

# 1-패스 공간 적응적 웨이블릿 임계화를 사용한 영상의 노이즈제거

백 승 수\*

## 1-PASS SPATIALLY ADAPTIVE WAVELET THRESHOLDING FOR IMAGE DENOSING

Seung-soo Baek \*

### 요 약

본 연구는 이미지 디노이징을 위한 1-패스 공간 적응적 웨이블릿 임계화를 제안하였다. 웨이블릿 임계화를 이용한 디노이징은 최상의 기저함수와 임계치를 구하는 연구에 집중되어왔으나 이미지의 통계적 특성의 변화에 효과적으로 적용되는 방법은 아직 충분하지 않은 상태이다. 제안된 방법에 Overcomplete wavelet expansion을 사용하여 노이즈의 제거에 좋은 결과를 나타내었다. 그리고 실험 결과는 Wiener 필터링 방법과 Level dependent 임계치, 2-패스 공간적응적 웨이블릿 임계화 방법보다 좋은 결과를 나타내었다.

### Abstract

This paper propose the 1-pass spatially adaptive wavelet thresholding for image denosing. The method of wavelet thresholding for denosing, has been concentrated on finding the best uniform threshold or best basis. However, not much has been done to make this method adaptive to spatially changing statistics which is typical of a large class of images. This spatially adaptive thresholding is extended to the overcomplete wavelet expansion, which yields better results than the orthogonal transform. Experiments show that this proposed method does indeed remove noise significantly, especially for large noise power. Experimental results show that the proposed method outperforms level dependent thresholding techniques and is comparable to spatial Wiener filtering method, 2-pass spatially adaptive wavelet thresholding method in matlab.

▶ Keyword : Wavelet, Denosing, 임계치

---

\* 창원전문대학 멀티미디어과 조교수

## 1. 서론

멀티미디어 정보의 활용 범위가 확대되면서 사진, 동영상 등 영상정보의 이용이 크게 증가하고 있다. 영상정보를 이용한 정보의 처리분야는 컴퓨터 기술의 발달로 비약적인 발전을 이루어왔다. 최근 영상신호의 압축과 복원에서 처리시간이 빠르고 성능이 우수하다는 장점 때문에 영상처리의 여러 분야에서 웨이블릿 변환(Wavelet transform)을 적용한 연구가 발표되고 있다.

영상이미지에 있어서 이미지 정보의 손상은 Sampling, Scanning, 양자화, 이미지 전송 등에서 다양한 형태로 나타나고 있다. 이러한 이미지의 손상은 노이즈의 추가로 나타나며, 노이즈 제거(Denosing)를 위한 방법으로 웨이블릿 변환을 사용한, 웨이블릿 계수들에 대해 임계치 값을 사용하여 노이즈를 제거하는 연구가 활발하게 이루어지고 있다.

웨이블릿 계수에 임계치를 사용하는 노이즈 제거 방법은, 간단하면서도 효과적이어서 많은 연구들이 임계치(Threshold) 선택 방법과 적용방법에 대해 초점이 맞추어지고 있다. [3]

영상 이미지들은 평탄한 부분과 급격하게 변하는 부분들로 이루어져 있으며, 다양한 이미지의 특성들은 웨이블릿 변환에 의한 계수 값들의 표현 영역에서 구분되어져 나타난다. 웨이블릿 변환은 신호의 변화가 급격한 부분에서는 고해상도로 분해하고, 신호의 변화가 완만한 부분에서는 낮은 해상도로 분해하는 다해상도 분해가 가능한 방법으로 그림1은 Lena 이미지의 웨이블릿 변환을 나타내고 있다. 검은색의 픽셀들은 크기가 큰 웨이블릿 계수를 나타내고, 흰색 픽셀은 작은 크기의 웨이블릿 계수를 나타낸다.

웨이블릿 변환에서 이미지의 경계선과 텍스처와 같은 급격하게 변하는 부분은, 큰 에너지를 가지는 계수들로 나타나며, 평탄한 지역은 작은 에너지 영역으로 계수화 되어 나타난다. 이러한 계수들에 적절한 임계치를 설정하는 방법을 적용하면 노이즈를 효과적으로 제거할 수 있게된다.

임계치는 Uniform 혹은 Subband별로 다르게 설정하는 방법 그리고 일부는 다른 공간적 특성(Spatial characteristic)에 adaptive하게 적용하는 연구가 있어왔다. 이러한 연구의 기본적인 연구는 Johnstone과 Donoho[Donoho 1992; Donoho and Johnstone 1992]에 의해 이루어졌으며 이

연구는 영상의 DWT(Discrete Wavelet Transform)에 의한 임계화에 기반을 두고 있으며, 노이즈가 추가되어 손상된 이미지를 제거하는 방법 혹은 노이즈 제거(Denosing)에 대한 문제를 다루고자 한다.

