

비정상 상태 탐지 문제를 위한 서포트벡터 학습

Support Vector Learning for Abnormality Detection Problems

박주영* · 임채환**

Jooyoung Park* and Chae-Hwan Leem**

고려대학교 서창캠퍼스 제어계측공학과*

LG 전자**

요 약

본 논문은 비정상 상태 탐지 문제를 위한 점증적 서포트 벡터 학습을 다룬다. 비정상상태 탐지를 위한 서포트 벡터 학습 중 가장 잘 알려진 기법 중 하나는 SVDD(support vector data description)인데, 이 기법은 정상적인 데이터의 집합을 모든 가능한 비정상 개체로부터 구분하기 위하여 커널 특징공간(kernel feature space) 위에서 정의되는 볼(ball)을 이용하는 전략을 추구한다. 본 논문의 주된 관심사는 최적해와 점증적으로 주어지는 학습 데이터의 상관관계를 이용하는 방향으로 SVDD 기법을 수정하는 것이다. 본 논문에서는, 기존의 SVDD 기법을 상세히 복습한 후에, 라그랑제 쌍대 문제(Lagrange dual problem)에 관한 관찰을 바탕으로 최적 해를 찾기 위한 점증적 풀이 기법을 제시한다. 그리고, 제시된 점증적 방법론의 적용 가능성이 예제를 통하여 보여진다.

Abstract

This paper considers an incremental support vector learning for the abnormality detection problems. One of the most well-known support vector learning methods for abnormality detection is the so-called SVDD(support vector data description), which seeks the strategy of utilizing balls defined on the kernel feature space in order to distinguish a set of normal data from all other possible abnormal objects. The major concern of this paper is to modify the SVDD into the direction of utilizing the relation between the optimal solution and incrementally given training data. After a thorough review about the original SVDD method, this paper establishes an incremental method for finding the optimal solution based on certain observations on the Lagrange dual problems. The applicability of the presented incremental method is illustrated via a design example.

Key Words : 비정상 상태 탐지, 서포트 벡터 학습, SVDD, 점증적 해법

1. 서 론

최근 들어, 서포트 벡터 학습 방법은 관련 이론이 정립되고 각종 응용 사례가 보고되면서, 지능시스템 분야에서 매우 중요한 도구 중 하나로 자리를 잡아가고 있다[1-2]. 서포트 벡터 학습의 주요 응용 대상으로 최근에 주목받고 있는 분야 중 하나로는 비정상상태 탐지 문제(abnormality detection problem)를 들 수 있다[2][4-10]. 비정상상태 탐지문제에서는 일반적으로 학습과정에서 정상 클래스(normal class) 위주의 데이터만을 다루게 되고, 학습결과로 얻어진 결정함수(decision function)는 주어진 시험 데이터가 정상상태 범주를 벗어나는 비정상 클래스(abnormal class)에 속하는지를 판단하게 된다. 이러한 문제는 단일 클래스 분류 문제(one-class classification problems)¹⁾로 불리기도 하며, 운

행중인 기계의 고장진단이나 컴퓨터 보안과 관련한 침입 탐지 시스템(intrusion detection system)과 같은 부류의 문제에 효과적으로 사용될 수 있다[2]. 비정상상태 탐지 문제에 대한 고전적인 접근 방법으로는, 학습 데이터를 이용하여 확률밀도함수(probability density function)를 추정한 후, 시험용 개체(test objects)에 대한 밀도 값(density value)이 정해진 문턱 값(threshold value) 미만이 되는 경우에 비정상 클래스로 판정하는 전략이 있다[3]. 그러나, 이러한 전략은 확률밀도함수의 정확한 추정에 기반을 두고 있으므로, 일반적으로 다량의 학습 데이터를 필요로 한다. 따라서, 제한된 개수의 학습 데이터만이 주어진 경우에는, 확률밀도함수의 추정을 이용하여 정상 클래스의 데이터가 존재하는 영역을 간접적으로 구하는 것보다는 정상 클래스가 존재하는 영역을 직접적으로 구하고자 하는 전략이 오히려 유리할 수 있다. 이러한 전략을 활용하는 방법들 중 가장 대표적인 예로 SVDD (support vector data description)을 들 수 있다 [4-5]. SVDD 기법의 기본 전략은 확률밀도함수의 추정을 사용하는 대신, 정상 클래스를 구성하는 학습 데이터의 존재 영역을 볼을 이용하여 직접 근사하는 방안을 사용하는 것이다. 이 기법은, 패턴 분류(pattern classification)나 함수 근사(function approximation) 등의 분야에서 널리 사용되고 있는 전형적인 SVM(support vector machines)[1,2]을 위한 학습 방법과 유사한 형태를 띠고 있다. SVDD 기법은, 학습

접수일자 : 2003년 5월 13일

완료일자 : 2003년 6월 2일

이 논문은 2002년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음 (KRF-2002-041-D00359)

1) 이들을 지칭하는 또 다른 영문 용어로는 outliers detection problems, novelty detection problems 등이 있다.

과정에서 정상 클래스의 존재 영역을 특징공간(feature space) 위에서 정의되는 일정한 볼(ball)로 근사하며, 적용 과정에서는 볼 내부에 속하는 개체를 정상으로 분류하고 그렇지 아니한 개체들은 비정상으로 판정하게 된다. SVDD 이외에도, 정상 클래스의 학습 데이터가 존재하는 영역을 직접 근사하는 전략을 사용하는 방안으로는 Schölkopf 등이 제안한 1-SVM[6,7,8]과 Campbell 등이 유도한 LP(linear programming)에 기반을 둔 방법[9] 등이 있다.

본 연구에서는 최근들어 그 중요성이 크게 부각되고 있는 비정상 상태 탐지 문제(abnormality detection problems)를 대상으로 하여, 점증적 서포트벡터 학습(incremental support vector learning) 방법을 제시하는 것을 목적으로 한다. 서포트벡터 학습 방법은 최근에 패턴 분류 및 함수 근사 등의 문제에서 매우 우수한 성능을 보여주고 있는 새로운 학습 방법 [1-2]으로써, 한 개의 은닉층을 갖는 MLP(multi-layer perceptron), 혹은 RBFN(radial basis function networks) 등의 신경망을 대상으로 하여 다음과 같은 장점을 갖는 해를 제공할 수 있는 학습방법이다:

- ① 은닉 노드의 개수를 자동으로 결정할 수 있다.
- ② 기울기 강하 기법(gradient descent method) 등의 학습방법론이 가지고 있었던 지역적 최적해(local optimum)로 수렴하는 문제가 없어서 반드시 성능지수에 관한 전역적 최적해(global optimum)를 찾을 수 있다. 따라서, 연결강도(weights)의 초기 값에 따라 학습 결과가 달라지는 문제점이 없다.
- ③ 유도과정이 통계적 학습이론(statistical learning theory)으로 설명될 수 있기 때문에 일반화 능력(generalization capability)이 우수한 결과를 학습 결과로 얻을 수 있다.

