

■ 論 文 ■

확률적 로짓 통행배정모형의 해석 알고리즘

Solution Algorithms for Logit Stochastic User Equilibrium Assignment Model

임 용 택

(여수대학교 교통물류시스템공학부 조교수)

목 차

- | | |
|-------------------------|--------------|
| I. 서론 | IV. 모형의 평가 |
| II. 확률적 통행배정모형 | 1. 예제 교통망(1) |
| III. 경로기반 로짓 통행배정모형의 구성 | 2. 예제 교통망(2) |
| 1. 로짓 확률적 사용자 균형상태 | V. 결론 |
| 2. 모형의 구성 및 알고리즘 | 참고문헌 |

Key Words : 확률적 사용자균형, 로짓모형, 교통망부하, 해석 알고리즘, 경로기반

요 약

확률적 통행배정모형은 확정적 모형이 갖는 여러 경직된 가정들을 완화시킬 수 있다는 점에서 많은 연구자들의 연구대상이 되어왔으나, 확률개념이 모형에 내포됨에 따라 풀기가 쉽지 않다는 한계를 갖고 있다. 또한 현재 까지 제시된 모형들도 교통망부하(Network loading) 단계에서 대안경로수를 제한함으로써 교통량에 종속적인 통행비용이 변하는 경우, 이를 선택대안의 변화로 반영하지 못하는 문제점과 확률적 사용자균형해를 구하는 단계에서 휴리스틱하게 접근하는 문제점들을 갖고 있다.

본 연구에서는 이들 확률적 통행배정모형의 문제점들을 해결할 수 있는 새로운 모형과 이를 풀기 위한 알고리즘을 제시하는데 목적이 있다. 제시되는 모형들은 로짓모형을 기반으로 개발되며 Wardrop의 확률적 균형상태를 도출하게 된다. 풀이 알고리즘은 링크가 아닌 경로를 기반으로 구축되는데, 모든 경로를 열거해야 하는 어려움이 있지만, 선택경로를 제한함으로써 발생하는 문제를 피할 수 있으며, 초기에 한번만 모든 경로를 열거해 놓으면 이를 계속 사용하기 때문에 계산시간도 줄일 수 있다. 또한 본연구에서 제시되는 수리최소화모형은 목적함수를 직접 평가(evaluation)하기 때문에 수렴해에 신속히 수렴하며, Sheffi(1985)가 제시한 동등 수리모형(equivalent mathematical program)보다 이해하기 쉽다는 장점이 있다. 제시된 모형을 평가하기 위하여 예제 교통망을 이용하며, 각 모형들의 장단점을 분석하였다.

1. 서론

확률적 사용자균형 통행배정모형(stochastic user equilibrium assignment)은 확정적 통행배정모형(deterministic user equilibrium assignment)이 갖는 비현실적인 가정들을 완화시킬 수 있다는 장점 때문에 이에 대한 연구들이 활발히 진행되어 왔다. 즉, 모든 통행자들은 동일한 통행특성을 갖고 있으며, 완벽한 통행정보를 갖는 상태에서 경로를 선택한다는 경직된 가정을 완화시킬 수 있기 때문이다. 확률적 통행배정에서는 확정적 모형과는 달리 확률적 오차항, 즉 각 사용자간의 인지비용차이가 링크의 통행비용에 추가되며, 각 사용자들은 자신의 인지 통행비용이 최소화되도록 경로를 선택한다. 따라서 확률적 사용자균형(stochastic user equilibrium, SUE) 상태에서는 어떤 사용자도 임의로 자신의 경로를 변경해 자신의 인지 통행비용(Perceived travel cost)을 감소시키지 못하는 상태로 정의될 수 있다.

확률적 사용자 균형모형은 인지오차항을 어떤 확률 분포로 가정하느냐에 따라 크게 프로빗(probit)모형과 로짓(logit)모형으로 구분된다. 프로빗모형은 확률 분포를 정규분포(normal distribution)로 가정함에 따라 로짓모형에 비해 이론적 타당성이 있으나, 계산상의 어려움과 모든 선택 가능한 경로를 열거해야하는 번거로움으로 주로 로짓모형이 현실에 적용되어 왔다. 로짓모형은 오차항이 겔벨분포(Gumbel distribution)를 따른다고 가정한 모형으로 이 역시 경로간의 중첩에 따른 상관성(correlation)을 적절히 고려하지 못하는 비관련대안간의 독립성(independence of irrelevant alternatives, IIA)문제가 있으나, 통행선택행위를 쉽게 구현할 수 있다는 장점이 있다.

그러나 현재까지 개발된 로짓기반 통행배정모형에는 몇 가지 문제점을 갖고 있다. 먼저 교통망 부하기법(network loading method)측면에서 살펴보면, 현재까지의 주된 연구 대상은 모든 가능경로의 열거(all feasible path enumeration)를 피하면서 확률적 사용자균형상태(SUE)로의 수렴속도를 높일 수 있는 알고리즘을 개발하는 것이 주된 관심사였다. Dial(1971)의 STOC 알고리즘이 대표적인 로짓 부하 알고리즘으로, STOC 알고리즘은 모든 경로를 대상으로 하지 않고 합리적인 경로집합(reasonable path set)으로 선택대안수를 축소한 후, 링크기반(link-based)

으로 통행량을 부하하는 기법이다. 따라서, 모든 경로를 열거하는 경우보다 수렴속도를 높일 수 있다는 장점을 갖고 있다. 그러나, STOC 알고리즘은 매 반복 과정에서 합리적인 경로집합으로 선택대안수(즉, 선택경로수)를 제한하기 때문에 교통량에 종속적인 통행비용이 변하는 경우, 이를 선택대안의 변화로 반영하지 못한다는 단점을 갖고 있다(Maher, 1998; Akamatsu, 1997). 또한, 순환경로(loop path)를 허용하지 못한다는 한계도 갖고 있다. 이런 문제점을 해결하기 위하여 Bell(1995), Akamatsu(1996)는 모든 가능대안을 허용하는 알고리즘을 제안한 바 있다.

로짓 통행배정모형을 포함한 확률적 균형모형의 또 다른 문제점은, 비록 사용자 균형상태를 보장하는 수리적인 모형식을 제시하고 있지만, 개발된 대부분의 알고리즘들이 모형식의 목적함수(objective function)를 이용하지 않고 휴리스틱(heuristic)하게 수렴해를 찾는다는 것이다. 즉, 수렴해에 신속히 접근하기 위해서는 목적함수를 이용하여 하강방향(descend direction)과 최적 이동크기(optimal move size)를 찾아야 하는데, 대부분 미리 정해진 이동크기(predetermined move size)를 사용한다는 점이다. 이는 목적함수를 최소화시키는 하강방향(descend direction)과 최적 이동크기를 찾기 위한 목적함수의 평가(evaluation)가 쉽지 않기 때문이다(Sheffi, 1985). 따라서, 대부분의 경우 이동크기를 미리 정하는 연속평균법(method of successive averages, MSA)이 주로 사용되고 있는데, MSA는 수렴속도가 떨어지는 문제를 갖고 있다. 이를 극복하기 위하여 최근 Maher et al.(1997), Maher(1998)는 목적함수를 이용하여 이동크기를 결정하는 방법을 제시하였다. 그러나 이방법은 MSA보다는 빠른 수렴속도를 보이지만 이동크기를 내삽법(interpolation)으로 결정하기 때문에 최적이동크기를 찾는다고 보기 어려우며, 목적함수를 미분해야하는 어려움을 갖고 있다.