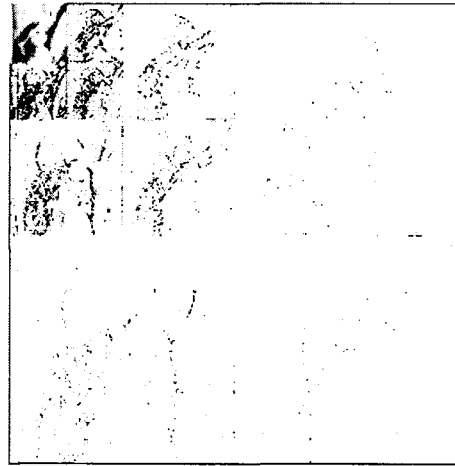


그림 1. lena 이미지의 3 레벨 웨이블릿 변환  
Fig. 1 Three level wavelet decomposition of lena.

본 논문에서는 각각의 서브 밴드별로 임계치를 설정하기 위해, 각 서브밴드에서 웨이블릿 계수들의 샘플 분산값을 계산하고 표준편차의 곱으로 임계치를 계산하여 각 서브밴드별로 임계치를 설정하는 2-Pass 처리방법[2] 보다 효과적으로 노이즈를 제거할 수 있도록 디노이즈된 계수를 포함시켜 분산값을 계산하고 임계치를 설정하는 1-Pass 처리방법을 제안한다. 그리고 웨이블릿 압축에 사용되어 왔던 Context modeling을 적용하여 각각의 계수에 따라 공간적 임계치를 설정하여 노이즈를 제거하는 방법에 대해 제안한다.

본 논문의 내용은 제II장에서는 노이즈 모델과 정의 그리고 웨이블릿 임계치에 대한 디노이즈 방법에 대한 내용을 다루었다. III장에서는 각 계수들에 대한 파라미터를 예측하는데 사용되는 컨텍스트 모델링을 적용하는 방법과 가우시안 노이즈에 의해 붕괴된 랜덤 변수가 가우시안 분포를 가지는 경우의 임계치 선택방법을 논의한다. 그리고 1-Pass 처리를 위한 적용 방법을 나타내었다. 제안된 새로운 알고리즘에 대한 절차를 논의하였다. IV장에서는 제안한 방법과 다른 임계치 선택 방법들과 비교하여 나타내었다. 마지막으로 V장에서는 결론과 추후 연구방향에 대한 내용을 기술하였다.

## II. Denosing

### 1. 노이즈 모델과 정의

대부분의 노이즈 제거 알고리즘은 다음과 같은 노이즈  $\alpha$ 에 의한  $N$  개의 데이터를 갖는 이산 신호  $x$ 의 부가적인 모델로부터 시작한다.

$$y = x + \alpha$$

벡터  $y$ 는 입력신호를 표시한다. 노이즈는 랜덤변수에 의한 벡터이고,  $x$ 는 노이즈가 없는 깨끗한 신호를 나타낸다. 여기서,  $N$ 은 벡터들의 길이를 나타낸다. 여기서, 몇몇 표현들은 완전한 확률론적 모델로부터 시작되며, 붕괴되지 않은 값들은 랜덤 분산으로부터 얻어진다.

이는 Bayesian Estimator에 의해 유도된다.

### 2. 웨이블릿 임계치에 대한 디노이징

웨이블릿 임계화는 데이터의 수에 의존한다. 여기서, 우리는 먼저 데이터의 수에 의존하여 최적의 임계치를 찾는 데 초점을 두고자한다. 임계화(Thresholding)는 일반적으로 원신호의 저주파 통과(Lowpass)된 결과이다.  $\sigma$ 의 선택에 의해, 신호  $y(n) = x(n) + \sigma w(n)$ 의 노이즈  $w(n)$ 을 억제할 수 있다.  $w(n)$ 의 간단한 예는 가우시안 화이트 노이즈(Gaussian white noise)  $N(0,1)$ 이다. 그리고 디노이징을 위해서 Soft thresholding을 사용한다.

