

확장 볼록 조합 매개변수화 기반의 다중해상도 메쉬 편집

신복숙[†] · 김형석^{**} · 김하진^{***}

요 약

본 논문에서는 삼각 메쉬에 관한 보다 안정되고 직관적인 새로운 다중해상도 메쉬 편집 기술을 제안한다. 본 논문의 기본 아이디어는 3차원 메쉬 상에서 편집 영역을 선택하여 2차원 영역으로 임베딩을 하는 과정과 사용자에게 의해서 정의되는 편집 정보를 보간하는 곡면을 생성하는 과정으로 이루어지며, 이를 통해 편집 영역 안에 있는 다른 꼭지점의 변위 정보를 곡면 함수값으로부터 생성한다. 본 논문에서 사용되는 임베딩 방법은 확장 볼록 조합 매개변수화 방법으로서 임베딩된 2차원 메쉬의 삼각형들은 자기 교차를 하지 않으며 또한 볼록 조합 계수를 정의할 때 모양 유지 방법을 사용하기 때문에 3차원 삼각형의 모양을 제대로 유지할 수 있다. 또한 편집 결과의 영역을 조절할 수 있도록 하기 위하여 다단계 B-스플라인 곡면을 이용하여, 상호작용적이며 직관적이어서 보다 안정되고 효율적인 메쉬 편집 결과를 얻을 수 있다.

Multiresolution Mesh Editing based on the Extended Convex Combination Parameterization

Bok-Suk Shin[†], Hyoung Seok Kim^{**} and Ha-Jine Kim^{***}

ABSTRACT

This paper presents a more stable method of multi-resolution editing for a triangular mesh. The basic idea of our paper is to embed an editing area of a mesh onto a 2D region and to produce 3D surfaces which interpolate the editing-information. In this paper, we adopt the extended convex combination approach based on the shape-preserving parameterization for the embedding, which guarantees no self-intersection on the 2D embedded mesh. That is, the result of the embedding is stable. Moreover, we adopt the multi-level B-spline approach to generate the surface containing all of 3D editing-information, which can make us control the editing area in several levels. Hence, this method supports interactive editing and thus can produce intuitive editing results.

Key words: 메쉬 편집(Mesh editing), 메쉬 매개변수화(Parameterization of meshes), 다중해상도 모델링(Multiresolution modeling)

1. 서 론

컴퓨터그래픽스 분야에서는 물체를 표현함에 있어 삼각 메쉬 표현법을 널리 사용하여 왔다. 삼각 메

이 논문은 1999년도 한국학술진흥재단의 연구비에 의하여 연구되었음(KRF-99-042-E00053).

접수일 : 2003년 3월 19일, 완료일 : 2003년 4월 23일

[†] 준회원, 부산대학교 전자계산과 박사과정

^{**} 정회원, 동의대학교 공과대학 컴퓨터·영상공학부 조교수

^{***} 아주대학교 정보 및 컴퓨터 공학부 교수

쉬로 표현된 물체를 편집하여 원하는 형태로 만들기 위해서는 효율적인 편집 기술이 필요하게 된다. 여기서 메쉬 편집이라 함은 메쉬를 구성하고 있는 꼭지점들의 위치를 이동하게 하여 새로운 형상을 갖는 메쉬를 재구성함을 의미한다. 메쉬를 편집하여 원하는 형태의 물체를 만들기 위해서 점들을 하나씩 움직여 수천 개의 점을 조작해야 한다면 매우 힘든 작업이 될 것이다. 따라서 메쉬를 효율적으로 편집하기 위한 한 번에 여러 개의 점들을 자동적으로 제어할 수 있

는 편집 기술이 필요하게 된다.

메쉬 편집 기술로는 메쉬를 구성하고 있는 꼭지점들을 직접 선택하여 이동시키는 직접조정(direct manipulation) 방식과 이와 대비적으로 메쉬의 꼭지점들을 이동하지 않고 제어격자와 같은 도구를 이용하여 형태를 변형시키는 간접조정(indirect manipulation) 방식이 있다. 직접조정 방식은 점을 직접 선택하여 이동시키므로 정확한 모양을 만들 수 있는 반면, 원하는 모양으로 제어하는데 많은 시간이 소요된다[1,2]. 간접조정 방식의 가장 대표적인 변형방법인 FFD(free-form deformation)는 제어 격자와 같은 변형도구를 조정하여 메쉬의 형태를 변형시킨다[3-9]. 이것은 변형 함수(transformation function)를 정의함으로써 형태 변형이 가능하다. 적은 수의 제어격자를 이용하여 모양을 쉽게 변형할 수 있는 장점은 있으나 사용자가 요구하는 모양을 정확하게 제어하기에는 어려움이 남아 있다. 이러한 방법들은 메쉬 편집 기술의 요구사항인 직접 조정 능력, 다중해상도 편집 능력, 편집 영역 조절 능력, 직관적 편집 결과 도출 능력, 상호 작용 능력과 같은 기능들을 충분히 소화하지 못하고 있는 실정이다. 따라서, 이러한 요구사항을 만족하면서 두 방법들의 장점만을 취할 수 있는 Hybrid 방법이 개발된다면 주어진 메쉬로부터 다양한 형태의 메쉬를 생성함에 있어 한결 용이할 것이다.

본 논문에서는 편집 결과의 질을 다양하게 조절할 수 있는 다중해상도 메쉬 편집 기술을 소개한다. 변화를 원하는 특정 꼭지점을 선택하고 사용자에게 의해서 새로운 위치로 이동을 하게 한 후, 이들에 의해서 생성된 변위를 이웃한 다른 꼭지점들에게도 이웃한 정도에 따라 달리 적용을 하는 방법이다. 즉, 몇 개의 꼭지점 v_i 에서 변위 a 를 알고 있을 때 이들을 3차원 데이터 (v_i, a) 로 인식하여 데이터 보간을 하는 곡면을 생성하면 다른 점에서의 함수값이 그 꼭지점에서의 변위로 대체할 수 있게 되는 것이다. 이를 위해서 먼저, 편집을 원하는 삼각형들을 선택하여 편집영역을 정하고 이를 2차원 영역으로 일대일 매핑하여 2차원 메쉬를 얻는 메쉬의 매개변수화 과정을 거치게 된다. 즉, 3차원 상의 꼭지점 $v_i = (x_i, y_i, z_i)$ 이 2차원 점 $u_i = (s_i, t_i)$ 로 대응된다. 두 번째 단계로서, 그 2차원 영역을 정의구역으로 하고 사용자에게 의해서 정의되는 편집 정보 Δx_i (꼭지점의 x 성분의 변위)를 합