본 연구에는 앞에서 설명한 로짓기반 통행배정모형의 몇 가지 문제점들을 해결할 수 있는 새로운 모형과 이를 풀기 위한 알고리즘을 제시하는데 목적이 있다. 제시되는 로짓모형은 Wardrop의 확률적 균형상태와 동등하며, 풀이 알고리즘으로 3가지 방법이 제안되는데, 로짓 통행배정모형을 직접 해석하는 방법과 수리적 최적화모형을 구축한 후, 하강방향과 최적 이동크기를 구하여 볼록결합법(convex combination

method)으로 푸는 방법 그리고 MSA를 이용하는 방법을 제시하고 이를 서로 평가한다. 알고리즘은 링크가 아닌 경로를 기반으로 구축되는데, 모든 경로를 열거해야 하는 어려움이 있지만, 앞에서 기술한 바와 같이 선택경로를 제한함으로써 발생하는 문제를 피할 수 있으며, 초기에 한번만 모든 경로를 열거해 놓으면 이를 계속 사용하기 때문에 계산시간도 줄일 수 있다.

먼저, 다음 장에서는 로짓모형을 이용한 확률적 통행배정모형의 일반적인 모형식과 풀이 알고리즘에 대해서 간략히 살펴보고, 제III장에서는 본 연구에서 제시되는 모형식과 알고리즘에 대하여 기술한다. 제IV장에서는 간단한 예제 교통망을 대상으로 제시된 모형식을 평가한 후, 마지막으로 본 연구의 결과와 향후 연구분야를 제V장에서 정리한다.

II. 확률적 통행배정모형

확률적 사용자균형(stochastic user equilibrium, SUE)모형을 구성하기 위해서는 먼저 확률적 사용자균형상태를 정의할 필요가 있다. Sheffi(1985)는 SUE 상태를 다음과 같이 정의하였다.

- 확률적 사용자 균형상태(stochastic user equilibrium, SUE)

어떤 통행자도 일방적으로 경로를 변경하여 자신의 인지 통행시간을 감소시킬 수 없는 상태를 확률적 사용자균형이라 한다. 이때, 특정 경로의 선택확률은 주어진 기종점간에 고려대상이 되는 경로들중 해당 경로의 인지 통행비용이 가장 작을 확률과 동일하다.

위의 정의에서 볼 수 있듯이 SUE 상태에서는 모든 사용된 경로의 통행시간이 동일하지 않다. 대신 경로 선택 확률과 경로교통량 사이의 관계가 다음과 같이 정의된다. 즉, 식(1)이 SUE 최적조건이다.

$$f_k^{rs} = T^{rs} P_k^{rs} \quad \forall k, r, s \quad (1)$$

여기서 f_k^{rs} 는 기종점 r 과 s 간 경로 k 의 통행량이고, T^{rs} 는 기종점 r 과 s 간 통행수요이며 P_k^{rs} 는 기종점 r 과 s 사이의 경로 k 가 선택될 확률이다. 경로선택확률은 개별행태모형(discrete choice model) 이론에서

사용하는 효용함수 가정을 통해 구성할 수 있다. 개별행태 모형의 경우 확정적 효용과 확률적 효용을 결합하여 대안의 효용을 결정하는데 그 기본형태는 다음과 같다.

$$U_k(a) = V_k(a) + \xi_k(a) \quad \forall k \in K \quad (2)$$

여기서, a 는 효용의 속성을 나타내는 변수들의 벡터이며, $V_k(a)$ 는 a 에 따른 대안 k 의 확정적(deterministic) 효용을, $\xi_k(a)$ 는 추가적인 확률 오차항을 의미한다. 여기서, a 가 주어진 상태에서 대안 k 가 선택될 확률은 다음과 같이 $U_k(a)$ 가 다른 대안의 효용보다 클 확률이 된다.

$$P_k(a) = \Pr [U_k(a) \geq U_l(a), \quad \forall l \in K] \quad \forall k \in K \quad (3)$$

만약 효용을 기종점간의 통행비용만으로 한정하면, 식(2)는 다음과 같이 표현된다.

$$C_k^{rs} = -\theta c_k^{rs} + \varepsilon_k^{rs} \quad (4)$$

여기서 c_k^{rs} 는 기종점 rs 간 경로 k 의 확정적 관측통행 비용이며, θ 은 양의 파라메타이고 ε_k^{rs} 는 이때 발생하는 확률적 오차항이다. 만약 ε_k^{rs} 의 확률분포가 주어지면 사용자의 특정대안에 대한 선택확률을 구할 수 있는데, 오차항의 분포가 독립적이며 동일하게 Gumbel분포를 이루고 있다고(independently and identically distributed, IID) 가정하면, 로짓(logit)모형이 되며, 정규분포(normal distribution)를 따른다고 가정하면, 프로빗(probit)모형이 된다.

따라서, 로짓확률을 적용할 경우, 위 식(1)은 다음과 같이 표현된다.

$$f_k^{rs} = T^{rs} \frac{\exp(-\theta c_k^{rs})}{\sum_{w \in W} \exp(-\theta c_w^{rs})} \quad (5)$$

여기서, θ 는 경로선택시 사용자의 인지분산값을 나타내는 양의 파라메타로 이 값이 커질수록 확정적 통행배정에 가깝게 된다(이에 대해서는 다음 장에서 좀 더 설명된다). W 는 기종점 rs 간을 연결하는 대안 경로

들의 집합이다.

Sheffi(1985)는 식(1)을 풀기 위하여 SUE 통행 패턴을 나타내는 다음과 같은 수학적 동등최적화문제를 제시하였다.

$$\min_x z(x) = -\sum_{rs} T^{rs} S_{rs}[c^{rs}(x)] + \sum_a x_a t_a(x_a) - \sum_a \int_0^{x_a} t_a(w)dw \quad (6)$$

여기서, t_a, x_a 는 링크 a 의 통행비용과 통행량을 나타내며, $S_{rs}[\cdot]$ 는 기대인지 통행비용함수(expected perceived travel cost function)로 다음과 같다.

$$S_{rs}(c^{rs}) = E\left[\min_{\forall k} \{C_k^{rs}\} \right] \quad (7)$$

Sheffi(1985)는 식(6)이 SUE 조건과 동등함을 증명하였으며, 위 문제를 풀기 위하여 다음과 같은 알고리즘을 제시하였다.