노이즈 강도  $\sigma_2$ 은 신호의 강도보다 훨씬 작다고 가정하자. 더 나아가 신호는 저주파수 요소를 가지고 있다고 가정하고 노이즈는 흰색이라고 가정한다. 상세 계수(Detailed coefficients)의 Thresholding은 또한 신호의 세기를 약화시킬 것이다. 즉 일반적으로 원 신호에 아무런 영향 없이 모든 노이즈를 제거하는 완벽한 필터를 만드는 것은 불가능하다고 할 수 있다 복구된 신호는 약간의 노이즈가 남아있게 되는 것이다. 단지 최적의 신호를 재구성한다는 사실이다. Wavelet shrinkage와 Denosing 모두에서, 출력 값은 입력 값의 정확된 형태가 된다. 이것은 미리 신호의 특성을 알고 있을 때 이루어지는 것이다. 즉 알고리즘은 임계치가 적용될 때 원하는 신호들을 왜곡할 것이다.[1]

## III. Adaptive 알고리즘

### 1. 콘텍스트 모델링

이미지 압축에 많이 사용되는 방법인 Context modeling을 적용하였다. 공간 적응적 임계치를 설정하기 위해 각각의 서브 밴드별로  $\sigma_x$ 를 구해야 될 필요가 있다.

$M2$ 개의 계수를 갖는 서브밴드의 픽셀  $Y(i,j)$ 의 이웃 픽셀은  $p$ 개를 가지며 벡터  $u_{ij}$ 는  $p \times 1$ 이다. 현재의 픽셀의 특성을 이웃 픽셀들의 절대값의 가중 평균으로 계산 할 수 있으며 가중치  $w$ 는 최소자승(Least square) 계산으로 구할 수 있다. 가중치  $w$ 는 다음과 같다.

$$w_{LS} = \arg \min \sum_{i,j} ( |Y[i,j]| - w'u_{ij} )^2$$

$$= (U^T | U | U)^{-1} | U^T | Y$$

여기서  $U$ 는  $u_{ij}^T$ 의 각 행을  $M2 \times p$ 로 나타낸 것이다. 계수  $Y(i,j)$ 의 variance는  $[Z(i,j) - \Delta_1, Z(i,j) + \Delta_2]$ 에 위치한 다른 계수들로부터 구해질 수 있다.

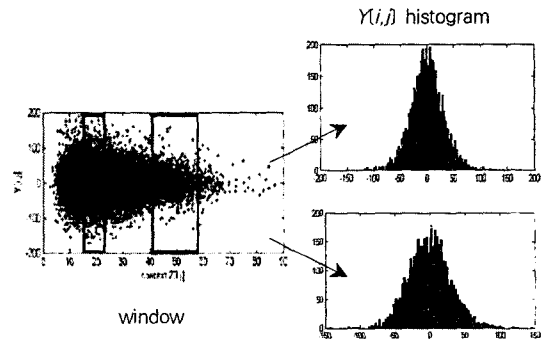


그림 2.  $\{Z(i,j), Y(i,j)\}$ 의 히스토그램  
Fig. 2 A Sample plot of  $\{Z(i,j), Y(i,j)\}$

(그림 2)는  $\{Z(i,j), Y(i,j)\}, i, j = 1, \dots, M$ 을 나타내었다. 점들은 원점에 원추형 모양 내에 군집해있는 것을 볼 수 있다.  $Z(i,j)$ 의 작은 값을 취하면 관련된 계수  $Y(i,j)$ 는 좁게 퍼져 나타난다. 반면에  $Z(i,j)$ 의 큰 값을 취하면 관련된 계수  $Y(i,j)$ 는 넓게 퍼져 나타난다. 이때 간격은 다르지만 적용되는 픽셀의 개수는 동일하게 한다.

노이즈는 신호와는 독립적이고  $\{Y(i,j)\}$ 는 노이즈에 의한 것으로 항목  $\sigma^2$ 은 빼는 것이 필요하다.

특정 위치에 있는 픽셀  $(i_0, j_0)$ 의 임계치는 다음과 같다.

$$\sigma_X^2[i_0, j_0] = \max\left(\frac{1}{2L+1} \sum_{k, \eta \in B_{2L+1}} Y[k, \eta]^2 - \sigma_n^2, 0\right)$$

$$T_B[i_0, j_0] = \frac{\sigma_n^2}{\sigma_X^2[i_0, j_0]}$$

각 픽셀의 위치  $(i,j)$ 를 위한 임계치  $T_{ij}$ 를 계산하는 것이 공간 적응적 임계치의 핵심이라고 할 수 있다. 구현에 있어서 컨텍스트  $\{Z(i,j)\}$ 를 먼저 정렬하고 그곳에 이동 윈도우(Moving window)를 위치시켜  $\sigma_X^2$ 를 효과적으로 갱신한다.