수값으로 하여 구성되는 3차원 점 $(s_i, t_i, \Delta x_i)$ 들을 지나는 곡면을 생성한다. 편집 영역 안에 있는 3차원 메쉬 꼭지점들의 x 값의 변위 정보를 그 곡면으로부터 구할 수 있게 된다. 따라서 각 꼭지점의 3차원 변위를 알기 위해서는 세 개의 곡면을 생성하여야 한다. 이 같은 방법에 의해 메쉬의 모양을 자동적으로 변형할 수 있다. 이러한 Hybrid 방법에서 주의해야 하는 점이 있는데, 메쉬의 매개변수화 과정은 반드시 일대일 대응 관계를 유지하여야 하며, 사용자에게 의해서 생성된 변위를 이웃한 정도에 따라 주변 꼭지점들에게도 달리 적용할 수 있어야 한다는 것이다. 이러한 Hybrid 방법에 대해서 Lee 등이 제안한 Harmonic mapping을 적용한 방법이 있기는 하나 완전한 일대일 대응을 보장하지 못한다[10]. 즉, 하모닉 매핑 방법은 비선형 시스템을 푸는데 많은 시간이 소요되며, 또한 매핑된 2차원 메쉬는 접힘(foldover) 현상이 발생할 수도 있다. 이러한 접힘 현상은 2차원 평면 메쉬에서 3차원 메쉬로의 환원할 때에 예상치 못한 결과를 발생시키기도 한다. 본 논문에서는 확장 볼록 매개변수화 방법을 사용하여 이러한 문제점을 완전히 해결하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2절에서는 3차원 메쉬를 2차원으로 일대일 임베딩하는 방법인 확장 모양 유지 매개변수화 방법을 소개한다. 3절에서는 사용자의 액션에 의해서 변위를 갖게 되는 꼭지점들의 편집 정보를 보간하는 방법을 설명하고 이를 통해 이웃한 꼭지점들의 변위를 자동으로 획득하는 방법에 대해서 논의한다. 4절에서는 다단계 제어를 통해 나타난 다양한 실험 결과를 보여 주며, 마지막 5절에서 본 내용에 대한 결론과 향후 연구로 끝을 맺는다.

2. 확장 볼록 조합 매개변수화법

메쉬의 매개변수화는 메쉬 상의 각 지점에 일반적으로 이차원 매개변수 (s, t) 를 정하는 것이므로 삼각 메쉬를 이차원 평면상에 펴는 것으로 생각할 수 있다. 삼차원 공간상에 있는 메쉬를 이차원 상에 펴는 것은 단순하지 않으며 일반적인 경우 뒤틀림 없이 펴는 것은 불가능하다. 매개변수화 과정에서 불가피하게 발생하는 뒤틀림은 텍스처 매핑, 다단계 모델링, 메쉬의 곡면 근사 등과 같은 응용 분야에서 결과의 질을 저하시키는 중요한 요인이 된다. 이런 이유

로 매핑 도중 발생하는 변형을 최소화시키기 위한 매개변수화 방법들이 계속 연구되고 있다[11-13].

이 절에서는 본 논문에서 사용되는 선형 시스템 방법인 모양 유지 매개변수화 방법[12]을 먼저 설명하고 이를 이용한 확장 모양 유지 매개변수화 방법을 소개한다.

2.1 블록 조합 매개변수화

본 논문에서 사용하는 모양 유지 매개변수화 방법은 그래프 이론과 블록 조합(convex combination) 성질을 토대로 한다[14-16]. Floater는 매개변수화하고자 하는 메쉬 영역(편집영역)의 경계를 이차원 평면상의 정사각형에 매핑 한 후 내부의 꼭지점들에 대한 매개변수, 즉 2차원 평면상의 좌표가 그 꼭지점에 이웃하는 점들의 블록 조합으로 나타낼 수 있음을 보여주고 있다.

$$u_i = \sum_{j=1}^N \lambda_{i,j} u_j \quad i=1, \dots, n \quad (1)$$

여기서, $\lambda_{i,j} > 0$ if $(i,j) \in E$, $\lambda_{i,j} = 0$, if $(i,j) \notin E$, $\sum_{j=1}^N \lambda_{i,j} = 1$. E 는 삼각 메쉬에 있는 선분들의 집합이며, u_1, \dots, u_n 은 내부에 임베딩 되는 내부 점들이고, u_{n+1}, \dots, u_N 들은 편집영역 경계에서 매핑 되는 경계 점들이다. 따라서 외부 점들은 사용자에게 주어 진다고 가정을 한다. 내부 점들은 수식 (1)을 수식 (2) 형태로 변환할 수 있다.

$$u_i - \sum_{j=1}^n \lambda_{i,j} u_j = \sum_{j=n+1}^N \lambda_{i,j} u_j \quad i=1, \dots, n \quad (2)$$

즉, 좌변에 있는 수식은 결정해야 할 내부 점들만을 포함하며 우변은 사용자의 정의에 의해서 결정된 경계점들이므로 알려진 값으로 구성이 된다. 따라서, 다음과 같은 두 개의 선형 시스템으로 변환하여 내부 점들의 좌표를 행렬 연산에 의해서 구할 수 있다.

$$A s = b_1, \quad A t = b_2 \quad (3)$$

여기서, 벡터 s 와 벡터 t 는 두 요소 s_i, t_i 의 열 벡터이며 $n \times n$ 행렬 A 는 다음과 같은 값을 가진다.

$$a_{i,i} = 1, \quad a_{i,j} = -\lambda_{i,j}, \quad j \neq i.$$

Floater는 행렬 A 가 정칙(non-singular)임을 증명하여 수식 (1)과 같은 블록 조합은 항상 존재하며 유일하다는 것을 보였다. 또한 이렇게 임베딩된 삼각형들은 항상 꼭지점들에서만 교차하게 되며 따라서 임

베딩된 2차원 메쉬는 접힘 현상이 발생하지 않음을 증명하여 선형시스템 (3)은 유일한 근을 가짐을 증명하였다[12]. 이러한 이론을 토대로, 블록 조합 성질을 만족하는 내부 꼭지점들을 항상 구할 수 있게 된다. 임베딩되는 2차원 메쉬의 모양은 $\lambda_{i,j}$ 에 따라서 달라 지므로, 삼각형 메쉬를 가능한 뒤틀리지 않고 임베딩 하기 위해서는 적절한 $\lambda_{i,j}$ 를 정하는 것이 매우 중요하다. 다음에서는 3차원 메쉬의 삼각형 모양을 제대로 잘 따르는 모양 유지 매개변수화 방법을 소개한다.