하지만 이러한 서포트 벡터 학습방법은 유도과정의 결과, 즉 최종 수학적 형식화(mathematical formulation)의 결과가 QP 문제(quadratic programming problem) 형태로 나타나기 때문에 QP를 풀 수 있는 최적화 패키지를 필요로 하는 단점을 갖는다. 이러한 단점은 특히 학습 데이터가 한꺼번에 주어지지 않고 점증적으로 하나씩 주어지는 형태의 문제를 다룰 경우에는 심각한 문제가 될 수 있다. 즉, 매 번마다 전체 학습 데이터를 모두 저장하고 있다가 이를 바탕으로 QP를 풀어서 최적 해를 구하는 절차를 밟는 것은 대단히 번거롭고, 많은 계산 비용을 필요로 하는 문제점을 지닌다. 따라서, 기존의 데이터를 이용하여 얻어진 최적 해와 새롭게 주어진 데이터만을 가지고 새로운 최적 해를 찾을 수 있는 점증적 갱신이 가능한 학습 방법론이 절대적으로 필요하게 된다. 본 연구에서는 비정상 상태 탐지 문제를 대상으로 하여 점증적 서포트 벡터 학습(incremental support vector learning) 방법을 제시함으로써 이러한 필요성을 충족시킬 수 있는 해법을 제공하고자 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다: 2장에서는 SVDD에 관한 기초 이론을 소개한다. 그리고, 3장은 본 논문의 주제를 집중적으로 조명하는 부분으로, 점증적 학습이 가능한 방향으로 SVDD를 수정하는 내용을 소개한다. 4장에서는 모의 실험 결과를 보이고, 5장에서는 결론을 제시한다.

2. SVDD: 비정상 상태 탐지 문제를 위한 서포트 벡터 학습 방법

정상 클래스에 속하는 개체의 존재 영역을 볼을 이용하여

근사하는 SVDD 기법은 다음과 같은 절차를 통하여 유도된다[4-5]: d -차원 입력공간에 존재하는 개체 $x_i \in \mathbb{R}^d$, $i = 1, \dots, N$ 로 구성되는 학습 데이터의 집합 $D = \{x_i | i = 1, \dots, N\}$ 와, \mathbb{R}^d 위에 정의되는 중심이 a 이고 반경이 R 인 볼 B 를 고려하자. 볼 B 를 가지고 정상 클래스의 존재 영역을 표현하고자 할 때²⁾에는, 될 수 있는 대로 각 학습 데이터 x_i 와 중심 a 사이의 거리는 R 이하가 되도록 잡아주고 이 거리가 부득이 R 을 초과하는 경우에는 적절한 벌점(penalty)을 부과하는 전략을 사용하면 된다. SVDD 기법은 이러한 전략을 최적화 문제로 옮긴 결과라고 볼 수 있는데, 그 기본 아이디어는 주어진 학습 데이터 중 상당수를 포함할 수 있으면서 체적을 작게³⁾ 유지할 수 있는 볼을 다음과 같은 최적화 문제를 통하여 구하는 것이다:

$$\begin{aligned} \min L_o(R^2, a, \xi) &= R^2 + C \sum_{i=1}^N \xi_i \\ \text{s.t. } \|x_i - a\|^2 &\leq R^2 + \xi_i, \xi_i \geq 0, \forall i. \end{aligned}$$

여기에서, ξ_i 는 i -번째 학습 데이터 x_i 가 볼에서 벗어나는 정도를 정량적으로 나타내는 항이다. 위의 최적화 문제의 목적함수는, 우리가 최소화시켜야하는 두 가지 상충적인 대상, 즉, 볼의 체적 관련 항 R^2 과 학습 데이터가 볼을 벗어난 경우에 부과되는 총 벌점 관련 항 $\sum_{i=1}^N \xi_i$ 의 가중 합(weighted sum)으로 이루어져 있다. 그리고, C 는 위의 두 가지 항의 상대적 중요성을 조정하는 상수(trade-off constant)이다. 위의 문제에 대응하는 쌍대 문제(dual problem)는, 다음의 과정을 통하여 유도할 수 있다: 우선, 각 제약조건에 하나씩의 라그랑제 승수(Lagrange multiplier), 즉, 쌍대 변수(dual variable)를 도입하여 라그랑제 함수(Lagrange function) L 를 구하면 다음과 같은 결과가 얻어진다:

$$\begin{aligned} L &= R^2 + C \sum_{i=1}^N \xi_i \\ &+ \sum_{i=1}^N \alpha_i [(x_i - a)^T (x_i - a) - R^2 - \xi_i] \quad (1) \\ &- \sum_{i=1}^N \eta_i \xi_i \end{aligned}$$

단, $\alpha_i \geq 0, \eta_i \geq 0, \forall i$.

원래의 문제와 쌍대문제의 최적해로 이루어지는 벡터는 라그랑제 함수가 정의되는 확장된 공간(augmented space)에서 안장점(saddle point)이 되어야 하므로[1], 최적해는 다음의 조건을 만족해야 한다.

$$\frac{\partial L}{\partial (R^2)} = 0: \sum_{i=1}^N \alpha_i = 1.$$

- 2) 입력 공간 위의 영역을 표현하기 위한 도구로 볼을 택하는 것은 단순한 경계만을 다룰 수 있기에 매우 불리한 선택이 됨에 틀림없다. 하지만, SVDD 기법은 소위 커널 트릭(kernel trick)을 이용하여 궁극적으로 커널 특징공간(kernel feature space) 위에서 정의되는 볼을 사용하는 방향으로 확장되므로, 훨씬 다양한 경계를 실현할 수 있다. 여기에서는 내용 전개 편의상 우선 입력 공간 위에서 정의되는 볼을 이용하여 설명을 시작하기로 한다.
- 3) 여기에서 체적을 작게 유지하는 것은, 적용 시에 비정상 클래스의 개체를 정상으로 판정하는 위험을 줄이는 효과를 얻기 위해서임은 물론이다.

$$\frac{\partial L}{\partial \xi_i} = 0: C - a_i - \eta_i = 0 \therefore a_i \in [0, C], \forall i.$$

$$\frac{\partial L}{\partial a} = 0: a = (\sum_i a_i x_i) / \sum_i a_i = \sum_{j=1}^N a_j x_j \quad (2)$$

여기에서, 원래의 변수(primal variables) R^2 , a , ξ 를 소거하기 위하여 위의 조건을 다시 라그랑제 함수 L 에 대입 해주면, L 은 다음과 같이 쌍대 변수 a_i 의 함수로 표현될 수 있다:

$$L = \sum_{i=1}^N a_i \langle x_i, x_i \rangle - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_i a_j \langle x_i, x_j \rangle$$