(단계0) 초기화

초기통행시간 t_a^0 에 의해 확률적 교통망부하, $\{x_a^1\}$ 값 도출, 반복수 $n = 1$ 로 설정

(단계1) 갱신(update) : $t_a^n = t_a(x_a^n)$

(단계2) 방향탐색

링크통행시간 t_a^n 을 이용하여 확률적 교통망 부하절차 시행, $\{y_a^n\}$ 값 도출.

(단계3) 이동(move)

$$x_a^{n+1} = x_a^n + (\lambda_n)(y_a^n - x_a^n),$$

여기서 $\lambda_n = 1/n$

(단계4) 수렴검토

만약 수렴하면 정지, 그렇지 않으면 $n = n + 1$, 단계 1로 감.

그런데, 이 방법은 (단계3)에서 교통량을 갱신할 때, 목적함수를 평가(evaluation)해서 최적 이동크기를 구하지 않고 미리 정해진 이동크기(1/n)를 이용하는 연속평균법(MSA)을 사용하고 있다. 따라서, 최적해로의 수렴은 보장하지만 수렴속도가 떨어지는 문제가 있다. 이를 보완하기 위하여 Maher et al.(1997), Maher(1998)는 최적이동크기를 다음과 같이 제시하였다.

$$\lambda_n = \frac{-g_0}{-g_0 + g_1} \quad (8)$$

여기서, $g_i = \sum_a (x_a - y_a) \frac{dc_a(x_a)}{dx_a} (y_a^i - x_a^n)$ 이다. 이 방법은 λ 가 1인 경우와 0인 경우의 g_1, g_0 값을 각각 구한 후 내삽법(interpolation)으로 적정 이동크기를 구하는 방법으로 최적이동크기와는 차이가 있으나 MSA 보다는 빠르게 수렴함을 보여주었다(Maher et al, 1997; Maher, 1998).

III. 경로기반 로짓통행배정모형의 구성

본 연구에서는 앞에서 기술한 확률적 통행배정모형과는 다른 경로기반 로짓 확률적 통행배정모형과 이를 푸는 알고리즘을 제시한다. 제시되는 모형은 경로선택확률로 로짓모형을 이용하는데, 먼저 본 연구에서 사용되는 로짓 사용자 경로선택모형의 속성에 대하여 살펴보자.

1. 로짓 확률적 사용자 균형상태

제II장에서 정의한 확률적 사용자균형(SUE)상태를 수식으로 표현하면 식(1)이 되며, 확률분포를 겹벌분포로 가정할 경우, 식(5)와 같이 표현된다. 따라서 식(5)는 로짓형태로 표현된 SUE상태를 나타낸다. 즉, 기종점 rs 간 경로 k 의 통행량은 식(9)와 같다.

$$f_k^{rs} = T^{rs} \frac{\exp(-\theta c_k^{rs})}{\sum_w \exp(-\theta c_w^{rs})} \quad (9)$$

동일하게 기종점 rs 간 경로 p 의 통행량은 다음과 같다.

$$f_p^{rs} = T^{rs} \frac{\exp(-\theta c_p^{rs})}{\sum_w \exp(-\theta c_w^{rs})} \quad (10)$$

위 식(9)을 식(10)으로 나누어 정리하면,

$$\frac{f_k^{rs}}{f_p^{rs}} = \exp[-\theta(c_k^{rs} - c_p^{rs})]$$

양변에 logarithm을 취하면 다음과 같다.

$$\ln\left(\frac{f_k^{rs}}{f_p^{rs}}\right) = -\theta(c_k^{rs} - c_p^{rs})$$

$$-\frac{1}{\theta} \ln\left(\frac{f_k^{rs}}{f_p^{rs}}\right) = c_k^{rs} - c_p^{rs}$$

따라서 다음과 같이 정리된다.

$$c_k^{rs} + \frac{1}{\theta} \ln(f_k^{rs}) = c_p^{rs} + \frac{1}{\theta} \ln(f_p^{rs}) = C^{rs*} \quad (11)$$

식(11)은 서로 다른 임의의 경로 k 와 p 에 경로 교통량 f_k^{rs} 와 f_p^{rs} 가 존재하면, 이때 동일한 통행비용 (C^{rs*}) 이 소요됨을 의미한다. 즉, 이는 각 경로간 확률적 사용자균형상태(SUE)를 나타낸다. 따라서, C^{rs*} 는 기종점 rs 간 확률적 균형 경로통행비용이다. 확정적 사용자균형조건과 비교해보면, 확정적 비용함수(c_k^{rs})에 확률적 비용함수가 추가되어 있음을 알 수 있다. 여기서, 우리는 확정적 균형모형과 비교하여 $C_k^{rs} = c_k^{rs} + \frac{1}{\theta} \ln(f_k^{rs})$ 를 동등 경로통행비용(equivalent path cost)으로 정의한다. 따라서 확률적 사용자균형상태란 사용된 모든 경로의 동등 경로통행비용이 동일한 상태를 의미하며, 이를 Wardrop의 확률적 사용자균형조건으로 표현하면 다음과 같다.

$$\text{if } f_k^{rs} > 0, \quad C_k^{rs} = C^{rs*} \quad (12a)$$

$$\text{if } f_k^{rs} = 0, \quad C_k^{rs} \geq C^{rs*} \quad (12b)$$

$$\text{where, } C_k^{rs} = c_k^{rs} + \frac{1}{\theta} \ln(f_k^{rs}) \quad (12c)$$

여기서, 하나 주의해야할 사항은 만약 조건(12b)처럼 $f_k^{rs} = 0$ 이 되면, 식(12c)에서 \log 값을 정의할 수 없어 C_k^{rs} 값을 결정할 수 없기 때문에, 실제 사용자 균형상태는 조건식(12a)로만 결정된다는 점이다.

동등경로비용함수에서 만약 $\theta \rightarrow \infty$ 로 가정하면(즉, 분산값이 매우 큰 경우), $\frac{1}{\theta} \ln(f_p^{rs}) \rightarrow 0$ 가 되어

$$c_k^{rs} = c_p^{rs} \quad (13)$$

가 성립한다. 즉, 확정적 사용자 균형조건과 동일해짐을 알 수 있다.

2. 모형의 구성 및 알고리즘

여기서는 본 연구에서 제시하는 3가지 경로기반 확률적 통행모형을 설명한다. 여기서 제시되는 모형들은 초기에 모든 대안경로를 열거해서 결정한 후, 매 반복시 마다 이들 경로에 교통량을 부하(load) 하기 때문에 확정적 통행배정과정의 최단경로 탐색과정이 불필요하다. 따라서, 초기에 모든 경로를 열거하는데 시간이 소요될 뿐, 계산과정에는 많은 시간이 소요되지 않게 된다.