2.2 $\lambda_{i,j}$ 결정법 : 모양 유지 매개변수법

모양 유지 매개변수화 방법은 그림 1의 (a)에서 보는 것처럼 3차원 메쉬에 있는 각 꼭지점 v_i 와 그에 이웃한 꼭지점(1-ring neighbor)들을 (b)와 같이 그 모양이 최대한 유지 되도록 conformal 매핑을 한 후 2차원 꼭지점 p_i 들을 얻어서 이들에 의한 무게 중심 좌표계(barycentric coordinate)를 이용하여 $\lambda_{i,j}$ 를 구하는 방법이다. 즉, 수식 (4)-(5)과 같이 v_i 에 이웃한 선분들의 길이는 그대로 유지하고, v_i 에 이웃한 삼각형들의 내각의 합이 2π 가 아니기 때문에 이를 2π 가 되도록 내각의 크기를 비례식을 이용해서 조절하여 2차원 평면으로 펴는 국지적 매핑(local mapping)이다.

$$\|p_j - p_i\| = \|v_j - v_i\| \quad (4)$$

$$\angle p_i p_j p_{j+1} = 2\pi \angle v_i v_j v_{j+1} / \theta_i \quad (5)$$

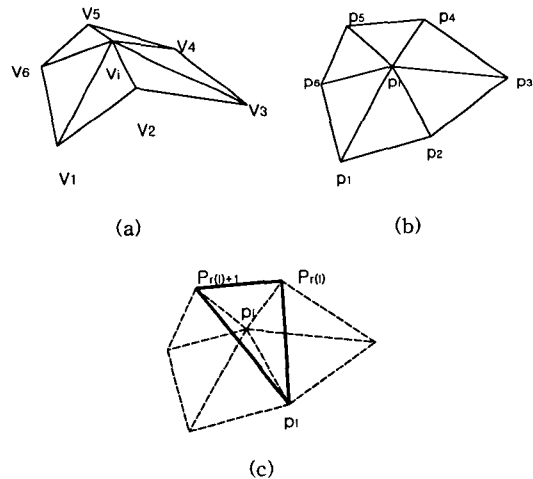


그림 1. 모양 유지 매개변수화

이때, $\theta_i = \sum_{k=1}^{d_i} \angle v_i v_k v_{k+1}$ 이며, v_j 는 v_i 에 이웃한 꼭지점들이다. 그림 (1)의 (c)에서처럼 2차원 점 p_i 는 d_i 개의 삼각형에 의한 무게 중심 좌표계로 표현할 수 있으며 이들을 평균하여 구해지는 계수들 $\lambda_{i,j}$ 로 할당한다.

이와 같은 블록 조합 관계를 이용하고 있는 모양 유지 매개변수화 방법은 블록 조합 계수 $\lambda_{i,j}$ 가 어떠한 경우이든 항상 양의 값을 가질 수밖에 없으며, 이 같은 조건에 의해 2차원 평면 D에 생성될 점들이 서로 교차하여 생성되는 문제는 존재하지 않게 된다.

그림 2는 3차원 메쉬 (a)와 (c)를 Floater의 모양 유지 매개변수화 방법을 사용하여 2차원 평면에 매핑한 결과를 (b)와 (d)에서 각각 보여준다. 3차원 메쉬의 모양을 최대한 유지하고 동시에 메쉬들간에서로 접힘 없이 매핑된 결과를 확인할 수 있다.

2.3 확장 블록 조합 매개변수화

Floater가 제시한 방법에 의해서 생성된 2차원 매핑 결과를 보면, 경계 부근일수록 삼각형의 왜곡 현상은 두드러지며 내부에 있을수록 3차원 메쉬의 삼각형 모양을 잘 닮는다는 사실을 확인할 수 있다. 또한 3차원 메쉬의 경계를 2차원으로 매핑할 때 강제로 정사각형으로 대응시키기 때문에 경계 부근에서의 왜곡현상은 매핑되는 경계 영역 모양에도 크게 영향

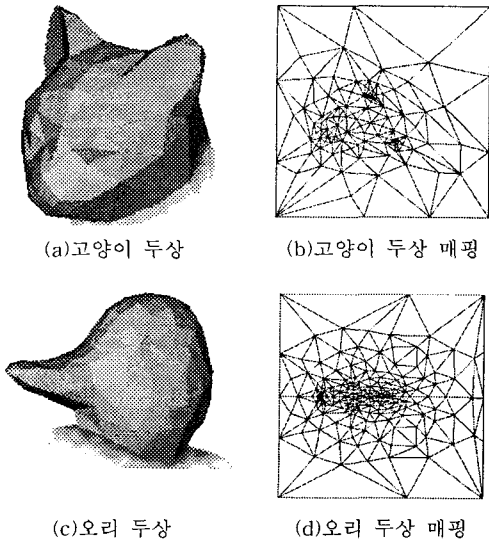


그림 2. 모양 유지 매개변수화 방법을 이용한 매핑 결과

을 받는다는 사실을 알 수 있다. 따라서 3차원 메쉬의 경계 모양을 잘 닮도록 하는 2차원 경계를 선택하기 위하여 우리는 다음과 같은 선분 비틀기(edge tweaking) 방법을 사용한다.