단, $\sum_{i=1}^N a_i = 1, a_i \in [0, C], \forall i.$

따라서, 위의 최소화 문제 (1)의 쌍대 문제는 다음과 같은 QP(quadratic programming) 문제로 정리된다:

$$\max_a \sum_{i=1}^N a_i \langle x_i, x_i \rangle - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_i a_j \langle x_i, x_j \rangle \quad (3)$$

$$s.t. \sum_{i=1}^N a_i = 1, a_i \in [0, C], \forall i.$$

그리고, 위의 최대화 문제 (3)은 다음과 같은 최소화 형태의 QP 문제와 동치가 됨은 자명하다:

$$\min_a \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_i a_j \langle x_i, x_j \rangle - \sum_{i=1}^N a_i \langle x_i, x_i \rangle \quad (4)$$

$$s.t. \sum_{i=1}^N a_i = 1, a_i \in [0, C], \forall i.$$

여기에서 유의할 점은 Kuhn-Tucker 조건에 의하여

$$a_i (\|x_i - a\|^2 - R^2 - \xi_i) = 0, \forall i \quad (5)$$

가 성립하므로, $\|x_i - a\|^2 < R^2$ 이면(즉, 학습 데이터 x_i 가 불의 내부에 속하게 되면), $\|x_i - a\|^2 - R^2 - \xi_i < 0$ 이 성립하므로 $a_i = 0$ 이 된다는 점이다. 그리고, a_i 가 $(0, C)$ 범위에 속하게 되면 x_i 가 불의 경계에 속하게 되고, $a_i = C$ 이면 x_i 가 불의 외부에 속하는 됨도 역시 Kuhn-Tucker 조건으로부터 유도할 수 있다. 일반적으로 우리는, 불의 경계에 위치한 학습 데이터들을 서포트 벡터로, 그리고 불의 외부에 속한 학습 데이터들은 에러 벡터(error vector)로 부른다. 최소화 문제 (4)를 풀어서 최적의 a_i 값들을 얻게 되면, 최적의 중심 a 는 식 (2)를 통하여 결정할 수 있게 되고, 반경의 자승 R^2 는 서포트 벡터에 관한 Kuhn-Tucker 조건 (5)을 이용하여 구할 수 있게 된다. 학습이 끝난 후 적용 과정에서, 시험 입력(test input) $x \in \mathbb{R}^d$ 가 불 안에 있으면, 즉

$$\begin{aligned} \hat{f}(x) &= R^2 - \|x - a\|^2 \\ &= R^2 - (\langle x, x \rangle - 2 \sum_{i=1}^N a_i \langle x_i, x \rangle \\ &\quad + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_i a_j \langle x_i, x_j \rangle) \\ &\geq 0 \end{aligned}$$

이 만족되면, x 는 정상 클래스에 속하는 것으로 판정된다. 도입부 중 각주에서 이미 언급한 바와 같이, 입력 공간 위에서 정의되는 불은 매우 간단한 형태의 영역만을 나타낼 수 있으므로, 상당히 빈약한 표현력을 가진다. 이러한 한계를 극복하기 위하여 SVDD는, Mercer 커널⁴⁾ k 를 통하여 정의되는 고차원⁵⁾의 커널 특징공간 F 위에서 정의되는 불을 사용

하는 방향으로 확장될 수 있다. 이제, 위에서 소개한 SVDD 기법의 유도 과정을 입력 공간 \mathbb{R}^d 위에서 적용하는 대신, 커널 특징공간 F 위에서 적용하는 상황을 고려해 보자. 이 같은 상황에서는, $x \in \mathbb{R}^d$ 대신 $\phi(x) \in F$ 를 고려해야 하므로, 학습 데이터의 집합 $D = \{x_i | i = 1, \dots, N\} \subset \mathbb{R}^d$ 를 최대한 포함하는 최소 체적의 불 $B \subset \mathbb{R}^d$ 를 찾는 과정은 집합 $D_F = \{\phi(x_i) | i = 1, \dots, N\} \subset F$ 를 최대한 포함하는 최소 체적의 불 $B_F \subset F$ 를 찾는 과정으로 바뀌게 된다. 이러한 고려를 바탕으로 SVDD 기법의 논리 전개를 따라 가면 최종적으로 다음의 최적화 문제를 얻어진다:

$$\min_a \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_i a_j k(x_i, x_j) - \sum_{i=1}^N a_i k(x_i, x_i) \quad (6)$$

$$s.t. \sum_{i=1}^N a_i = 1, a_i \in [0, C], \forall i.$$

여기에서, 이론의 전개는 비록 커널 특징공간 F 위에서 진행되었지만 커널 트릭의 효과적인 적용으로 말미암아 최종 결과로 얻어진 최소화 문제 (6)에는 커널 특징함수 ϕ 가 직접적으로 등장하지는 않게 됨을 관찰할 수 있다. 이에 따라, (6)의 풀이는 커널 특징공간을 직접적으로 고려할 필요가 없이 입력 공간 위에서 곧바로 수행할 수 있게 된다. 그리고, 유도과정에서 얻게 되는 커널 특징공간 F 위에서 정의되는 불 B_F 의 중심 $a \in F$ 는 조건 (2)에 대응해서 $a = \sum_{i=1}^N a_i \phi(x_i)$ 이 될 도 기억해 두자. 앞에서 나온 각주에서 잠깐 언급한 바와 같이 가우시안 커널은 서포트 벡터 관련 연구에서 가장 널리 쓰이는 커널 중 하나인데, 이러한 경향은 단일 클래스 서포트 벡터 학습 분야에서도 예외가 아니다[4-10]. 특히, 가우시안 커널의 경우에는 모든 $x \in \mathbb{R}^d$ 에 대하여 $k(x, x) = 1$ 이 성립하므로, 최소화 문제 (6)은 다음과 같이 보다 더 간단한 형태로 단순화될 수 있다:

$$\min_a \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_i a_j k(x_i, x_j) \quad (7)$$

$$s.t. \sum_{i=1}^N a_i = 1, a_i \in [0, C], \forall i.$$

그리고, 이 경우에는 학습이 종료된 후 주어진 시험 입력 $x \in \mathbb{R}^d$ 의 정상클래스 소속 여부는, 결정 함수 f 가 다음 조건을 만족하는 지를 관찰하여 판정할 수 있다.

4) 함수 $k: \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$ 가, 특정한 함수 $\phi: \mathbb{R}^d \rightarrow F$ 를 이용하여 모든 입력 벡터 쌍 $x, y \in \mathbb{R}^d$ 에서의 값을 내적 형태인 $\langle \phi(x), \phi(y) \rangle$ 로 표현할 수 있을 때(즉, 커널 트릭

$$k(x, y) = \langle \phi(x), \phi(y) \rangle, \forall x, y \in \mathbb{R}^d$$

이 성립할 때), 우리는 함수 k 를 Mercer 커널(kernel), 혹은 간단하게 커널이라고 부른다. 서포트 벡터 학습 분야에서, 함수 ϕ 는 일반적으로 커널 특징함수(kernel feature map) 혹은 특징함수로 불리고, ϕ 의 공역(co-domain) F 는 커널 특징공간(kernel feature space) 혹은 특징공간으로 불려진다. 본 논문에서 주로 사용하게 될 가우시안 커널 $k(x, y) = \exp(-\|x - y\|^2 / \sigma^2)$ 는 서포트 벡터 학습 분야에서 가장 널리 사용되는 Mercer 커널 중 하나이다.