1) 직접 로짓배정법(direct logit loading method)

직접 로짓배정법은 확률적 사용자균형상태를 나타내는 로짓모형식으로부터 균형상태 경로 교통량(f_k^{rs})을 직접 구하는 방법이다. 즉, 식(5)를 통행배정에 직접 적용하는 것이다. 만약 식(5)의 로짓모형식에서 각 대안경로들의 경로통행비용(c_k^{rs})을 정확히 알 수 있다면, 균형상태 경로교통량(f_k^{rs})은 한번에 직접 구할 수 있다. 그러나, 각 경로들의 통행비용은 각경로의 통행량이 변함에 따라 변하기 때문에 정확한 경로 통행비용을 알 수가 없어 경로비용(c_k^{rs})과 경로 통행량(f_k^{rs})간에 반복적인 순환과정이 필요하다.

또한, 식(5)는 고정점이론(Fixed point theory)에 따라 유일한 균형해가 존재하게 되며, 따라서 일반적으로 다음과 같은 알고리즘을 구성할 수 있다.

$$f^{n+1} = c(f^n), \quad \text{반복수 } n = 0, 1, \dots \quad (14)$$

본 연구에서 사용되는 직접 로짓배정법의 풀이과정은 다음과 같다.

[단계0] 초기화

- 대안경로 설정 : all path enumeration
- 초기값설정 : 초기 경로통행비용 $\{c_k^{rs,0}(0)\}$, 통행수요 T^{rs} , 분산 파라메타 θ_r , 반복수 $n = 1$

[단계1] $\{c_k^{rs,n}\}$ 를 기초로 경로통행량($f_k^{rs,n}$)계산

$$f_k^{rs,n} = T^{rs} \frac{\exp(-\theta c_k^{rs,n})}{\sum_w \exp(-\theta c_w^{rs,n})}$$

[단계2] 경로통행비용 갱신

- (2.1) $\{f_k^{rs,n}\}$ 를 기초로 경로통행비용($c_k^{rs,n}$) 계산

(2.2) 동등 경로통행비용계산 :

$$C_k^{rs,n} = c_k^{rs,n} + \frac{1}{\theta} \ln(f_k^{rs})$$

[단계3] 수렴성검토

$$\text{만약 } \frac{\max |C_k^{rs,n} - C_k^{rs,n-1}|}{\max_{w \in W} \{C_w^{rs,n}\}} < \epsilon,$$

$\forall k \neq p \in W(\text{path set})$ 이면, 정지

그렇지 않으면, $n = n + 1$ 후 [단계1]로 진행

2) 수리 최소화모형(mathematical minimization program)

앞에서 기술한 직접 로짓배정법은 풀이과정이 단순한 것이 장점이나, 수렴해에 도달하기 위해서는 경로비용(c_k^{rs})과 경로 통행량(f_k^{rs})간에 상당한 반복과정이 요구된다. 따라서, 수렴속도를 증가시키는 방법이 필요한데, 본 연구에서는 다음과 같이 새롭게 최소화문제를 구성하고 이의 알고리즘을 제시한다.

$$\min z(f) = \frac{1}{2} \sum_k f_k^{rs} (C_k^{rs} - C^{rs*})^2 \quad (15)$$

subject to,

$$\sum_k f_k^{rs} = T^{rs}$$

$$f_k^{rs} \geq 0$$

$$C_k^{rs} = c_k^{rs} + \frac{1}{\theta} \ln(f_k^{rs})$$

$$C^{rs*} = -\frac{1}{\theta} \ln \sum_w \exp[-\theta(c_w^{rs})]$$

여기서, C_k^{rs} 는 식(12c)에서 도출된 확률적 통행비용함수로 인지통행오차를 고려한 동등 경로통행비용이며, C^{rs*} 는 Williams(1977)가 제시한 통행비용으로 식(7)의 기대인지 통행비용함수(expected perceived travel cost function)와 동일하다. 그런데 이 통행비용은 다른 어떤 경로의 통행시간보다 크지 않다는 속성을 갖고 있다(즉, $C_k^{rs} \geq C^{rs*}$, 이것에 대해서는 부록에 증명되어 있다). 따라서 본 연구에서는 이 통행비용을 균형통행비용으로 고려하여 목적함수를 구성한다. 이밖에 C^{rs*} 로 고려할 수 있는 값으로는 최근 반복회수에서 결정된 경로 통행량에 의한 동등 경로 통행비용이 있다.

위 수리 최소화문제는 비선형 상보조건(nonlinear complementary condition)으로부터 유도될 수 있다. 앞절에서 식(12)로 표현된 확률적 사용자 균형상태(SUE)를 비선형 상보조건으로 다시 쓰면 식(16)과 같다.

$$f_k^{rs} (C_k^{rs} - C^{rs*}) = 0$$

$$C_k^{rs} - C^{rs*} \geq 0$$

$$f_k^{rs} \geq 0 \quad (16)$$

위 조건들로부터 다음 부등조건식이 항상 만족된다.

$$f_k^{rs} (C_k^{rs} - C^{rs*}) \geq 0 \quad (17)$$

그런데, 식(17)을 만족시키는 f_k^{rs} 를 구하는 문제는 위 식(15)의 최소화문제에서 f_k^{rs} 를 구하는 문제와 동일함을 알 수 있다. 따라서 식(15)의 최소화문제를 풀면 우리가 구하려는 균형 경로통행량을 구할 수 있게 된다.

위 최소화문제에서 최적 이동크기(optimal move size)는 다음 최소화문제를 통해 결정할 수 있다.

$$\min_{0 \leq \lambda \leq 1} z[f^n + \lambda(g^n - f^n)] \quad (18a)$$

또는

$$\min_{0 \leq \lambda \leq 1} \frac{1}{2} \sum_k (f_k^n + \lambda(g_k^n - f_k^n)) (c_k^{rs} + \frac{1}{\theta} \ln[f_k^n + \lambda(g_k^n - f_k^n)] - C^{rs*})^2 \quad (18b)$$

따라서 경로통행량은 다음과 같이 갱신된다.

$$f^{n+1} = f^n + \lambda(g^n - f^n) \quad (19)$$

이상 설명한 수리최소화문제의 풀이과정을 정리하면 다음과 같다.