경계에는 $N = (n+1)$ 개의 꼭지점과 선분이 존재하는데, 3차원의 경계 모양을 잘 닮기 위하여 이웃한 꼭지점들의 각도의 특성을 잘 유지하도록 하며 선분의 길이의 변화가 최소가 되도록 한다. 즉, 다음의 함수를 최소화하게 하는 길이의 변화 (s_1, \dots, s_N) 를 구하도록 한다.

$$f(s_{n+1}, \dots, s_N) = \sum_{i=n+1}^N \frac{s_i^2}{l_i^2} \tag{6}$$

이때, l_i 는 i 번째 선분 L_i 의 길이이며, s_i 는 변화되는 선분의 길이의 양이다. 따라서, 새로 생성되는 2차원 선분들 (l_{n+1}', \dots, l_N') 은 2차원 폐곡선을 만들게 되며 다음 수식 (7)을 만족하여야 한다.

$$\begin{aligned} \phi_1(s_{n+1}, \dots, s_N) &= \sum_{i=n+1}^N (l_i + s_i) \cos(\alpha_i) = 0, \\ \phi_2(s_{n+1}, \dots, s_N) &= \sum_{i=n+1}^N (l_i + s_i) \sin(\alpha_i) = 0 \end{aligned} \tag{7}$$

2차원 경계 선분 L_i' 의 길이는 $l_i' = l_i + s_i$ 이며 α_i 는 선분 L_i' 가 x 축과 이루는 각도이다. 이때, α_i 는 대응되는 3차원 메쉬의 꼭지점 v_i 에 인접한 삼각형들의 내각의 합에 비례해서 얻어지는 각도이다. 이러한 방법에 의해서 결정된 2차원 경계 선분들은 3차원 경계 선분들의 각도를 비례해서 유지하기 때문에 전체적인 모양을 대체로 닮는다고 볼 수 있다. 2차원 경계가 경우에 따라서는 블록 다각형일 수도 있고 오목다각형일 수도 있다. 그러나, 블록 조합 매개변수화법을 따르기 위해서는 2차원 경계 모양이 반드시 블록 다각형이 되어야 한다. 따라서, 선분 비틀기(edge tweaking) 방법에 의해서 생성된 2차원 결과에 블록 헐(convex hull)을 구하여 그 다각형을 블록 조합 매개변수화 방법의 2차원 경계로 사용한다. 그림 3은 확장된 블록 조합 매개변수화법에 의한 결과를 보여 주고 있다.

3. 공간 데이터에 대한 곡면 보간

본 절에서는 메쉬 편집 알고리즘의 두 번째 단계인 공간 데이터에 대한 곡면 보간법을 설명한다. 변화를 원하는 특정 꼭지점들을 선택하고 사용자에 의

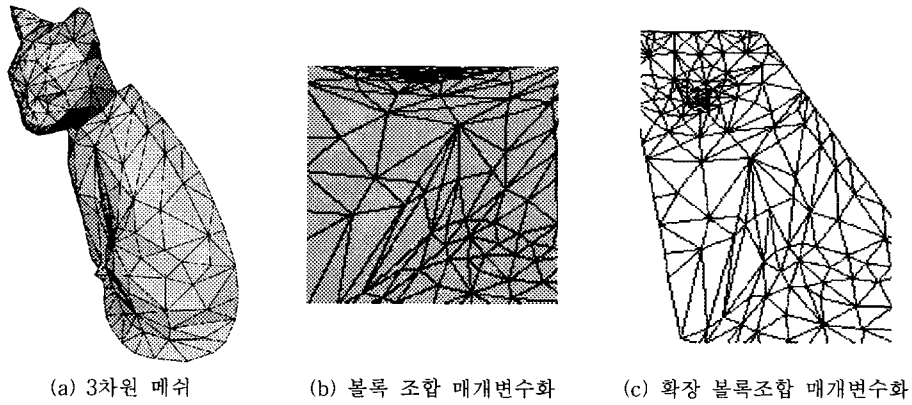


그림 3. 확장 블록 조합 매개변수화에 의한 2차원 메쉬

해서 새로운 위치로 이동을 하게 한 후, 이들에 의해서 생성된 변위를 이웃한 다른 꼭지점들에게도 이웃한 정도에 따라 달리 적용하여 편집 영역에 있는 모든 점들의 새로운 위치를 자동적으로 얻는 과정이다. 이를 효과적으로 처리하기 위해서 우리는 3차 B-스플라인 근사법을 토대로 하는 곡면 보간법을 사용한다.

3.1 B-스플라인 곡면 근사(Approximation)

B-스플라인 곡면함수는 불규칙적으로 분산된 점을 근사하여 부드러운 곡면으로 표현하기 좋은 함수이며 국부적으로 곡면의 모양을 제어 할 수 있는 특징이 있다. $\Omega = \{(x, y) \mid 0 \leq x < m, 0 \leq y < m\}$ 을 3차원 메쉬의 편집 영역으로부터 대응되는 2차원 정사각형이라 하자. 이 정사각형 안에 있는 점 (s_a, t_a) 에 의해서 만들어지는 3차원 점 (s_a, t_a, f_a) 를 근사하기 위하여 Ω 위에 있는 조절 격자 Φ 에 의해서 정의되는 정규 3차 B-스플라인 곡면식을 이용한다. 이 곡면함수는 수식 (8)과 같다.

$$f(s, t) = \sum_{k=0}^3 \sum_{l=0}^3 B_k(x) B_l(y) \Phi_{i+k, j+l} \quad (8)$$

이때, $\Phi_{i,j}$ 는 $(s, t)=(i, j)$, $i, j = -1, 0, \dots, m+1$ 에 위치한 제어점의 함수값이다. 또한 $i = [s] - 1, j = [t] - 1, x = s - [s], y = t - [t]$ 이다. 이 곡면수식에 사용되는 B-스플라인 혼합 함수는 수식 (9)와 같다.

$$B_0(x) = \frac{(1-x)^3}{6},$$

$$B_1(x) = \frac{4-6x^2+3x^3}{6},$$

$$B_2(x) = \frac{1+3x+3x^2-3x^3}{6},$$

$$B_3(x) = \frac{x^3}{6}, \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (9)$$

이제 주어진 데이터를 근사하는 곡면 생성 방법에 대해서 설명하도록 한다. 3차원 메쉬 M의 임의의 특징 꼭지점 v_c 의 이동변위가 $(\Delta x_c, \Delta y_c, \Delta z_c)$ 이라고 하자. 그리고 이 꼭지점이 2차원 매핑 다각형 D 안의 $u_c = (s_c, t_c)$ 에 대응된다고 하면 그림 4와 같이 세 가지 종류의 3차원 데이터, 즉 $(s_c, t_c, \Delta x_c)$, $(s_c, t_c, \Delta y_c)$, $(s_c, t_c, \Delta z_c)$ 를 얻을 수 있다. 우선 x -변위에 의해서 얻어진 $(s_c, t_c, \Delta x_c)$ 를 근사하는 방법을 설명하고 동일한 방법을 이용하여 y -변위, z -변위 데이터 근사 곡면을 구할 수 있다.