5) 우리가 실용적인 문제에 주로 사용하는 커널의 경우에는, 거의 예외 없이 $\dim F \gg d$ 이 성립하고, $\dim F = \infty$ 인 경우도 많다.

$$\begin{aligned}
 f(x) &= R^2 - \|\phi(x) - a\|^2 \\
 &= R^2 - (1 - 2 \sum_{i=1}^N \alpha_i k(x_i, x) \\
 &\quad + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_i \alpha_j k(x_i, x_j)) \\
 &\geq 0
 \end{aligned} \quad (8)$$

3. 비정상 상태 탐지 문제의 점증적 서포트 벡터 학습 방법

앞 절에서 언급한 바와 같이, 본 논문에서 고려하는 Mercer 커널은 다음과 같이 정의되는 가우시안 커널이다:

$$k(x, y) = \exp(-\|x - y\|^2 / \delta^2)$$

따라서, $k(x_i, x_i)$ 는 모든 $i \in \{1, \dots, N\}$ 에 대해서 1이 되고, 이에 따라 각 특징 벡터 $\phi(x_i)$ 의 노름(norm)은

$$\|\phi(x_i)\| = \sqrt{\langle \phi(x_i), \phi(x_i) \rangle} = \sqrt{k(x_i, x_i)} = 1$$

이 된다. 본 논문에서는 간단명료한 표기를 위하여 $k(x_i, x_j)$ 값, 즉 $\exp(-\|x_i - x_j\|^2 / \delta^2)$ 를 Q_{ij} 로 표기하고, Q_{ij} 를 (i, j) 번째 원소(entry)로 갖는 $N \times N$ 커널 행렬(kernel matrix)을 Q 로 나타내기로 한다. 이러한 표기법을 사용하면, 문제 (7)의 목적함수는 $a^T Q a$ 로 간단히 나타낼 수 있음에 유의하자. 이제, SVDD 문제의 점증적 해법을 위한 준비 단계로 다음과 같이 정의되는 새로운 변수 ρ 를 도입하자:

$$\rho = \frac{1}{2}(1 - R^2 + \|a\|^2) \quad (9)$$

그러면, 특징벡터 $\phi(x_i)$, $i = 1, \dots, N$ 의 존재영역을 특징공간 F 위에 정의되는 볼로 근사하고자 하는 SVDD 문제

$$\begin{aligned}
 \min \quad & R^2 + C \sum_{i=1}^N \xi_i \\
 \text{s.t.} \quad & \|\phi(x_i) - a\|^2 \leq R^2 + \xi_i, \\
 & \xi_i \geq 0, \forall i.
 \end{aligned} \quad (10)$$

의 목적함수와 제약조건은 각각 다음과 같이 고쳐 쓸 수 있다:

$$\begin{aligned}
 & R^2 + C \sum_{i=1}^N \xi_i \\
 &= 1 - 2\rho + \|a\|^2 + C \sum_{i=1}^N \xi_i \\
 &= 2 \left[\frac{1}{2} \|a\|^2 - \rho + C \sum_{i=1}^N \frac{\xi_i}{2} \right] + 1. \\
 & \|\phi(x_i) - a\|^2 \leq R^2 + \xi_i \\
 & \Leftrightarrow 1 - 2 \langle a, \phi(x_i) \rangle + \|a\|^2 \leq R^2 + \xi_i \\
 & \Leftrightarrow \langle a, \phi(x_i) \rangle \geq \frac{1}{2} (1 - R^2 + \|a\|^2) - \frac{\xi_i}{2} \\
 & \Leftrightarrow \langle a, \phi(x_i) \rangle \geq \rho - \frac{\xi_i}{2}.
 \end{aligned}$$

따라서, 목적함수에 포함된 상수항은 제거되어도 최적 해에는 변화가 없다는 점, 그리고 목적함수에 $1/2$ 를 곱하여도 역시 최적 해에는 변화가 없다는 점을 동시에 활용하고, 변수 $\xi_i = \frac{\xi_i}{2}$ 를 도입하여 SVDD 문제 (10)을 고쳐 쓰면 다

음과 같은 동치문제가 얻어진다:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \frac{1}{2} \|a\|^2 - \rho + C \sum_{i=1}^N \xi_i \\
 \text{s.t.} \quad & \langle a, \phi(x_i) \rangle \geq \rho - \xi_i \\
 & \xi_i \geq 0, \forall i.
 \end{aligned} \quad (11)$$

그리고, (8)에서 보여진 정상클래스 소속을 판별하기 위한 조건은 다음과 같이 동치가 되므로, 새롭게 주어지는 시험 데이터(test data)의 정상 클래스 소속 여부는 결정함수(decision function) f 를 사용하여 판정하면 된다:

$$f(x) \triangleq \sum_{i=1}^N \alpha_i k(x_i, x) - \rho \geq 0$$

이제 앞 절에서 소개한 안장점 조건을 이용하여 쌍대 문제를 구하는 절차를 밟아주면 문제 (11)의 쌍대 문제는 결국 다음과 동치가 됨을 확인할 수 있다:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & W(a, \rho) \triangleq \frac{1}{2} a^T Q a - \rho \left(\sum_{i=1}^N \alpha_i - 1 \right) \\
 \text{s.t.} \quad & 0 \leq \alpha_i \leq C, \forall i.
 \end{aligned} \quad (12)$$

여기에서, 문제 (12)의 수학적 구조는 기본적으로 참고문헌 [11]에서 다룬 이진분류 문제(binary classification problems)의 경우의 쌍대 문제와 유사한 형태가 됨을 관찰할 수 있다. 따라서, [11]의 풀이방법과 유사한 과정을 밟아가면 문제 (12)의 풀이를 위한 점증적 해법이 유도된다. 다음에서는 이 과정을 상세하게 설명하도록 한다.

우선 Kuhn-Tucker 정리에 따르면, a 와 ρ 가 문제 (12)의 최적해가 되기 위한 필요충분조건은 라그랑제 함수

$$\begin{aligned}
 L(a, \rho, \eta, \gamma) \\
 = \frac{1}{2} a^T Q a - \rho \left(\sum_{i=1}^N \alpha_i - 1 \right) - \sum_{i=1}^N [\eta_i \alpha_i + \gamma_i (C - \alpha_i)]
 \end{aligned}$$

에 대해서 다음을 만족하는 $\eta_i \geq 0, \gamma_i \geq 0, i = 1, \dots, N$ 가 존재하는 것이다:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L}{\partial a_i} = 0: \quad & \sum_{j=1}^N Q_{ij} \alpha_j - \rho - \eta_i + \gamma_i = 0, \forall i \\
 \frac{\partial L}{\partial \rho} = 0: \quad & \sum_{i=1}^N \alpha_i - 1 = 0 \\
 0 \leq \alpha_i \leq C, \quad & \forall i \\
 \eta_i \geq 0, \gamma_i \geq 0, \quad & \forall i \\
 \eta_i \alpha_i = 0, \gamma_i (C - \alpha_i) = 0, \quad & \forall i
 \end{aligned}$$

따라서, $\alpha_i = 0$ 이면, 즉 $\phi(x_i)$ 가 볼 내부에 속하게 되면 $\gamma_i = 0$ 이 되고 이에 따라 $\sum_{j=1}^N Q_{ij} \alpha_j - \rho = \eta_i - \gamma_i \geq 0$ 이 성립하게 된다. $\alpha_i \in (0, C)$ 이면, 즉 $\phi(x_i)$ 가 볼의 경계 위에 있게 되면 η_i 와 γ_i 이 모두 0이 되고 이에 따라 $\sum_{j=1}^N Q_{ij} \alpha_j - \rho = \eta_i - \gamma_i = 0$ 이 성립하게 된다. 그리고, $\alpha_i = C$ 이면, 즉 $\phi(x_i)$ 가 볼 외부에 위치하게 되면 $\eta_i = 0$ 이 되고 이에 따라 $\sum_{j=1}^N Q_{ij} \alpha_j - \rho = \eta_i - \gamma_i \leq 0$ 이 성립하게 된다. 이상의 내용은 다음의 관계식으로 요약정리될 수 있다:

