yan, Y. Xie, M. Hauer, and A. E. Willner, "Higher order polarization mode dispersion compensation using a fixed time delay followed by a variable time delay," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 13, no. 8, pp. 863-865, 2001.
- [12] M. Shtaif, A. Mecozzi, M. Tur, and J. A. Nagel, "A compensator for the effects of high-order polarization mode dispersion in optical fibers," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 12, no. 4, pp. 434-436, 2000.
- [13] T. Kudou, M. Iguchi, M. Masuda, and T. Ozeki, "Theoretical basis of polarization mode dispersion equalization up to the second order," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 18, no. 4, pp. 614-617, 2000.
- [14] S. Kim, "Schemes for complete compensation for polarization mode dispersion up to second order," *Optics Letters*, vol. 27, no. 8, pp. 577-579, 2002.
- [15] H. Sunnerud, C. Xie, M. Karlsson, and P. A. Anderson, "A comparison between different PMD compensation techniques," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 20, no. 3, pp. 368-378, 2002.
- [16] S. Kim, "Analytic calculation of pulse broadening in optical higher-order PMD compensation," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 20, no. 7, pp. 1118-1123, 2002.
- [17] M. Karlsson, "Polarization mode dispersion-induced pulse broadening in optical fibers," *Optics Letters*, vol. 23, no. 9, pp. 688-690, 1998.
- [18] M. Karlsson and J. Brental, "Autocorrelation function of the polarization-mode dispersion vector," *Optics Letters*, vol. 24, no. 14, pp. 939-941, 1999.
- [19] M. Shtaif, A. Mecozzi, and J. A. Nagel, "Mean-square magnitude of all-orders of polarization mode dispersion and the relation with the bandwidth of the principal states," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 12, no. 1, pp. 53-55, 2000.
- [20] M. Karlsson, J. Brentel, and P. A. Anderson, "Long-term measurement of PMD and polarization drift in installed fibers," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 18, no. 7, pp. 941-951, 2000.

Theory of optimal second-order PMD compensation

Sangin Kim[†]

*School of Electrical Engineering, Ajou University
San 5 Woncheon-Dong Paldal-Gu Suwon 442-749, KOREA*

[†]*E-mail: sangin@ajou.ac.kr*

(Received August 12, 2003, Revised manuscript October 20, 2003)

In this paper, the optimal performance of optical second-order polarization mode dispersion (PMD) compensation has been investigated theoretically in terms of minimization of the root-mean-square (RMS) pulse broadening. The optimal compensation vector in feedforward-type second-order PMD compensation has been derived, and the RMS pulse broadening factor after the optimal second-order PMD compensation has been analytically calculated. The calculated result has been compared with the previously reported simulation result where numerically optimized feedback scheme was adopted. They are in good agreement, which verifies the validity of the derivation. The investigation in this work will form the basis for the implementation of the feedforward-type second-order PMD compensation.

OCSI Codes : 060.0060, 060.2330.