3차원 데이터 $(s_c, t_c, \Delta x_c)$ 를 근사하는 함수 $f_x(s, t)$ 를 구하는 것은 그 함수를 정의하는 $(m+3) \times (m+3)$ 개의 제어점 $\Phi_{i,j}^x$ 의 값을 결정해야 된다. B-스플라

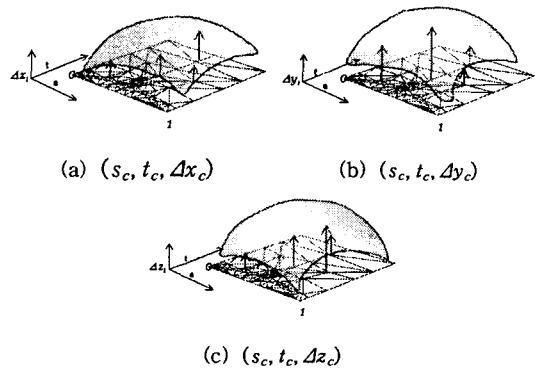


그림 4. 매핑 다각형에서의 이동변위 $\Delta x_c, \Delta y_c, \Delta z_c$

의 지역 조절성에 의해서 (s_c, t_c) 주변의 16개의 제어점의 위치만 알게 되면 $(s_c, t_c, \Delta x_c)$ 를 지나는 곡면을 구할 수 있게 된다. 일반성을 위해서 $0 \leq s_c, t_c < 1$ 라고 가정하자. (s_c, t_c) 에서 함수값 Δx_c 를 갖도록 하는 함수 $f_x(s, t)$ 를 구하기 위해서는 16개 제어점들은 다음 수식 (10)을 만족한다.

$$\Delta x_c = \sum_{k=0}^3 \sum_{l=0}^3 B_k(s) B_l(t) \Phi_{k-1, l-1}^x \quad (10)$$

수식 (10)을 만족하도록 하는 제어점들은 무수히 많다. 이 중에서 곡면 생성에서 발생하는 오차를 최대한 줄이기 위해 최소제곱법을 사용하여 수식 (11)과 같이 제어점을 찾아낸다[17].

$$\Phi_{k, l}^x = \frac{B_{k+1}(s) B_{l+1}(t) \Delta x_c}{\sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 (B_i(s) B_j(t))^2} \quad (11)$$

수식 (11)은 $[0, 1] \times [0, 1]$ 에 있는 한 개의 데이터 (s_c, t_c) 에 의해서 얻어진 제어점 들이다. 이렇게 구해진 곡면 $f_x(s, t)$ 는 3차원 데이터 $(s_c, t_c, \Delta x_c)$ 를 지나게 된다. 여기에서 데이터 개수와 조절점들의 위치에 대한 상관관계에 따라 생성된 곡면이 보간되기도 하며 근사되기도 함을 알 수 있다. 데이터들의 집합을 P 라고 하고, $\Phi_{i, j}$ 의 근점 데이터 집합을 $P_{i, j}$ 로 나타내며, $P_{i, j}$ 는 다음을 만족하는 데이터들의 집합이다.

$$P_{i, j} = \{(x_c, y_c, z_c) \in P \mid i-2 \leq x_c < i+2, \\ j-2 \leq y_c < j+2\}.$$

우리는 다음과 같은 사실을 알 수 있다. 모든 i, j 에 대해서 $P_{i, j}$ 에 속하는 데이터의 수가 1 보다 같거나 작으면, 생성된 곡면은 모든 데이터를 보간하게 된다. 그렇지 않다면, 단순히 데이터의 오차를 최소화하면서 근사하게 된다.

만약, $[0, 1] \times [0, 1]$ 영역에 데이터의 개수가 2 이상 이라면 동일 지점 (k, l) 에 정의되는 값 $\Phi_{k, l}$ 은 그 데이터 개수 만큼 다른 값을 가지게 된다. 따라서, 함수를 정의하기 위해서는 $\Phi_{k, l}$ 가 하나의 값을 가져야 하는데, 이를 위해서 근사 오차를 최소화하도록 하는 최소제곱법을 사용하여 수식 (12)과 같이 제어점을 결정한다.

$$\Phi_{i, j} = \frac{\sum_c w^2 \Phi_c}{\sum_c w^2}, \quad i, j = -1, 0, 1, 2 \quad (12)$$

이때,

$$\Phi_c = \frac{w_c z_c}{\sum_{a=0}^3 \sum_{b=0}^3 w_{a, b}^2}, \quad (13)$$

$$w_c = w_{k, l} = B_k(s) B_l(t),$$

$$k = (i+1) - \lfloor s_c \rfloor, \quad l = (j+1) - \lfloor t_c \rfloor,$$

$$s = s_c - \lfloor s_c \rfloor, \quad t = t_c - \lfloor t_c \rfloor.$$

수식 (12)에 의해서 구해진 $\Phi_{i, j}$ 를 제어점들로 정의되는 곡면 $f_x(s, t)$ 는 (s_c, t_c) 에서 Δx_c 와 다른 함수 값을 가지게 된다. 즉, $f_x(s_c, t_c) \neq \Delta x_c$. 따라서 이 곡면은 데이터들 $(s_c, t_c, \Delta x_c)$ 을 보간하지 않고 근사하게 된다. 이 곡면을 통해서 편집영역 안에 있는 모든 꼭지점들의 x -변위를 알 수 있게 된다. 즉, 하나의 꼭지점 v_k 가 대응되는 2차원 매개변수 (s_k, t_k) 를 모양 유지 매개변수화 방법에 의해서 찾아내고 이 매개변수에서의 함수값 $f_x(s_k, t_k)$ 가 그 꼭지점이 3차원 공간에서 x -성분으로 움직여야 하는 변위가 된다. 이와 동일한 방법을 통해서 편집영역 안에 모든 꼭지점의 변위 정보를 세 개의 곡면 $f_x(s, t)$, $f_y(s, t)$, 그리고 $f_z(s, t)$ 을 통해서 자동적으로 알 수 있게 된다.

3.2 다단계 B-스플라인 곡면 보간(Interpolation)

본 논문의 메쉬 편집 방법은 선택한 꼭지점들의 변위는 반드시 보간하여야 함을 전제로 한다. 일반적인 경우, 4×4 제어점들 $\Phi_{i, j}$ 's의 근점 데이터 집합 $P_{i, j}$ 는 한 개 이상의 데이터를 가지고 있다. 상술한 방법에 의해서 생성된 곡면은 선택한 꼭지점들의 변위를 보간할 수 없게 된다. 만약 제어점들 사이의 간격을 줄일 수 있다면 즉, $P_{i, j}$ 가 정의되는 영역이 줄어들면, 제어점들의 개수가 증가하여야 하며 반면에 $P_{i, j}$ 에 속하는 데이터들은 줄어들게 될 것이다. 따라서, 본 절에서는 제어점 사이에 새로운 제어점을 추가로 생성하는 방법을 설명하고 이를 통해 모든 데이터들을 보간하는 곡면을 얻을 수 있게 된다.

