

인터넷 기반 원격제어를 위한 임의의 시간지연을 갖는 지능형 제어기의 설계

Design of Intelligent Controller with Time Delay for Internet-Based Remote Control

주영훈* · 김정찬* · 이호재** · 박진배**

Young Hoon Joo · Jung Chan Kim · Ho Jae Lee · Jin Bae Park

* 군산대학교 전자정보공학부

** 연세대학교 전기전자공학과

요 약

본 논문은 인터넷 상에서 임의로 변화하는 입력지연을 갖는 불확실 퍼지 시스템의 지능형 강인 퍼지 제어기 설계를 논의한다. 임의로 변화하는 입력지연은 유한개의 상태를 갖는 마코프 확률과정으로 표현된다. 디지털 안정화기를 설계하기 위하여 연속시간 Takagi-Sugeno 퍼지 시스템을 이산화하며 제어기의 입출력단에 영차의 샘플/홀드 함수를 가정한다. 이산화된 시스템은 확률적 과정에 따라 변화하는 도약 시스템으로 표현된다. 확률적 강인 안정가능성 조건은 선형 행렬 부등식의 형태로 표현된다.

Abstract

This paper discusses a design of intelligent controller with time delay for Internet-based remote control. The finite Markovian process is adopted to model the input delay of the overall control system. It is assumed that the zero and hold devices are used for control input. The Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy system with uncertain input delay is utilized to represent nonlinear plant. The continuous-time T-S fuzzy system with the Markovian input delay is discretized for easy handling delay, accordingly, the discretized T-S fuzzy system is represented by a discrete-time T-S fuzzy system with jumping parameters. The robust stochastic stabilizability of the jump T-S fuzzy system is derived and formulated in terms of linear matrix inequalities (LMIs). An experimental results is provided to visualize the feasibility of the proposed method.

Key Words : 인터넷기반 원격제어, 확률적 안정화, Takagi-Sugeno 퍼지 시스템, 입력 지연, 불확실성, 이산화

1. 서 론

최근 통신기술의 발달에 힘입어 인터넷과 유사한 통신 네트워크를 이용한 원격제어 시스템의 구축의 시도가 증가추세이다. 네트워크 기반 원격제어 시스템은 통신 선로에 의하여 페루프 시스템을 구성하므로 시간 지연현상의 발생가능성이 상존한다. 시스템의 제어 성능은 시간지연 현상과 상당히 관련있다. 특히 시스템의 안정성은 시간지연현상과 매우 밀접하여 시간지연현상이 존재할 경우 시스템의 안정성의 여유이득 확보는 매우 어려운 문제로 알려져 있다 [3]. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 전통적인 기법으로서, Lyapunov-Krasovskii 안정성 이론과 Lyapunov-Razumikhin 안정성 이론이 활용되었다 [1,2]. 이러한 기법은 시간지연의 보다 세

밀한 정보를 활용하지 못하며, 단지 시간지연의 상한값의 정보를 활용할 뿐이다. 따라서 개발된 이론은 매우 보수적인 결과를 도출할 것으로 예상된다.

최근, 매우 불확실하게 가변적으로 변화하는 시스템의 파라미터를 다루기 위하여 확률적인 접근방법이 개발되었다 [1]. 인터넷기반 원격제어 시스템에서의 시간지연현상은 매우 변화가 심하며 결정적인 요소가 아니므로 제어기 설계시 결정론적인 수학적 접근이 용이하지 않다. 그러나, 확률적 접근방법을 도입함으로써 임의의 시간지연 현상을 수학적으로 묘사할 수 있으며 따라서 이를 고려한 강인한 시스템의 안정화 기법의 설계를 효율적으로 해결할 수 있다. 본 논문은 네트워크 상에서의 시간지연 현상을 확률적으로 모델링한다. 즉, 시간지연 현상의 확률적 모델을 기반으로 하여 제어 시스템을 확률적 가변 시스템으로 모델링한다. 또한, 비선형 시스템의 효과적이며 지능적인 제어를 위하여 Takagi-Sugeno (T-S) 퍼지 모델을 도입한다 [4-7,9,10]. 이 모델은 T-S 퍼지 모델로 표현되는 확률적 가변 비선형 시스템은 실제 산업현장의 시스템을 매우 효율적으로 표현할 수 있다. 이를 기반으로 하여 확률적으로 변동하는 입력지연 시스템의 안정화를 위한 제어기 설계 기법을 개발한다. 제어기 설계 조건은

접수일자 : 2003년 3월 21일

완료일자 : 2003년 6월 5일

본 연구는 정보통신부 정보통신연구진흥원에서 지원하고 있는 대학초연연구지원사업(과제번호: 2001-107-3)의 연구결과입니다.

선형행렬부등식으로 표현되며 수치적으로 매우 손쉽게 해를 구할 수 있다.

마지막으로, 본 논문에서 제안한 제어기법의 실제적인 효용성을 입증하기 위하여 2자유도 헬리콥터 시스템의 원격 제어 시스템을 구축하여 실험을 수행하여 그 실험 결과를 보인다.