[단계0] 초기화

(0.1) 대안경로 설정 : all path enumeration

(0.2) 초기값설정 : 통행수요 T^{rs} ,

분산 파라메타 θ ,

(0.3) 초기 경로통행비용 $\{c_k^{rs,0}(0)\}$ 을 이용하여 초기 경로통행량 결정 :

$$f_k^{rs,0} = T^{rs} \frac{\exp[-\theta c_k^{rs,0}(0)]}{\sum_w \exp[-\theta c_w^{rs,0}(0)]}$$

(0.4) 반복수 $n=1$

[단계1] $\{f_k^{rs,n}\}$ 를 기초로 경로통행비용 $\{c_k^{rs,n}\}$ 갱신

[단계2] 보조 경로통행량 $\{g_k^{rs,n}\}$ 계산

$$g_k^{rs,n} = T^{rs} \frac{\exp[-\theta c_k^{rs,n}]}{\sum_w \exp[-\theta c_w^{rs,n}]}$$

[단계3] 블록결합

(3.1) 최적 이동크기 결정 : 식(18)의 최소화문제를 풀어 λ_n 값 계산

(3.2) 경로 통행량 갱신 :

$$f^{n+1} = f^n + \lambda_n (g^n - f^n)$$

(3.3) $\{f_k^{rs,n}\}$ 를 기초로 경로통행비용 $\{c_k^{rs,n}\}$ 과 동등 경로통행비용 $\{C_k^{rs}\}$ 계산

[단계4] 수렴성검토

$$\text{만약 } \frac{\max |C_k^{rs,n} - C_p^{rs,n}|}{\max_{w \in W} \{C_w^{rs,n}\}} < \epsilon,$$

($\forall k \neq p \in W$) 이면, 정지

그렇지 않으면, $n = n + 1$ 후 [단계1]로 진행

식(18)의 최소화문제를 풀어 최적이동크기를 구하는 방법으로는 이분법(bisection method), 황금분할법(golden section method) 등 일차원탐색법(one dimensional line searching method)이 주로 사용되며, 본 연구에서는 황금분할법을 사용하였다.

3) 연속평균법(method of successive averages, MSA)

연속평균법은 목적함수의 평가(evaluation)가 어려운 경우 많이 사용하는 방법으로 확률적 통행배정 문제에 일반적으로 사용되고 있다. 본 연구에서는 다른 2가지 방법과의 차이를 비교하기 위하여 사용되며, 최적 이동크기(λ_n)를 목적함수로부터 결정하지 않고 식(20)과 같이 결정한다. 그 밖의 나머지 풀이과정은 2.2의 수리 최소화문제와 동일하다.

$$\lambda_n = \frac{1}{n+1} \tag{20}$$

IV. 모형의 평가

여기서는 본 연구에서 제시된 3가지 모형에 대하여 2개의 예제 교통망을 대상으로 평가코자 한다. 첫 번째 교통망은 3개의 경로를 갖는 매우 단순한 형태

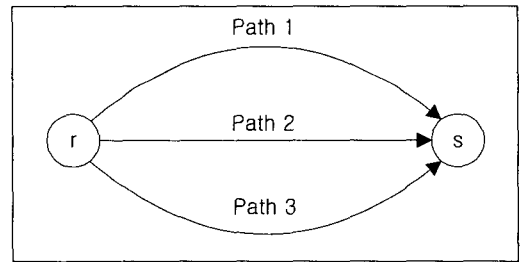
로 본 연구에서 제시된 모형들을 쉽게 비교분석하기 위한 것이며 두 번째 교통망은 좀 더 복잡한 형태로 분석결과가 일관성 있게 도출되는지를 알아보고자 한다.

1. 예제 교통망(1)

1) 교통망의 구성

먼저, 평가 교통망의 형태는 <그림 1>과 같으며, 경로 통행비용은 다음과 같은 BPR식을 사용하고 이의 입력자료는 <표 1>에 나타나 있다. 기중점간 통행 수요는 10대이며, $\theta = 0.02$ 이다.

$$c_k^{rs} = c_{k0} \left[1 + 0.15 \left(\frac{f_k^{rs}}{Q_k} \right)^4 \right]$$



<그림 1> 예제 교통망(1)

<표 1> 예제 교통망(1)의 입력자료

통행경로	초기 통행비용 (c_{k0})	용량 (Q_k)
Path 1	10	2
Path 2	20	4
Path 3	25	3

2) 분석결과

간단한 교통망을 대상으로 분석한 결과, 본 연구에서 제시한 3가지 모형 모두 동일하게 확률적 사용자 균형(SUE)상태에 도달하고 있는데, 최종적으로 도출된 결과는 <표 2>와 같다. 표에서 보듯이 통행비용이 적게 소요되는 경로1과 경로2에 좀 더 많은 통행량이 배정되고 있으며, 경로 통행비용(c_k^{rs})은 같지 않음을 알 수 있다. 이것은 확률적 통행배정에 의한 당연한 결과이며, 대신 동등 경로통행비용(C_k^{rs})은 모든 경로가 거의 동일하게 나타나 본 연구에서 제시한 모형들

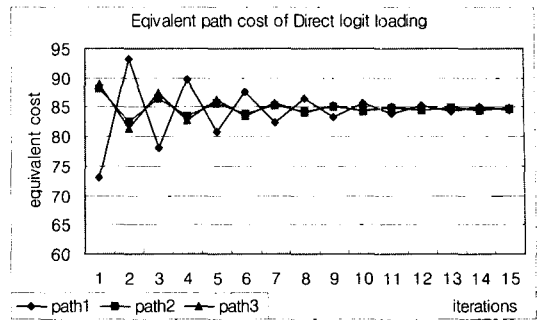
이 모두 확률적 사용자 균형상태에 도달했음을 알 수 있다.

그러나, 각 모형별로 수렴속도에는 차이가 있는데, 균형상태의 동등 경로통행비용에 도달하기까지의 반복횟수가 <그림 2>에 나타나 있다. 예상한대로 수리 최소화모형이 가장 빨리 수렴하고 있으며, 다음으로 연속평균법이, 마지막으로 직접 로짓배정법이 가장 늦게 수렴함을 알 수 있다. 이는 수리 최소화모형이 목적함수의 정보를 이용하여 균형해를 찾는 데 비해, 직접 로짓배정법은 여러차례의 반복과정을 통해 수렴해를 찾기 때문이다.