매핑 다각형 D에 계층적으로 생성될 제어격자의 단계를 $\Phi_0, \Phi_1, \dots, \Phi_n$ 라고 하자. Φ_0 의 제어격자 간격 $(m+3) \times (m+3)$, $m = 1$ 이고 다음 단계 Φ_1 의 격자는 Φ_0 가 가지고 있는 격자와 격자 사이공간 중간에 새로운 격자를 추가함으로써 만들어진다. 이때, Φ_k 는 $(2m_k+3) \times (2m_k+3)$ 의 제어격자를 가지게 되며, m_k 는 각 단계를 말한다. 그림 5는 다각형 D에 단계

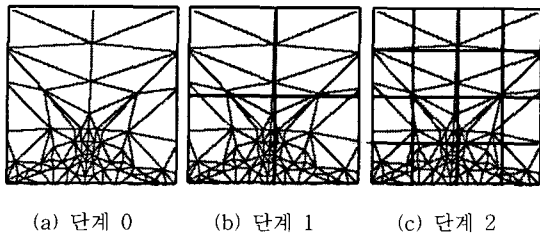
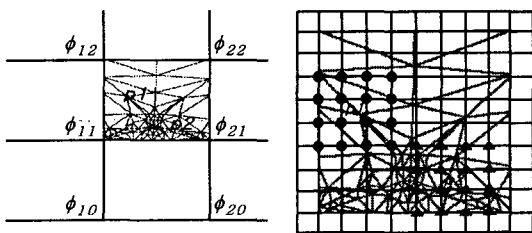


그림 5. 계층적인 제어격자의 간격(단계 m_k)

0에서부터 한 단계씩 늘어날 때마다 추가되는 제어 격자를 보여주고 있다. 그림 6의 (a)와 같이 2개의 편집 점 p_1, p_2 가 존재할 경우 각각의 변위를 정확하게 보간하기 위한 곡면을 만들기 위해서 제어점이 서로 겹치지 않고 놓여야 하기 때문에 $m_k = 4$ 가 되어야 한다. 따라서, 제어격자 11×11 일 때 비로소 보간 되는 단계가 될 수 있음을 그림 6의 (b)에서 볼 수 있다.

여러 개의 편집 정보가 존재하더라도 보간되는 곡면을 생성하기 위해서 매핑 영역에 있는 4×4 제어 격자의 수를 계층적으로 더 늘리는 방법을 사용하고 있다. 이와 같이 제어격자의 단계적 조정은 결국 다양한 메쉬 형태로 변형이 가능하도록 도와주고 있다. 계층적으로 세분화된 제어격자의 수가 결정되면 제어 격자의 영향을 받게 될 범위가 결정되고 세분화된 격자 안에 포함되어 있는 점들만이 제어점에 의해 영향을 받도록 되어 있다.

계층적인 제어격자의 수를 단계별로 구분하고, 이러한 단계를 조정하여 제어격자의 수를 줄이게 될 경우, 그림 5의 (a)처럼 매핑 다각형 D에 영향을 주게 될 제어 격자의 간격은 넓고 격자 안에 영향을 받게 되는 점들은 많아지게 된다. 이것은 D안에 있는 전반적인 모든 점들이 영향을 받게 되고 그림 7의 (a)처럼



(a) 제어점을 공유하는 2개의 편집 점 (b) 서로 겹치지 않는 제어점

그림 6. 단계에 따라 달라진 제어점의 위치

완만한 형태의 곡면을 만든다. 한편, 제어 격자를 계속적으로 추가시켜 제어 격자의 간격을 조밀하게 짜여지게 하면 제어점에 의해 영향을 받는 영역은 줄어들고 세분화된 제어 격자 안에 놓이게 될 점들은 상대적으로 적어지게 된다. 그러면 그림 7의 (b)처럼 영향을 받는 영역은 (a)보다 줄어들어 상대적으로 더 좁아져 있는 것을 볼 수 있다. 이런 식으로 제어 격자를 추가시켜 제어점들이 서로 겹치지 않고 격자 안에 오직 한 개의 점만 포함되게 되면 그림 7의 (c)처럼 각 편집 정보에 대해 보간하는 곡면을 생성하게 된다.

그림 7의 (a)는 제어 격자가 4×4 , 단계가 1이며 제어 격자의 간격이 넓어 영향을 받는 지역이 전반적으로 퍼져 있는 모습이다. (b)는 제어 격자가 9×9 인 단계 3일 때의 곡면의 형태를 보여준다. (c)에서는 제어 격자가 13×13 인 단계 5이며 영향을 받는 영역이 좁아져서 상대적으로 단계가 낮은 것보다 더 뾰족한 형태를 보여주고 있다.

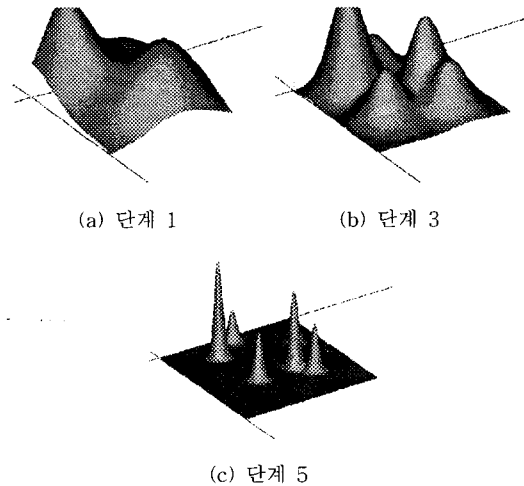


그림 7. 단계에 따른 다른 곡면의 형태

4. 실험 결과

본 논문은 3차원 메쉬에 대한 효율적인 편집 기술을 새롭게 제안한 논문이다. 그 동안 이러한 메쉬 편집 기술에는 크게 직접 조절법과 간접 조절법으로 나뉘어져 있었다. 직접 조절법은 변화를 원하는 특정 꼭지점들을 직접 조작하는 방법으로서 만약 조절하고자 하는 꼭지점의 개수가 많을 때에는 사용자의 많은 시간과 노력을 요구하게 되는 단점을 가지게 된