2. 임의의 입력 지연을 갖는 연속시간 T-S 퍼지 시스템

비선형 시스템을 효율적으로 표현할 수 있는 다음과 같은 T-S 퍼지시스템을 고려하자 [4-10].

$$R^i: \text{IF } x_1(t) \text{ is } \Gamma_h^i \text{ and } \dots \text{ and } x_n(t) \text{ is } \Gamma_n^i \text{ THEN } \dot{x}(t) = (A_i + \Delta A_i) + (B_i + \Delta B_i)u(t - \tau_k) \quad (1)$$

여기서, $\Gamma_h^i, i \in I_Q = \{1, 2, \dots, q\}, h \in I_N = \{1, 2, \dots, n\}$ 는 i 번째 규칙에서 h 번째 전진부 변수의 퍼지 집합이다. $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 는 상태변수, $u(t) = u(kT)$ 는 인터넷 기반 제어를 위한 시간 구간 $[kT, kT + T)$ 에서 일정한 디지털 제어 입력이다. $T > 0$ 는 샘플링 시간이며 τ_k 는 k 번째 시간지연이다. 중심값-평균 비퍼지화, 곱셈 추론, 싱글톤 퍼지화를 사용하면 시스템 (1)의 전역 동특성은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^q \theta_i(x(t)) ((A_i + \Delta A_i) + (B_i + \Delta B_i)u(t - \tau_k)) \quad (2)$$

$$\omega_i(z(t)) = \prod_{h=1}^n \Gamma_h^i(z_h(t)), \quad \theta_i(z(t)) = \frac{\omega_i(z(t))}{\sum_{i=1}^q \omega_i(z(t))}$$

$\Gamma_h^i(z_h(t))$ 는 h 번째 전진부 변수 $z_h(t)$ 의 퍼지 집합 Γ_h^i 에 대한 소속도를 나타낸다.

가정 1 : 본 논문에서 고려하는 불확실성은 다음과 같은 구조화된 형태로 가정한다.

$$[\Delta A_i \quad \Delta B_i] = H_i F_i(t) [E_{ai} \quad E_{bi}]$$

여기서, H_i, E_{ai}, E_{bi} 는 알려진 상수 행렬이며 $F_i(t)$ 는 다음을 만족하는 알려지지 않은 행렬 함수이다.

$$F_i(t)^T F_i(t) \leq I, \text{ for } t \in [0, T_f]$$

가정 2 : 논문의 단순함을 위하여 제어 입력 신호의 시간 지연 τ_k 은 샘플링 시간 T 보다 작다고 가정한다.

동적 시스템 (2)의 안정화를 위하여 시간 구간 $[kT, kT + T), k \in \mathbb{Z}^+$ 에서 다음의 제어기를 고려하자.

$$u(t) = \sum_{i=1}^q \theta_i(x(kT))(K_i x(kT) + L_i u(t - T)) \quad (3)$$

선형 시불변 연속 시간 시스템의 이산화는 여러가지 방법이 알려져 있다. 그러나 T-S 퍼지 시스템은 본질적으로 비선형 시스템이므로 기개발된 기법들은 연속시간 T-S 퍼지 시스템에 적용할 수 없다. 더욱이 디지털 퍼지 제어기를 구성하기 위해서는 이산화 결과 또한 불록 조합의 형태를 가져야 한다.

가정 3 : i 번째 발화도 $\theta_i(z(t))$ 는 시구간 $[kT, kT + T)$

동안 시간 $t = kT$ 에서의 값으로 근사화될 수 있다고 가정하면 비선형 행렬 $\sum_{i=1}^q \theta_i(z(t))A_i$ 와 $\sum_{i=1}^q \theta_i(z(t))B_i$ 는 구간 $[kT, kT + T)$ 에서 각 $\sum_{i=1}^q \theta_i(z(kT))A_i, \sum_{i=1}^q \theta_i(z(kT))B_i$ 의 상수 행렬로 근사화될 수 있다.

참고 1 : 적절히 충분히 작은 샘플링 시간 T 가 선택된다면 가정 1은 충분히 만족될 수 있다.

논문의 편의를 위하여 $x(kT)$ 와 $u(kT)$ 를 축약하여 각각 x_k, u_k 로 표기한다.

정리 1 : 디지털 T-S 퍼지 제어 시스템 (2)의 동특성은 다음과 같이 근사화 가능하다.

$$x_{k+1} \approx \sum_{i=1}^q \theta_i(x_k) ((G_i + \Delta G_i)x_k + (H_{i1} + \Delta H_{i1})(\tau_k)u_k + (H_{i2} + \Delta H_{i2})(\tau_k)u_{k-1})$$

여기서,

$$G_i = \exp(A_i T), H_{i1}(\tau_k) = \int_0^{kT+T-\tau_k} e^{A_i(kT+T-\lambda)} d\lambda B_i$$

$$\Delta G_i = \Delta A_i T, \Delta H_{i1} = \tau_k \Delta B_i, \Delta H_{i2} = (T - \tau_k) \Delta B_i,$$

$$H_{i2}(\tau_k) = \int_0^{kT+T-\tau_k} e^{A_i(kT+T-\lambda)} d\lambda B_i$$

증명 : 가정 3과 초기시간 $t = kT$ 의 초기값 $x_0 = x(kT)$ 을 갖는 시스템 (2)의 시간 $t = kT$ 에서의 해는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_{kT+T} &= \exp\left(\sum_{i=1}^q \theta_i(x_k)(A_i + \Delta A_i)T\right)x_{kT} \\ &+ \int_{kT}^{kT+T} \exp\left(\sum_{i=1}^q \theta_i(x_k)(A_i + \Delta A_i)(kT+T-s)\right) \\ &\times \left(\sum_{i=1}^q \theta_i(x_k)(B_i + \Delta B_i)u(t - \tau_k)\right) \\ &= \sum_{i=1}^q \theta_i(x_k) ((G_i + \Delta G_i)x_k \\ &+ (H_{i1} + \Delta H_{i1})(\tau_k)u_k + (H_{i2} + \Delta H_{i2})(\tau_k)u_{k-1}) \end{aligned}$$