$$g_i \triangleq \frac{\partial W}{\partial \alpha_i} = \sum_{j=1}^N Q_{ij} \alpha_j - \rho \begin{cases} \geq 0; & \alpha_i = 0 \quad (R) \\ = 0; & 0 < \alpha_i < C \quad (S) \\ \leq 0; & \alpha_i = C \quad (E) \end{cases} \quad (13)$$

$$\frac{\partial W}{\partial \rho} = \sum_{i=1}^N \alpha_i = 1 \quad (14)$$

를 얻게 된다[11]. 여기서 S 는 $\phi(x_i)$ 가 볼의 경계 위에 있는 경우인 서포트 벡터(support vectors)의 집합을, E 는 $\phi(x_i)$ 가 볼 외부에 위치하는 경우인 에러 벡터(error vectors)의 집합을 그리고, R 은 $\phi(x_i)$ 가 볼 내부에 속하게 경우인 나머지 벡터(remaining vectors)의 집합을 의미한다. 수식이 지나치게 복잡해지는 것을 피하기 위하여 이제부터는 각 데이터 x_i 를 때로는 인덱스 i 만으로 표현할 수 있도록 한다. 예컨대, $x_i \in S$ 와 $i \in S$ 는 같은 의미를 갖도록 한다.

이제 조건 (13)과 (14)를, a_c 와 ρ 의 변화에 따라 a_i 와 g_i 가 어떻게 변화하는가를 나타내는 점증적인 형태로 표현하면 다음이 얻어진다:

$$\Delta g_i = Q_{ic} \Delta a_c + \sum_{j \in S} Q_{ij} \Delta a_j - \Delta \rho, \quad \forall i \in DU\{c\} \quad (15)$$

$$0 = \Delta a_c + \sum_{j \in S} \Delta a_j. \quad (16)$$

여기서, D 는 기존의 데이터들로 이루어지는 집합이고, $\{c\}$ 가 새롭게 추가되는 데이터를 나타내는 인덱스이다. 식 (15)와 (16)을 서포트 벡터, 즉, $S = \{s_1, \dots, s_n\}$ 에 속하는 데이터에 적용하면, 조건 (13)에 의하여 $g_i = 0$ 이 성립해야 한다. 따라서 위의 두 식은

$$Q \cdot \begin{bmatrix} -\Delta \rho \\ \Delta a_{s_1} \\ \vdots \\ \Delta a_{s_n} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 \\ Q_{s_1 c} \\ \vdots \\ Q_{s_n c} \end{bmatrix} \Delta a_c \quad (17)$$

로 한꺼번에 표현할 수 있다. 여기에서, Q 는

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & Q_{s_1 s_1} & \dots & Q_{s_1 s_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & Q_{s_n s_1} & \dots & Q_{s_n s_n} \end{bmatrix} \quad (18)$$

로 정의되는 대칭행렬이다. 식 (17)에 따르면 변수 ρ 와 a_j , $j \in S$ 는 a_c 에 따라서 변화하는 종속변수이다. 따라서 이들의 종속관계를

$$-\Delta \rho = \beta \Delta a_c \quad (19)$$

$$\Delta a_j = \beta_j \Delta a_c, \quad \forall j \in S \quad (20)$$

로 표현한 후, 식 (17)을 다시 정리하면

$$\begin{bmatrix} \beta \\ \beta_{s_1} \\ \vdots \\ \beta_{s_n} \end{bmatrix} = -R \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ Q_{s_1 c} \\ \vdots \\ Q_{s_n c} \end{bmatrix} \quad (21)$$

이 얻어진다. 단, 이 식에서 R 은 Q^{-1} 를 의미한다. 그리고, 식 (19)와 (20)을 이용하여 식 (15)를 다시 정리하면

$$\Delta g_i = \gamma_i \Delta a_c, \quad \forall i \in DU\{c\} \quad (22)$$

이 얻어진다. 여기서 γ_i 는

$$\gamma_i = Q_{ic} + \sum_{j \in S} Q_{ij} \beta_j + \beta, \quad \forall i \in S \quad (23)$$

를 나타내며, i 가 S 에 속하면 g_i 값은 0으로 유지되어야 하

므로 γ_i 는 0이 된다. 이상의 식들은 새로 추가되는 데이터 x_c 에 대응하는 쌍대 변수인 a_c 의 변화가 기존 데이터들에 대응하는 g_i 와 a_i 에 미치는 영향을 나타내며, 새롭게 데이터 x_c 가 추가될 때에 새로운 최적해를 어떻게 점증적으로 구해야 할 지를 알려주게 된다. 이 과정을 보다 구체적으로 설명하면 다음과 같다:

우선, 새롭게 추가되는 데이터 x_c 에 대응하는 a_c 의 초기 값을 0으로 잡아주고, c 가 아직 서포트 벡터나 에러 벡터라는 근거가 없으므로 R 클래스의 멤버로 가정한다. 이 때, 식 (13)을 통해 계산한

$$g_c = \sum_j Q_{cj} a_j - \rho$$

값이 $g_c \geq 0$ 를 만족하면 실제로 c 가 R 클래스에 속함이 확인되므로, 이제까지의 최적해와 $a_c = 0$ 는 여전히 Kuhn-Tucker 조건 (13)을 만족하는 최적해로 유지되게 된다. 하지만 만약 g_c 값이 음수인 경우에는 조건 (13)으로부터 최적의 a_c 가 양수가 되어야함을 알 수 있으므로 a_c 를 양수 쪽으로 변화시켜 주면서 최적해 조건이 성립하는 지를 따져보아야 한다. 이 때, a_c 가 증가하게 되면 각 데이터의 g_i 값은 식 (22)에 따라 움직이게 되고, 서포트 벡터 클래스 S 에 속하는 데이터의 a_i 값 및 ρ 값은 식 (19)와 (20)에 따라 변하게 된다. 여기에서 주의할 점은, 이 같은 변화의 와중에서 S 클래스에 속하는 서포트 벡터, E 클래스에 속하는 에러 벡터 및 R 클래스에 속하는 나머지 벡터들이 식 (13)에 합당한 a_i 및 g_i 값들을 유지하지 못하게 되면 클래스 간에 원소가 상호 이동되는 상황이 발생할 수 있다는 사실이다. 이러한 원소 이동 상황에 관한 모든 경우의 수는 다음과 같이 요약될 수 있다:

- (가) $g_c \leq 0$ 인 상태에서 출발해서 a_c 가 증가함에 따라 $g_c = 0$ 에 도달하게 되면, x_c 는 서포트 벡터의 자격을 갖추게 되므로 S 클래스로 건너가게 된다.
- (나) $a_c \leq C$ 인 상태에서 출발해서 a_c 가 증가를 계속해서 $a_c = C$ 에 도달하게 되면, x_c 는 에러 벡터의 자격을 갖추게 되므로 E 클래스로 건너가게 된다.
- (다) S 클래스에 속하는 데이터 x_j 에 대응하는 a_j 값이 식 (20)에 따른 변화를 계속하다 $a_j = C$ 에 도달하게 되면 x_j 는 에러 벡터의 자격을 갖추게 되므로 E 클래스로 건너가게 된다.
- (라) S 클래스에 속하는 데이터 x_j 에 대응하는 a_j 값이 식 (20)에 따른 변화를 계속하다 $a_j = 0$ 에 도달하게 되면 x_j 는 나머지 벡터의 자격을 갖추게 되므로 R 클래스로 건너가게 된다.
- (마) E 클래스에 속하는 데이터 x_i 에 대응하는 g_i 값이 식 (22)에 따른 변화를 계속하다 $g_i = 0$ 에 도달하게 되면 x_i 는 서포트 벡터의 자격을 갖추게 되므로 S 클래스로 건너가게 된다.
- (바) R 클래스에 속하는 데이터 x_i 에 대응하는 g_i 값이 식 (22)에 따른 변화를 계속하다 $g_i = 0$ 에 도달하게 되면 x_i 는 서포트 벡터의 자격을 갖추게 되므로 S 클래스로 건너가게 된다.