다. 반면, 간접 조절법은 편집을 원하는 물체를 격자망을 씌워 그 격자망의 격자들의 위치를 조절함으로써 간접적으로 물체의 형상을 변화하게 하는 방법이다. 이 방법은 특정 꼭지점을 원하는 위치로 이동시키기가 어렵다는 점이 단점이다. 기존의 방법의 이러한 단점들을 해결하고자 하는 본 논문의 방법에 의하면, 편집을 하고자하는 영역을 선택할 수 있으며, 특정 위치로의 이동을 원하는 몇 개의 꼭지점들은 사용자가 직접 조절하고 편집 영역에 속하는 나머지 꼭지점들은 자동적으로 특정 꼭지점으로부터 떨어진 정도에 따라 새로운 위치를 얻을 수가 있다. 본 논문의 가장 두드러진 장점은 사용자의 희망에 따라 특정 꼭지점은 유지하면서 여러 단계의 다른 편집 결과를 얻을 수 있다는 점과 이 방법이 일대일 매핑을 기본적으로 지원하기 때문에 보다 안정적이라는 점이다.

표 1은 얼굴 모델에 대한 2차원에서의 임베딩할 때 발생하는 뒤틀림 정도를 비교한 결과를 보여주고 있다. 이때 사용되는 measure는 L_2 -norm과 L_∞ -norm이다. L_2 -norm은 모든 방향으로의 평균 신축(stretch) 정도를 의미하며 L_∞ -norm은 최대 신축 정도를 의미한다[18]. Floater가 제안한 블록 확장 매개변수화 방법과 본 논문에서 제안한 확장 블록 조항 매개변수화에 의한 결과의 측정치를 두 norm에 의해 비교하면 본 논문에서 제시한 방법이 우수하다는 사실을 알 수 있다. 특히 3차원 메쉬의 모양이 오목(concave)한 경우 그 효과를 크게 볼 수 있음을 본문

표 1. 뒤틀림 측정치 비교

경계 모양	L_2 -norm	L_∞ -norm
정사각형	1.24656	5.23226
원	1.44516	12.68943
edge tweaking	1.13204	4.76854

에서 상술하였다.

그림 8은 3차원 메쉬인 소의 귀를 다단계 제어하여 나타난 실험 결과를 보여주기 위해서 제어격자의 단계를 각각 단계 2, 단계 4, 단계 6으로 조정하였다. 본 모델의 귀 편집은 단계 6일 때 각 편집정보에 보간이 되며, 이러한 단계 조정을 거치게 되면 한 번의 작업으로도 다양한 형태의 모델을 얻을 수 있다. (a)는 편집하기 전의 초기 3차원 메쉬 모델이다. (b)는 3차원 메쉬 모델의 편집영역과 공간상에 이동될 점의 위치를 보여준다. (c)는 편집영역을 모양유지 매개변수화로 매핑한 결과이며, 편집 점에 일대일 대응되는 2차원 매핑영역에 포함된 점의 이동 변위를 보여준다. (d)는 편집 정보와 그 주변의 점들이 어느 정도 영향을 받을 것인지를 보여주는 B-스플라인 곡면이다. (e)는 단계 2 즉, 제어격자의 수가 7×7 개로 다단계 제어한 결과이다. 보여주고 있는 귀의 모양은 편집 영역에 포함된 점들이 편집 정보에 의해 전반적으로 골고루 영향을 받고 있는 모습을 볼 수 있다. (f)는 단계 4 즉, 제어격자의 수가 11×11 개로 다단계 제어하여 나타난 3차원 메쉬 모델의 모습이다. 단계

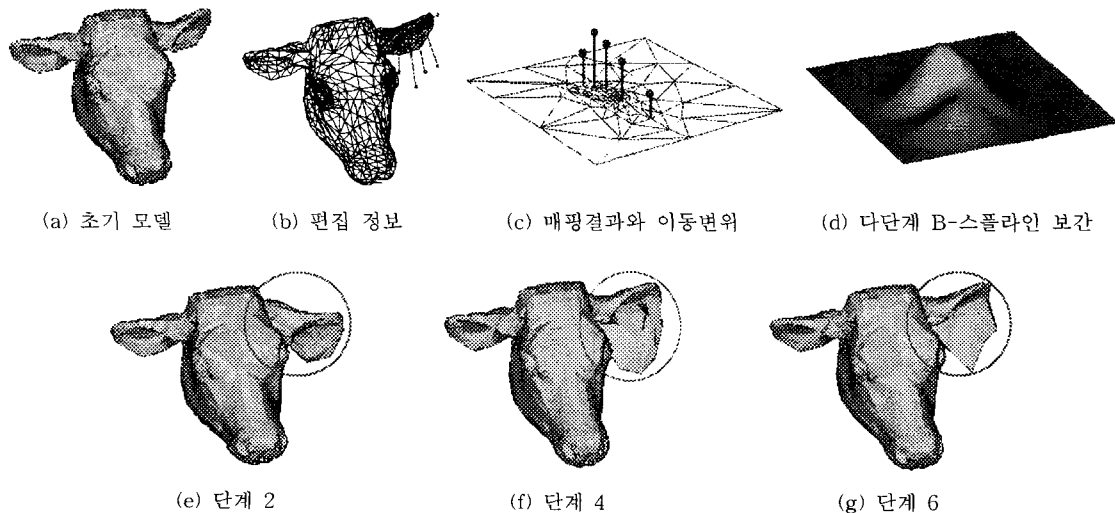


그림 8. 다단계 제어에 의한 편집 결과

2에 비해 제어격자의 수가 늘어남으로서 실제 편집 정보에 영향을 받는 점들이 상대적으로 줄어든다. 따라서, 모델의 편집 영역 중 아랫부분만이 영향을 받고 있는 모습이다. (g)는 단계 6으로 제어격자의 수가 15×15개이며, 제어격자가 상당히 세밀화 되면서 편집 정보에 영향을 받는 범위는 좁아졌다. 앞선 결과와 다르게 실제 편집 정보에 정확하게 보간 되어 있으며 귀의 아랫부분이 많이 뾰족해져 있는 모습이다.