여기서,

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^q \theta_i(x_k)G_i &= \exp\left(\sum_{i=1}^q \theta_i(x_k)(A_i T)\right) \\ &= I + \sum_{i=1}^q \theta_i(x_k)(A_i T) + O(T^2) \\ &\approx \sum_{i=1}^q \theta_i(x_k)\exp(A_i T) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^q \theta_i(x_k)\Delta G_i &= \exp\left(\sum_{i=1}^q \theta_i(x_k)((A_i + \Delta A_i)T)\right) - \sum_{i=1}^q \theta_i(x_k)G_i \\ &\approx I + \sum_{i=1}^q \theta_i(x_k)((A_i + \Delta A_i)T) \\ &- \left(I + \sum_{i=1}^q \theta_i(x_k)(A_i T)\right) + O(T^2) \\ &\approx \sum_{i=1}^q \theta_i(x_k)\Delta A_i T \end{aligned}$$

지연된 제어입력에 의한 적분항은 다음과 같다.

$$\int_{kT}^{kT+T} \exp\left(\sum_{i=1}^q \theta_i(x_k)(A_i + \Delta A_i)(kT+T-s)\right) \times \left(\sum_{i=1}^q \theta_i(x_k)(B_i + \Delta B_i)u(t - \tau_k)\right) ds$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_{kT}^{kT+T-\tau_k} \exp\left(\sum_{i=1}^n \theta_i(x_k)(A_i + \Delta A_i)(kT+T-s)\right) \\
 &\times \left(\sum_{i=1}^n \theta_i(x_k)(B_i + \Delta B_i)u_{k-1}\right) ds \\
 &+ \int_{kT+T-\tau_k}^{kT+T} \exp\left(\sum_{i=1}^n \theta_i(x_k)(A_i + \Delta A_i)(kT+T-s)\right) \\
 &\times \left(\sum_{i=1}^n \theta_i(x_k)(B_i + \Delta B_i)u_k\right) ds
 \end{aligned}$$

따라서,

$$\begin{aligned}
 &\sum_{i=1}^n \theta_i(x_k)H_{ii} \\
 &= \int_{kT+T-\tau_k}^{kT+T} \exp\left(\sum_{i=1}^n \theta_i(x_k)A_i(kT+T-s)\right) \\
 &\times \left(\sum_{i=1}^n \theta_i(x_k)B_i\right) ds \\
 &= \left(I - \exp\left(\sum_{i=1}^n \theta_i(x_k)A_i\tau_k\right)\right) \left(-\sum_{i=1}^n \theta_i(x_k)A_i\right)^{-1} \\
 &\times \left(\sum_{i=1}^n \theta_i(x_k)B_i\right) \\
 &= \left(I + \sum_{i=1}^n \theta_i(x_k)A_i\tau_k - I + O(T^2)\right) \left(\sum_{i=1}^n \theta_i(x_k)A_i\right)^{-1} \\
 &\times \left(\sum_{i=1}^n \theta_i(x_k)B_i\right) \\
 &\approx \sum_{i=1}^n \theta_i(x_k)(\exp(A_i\tau_k) - I)A_i^{-1}B_i \\
 &= \sum_{i=1}^n \theta_i(x_k)H_{ii} \\
 &\sum_{i=1}^n \theta_i(x_k)\Delta H_{ii} \\
 &= \int_{kT+T-\tau_k}^{kT+T} \exp\left(\sum_{i=1}^n \theta_i(x_k)(A_i + \Delta A_i)(kT+T-s)\right) \\
 &\times \left(\sum_{i=1}^n \theta_i(x_k)(B_i + \Delta B_i)u_k\right) ds - \sum_{i=1}^n \theta_i(x_k)H_{ii} \\
 &= \left(I - \exp\left(\sum_{i=1}^n \theta_i(x_k)(A_i + \Delta A_i)\tau_k\right)\right) \\
 &\times \left(-\sum_{i=1}^n \theta_i(x_k)(A_i + \Delta A_i)\right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^n \theta_i(x_k)(B_i + \Delta B_i)\right) \\
 &- \sum_{i=1}^n \theta_i(x_k)H_{ii} \\
 &= \left(I + \sum_{i=1}^n \theta_i(x_k)(A_i + \Delta A_i)\tau_k - I + O(T^2)\right) \\
 &\times \left(\sum_{i=1}^n \theta_i(x_k)A_i + \Delta A_i\right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^n \theta_i(x_k)B_i + \Delta B_i\right) \\
 &- \sum_{i=1}^n \theta_i(x_k)H_{ii} \\
 &\approx \sum_{i=1}^n \theta_i(x_k)(B_i + \Delta B_i)\tau_k - \sum_{i=1}^n \theta_i(x_k)B_i\tau_k \\
 &= \sum_{i=1}^n \theta_i(x_k)\Delta B_i\tau_k \\
 &= \sum_{i=1}^n \theta_i(x_k)\Delta H_i
 \end{aligned}$$

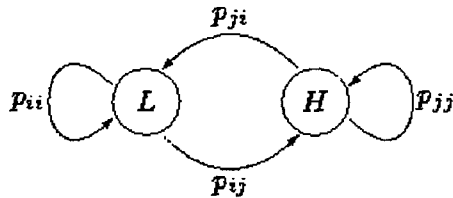


그림 1. 두 종류의 입력지연의 마코프 체인 모델링.