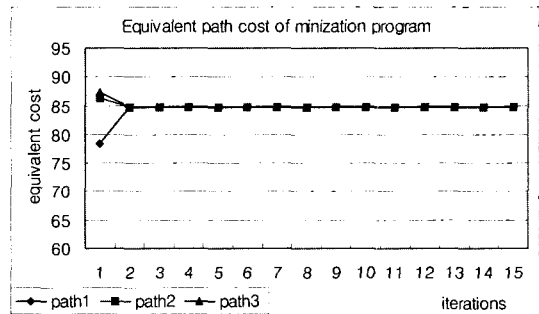
각 반복횟수별 목적함수의 변화와 이동크기(move size, λ)의 변화가 <그림 3>과 <그림 4>에 나와 있다. 반복횟수가 증가함에 따라 MSA와 수리 최소화모형 모두 안정적인 수렴값에 도달하고 있다. 이동크기의 경우, 그림에서 보듯이 MSA가 완만하게 감소하는데 비해, 수리 최소화모형의 경우 급격하게 감소하여 빠르게 균형해에 접근하고 있음을 알 수 있다. 마지막으로 Williams가 제시한 각 모형별 통행비용함수 (C_k^{rs*}) 값의 변화가 <그림 5>에 표현되어 있다. 이 값은 기대인지 통행비용(expected perceived travel cost)을 의미하는 것으로 3가지 모형 모두 수렴값에 도달하고 있는데, 그림에서 보듯이 직접 로짓배정법이 가장 늦게 수렴하고 있다.

<표 2> 통행배정결과

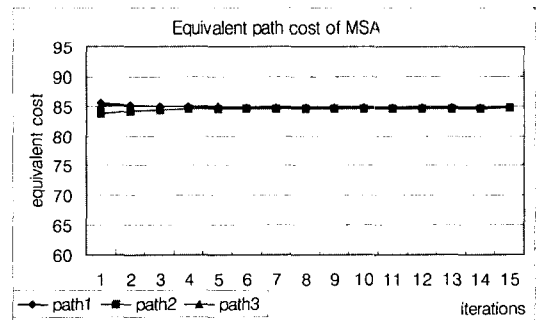
경로	배정된 통행량	경로 통행비용 (C_k^{rs})	동등 경로통행비용 (C_k^{rs*})
Path 1	3.43	22.99	84.64
Path 2	3.52	21.80	84.73
Path 3	3.05	28.99	84.72



(a) 직접 로짓배정법

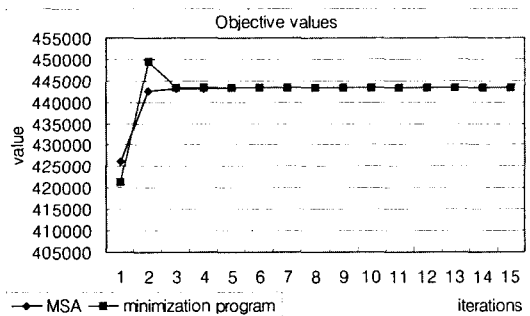


(b) 수리 최소화모형

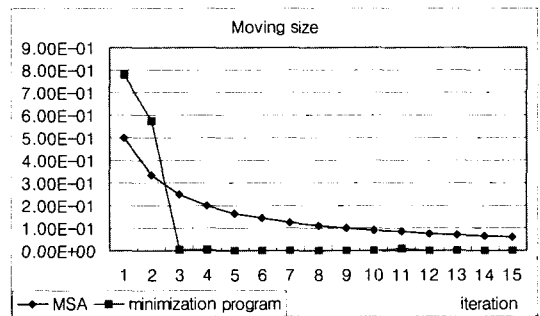


(c) 연속 평균법(MSA)

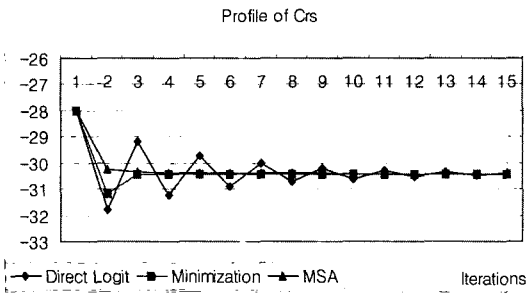
<그림 2> 각 모형별 수렴과정



<그림 3> 모형별 목적함수값의 변화



<그림 4> 모형별 이동크기의 변화

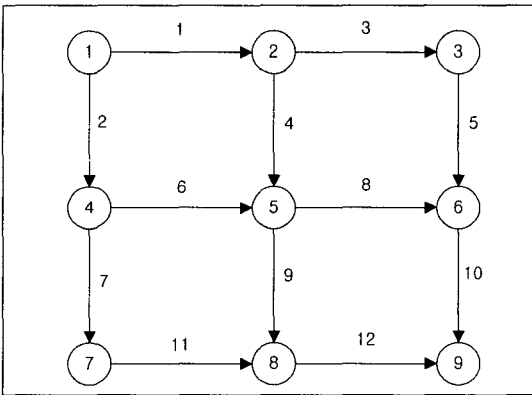


〈그림 5〉 모형별 통행비용함수 (C^{TS})값의 변화

2. 예제 교통망(2)

1) 교통망의 구성

두 번째 교통망은 좀 더 복잡한 형태로 〈그림 6〉와 같이 9개의 노드와 12개의 링크 그리고 6개의 경로



〈그림 6〉 예제 교통망(2)

〈표 3〉 예제 교통망(1)의 네트워크 입력자료

링크번호	초기 통행비용 (c_k^0)	용량 (C_k^0)
1	12	35
2	10	35
3	15	30
4	10	35
5	15	30
6	10	35
7	15	30
8	10	35
9	10	35
10	12	35
11	15	30
12	10	35

〈표 4〉 각 경로의 구성

통행경로	경로구성
Path 1	①→②→③→⑥→⑨
Path 2	①→②→⑤→⑥→⑨
Path 3	①→②→⑤→⑧→⑨
Path 4	①→④→⑤→⑥→⑨
Path 5	①→④→⑤→⑧→⑨
Path 6	①→④→⑦→⑧→⑨

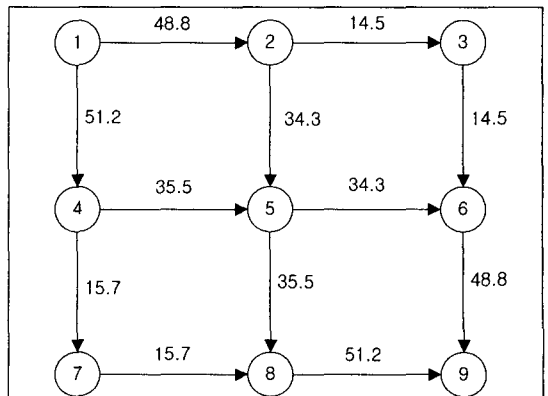
로 이루어져 있다. 교통망의 각링크별 입력자료는 〈표 3〉에 나와 있으며, 각 경로는 〈표 4〉와 같다. 기점과 종점은 각 노드 1과 노드2이며, 통행수요는 100 대로 설정한다 ($\theta=0.02$).

$$\text{링크 통행비용함수 } c_a = c_{a0} \left[1 + 0.15 \left(\frac{x_a}{Q_a} \right)^4 \right]$$

2) 분석결과

3가지 모형으로 확률적 통행배정을 실시한 결과가 〈그림 7〉과 〈표 5〉에 나타나 있다. 〈그림 7〉은 각 링크별 배정된 통행량을 보여주고 있으며, 〈표 5〉는 각 경로별 통행량과 통행비용 그리고 동등 경로통행비용과 수렴시까지의 모형별 반복횟수를 보여주고 있다. 먼저 반복 횟수를 살펴보면, 수리 최소화모형이 3회로 가장 적게 나타나고 있으며, 나머지 2개의 모형은 10~12회로 거의 비슷한 반복수를 보이고 있다. 그러나 3가지 모형 모두 각 경로별 동등 경로통행비용이 유사하게 산출되어 확률적 사용자균형에 도달하고 있음을 알 수 있다.