5. 결론 및 향후 연구

본 논문에서는 편집 결과의 질을 향상시킬 수 있는 다중해상도 편집 기술을 위해서 하모닉 매핑 방법에서 발생할 수 있는 접힘 현상을 해결하고자 모양 유지 매개변수화 방법을 사용하였다. 또한 삼각 메쉬의 임베딩의 질적인 성능 향상을 위해서 확장 블록 조합 매개변수화법을 소개하였다. 그리고 메쉬의 형태를 자동적으로 변형시키기 위해서 몇몇 점을 선택적으로 이동시키고, 그 이동된 편집 정보를 이용하여 그 점에 이웃한 점들에게도 영향을 미치도록 하는 다단계 B-스플라인 곡면을 이용하였다. 다단계 B-스플라인 식을 이용으로 편집 점에 대한 정보를 정확하게 반영할 수 있으며, 3차원 메쉬의 형태를 계층적으로 제어할 수 있었다. 이와 같은 편집 기술은 3차원 메쉬의 모양을 다양하면서 자연스러운 결과로 표현할 수 있도록 한다. 향후 연구로는 임의의 점을 선택 이동할 때, 편집 영역에 포함된 점들이 가지고 있는 변위 정보보다 지나치게 큰 변위를 가하게 되면 결과 메쉬의 형태가 상대적으로 거칠어지는 결과를 초래하게 되는데, 이러한 문제를 개선하기 위해 인접한 점들의 변위를 충분히 고려하여 인접해 있는 점들 사이에 새로운 꼭지점을 추가시켜서 보다 자연스럽게 부드러운 결과를 표현할 수 있는 방법을 찾아볼 것이다.

참 고 문 헌

- [1] W. M. Hsu, J. F. Hughes, and H. Kaufman, "Direct manipulation of free-form deformations," *ACM Computer Graphics (Proc. of SIGGRAPH '92)*, 26(2), pp. 177-184, 1992.
- [2] W. Welch and A. Witkin, "Variational surface modeling," *ACM Computer Graphics(Proc. of SIGGRAPH '92)*, 26(2), pp. 157-166, 1992.
- [3] T. W. Sederberg and S. R. Parry, "Free-form deformation of solid geometric models," *ACM Computer Graphics (Proc. of SIGGRAPH '86)*, 20(4), pp. 151-160, 1986.
- [4] S. Coquillart, "Extended free-form deformation: A sculpturing tool for 3D geometric modeling," *ACM Computer Graphics (Proc. of SIGGRAPH '90)*, 24(4), pp. 187-196, 1990.
- [5] H. J. Lamousin and W. N. Waggenspack, "NURBS-based free-form deformations," *IEEE Computer Graphics and Applications*, 14(6), pp. 59-65, 1994.
- [6] R. MacCracken and K. I. Joy, "Free-form deformations with lattices of arbitrary topology," *ACM Computer Graphics (Proc. of SIGGRAPH '96)*, pp. 181-188, 1996.
- [7] A. Rappoport, A. Sheffer, and M. Bercovier, "Volume-preserving free-form solids," *IEEE Trans. Visualization and Computer Graphics*, 2(1), pp. 19-27, 1996.
- [8] F. Lazarus, S. Coquillart and P. Jancene, "Axial deformations: An intuitive deformation technique," *Computer-Aided Design*, 26(8), 1994.
- [9] K. Singh and E. Fiume, "Wires: A geometric deformation technique," *ACM Computer Graphics (Proc. of SIGGRAPH '98)*, 1998.
- [10] S. Lee, "Interactive Multiresolution Editing of Arbitrary Meshes," *Proc. EUROGRAPHS '99*, 18(3), 1999.
- [11] M. Eck, T. DeRose, T. Duchamp, H. Hoppe, M. Lounsbery and W. Stuetzle, "Multiresolution analysis of arbitrary meshes," *ACM Computer Graphics (Proc. of SIGGRAPH '95)*, 1995.
- [12] M. S. Floater, "Parametrization and smooth approximation of surface," *Computer Aided Geometric Design*, 14, pp. 231-250, 1997.
- [13] Y. J. Lee, H. S. Kim and S. Lee, "Efficient Parametrizations of Triangular Meshes," (*Proc. of HCI 2001*), pp. 924-929, 2001.
- [14] Marshall, C. W, *Applied Graph Theory*, Wiley,

New York, 1971.

- [15] W. T. Tutte, "Convex representations of graphs," Proc. London Math. Soc, 10, pp.304-320, 1960.
- [16] W. T. Tutte, "How to draw a graph," Proc. London Math. Soc, 13, pp.743-768, 1963.
- [17] S. Lee, G. Wolberg and S. Y. Shin, "Scattered data interpolation with multilevel b-splines," IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 3(3): pp.228-244, 1997.
- [18] Sander PV, Snyder J, Gortler SJ, Hoppe H, "Texture Mapping Progressive Meshes", ACM Computer Graphics (SIGGRAPH 2001), pp.409-416.



신복숙

1998년 동의대학교 공과대학 컴퓨터공학과 (학사)
 2001년 동의대학교 일반대학원 컴퓨터공학과(석사, 컴퓨터 그래픽스 전공)
 2002년 동의대학교 게임영상산업연구소 P.M 연구원

2002년~현재 부산대학교 전자계산과 박사과정
 관심분야 : 컴퓨터그래픽스, 컴퓨터 비전, 컴퓨터 게임,
 E-mail: boyaci@netian.com



김형석

1990년 연세대학교 이과대학 수학과 (학사)
 1992년 한국과학기술원 응용수학과 (석사, 매듭이론 전공)
 1998년 한국과학기술원 응용수학과(박사, 컴퓨터그래픽스 전공)

1998년 3월~1999년 2월 한국전자통신연구원 컴퓨터그래픽스연구팀 박사후연수연구원
 1999년~현재 동의대학교 공과대학 컴퓨터·영상공학부 조교수

관심분야 : 컴퓨터그래픽스, 가상현실, 컴퓨터게임
 E-mail : hskim@dongeui.ac.kr



김하진

서울대학교 문리과대학 수학과 (학사)
 프랑스 Grenoble 1 대학교 응용수학과(석사)
 프랑스 Saint-Etienne 대학교 응용수학과 (박사)
 프랑스 INRIA 초빙교수, 한국정

회장, 아주대학교 공과대학 학장, 한국공학한림원 정회원, 미국 남가주대학(USC) 방문교수
 현재 아주대학교 정보 및 컴퓨터 공학부 교수, 아주대학교 중앙도서관장, 아주대학교 대학원장

관심분야 : 컴퓨터그래픽스, 수치해석
 E-mail: hjkimn@ajou.ac.kr

교신저자

김형석 614-714 부산광역시 부산진구 가야3동 산
 동의대학교 공과대학 컴퓨터·영상공학부