Figure 1. Markov chain modelling of random delay with 2 states.

$H_{2i}, \Delta H_{2i}$ 도 유사한 계산을 거쳐 유도될 수 있다. ■

확장된 상태 변수 $x_k = [x_k^T, u_{k-1}^T]^T$ 를 도입하면 다음의 페루프 시스템을 구성할 수 있다.

$$x_{k+1} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \theta_i(x_k)\theta_j(x_k)\bar{G}_{ij}(\tau_k)x_k \quad (5)$$

여기서 $\bar{G}_{ij}(\tau_k) = G_{ij} + \Delta G_{ij}$ 이며 공칭시스템은

$$G_{ij} = \begin{bmatrix} G_i + H_{ii}(\tau_k)K_j & H_{iz}(\tau_k)L_j \\ K_j & L_j \end{bmatrix}$$

이며 불확실 행렬은

$$\Delta G_{ij} = \begin{bmatrix} \Delta G_i + \Delta H_{ii}(\tau_k)K_j & \Delta H_{iz}(\tau_k)L_j \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

의 형태로 표현된다. 시간 지연 τ_k 은 임의로 변화한다고 가정하였으므로 결정할 수 없다. 임의로 변화하는 시간지연을 수학적으로 표현하기 위한 한가지 방법은 적절한 확률적 과정을 도입하는 것이다. 본 논문에서는 유한개의 시간 지연을 가정하고 이의 천이 상태는 마코프 확률 과정에 의하여 결정된다고 가정할 것이다.

s개의 상태를 갖는 마코프 확률 과정을 고려하자. 상태 천이 확률은 다음과 같이 계산된다.

$$P = \{\tau_{k+1} = m | \tau_k = n\} = p_{lm}$$

여기서 $p_{lm} \geq 0, \sum_{m=1}^L p_{lm} = 1, l \in L$ 이다.

제어 시스템이 1번째 모드(mode)에서 동작된다면, 즉 제어 입력 신호가 $\tau_k = 1$ 의 시간지연을 포함한다면, 활성화되는 T-S 퍼지 시스템은 $x_{k+1} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \bar{G}_{ij}x_k$ 이다. 여기서,

$\bar{G}_{ij} = \bar{G}_{ij}(\tau_k = 1)$ 이다. 시스템 (5)는 도약 T-S 퍼지 시스템이라 불리운다. 그림 1은 두 종류의 임의의 시간 지연을 마코프 확률과정으로 표현한 예이다. 여기서, L은 상대적으로 큰 시간지연, H는 작은 시간 지연을 의미한다. 마코프 확률과정에서 많은 상태를 사용할수록 더욱 정확한 시간 지연 모델을 구성할 수 있다.

3. 디지털 T-S 퍼지시스템의 확률적 안정성

보조정리 1 : 적절한 대칭행렬 차원의 S와 상수 행렬 H, E가 주어질 때, 부등식 $S + HFE + E^T F^T H^T < 0$ 은

$$S + [\epsilon^{-1}E^T \quad \epsilon H] \begin{bmatrix} \epsilon^{-1}F \\ \epsilon H^T \end{bmatrix} < 0$$

와 동가이다. 여기서 $F^T F \leq I, \epsilon > 0$ 이다.

정의 1: 임의의 초기 모드가 주어질 때, 적절한 상한값 $M(\tau_0) > 0$ 이 다음의 조건을 만족한다면

$$\lim_{N \rightarrow \infty} E \left\{ \sum_{k=0}^N x_k^T(\tau_0)x_k(\tau_0) \middle| \tau_0 \right\} < M(\tau_0) \quad (7)$$

도약 T-S 퍼지 시스템은 확률적으로 안정하다.

참고 2 : 정의 1은 평균 제곱의 측정을 사용했을 때, 영

평형점의로의 점근적 수렴을 의미한다. 즉 식 (7)의 확률적 안정성은 다음을 의미한다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E\{x^T(\tau_0)x_k(\tau_0) | \tau_0\} = 0$$

정리 2 : 다음의 조건을 만족하는 양한정 대칭 행렬 $P_i > 0, i \in I_S$ 이 존재한다면 도약 T-S 퍼지 시스템은 안정 가능하다.

$$Z_1 = \begin{bmatrix} -P_i & \star \\ \star & -P_{i-1} \end{bmatrix} < 0, i, j \in I_Q \tag{8}$$

여기서, $P_i = \sum_{m=1}^s p_{im} P_m$ 이며 \star 는 대칭행렬의 전치요소를 나타낸다.