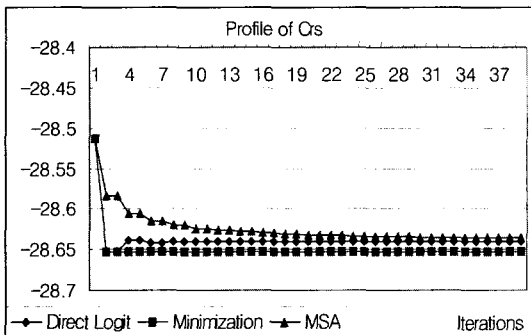
또한 〈그림 8〉은 각 모형별 Williams 통행비용수 (C^{TS})의 변화를 보여주고 있는데, 큰 차이 없이



〈그림 7〉 배정된 링크 통행량

〈표 5〉 통행배정결과

경로	배정된 경로통행량	경로 통행비용 (C_k^*)	동등 경로통행 비용 (C_k^{**})
Path 1	14.5	67.8	201.59
Path 2	16.8	60.4	201.59
Path 3	17.5	58.6	201.62
Path 4	17.5	58.6	201.62
Path 5	18.1	56.9	201.65
Path 6	15.6	64.1	201.64
수렴시 반복횟수 ($\epsilon = 0.005$)	직접 로짓배정법	10회	
	수리 최소화모형	3회	
	연속 평균법	12회	



〈그림 8〉 모형별 통행비용함수 (C_k^{**})값의 변화

모두 일정한 수렴값에 도달하고 있으며 수리 최소화 모형이 조금 일찍 수렴함을 알 수 있다. 이들 결과들은 앞에서 살펴본 단순 교통망의 결과와 유사하게 나타나 본 연구에서 제시한 모형들이 일관성 있게 결과를 도출하고 있음을 알 수 있다.

V. 결론

본 연구에서는 3개의 새로운 로짓기반 확률적 통행배정모형과 이의 풀이 알고리즘을 제시하였다. 이들 모형들은 기존에 널리 사용되는 Dial의 STOC알고리즘 대신, 직접 로짓모형을 교통망에 부하하는 모형과 수리적인 모형 그리고 확률적 통행배정시에 널리 사용되는 연속평균법(MSA)을 적용한 모형들이다. 이들 모형들은 대안 경로들이 사전에 확정되어 있으면 쉽게 적용할 수 있으며, Sheffi(1985)가 제시한 동등 수리모형(equivalent mathematical program)보다 이해하기 쉽다는 장점이 있다.

간단한 예제 교통망을 대상으로 분석한 결과, 예상한

대로 수리 최소화모형이 가장 빨리 수렴해를 도출하고 있으며, 나머지 2개의 모형은 유사한 수렴속도를 보여 주었다. 그러나, 본 연구에서 제시한 직접 로짓모형법과 연속평균법(MSA)은 목적함수의 평가(evaluation)가 어려운 경우 상대적으로 좋은 결과를 보이는 방법이며, 목적함수의 평가(evaluation)가 가능한 경우 수리최소화문제로 해를 구하는 방법이 가장 빠른 방법으로 판단된다.

그러나, 본 연구에서 도출된 몇 가지 문제점들이 남아 있는데, 먼저 현실 교통망과 같이 전 경로를 열거하기가 사실상 불가능한 경우에 본 연구에서 제시한 모형들을 적용할 수 있는지의 문제가 있다. 이에 대한 해결 방안으로는 STOC 알고리즘의 초기단계(Sheffi, 1985 p.288 참고)에 따라 몇 개의 합리적인 경로로 대안경로수를 줄이는 방법이 있으며, 또 다른 대안으로는 k-path 알고리즘을 이용하여 대안경로수를 합리적인 수준으로 줄일 수 있을 것으로 보인다. 이 경우 모두 서론에서 기술한 문제점을 안게 된다는 점에 유의해야 한다.

본 연구에서는 다루지 않았지만, 또 다른 문제로는 대안 경로간 중복으로 인한 불합리적인 통행배정의 결과(즉, 대안 경로간 IIA문제)에 대한 것으로, 이 경우 Cascetta et al(1996)의 C-logit 모형을 적용할 수 있을 것으로 보인다. C-logit 모형은 비용함수에 common Factor를 도입하여 IIA문제를 완화시키는 방법이다. 따라서 이들 문제들에 대해서는 좀 더 연구가 필요할 것으로 보인다.

참고문헌

1. Akamatsu.T.(1996) "Cyclic flows, Markov process and stochastic traffic assignment", Transportation Research 30B, pp.369~386.
2. Akamatsu.T.(1997) "Decomposition of path choice entropy in general transport networks", Transportation Science Vol.31, No.4, pp.349~362.
3. Bell, M.G.H.(1995) "Alternatives to Dial's logit assignment algorithm", Transportation Research 29B, pp.287~296.
4. Cascetta Ennio, Agostino Nuzzolo, Francesco Russo, Antonino Vietta(1996) "A Modified

Logit Route Choice Model Overcoming Path Overlapping Problems, Specification and Some Calibration Result for Interurban Networks”, Transportation and Traffic Theory, Pergamon, pp.697~711.

5. Dial, R. B.(1971) “A probabilistic multipath traffic assignment model which obviates path enumeration”, Transportation Research 5, pp.83~111.

6. Maher, M. J., P. C. Hughes(1997) “A probit-based stochastic user equilibrium assignment model”, Transportation Research 31B, pp. 341~355.

7. Maher, M. J.(1998) “Algorithms for logit-based stochastic user equilibrium assignment”, Transportation Research 32B, pp.539~549.

8. Sheffi, Y.(1985) “Urban Transportation Networks: Equilibrium analysis with Mathematical Programming Methods”, Prentice-Hall, New York.

9. Williams, H. C. W. L.(1977) “On the formulation of travel demand models and economic evaluation measures of user benefit”, Environment and Planning 9A(3), pp.285~344.