a_c 를 증가시켜 주는 과정에서 위의 경우의 수 중 하나가

발생하는 상황을 만나게 되면 위에서 설명된 클래스 간 원소 이동 작업을 수행해주게 된다. 그리고, 이러한 a_c 의 증가 및 클래스 간 원소 이동이 진행됨에 따라 목적함수는 계속적으로 감소하게 되고 궁극적으로는 조건 (13)을 만족하는 최적 해에 도달하게 된다.

마지막으로, 이러한 점증적 학습과정이 진행되는 과정에서 서포트 벡터 클래스 S에 c 가 추가되는 경우에는 식 (18)의 Q 에 x_c 에 관련한 행과 열이 추가되므로 행렬 R 을 이에 합당하게 수정해주어야 한다. 이러한 수정은 블록 행렬의 역행렬을 구하는 공식(참고문헌[12]의 Lemma 4.2 참조)을 이용하면 다음과 같이 수행될 수 있다:

$$R \leftarrow \begin{bmatrix} R & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{\gamma_c} \begin{bmatrix} \beta \\ \beta_{s_1} \\ \vdots \\ \beta_{s_n} \\ 1 \end{bmatrix} [\beta \ \beta_{s_1} \ \dots \ \beta_{s_n} \ 1] \quad (24)$$

그리고, 위의 경우와 반대되는 상황으로 클래스 간에 원소가 이동하는 과정에서 k 가 클래스 S를 빠져나가게 되는 경우가 있다. 이 때에는 우선 k 에 대응하는 행과 열을 R 로부터 제외시킨다. 그리고, 역시 블록 행렬에 관한 역행렬 공식을 이용하면, k 를 제외한 i 번째 행과 j 번째 열에 대응하는 원소 R_{ij} 는 다음과 같이 수정되어야함을 알 수 있다:

$$R_{ij} \leftarrow R_{ij} - R_{kk}^{-1} R_{ik} R_{kj}, \quad \forall i, j \in S \cup \{0\}; i, j \neq k \quad (25)$$

3.1 점증적 알고리즘의 적용 초기 단계의 문제점과 해결책

이상에서 설명된 점증적 학습방법을 맨 처음 주어지는 학습 데이터 x_1 에 대해 $a_1=0$ 으로 놓고 적용하고자 하면, 조건 (14) 즉 $\sum_i a_i = 1$ 가 애초에 만족되지 않는 상태에서 학습을 시작하려고 하는 모순적인 상황을 만나게 된다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여, 우선 두 개의 데이터가 주어지는 상황을 초기 시점으로 잡고 이 상황에 맞는 최적해를 해석적인 방법(analytic method)으로 구한 후, 그 다음 과정부터는 점증적 해법을 활용하는 방안을 사용할 수 있다. 이진 분류 문제를 위한 서포트 벡터 학습 알고리즘 중 하나인 SMO(sequential minimal optimization) 방법[13] 등에서 보여진 바와 같이, 두 개의 데이터만이 존재하는 경우에 QP로 표현된 서포트 학습 문제는 해석적으로 풀 수 있게 된다. 이를 자세히 설명하면 다음과 같다:

학습하고자 하는 데이터가 $\{x_1, x_2\}$ 로 두 개가 주어지는 경우 쌍대 문제 (12)는 다음과 같이 정리된다:

$$\begin{aligned} \min W &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 a_i a_j Q_{ij} - \rho \left(\sum_{i=1}^2 a_i - 1 \right) \\ \text{s.t. } & 0 \leq a_1, a_2 \leq C. \end{aligned} \quad (26)$$

Kuhn-Tucker 조건 중 변수 ρ 에 관한 라그랑제 함수의 편미분은 0이 되어야 함을 이용하면 $a_1 + a_2 = 1$ 이 성립함을 알 수 있다. 따라서, $a_1 = 1 - a_2$ 이 성립하므로, 위 문제의 목적함수는

$$W(a_2) = \frac{1}{2} (1 - a_2)^2 Q_{11} + (1 - a_2) a_2 Q_{12} + \frac{1}{2} a_2^2 Q_{22} \quad (27)$$

로 치환될 수 있다. 따라서, (27)을 문제 (26)에 대입하여 직접 풀어주면

$$a_2 = \frac{Q_{11} - Q_{12}}{Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12}} \quad (28)$$

를 얻게 되는데, 가우시안 커널의 경우 $Q_{11} = Q_{22} = 1$ 이 성립하므로 $C > 0.5$ 일 경우에는 문제 (26)의 최적 해로 $a_1 = a_2 = \frac{1}{2}$ 를 얻게 된다. 이 때에는, a_1 과 a_2 가 모두 서포트 벡터가 되므로

$$\sum_{j=1}^2 Q_{1j} a_j - \rho = 0 \quad \text{과} \quad \sum_{j=1}^2 Q_{2j} a_j - \rho = 0$$

를 만족하게 되며 이로부터 ρ 값이 다음과 같이 구해진다:

$$\rho = a_1 Q_{11} + a_2 Q_{12} = \frac{1}{2} (1 + Q_{12}) \quad (29)$$

본 논문에서 제시하는 비정상 상태 탐지 문제를 위한 점증적 방법에서는, 이상에서 설명한 방법으로 최초로 주어지는 두 개의 학습 데이터에 대한 a_i 를 먼저 구한 후, 그 다음으로 주어지는 3번째 학습 데이터부터는 앞에서 설명된 점증적 해법을 적용되는 구조로 이루어져 있다.

4. 모의 실험 및 결과

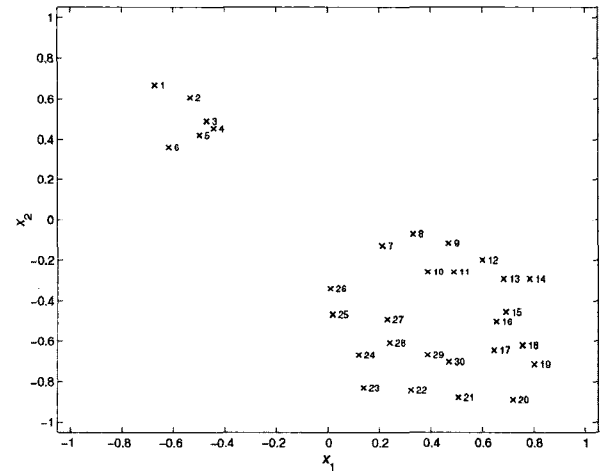


그림 1. 학습 데이터
Fig. 1. Training Data

지금까지 비정상 상태 탐지 문제를 위한 점증적 해법에 대하여 따져보았다. 다음에서는 이상에서 설명한 방법론의 적용 가능성을 살펴보기 위하여 간단한 예제를 고려한다. $N=30$ 개의 이차원 학습 데이터가 그림 1과 같이 주어지는 경우를 고려하자. 이 그림에서, "x"로 표시된 곳은 주어진 학습 데이터의 위치를 의미하고, 각 데이터 옆에 쓰여진 숫자는 점증적으로 주어지는 데이터의 순서를 의미한다. 불의 반경과 벌점의 상대적 중요도를 결정하는 상수 C 로는 $C=0.8$ 를 사용하였고, 가우시안 커널의 δ 값은 그림 2-5의 시뮬레이션에서는 1로 고정되었다.