증명 : 다음의 확률적 리아푸노프 함수 후보를 고려하자.

$$V_k(\tau_k) = x_k^T P_i x_k$$

여기서 $P_i = P_{\tau_k=i}$ 이다. 기대값 $E(\cdot)$ 을 도입하면

$$\begin{aligned} EV_{k+1}(\tau_{k+1}) | \tau_k = i &= V_k(\tau_k = i) \\ &= \sum_{m=1}^{s_{k+1}} p(\tau_{k+1} = m | i) (x_{k+1}^T P_m x_{k+1}) - x_k^T P_i x_k \\ &= \sum_{m=1}^{s_{k+1}} p_{im} x_k^T (P_m^T - P_i) x_k \\ &= x_k^T \left(\sum_{j=1}^{q_{k+1}} \sum_{l=1}^{q_{k+1}} \widetilde{G}_{ij} \right)^T P_i \left(\sum_{j=1}^{q_{k+1}} \sum_{l=1}^{q_{k+1}} \widetilde{G}_{ij} \right) x_k \\ &\leq x_k^T Z_1 x_k < 0 \end{aligned} \tag{10}$$

을 유도할 수 있으며 더욱이 다음의 식이 유도 가능하다.

$$\begin{aligned} \frac{EV_{k+1}(\tau_{k+1}) | \tau_k = i - V_k(\tau_k = i)}{V_k(\tau_k = i)} &\leq - \frac{x_k^T (-Z_1) x_k}{x_k^T P_i x_k} \\ &\leq - \min_{i \in L} \left\{ \frac{\lambda_{\min}(-Z_1)}{\lambda_{\max}(P_i)} \right\} \\ &= \alpha - 1 \end{aligned} \tag{11}$$

여기서, $\alpha = 1 - \min_{i \in L} \{ \frac{\lambda_{\min}(-Z_1)}{\lambda_{\max}(P_i)} \} < 1$.

식 (11)으로부터, 다음의 결과를 확인할 수 있다.

$$\alpha \geq \frac{EV_{k+1}(\tau_{k+1}) | \tau_k}{V_k(\tau_k)} > 0$$

따라서, 다음이 성립한다.

$$E\{V_{k+1}(\tau_{k+1}) | \tau_k\} \leq \alpha V_k(\tau_k) \tag{12}$$

식 (12)에 반복적으로 기대값 연산자를 취하면 다음의 부등식을 유도할 수 있다.

$$E\{V_k(\tau_k)\} \leq \alpha^k V_0(\tau_0) \tag{13}$$

식 (13)의 급수를 계산하면

$$E\left\{ \sum_{k=0}^N V(\tau_k) \middle| \tau_0 \right\} \leq \frac{1-\alpha^{N+1}}{1-\alpha} V_0(\tau_0)$$

이며, N 을 무한대로 가정하면 무한 급수는 다음과 같이 계산된다.

$$\lim_{N \rightarrow \infty} E\left\{ \sum_{k=0}^N V(\tau_k) \middle| \tau_0 \right\} < \frac{V_0(\tau_0)}{1-\alpha}$$

Rayleigh 지수로부터 다음을 얻는다.

$$\lim_{N \rightarrow \infty} E\left\{ \sum_{k=0}^N x_k^T x_k \middle| \tau_0 \right\} < M(\tau_0) \tag{16}$$

여기서, $M(\tau_0) = (\min_{i \in L} \lambda_{\min}(P_i))^{-1} \frac{V_0(\tau_0)}{1-\alpha}$ 은 유계되어 있으므로 $\|x_k\| \leq \|\mathcal{X}_k\|$ 이다. 따라서, (16)은 확률적으로 안정하다. ■

정리 3 : 다음의 선형 행렬 부등식을 만족하는 양한정 대칭 행렬 P_{ii}, P_{iz} , 행렬 M_j, L_j 이 존재한다면

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} -P_{ii}^{-1} & \star & \star & \star & \dots & \star & \star & \star & \star \\ 0 & -P_{iz}^{-1} & \star & \star & \dots & \star & \star & \star & \star \\ G_i P_{ii}^{-1} + H_{i1}^T M_j^1 & H_{i2}^T N_j^1 & -P_{ii}^{-1} P_{iz}^{-1} & \star & \dots & \star & \star & \star & \star \\ M_j^1 & N_j^1 & 0 & -P_{ii}^{-1} P_{iz}^{-1} & \dots & \star & \star & \star & \star \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ G_i P_{ii}^{-1} + H_{i1}^T M_j^1 & H_{i2}^T N_j^1 & 0 & 0 & \dots & \star & \star & \star & \star \\ M_j^1 & N_j^1 & 0 & 0 & \dots & \star & \star & \star & \star \\ E_{ai} P_{ii}^{-1} + E_{bi} M_j^1 & E_{bz} N_j^1 & 0 & 0 & \dots & \star & \star & \star & \star \\ 0 & 0 & D_i^T & 0 & \dots & \star & \star & \star & \star \end{array} \right] < 0$$

도약 T-S 퍼지 시스템은 점근적으로 안정 가능하다.