[부록] $C_k^{rs} \geq C^{rs*}$ 의 증명

C^{rs*} 는 Williams(1977)가 제시한 통행비용으로 위 식(7)의 기대인지 통행비용함수(expected perceived travel cost function)와 동일하다. 그런데 이 통행비용은 다른 어떤 경로의 통행시간보다 크지 않다는 속성을 갖고 있다(즉, $C_k^{rs} \geq C^{rs*}$). 이는 다음과 같이 증명된다.

경로 k 의 통행비용 C_k^{rs} 는 다음과 같이 동등하게 다 시 쓸수 있다.

$$C_k^{rs} = -\frac{1}{\theta} \ln \exp[-\theta C_k^{rs}]$$

그런데, 이값은 다음과 같은 부등조건이 성립한다.

$$\begin{aligned} C_k^{rs} &= -\frac{1}{\theta} \ln \exp[-\theta C_k^{rs}] \\ &= -\frac{1}{\theta} \ln \left(\sum_q \exp[-\theta C_q^{rs}] \right) = C^{rs*} \end{aligned}$$

여기서, 위와 같은 부등조건이 성립하는 이유는 exponential함수와 log함수의 성질 때문이다. 따라서,

$C_k^{rs} = 0$ 이면 $C^{rs*} = 0$ 이고, $C_k^{rs} > 0$ 이면 $C_k^{rs} > C^{rs*}$ 이다. 즉, 항상 $C_k^{rs} \geq C^{rs*}$ 이 성립한다.

✉ 주 작 성 자 : 임용택

✉ 논문투고일 : 2002. 11. 26

논문심사일 : 2003. 2. 10 (1차)

2003. 3. 11 (2차)

2003. 3. 28 (3차)

2003. 4. 9 (4차)

심사판정일 : 2003. 4. 9

✉ 반론접수기한 : 2003. 8. 31

the multi-shortest paths algorithm reflecting unexpected military incidents.

This study examines the multi-shortest paths in the real networks using Shier algorithm. The network contains both military link capacity and time-based cost. Also, the modes are defined as a platoon(group) rather than unit which is used in most of previous studies in the military logistics. To verify the algorithm applied in this study, the comparative analysis was performed with various sizes and routes of network which compares with Dijkstra algorithm. The major findings of this study are as follows:

- 1) Regarding the unique characteristics of the military transportation plan, Shier algorithm, which is applied to this study, is more realistic than Dijkstra algorithm. Also, the time based concept is more applicable than the distance based model in the military logistics.
- 2) Based on the results from the various simulations of this study, the capacity-constraint sections appeared in each scenarios. As a consequence, the alternatives are necessary such as measures for vulnerable area, improvement of vehicle(mode), and reflection of separated-marching column in the military manuals.

Finally, the limits and future research directions are discussed:

- 1) It is very hard to compare the results found in this study, which is used in the real network and the previous studies which is used in arbitrary network.
- 2) In order to reflect the real military situations such as heavy tanks and heavy equipment vehicles, the other constraints such as the safety load of bridges and/or the height of tunnels should be considered for the future studies.

Development of a Microscopic Traffic Simulator for Evaluating Signal Operating Strategy of Traffic Adaptive Control System

LEE, Young-lhn · HAN, Donghee

Many cities, recently, have converted optimized fixed-time control to adaptive traffic system in the control of their signalized traffic network. The expected benefit from the adaptive traffic system is its ability to constantly modify signal timing to most effectively accommodate changed traffic conditions. While the potential benefits from this control structure may be significant, few studies have compared the effect of implementing this method of signal control against other alternative signal control strategies, because it is too difficult to evaluate the efficiency of the real-time adaptive system.

The objectives of this research are : to develop a microscopic simulator and to compare the effect at isolated intersections, corridors, and networks between the fixed signal timing plan and adaptive traffic signal system. This simulator will have allowed more sophisticated analysis techniques for the study of traffic control. Also, this research using this simulator evaluated a real-time traffic responsive signal system used in Seoul Korea

Solution Algorithms for Logit Stochastic User Equilibrium Assignment Model

LIM, Yongtaek

Because the basic assumptions of deterministic user equilibrium assignment that all network users have perfect information of network condition and determine their routes without errors are known to be unrealistic, several stochastic assignment models have been proposed to relax this assumption. However, it is not easy to solve such stochastic assignment models due to the probability distribution they assume. Also, in order to avoid all

path enumeration they restrict the number of feasible path set, thereby they can not precisely explain the travel behavior when the travel cost is varied in a network loading step. Another problem of the stochastic assignment models is stemmed from that they use heuristic approach in attaining optimal moving size, due to the difficulty for evaluation of their objective function.

This paper presents a logit-based stochastic assignment model and its solution algorithm to cope with the problems above. We also provide a stochastic user equilibrium condition of the model. The model is based on path where all feasible paths are enumerated in advance. This kind of method needs a more computing demand for running the model compared to the link-based one. However, there are same advantages. It could describe the travel behavior more exactly, and too much computing time does not require than we expect, because we calculate the path set only one time in initial step. Two numerical examples are also given in order to assess the model and to compare it with other methods.

Improvement of the HCM Delay Estimation Model for Exclusive Permitted Left Turns

KIM, Jin Tae

Highway Capacity Manual(HCM) provides an analytical delay estimation model to assist the evaluation of traffic at a signalized intersection. The model revised and included in the HCM published in the year 2000 reflects the results of recent studies and is utilized in various fields of transportation studies. For the implementation of the model in the case of permitted left turns, the HCM supplement provides a computational procedure to adjust the saturation flow rate of permitted left turns. The model however, is originally designed for a protected movement and thus underestimates the delay of permitted left turns due to its dif-

ference right-of-way nature.

This document describes (1) a review of the theoretical background of the HCM delay estimation model, (2) problems embedded in the model for the delay estimation of permitted left turns, (3) a proposed model developed in this study to improve the delay estimation for permitted left turns and (4) a set of verification tests. In order to reflect various traffic and control conditions in the test, simulation studies were performed to by using the field data based on 120 different permitted left-turn scenarios. Comparison studies conducted between sets of delays estimated by the HCM and the proposed models against a set of the CORSIM delays and showed that the proposed model improved the estimation of the permitted left-turn delays. The explanatory variable of the relationship between the HCM delay and the simulation delay was 0.47 and the one between the delay estimated by the proposed model and the simulation delay was 0.77.

Development of the RP and SP Combined using Error Component Method

KIM, Kang-Soo · CHO, Hye-Jin

SP data have been widely used in assessing new transport policies and transport related plans. However, one of criticisms of using SP is that respondents may show different reaction between hypothetical experiments and real life. In order to overcome the problem, combination of SP and RP data has been suggested and the combined methods have been being developed.

The purpose of this paper is to suggest a new SP and RP combined method using error component method and to verify the method. The error component method decomposes IID extreme value error into non-IID error component(s) and ar. IID error component. The method estimates both of component parameters and utility parameters in order to obtain relative variance of SP data and RP data.