앞에서 언급한 바와 같이 본 논문에서 제시하는 방법론에서는, 처음과 두번째의 학습 데이터에 대한 a_i 값은 3.1절의

내용과 같이 구하고 3번째 데이터부터 점증적인 과정을 거치면서 최적 해를 구하게 된다. 학습의 진행 과정 중 관찰되는 변화의 추이를 보이기 위하여 학습 데이터가 10개까지 주어진 경우의 학습 결과가 그림 2에 보여졌다. 이 그림에서, 곡면의 경계 부분이 식 (8)의 결정함수 f 가 $f(x)=0$ 을 만족하는 지점이 되고 곡면의 내부가 $f(x)>0$ 을 만족하는 지점이 된다. 그리고, 그림 2에서 "⊗" 표시된 부분은 해당 학습 데이터가 서포트 벡터임을 의미한다. 학습이 계속 이루어지면서 곡면의 모양도 바뀌게 되는데 그림 3은 학습 데이터가 20개까지 주어졌을 경우의 학습 결과를 보여준다. 그리고, 그림 4는 30개의 학습 데이터가 모두 입력된 경우의 학습 결과를 나타낸다.

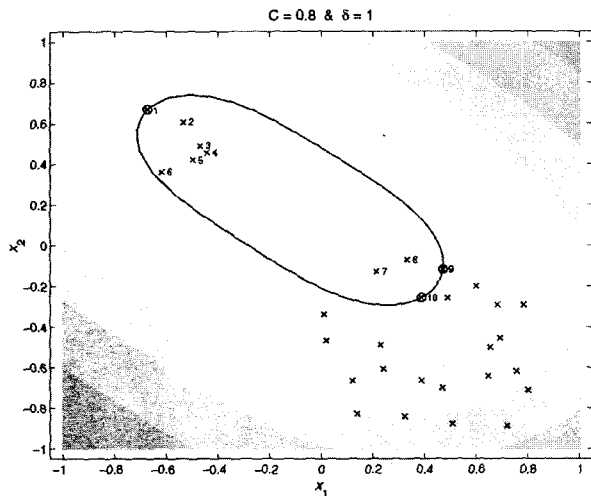


그림 2. 처음 10개의 학습 데이터가 고려되었을 때의 학습 결과
 Fig. 2. Training results when the first 10 training data were considered

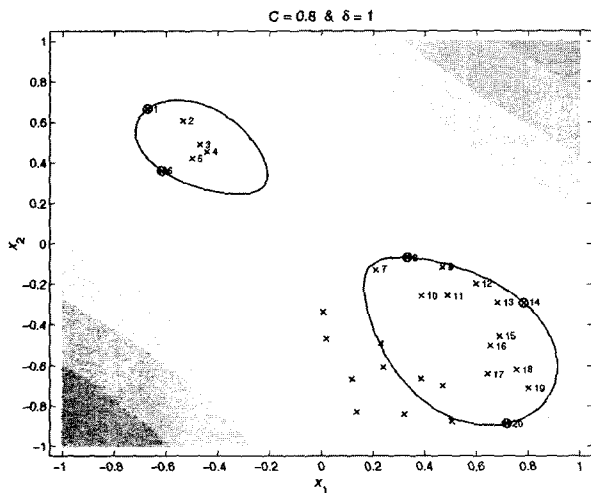


그림 3. 처음 20개의 학습 데이터가 고려되었을 때의 학습 결과
 Fig. 3. Training results when the first 20 training data were considered

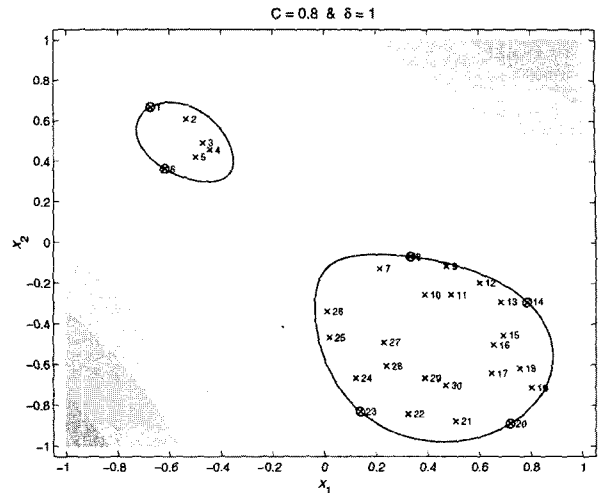


그림 4. 전체의 학습 데이터가 고려되었을 때의 학습 결과
 Fig. 4. Training results when all training data were considered

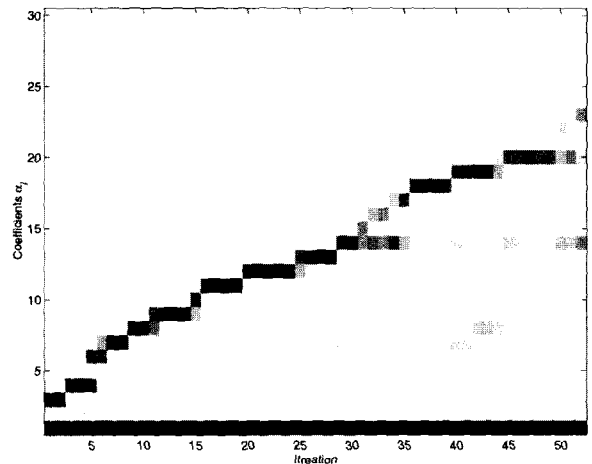


그림 5. 학습이 진행되는 동안 쌍대 변수 α_i 가 변하는 모습
 Fig. 5. Change of the dual variables α_i while training is in progress

위의 그림들은 학습이 진행됨에 따라 발생하는 클래스 간의 원소 이동 현상을 잘 보여준다. 예를 들어서, 6번째 학습 데이터는 그림 2의 시점에서는 곡면의 내부에 소속되는 R 클래스의 데이터였으나 학습이 진행되면서 그림 3의 시점 때에는 서포트 벡터로 옮겨감을 관찰할 수 있다.

반면에 10번째 학습 데이터는 그림 2에서는 서포트 벡터였으나 그림 3에서는 곡면 내부의 벡터로 바뀌었다. 이처럼 새로운 데이터가 점증적으로 공급되면서 학습이 진행되는 동안 각 데이터의 소속은 서포트 벡터, 여러 벡터 및 나머지 벡터의 클래스 사이를 이동할 수 있다. 이러한 변화 과정을 그림 5에서 잘 보여졌다.