증명 : 식 (10)으로부터

$$\left[\widetilde{G}_{ij}^T \ \dots \ \widetilde{G}_{ij}^T \right] \text{diag}\{p_{i1} P_{i1} \ \dots \ p_{is} P_{is}\} \begin{bmatrix} \widetilde{G}_{ij} \\ \vdots \\ \widetilde{G}_{ij} \end{bmatrix} - P_i < 0$$

Schur complement를 적용하면

$$Y_{ij} + \begin{bmatrix} 0 & \star & \star & \star \\ \Delta G_{ij} & 0 & \star & \star \\ \vdots & 0 & \ddots & \star \\ \Delta G_{ij} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} < 0$$

여기서,

$$Y_{ij} = \begin{bmatrix} -P_i & \star & \star & \star \\ G_{ij} & -P_{ii}^{-1} P_{iz}^{-1} & \star & \star \\ \vdots & 0 & \ddots & \star \\ G_{ij} & 0 & 0 & -P_{is}^{-1} P_{is}^{-1} \end{bmatrix}$$

가정 1을 도입하면

$$\begin{aligned} Y_{ij} + \left[\begin{array}{c} 0 \\ [D_{ij}] \\ 0 \\ \vdots \\ [D_{ij}] \\ 0 \end{array} \right] F_i & \left[[E_{ai} + E_{bi} K_j \ E_{bz} L_j] \ 0 \ \dots \ 0 \right] \\ & + [0 \ [D_i^T \ 0] \ \dots \ [D_i^T \ 0]] F_i^T \left[\begin{array}{c} (E_{ai} + E_{bi} K_j)^T \\ (E_{bz} L_j)^T \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right] < 0 \end{aligned}$$

보조정리를 이용하면 다음 부등식을 유도할 수 있다.

$$\left[\begin{array}{ccc} [E_{ai} + E_{bli}K_j & E_{b2i}L_j & Y_{ij} \\ 0 & [D_i^T \ 0] & \dots [D_i^T \ 0] \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & [-\epsilon I \ \star \\ 0 & -\epsilon^{-1}I] \end{array} \right] < 0$$

이제 행렬 P_1 을 대각행렬 $\text{diag}(P_{11}, P_{12})$ 로 가정한 후 변환행렬 $\text{diag}\{P_{11}^{-1}, P_{12}^{-1}, I_{s \times 2n}\}$ 에 의한 컨그루언스 (congruence) 변환을 수행하고, $K_i P_{11}^{-1} = M_i^1$,

$L_i P_{12}^{-1} = N_i^1$ 의 변수 치환을 수행하면 얻을 수 있다. ■

보조정리 1 : 다음의 선형 행렬 부등식을 만족하는 양한정 대칭 행렬 P_{11}, P_{12} , 행렬 M_j, L_j 이 존재한다면

$$\left[\begin{array}{cccc} -P_{11}^{-1} & \star & \star & \star \\ 0 & -P_{12}^{-1} & \star & \star \\ G_i P_{11}^{-1} + H_{11}^1 M_j^1 & H_{12}^1 N_j^1 & -P_{11}^{-1} P_{11}^{-1} & \star \\ M_j^1 & N_j^1 & 0 & -P_{11}^{-1} P_{12}^{-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ G_i P_{11}^{-1} + H_{11}^1 M_j^1 & H_{12}^1 N_j^1 & 0 & 0 \\ M_j^1 & N_j^1 & 0 & 0 \\ \dots & \star & \star & \star \\ \dots & \star & \star & \star \\ \dots & \star & \star & \star \\ \dots & \star & \star & \star \\ \dots & \star & \star & \star \\ \dots & -P_{11}^{-1} P_{12}^{-1} & \star & \star \\ \dots & 0 & -P_{11}^{-1} P_{12}^{-1} & \star \end{array} \right] < 0$$

도약 T-S 퍼지 시스템은 점근적으로 안정가능하다.

증명 : 식 (8)의 양한정 행렬 P_1 이 대각 행렬 $\text{diag}[P_{11}, P_{12}]$ 로 가정한다면, 정리 2로부터 유도할 수 있다. 여기서 P_{11}, P_{12} 는 각각 양한정 대칭 행렬이다. ■

참고 3 : 실제 제어 시스템을 구축할 경우, 마코프 확률과정에 의하여 제어기를 선택하기 위해서 시간지연을 확인해야 한다. 이를 구현하기 위하여 제어 플랜트로부터 전송되는 모든 정보는 시간 정보를 포함하여야 한다. 또한 정확한 시간지연을 측정하기 위하여 플랜트와 제어기간의 동기화되어야 한다.

4. 입력지연을 포함한 2자유도 헬리콥터 시스템의 원격 제어

제안한 기법의 효율성을 보이기 위하여 다음의 동특성을 갖는 2자유도 헬리콥터 시스템의 모의실험을 수행한다.

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} x_3(t) \\ x_4(t) \\ -\frac{B_p}{J_p} x_3(t) - \frac{M_{eg}(h \sin(x_1(t))) + R_c \cos(x_1(t)))}{J_p} \\ -\frac{B_y}{J_y} x_4(t) \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{R_p K_{pg}}{J_p} & -\frac{K_{py}}{J_p} \\ -\frac{K_{yp}}{J_y} & \frac{R_y K_{yg}}{J_y} \end{bmatrix} u(t)$$

여기서, x_1 과 x_3 는 각각 헬리콥터 기수의 상하각과 좌우각을 나타낸다. 참고문헌 [4]의 방법을 이용하면 다음의 T-S 퍼지 시스템을 구축할 수 있다.

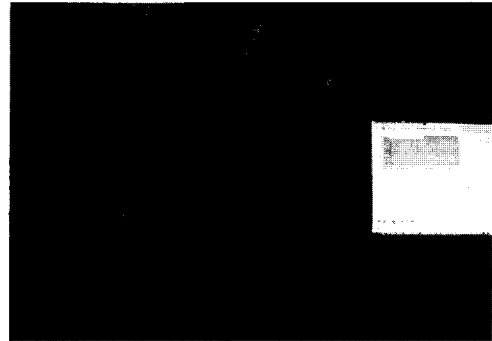


그림 2. 2자유도 헬리콥터 시스템

Figure 2. Helicopter system with 2 degree of freedom.

$$\begin{aligned} R^1: & \text{IF } x_1(t) \text{ is about } -M, \\ & \text{THEN } \dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 u(t) + d_1 \\ R^2: & \text{IF } x_1(t) \text{ is about } M, \\ & \text{THEN } \dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_2 u(t) + d_2 \end{aligned}$$

여기서,

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ (3,1)_i & 0 & -\frac{B_p}{J_p} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{B_y}{J_y} \end{bmatrix},$$

$$B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{R_p K_{pg}}{J_p} & -\frac{K_{py}}{J_p} \\ -\frac{K_{yp}}{J_y} & \frac{R_y K_{yg}}{J_y} \end{bmatrix},$$

$$d_1 = \left[0 \ 0 \ -\frac{M_{ega}\beta}{J_p} \ 0 \right], d_2 = \left[0 \ 0 \ -\frac{M_{egb}\beta}{J_p} \ 0 \right]$$

$$(3,1)_1 = -\frac{M_{ega}}{J_p}, \quad (3,1)_2 = -\frac{M_{egb}}{J_p}$$

이때 소속함수는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{cases} \Gamma_1(x_1(t)) = \frac{a \sin(x_1(t) + \beta) - b(x_1(t) + \beta)}{(a-b)(x_1(t) + \beta)} \\ \Gamma_2(x_1(t)) = \frac{a(x_1(t) + \beta) - a \sin(x_1(t) + \beta)}{(a-b)(x_1(t) + \beta)} \end{cases}$$

2자유도 헬리콥터 시스템과 인터넷으로 연결된 원격 제어기는 500m 떨어진 서로 다른 건물에 존재한다. 두 지점의 네트워크는 범용적인 네트워크로 연결되어 있으며 교내 최중라우터를 거쳐 제어신호를 송수신한다. 약 1000번의 측정

의하여 결정된 입력지연은 $\tau=(0, 0.01, 0.02)$ 초이며 이의 확률 천이 행렬은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} 0.8783 & 0.1206 & 0.0011 \\ 0.3387 & 0.6550 & 0.0064 \\ 0.5000 & 0.2500 & 0.2500 \end{bmatrix}$$

또한, 시스템 파라미터중 질량에 대하여 공칭 값의 10%내의 불확실성이 존재한다고 가정한다.

본 논문의 정리 2에 의한 제어 결과는 그림 1과 2에 나타난다. 그림 3과 그림 4는 주 전동기와 보조전동기를 구동전압을 나타낸다. 원격지라는 지리적 조건에 의하여 시간지연이 발생함에도 불구하고 시간이 지남에 따라 헬리콥터 시스템의 상하동각과 좌우동각은 0으로 잘 수렴함을 알 수 있다.

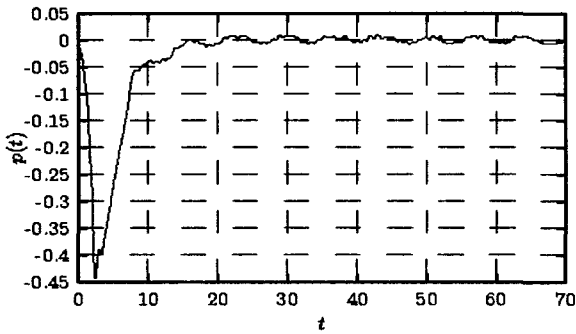


그림 3. 헬리콥터 기수의 상하동(上下動) 각 응답.
Fig. 3. Time response of the pitch angle.

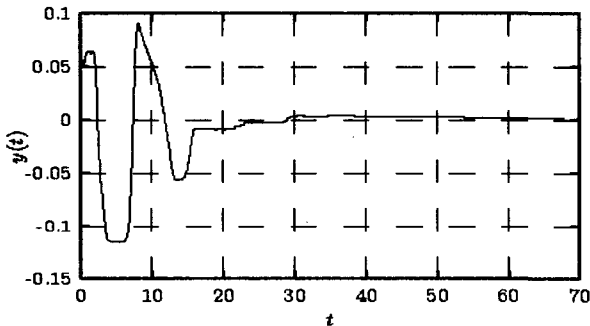


그림 4. 헬리콥터 기수의 좌우동(左右動) 각 응답.
Figure 4. Time response of the yaw angle

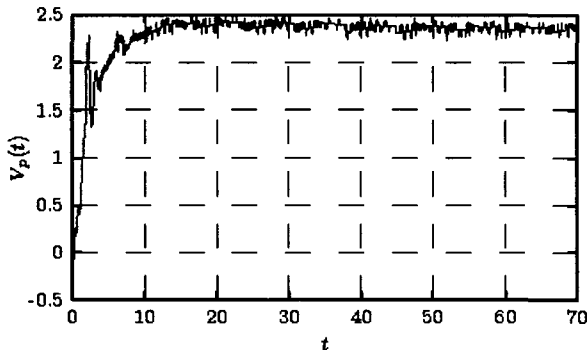


그림 5. 헬리콥터 주 전동기 입력 전압.
Figure 5. Input voltage of the main rotor.