그림 5에서는 학습이 진행되는 동안 각 데이터에 대응하는 α_i 가 어떻게 변화하고 있는가를 보여준다. 이 그림에서는 각 α_i 의 크기가 색깔로 표현되었는데, 흰색은 $\alpha_i=0$ 을 의미하고 진한 색일수록 더 큰 α_i 값을 의미한다. 그리고, 검은 색은 $\alpha_i=C$ 인 경우를 나타낸다.

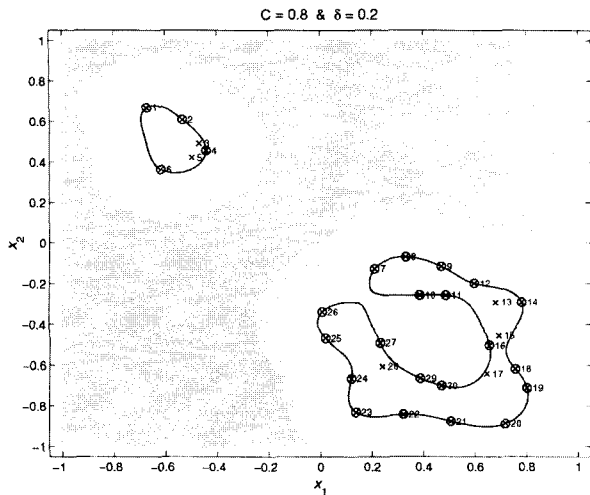


그림 6. $\delta=0.2$ 일 때의 학습 결과
Fig. 6. Training results when $\delta=0.2$

마지막으로, 가우시안 커널의 파라미터 δ 가 최종 학습 결과에 어떠한 영향을 미치는가를 살펴보기 위하여, 가우시안 커널의 δ 의 값이 $\delta = 0.2$ 로 감소되었을 경우의 최종 학습 결과를 그림 6에 그려보았다. 이 그림을 $\delta = 1$ 인 경우를 나타낸 그림 4의 경우와 비교해보면, 더 작은 δ 값이 사용된 그림 6의 경우가 더 많은 서포트 벡터와 더 작은 면적의 정상 클래스 영역을 가지게 됨을 관찰할 수 있었다.

5. 결론

본 논문에서는 비정상 상태 탐지를 점증적으로 푸는 문제를 고려하였다. 서포트 벡터 학습 기반 비정상 상태 탐지 방법론 중 가장 널리 알려진 SVDD 기법에 대하여 자세히 알아본 후, 라그랑제 쌍대 문제에 관한 상세한 복습을 바탕으로 새로운 데이터가 추가되었을 때 기존의 최적해가 어떠한 방향으로 변화되어야 하는가를 고찰하였다. 이러한 고찰에 있어서, 최적 해의 조건을 만족하기 위해서는 새롭게 주어지는 학습 데이터 x_c 에 대응하는 쌍대 변수 a_c 가 변화에 따라 여타 관련 항들이 어떻게 변해야 하는지, 그리고 서포트 벡터, 예러 벡터 및 나머지 벡터 클래스 사이의 원소 이동은 언제 필요한지 등은 매우 주요한 역할을 하였다. 이러한 고찰을 바탕으로 제시된 본 논문의 점증적 풀이 방법은, 학습 데이터가 점증적으로 주어지는 경우에 기존의 최적 해와 새롭게 대두된 학습 데이터만을 고려하여 새로운 최적해를 찾을 수 있도록 해주므로 상황에 따라 효과적인 대안이 될 수 있다. 관련하여 향후에 추가로 연구되어야 할 과제로는, 다양한 예제에 대한 광범위한 시뮬레이션 수행을 통하여 제안된 방법의 장단점을 파악하는 문제, 여타의 비정상 상태 탐지 기법과 성능을 비교해보는 문제 및 실용적인 분야에 제시된 방법을 적용해보는 문제 등을 들 수 있다. 그리고, 학습 데이터 사이에 중요성이 서로 다른 경우, 예컨대 최근에 주어지는 학습 데이터를 먼 과거에 주어지는 데이터보다 중시하는 경우 등을 위한 이론적 확장도 장차 고려해볼 가치가 있는 흥미로운 숙제 중 하나이다.

참고문헌

- [1] N. Cristianini and J. Shawe-Taylor, *An Introduction to Support Vector Machines and Other Kernel-Based Learning Methods*, Cambridge University Press, 2000.
- [2] B. Schölkopf and A. J. Smola, *Learning with Kernels*, MIT Press, 2002.
- [3] C. Bishop, "Novelty detection and neural networks validation," *IEE Proceedings on Vision, Image, and Signal Processing, Special Issue on Applications of Neural Networks*, vol. 141, pp. 217-222, 1994.
- [4] D. Tax and R. Duin, "Support Vector Domain Description," *Pattern Recognition Letters*, vol. 20, pp. 1191-1199, 1999.
- [5] D. Tax, *One-Class Classification*, PhD Thesis, Delft University of Technology, 2001.
- [6] B. Schölkopf, J. C. Platt, and A. J. Smola, *Kernel Method for Percentile Feature Extraction*, Technical Report MSR-TR-2000-22, Microsoft Research, WA, 2000.
- [7] B. Schölkopf, J. C. Platt, J. Shawe-Taylor, and A. J. Smola, and R. C. Williamson, "Estimating the support of a high-dimensional distribution," *Neural Computation*, vol.13, pp. 1443-1471, 2001.
- [8] G. Ratch, S. Mika, B. Schölkopf, and K.-R. Müller, "Constructing boosting algorithms from SVMs: An application to one-class classification," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 24, pp. 1-15, 2002.
- [9] C. Campbell and K. P. Bennett, "A linear programming approach to novelty detection," *Advances in Neural Information Processing Systems (NIPS 2000)*, vol. 13, pp. 395-401, 2001.
- [10] D. Tax and P. Juszczak, "Kernel whitening for one-class classification," *Pattern Recognition with Support Vector Machines*, pp. 40-52, 2002.
- [11] G. Cauwenberghs and T. Poggio, "Incremental and Decremental Support Vector Machine Learning," *Advances in Neural Information Processing Systems (NIPS 2000)*, vol. 13, pp. 409-415, 2001.
- [12] T. K. Moon and W. C. Stirling, *Mathematical Methods and Algorithms for Signal Processing*, Prentice-Hall, 2000.
- [13] J. Platt, "Fast training of support vector machines using sequential minimum optimization," In *Advances in Kernel Methods - Support Vector Learning*, pp. 185-208, MIT Press, 1999.

저 자 소 개



박주영(Jooyoung Park)

1983년 : 서울대학교 전기공학과 졸업
(학사)

1985년 : 한국과학기술원 졸업(석사)

1985년 3월~1988년 7월 : 한국전력 월성
원자력발전소 근무

1992년 : University of Texas at Austin,
전기 및 컴퓨터 공학과 졸업(박사)

1992년 8월~1993년 2월 : 한국전력 진력경제연구소 근무

1993년 3월~현재 : 고려대학교 서창캠퍼스 제어계측공학과
교수

관심분야 : 신경망, 비선형시스템

E-mail : parkj@korea.ac.kr



임채환(Chae-hwan Leem)

2000년 : 고려대학교 제어계측공학과
졸업(학사)

2002년 : 고려대학교 대학원 제어계측공학과
졸업(석사)

2002년~현재 : LG전자 DM연구소 근무

관심분야 : SVM, 신경망, 지능시스템, 퍼지제어

E-mail : mirage@cie01.korea.ac.kr