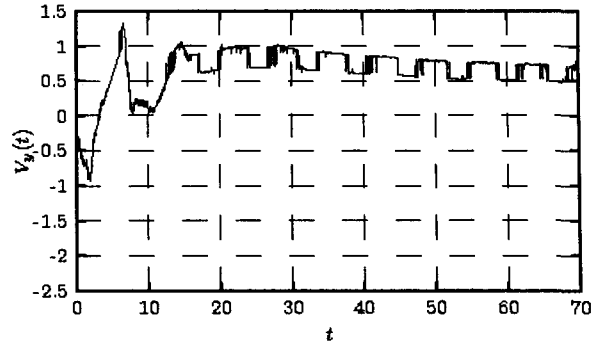


그림 6. 헬리콥터 보조 전동기 입력 전압
Figure 6. Input voltage of the tail rotor

4. 결론

본 논문에서는 임의로 변화하는 입력지연과 시스템 파라미터 불확실성을 포함하는 연속시간 T-S 퍼지 시스템의 강인 확률적 안정화기의 설계를 논의하였다. 임의의 입력지연은 유한 상태의 마코프 확률적 과정으로 표현하였다. 임의의 입력지연을 효과적으로 보상하기 위하여 연속시간 T-S 퍼지 시스템을 이산화하였으며 결과적으로 이산시간 마코프 도약 파라미터를 포함하는 T-S 퍼지 시스템으로 변환하였다. 퍼지모델기반 안정화기의 설계조건은 유한개의 선형행렬부등식으로 표현하였다. 인터넷을 통한 2자유도 헬리콥터 시스템의 안정화 실험을 통하여 본 논문에서 제안한 방법의 효용성을 입증하였다.

참고 문헌

- [1] Y. Y. Cao and J. Lams "Stochastically Stability and H_{∞} Control for Discrete-Time Jump Linear Systems with Time Delay," Journal of the Franklin Institute, Vol. 336, pp. 1263-1281, 1999.
- [2] P. Shi, E-K Boukas, and R. K. Agarwal, "Control of Markovian Jump Discrete-Time Systems with Norm Bounded Uncertainty and Unknown Delay," IEEE Trans. on Automat. Contr., Vol. 44, No. 11, pp. 2139-2144, Nov., 1999.
- [3] W. Zhang, M. S. Branicky, and S. M. Phillips, "Stability of Networked Control Systems," IEEE Control Systems Magazine, pp. 84-99, Feb., 2001.
- [4] H. J. Lee, J. B. Park and G. Chen, "Robust Fuzzy Control of Nonlinear Systems with Parametric Uncertainties," IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol. 9, No. 2, pp. 369-379, April, 2001.
- [5] W. Chang, J. B. Park, Y. H. Joo, and G. Chen, "Design of Robust Fuzzy-Model-Based Controller with Sliding Mode Control for SISO Nonlinear Systems," Fuzzy Sets and Systems, Vol 125, No. 1, pp 1-22, Dec, 2001.
- [6] Y. H. Joo, G. Chen, and L. S. Shieh, "Hybrid State-Space Fuzzy Model-Based Controller with Dual-Rate Sampling for Digital Control of Chaotic

Systems," IEEE Trans. on Fuzzy Systems, vol. 7, pp. 394-408, Aug, 1999.

[7] W. Chang, J. B. Park, Y. H. Joo, and G. Chen, "Design of Sampled-Data Fuzzy-Model-Based Control Systems by Using Intelligent Digital Redesign," IEEE Trans. on Circ. and Syst.-1, Vol. 49, No. 4, pp. 509-517, April, 2002.

[8] K. Tanaka, T. Ikeda, and H. O. Wang, "Fuzzy Regulators and Fuzzy Observers: Relaxed Stability Conditions and LMI-Based Designs," IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol. 6, No. 2, pp. 250-265, 1998.

[9] K. Kiriakidis, "Fuzzy Model-Based Control of Complex Plants," IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol. 6, No. 4, pp. 517-529, Nov., 1998.

[10] G. Feng, "Approaches to Quadratic Stabilization of Uncertain Fuzzy Dynamic Systems," IEEE Trans. on Circ. and Syst.-1, Vol. 48, No. 6, pp. 760-779, 2001.



김 정 찬(Jung Chan Kim)

2002년 군산대학교 전자정보공학부 졸업
2002년~현재 군산대학교 대학교 전자정보공학과 석사과정

관심분야 : 지능제어, 지능로봇, 유전알고리즘, 퍼지제어

Phone : 063-469-4706
Fax : 063-469-4706
E-mail : kjc-7777@daum.net



이 호 재 (Ho Jae Lee)

1998년 연세대학교 전기공학과 졸업.
2000년 연세대학교 대학원 전기공학과 졸업 (석사)

2000년~현재 연세대학교 대학원 전기공학과 박사과정

관심분야 : TS 퍼지 시스템, 퍼지 PID 제어, 지능형 디지털 재설계.

Phone : 02-2123-2773
Fax : 02-362-4539
E-mail : mylchi@control.yonsei.ac.kr

저 자 소 개



주 영 훈 (Young Hoon Joo)

제 13권 2호(2003년 4월호) 참조



박 진 배 (Jin Bae Park)

제 13권 2호(2003년 4월호) 참조