노이즈에 대한 편차  $\sigma^2$ 은 웨이블릿 변환된 계수의 가장 상위 서브밴드에서 중위치(Median estimator)를 구해서 사용하는 것이 일반적이 방법이지만 2-Pass 처리에서는 각 서브 밴드마다  $\sigma_n^2$ 을 구해서 적용하였다.[2]

$$\sigma_n = \text{Median}(|Y[i, j]|)/0.6745,$$

$$Y[i, j] \in \text{SUBband}$$

그리고 1-Pass 처리에서는 이미 디노이즈된 계수를 사용하기 때문에  $\sigma_{2n}$ 은 생략되었다. 그리고 처리될 계수의 수가  $2L + 1$ 보다 작으면 모두 포함시키고  $2L+1$  보다 큰 경우에는  $2L+1$ 을 적용하여 평균을 구하여  $\sigma_{2X}$ 를 구한다.

$$\sigma_X^2[i_0, j_0] = \max\left(\frac{1}{2L+1} \sum_{k, \eta \in B_{2L+1}} Y[k, \eta]^2\right)$$

임계치는 처리 대상 1개의 픽셀당 1개의 임계치를 계산하여 노이즈를 제거하게 된다.

## 2. 제안 알고리즘

다음은 제안된 1-Pass 알고리즘으로 서브밴드별 최초의 픽셀을 디노이즈 된 것으로 가정하여 다음 픽셀의 임계치 계산에 포함시켜 계산한다. 2-pass 방법에서는 해당 서브밴드 전체의 계수를 정렬하고 나서 처리하고자 하는 픽셀의 값과 유사한 값을 갖는 계수를 처리 대상으로 포함시켜 임계치를 계산한다.

step 1	Daubechies symlet 8 웨이블릿을 사용하여 레벨 3으로 Overcomplete expansion 변환한다.
step 2	각 서브밴드의 첫 번째 계수 $X(1,1) = Y(1,1)$ 로 디노이즈된 것으로 가정한다.

step 3	$Y(i,j)$ 의 컨텍스트에 대한 가중치 $w^i$ 를 계산하고 $Z(i,j)$ 를 계산한다. 여기서 $Z[i, j] = w^i u_{ij}$ 에 사용된 벡터 $u^i$ 는 디노이즈된 계수 $X(i,j)$ 의 절댓값이다.
step 4	계산된 디노이즈 계수들로부터 $\sigma_X(i,j)$ 를 구한다. $\sigma_X(i,j)$ 는 계수들이 이미 디노이즈 되었기 때문에 다음과 같이 계산한다. $\sigma_X^2[i_0, j_0] = \max\left(\frac{1}{2L+1} \sum_{k, \eta \in B_{2L+1}} Y[k, \eta]^2\right)$
step 5	각 계수의 위치에 따라 임계치 $T_B$ 를 구한다.
step 6	각 계수마다 Soft thresholding을 적용한다. $Y_{soft}(T) = \begin{cases} \text{sign}(x(t))(  x(t)  - T_B ) & \text{if }  x(t)  > \delta \\ 0 & \text{if }  x(t)  \leq \delta \end{cases}$
step 7	각 서브밴드별로 (step2)에서 (step6)까지의 절차를 반복 실행한다.
step 8	역 웨이블릿 변환을 사용하여 영상을 복원한다.

2-Pass 알고리즘에 적용된 방법은 다음과 같다.

step 1	이웃한 노이즈 계수들의 절댓값의 기중평균 $\{Z(i,j)\}$ 를 계산하여 정렬한다.
step 2	$Z(i,j)$ 의 값과 유사한 값을 갖는 노이즈 계수들을 사용하여 임계치를 계산한다.
step 3	해당 노이즈계수에 대해 임계화를 실행한다.
step 4	서브밴드별로 (step1)에서 (step3)까지 반복 실행한다.

## IV. 실험 결과

본 논문에서, 테스트 이미지로 레나 영상이미지를 사용하였으며 각 다른 레벨에서 가우시안 노이즈를 추가하여 사용하였다. 웨이블릿 변환을 위해, 레벨3에서 디컴포즈를 수행하였으며, 기저함수로 Vanishing moment 8을 갖는 Daubechies 웨이블릿을 사용하였다.

각 서브밴드에 DWT에 의한 임계치 처리를 위해 사용한 oracle 임계치는 다음과 같다.

$$T_{oracle} = \arg \min \| \alpha T(Y[i, j]) - X[i, j] \|^2$$

여기에서  $Y[i, j]$ 와  $X[i, j]$ 는 각각 원 영상  $f$ 와 노이즈 영상  $y$ 의 웨이블릿 계수이다. 본 실험은 Matlab 6.5를 사용하여 처리되었으며 256×256 레나 이미지를 사용하여 펜티엄 4에서 수행되었다.

제안된 방법에 대한 비교를 위해 Level dependent threshold, Oracle, Wiener, 2-Pass 공간적응적 웨이블릿 임계화 방법을 사용하여 비교하였다.

표 1. 다노이징 결과 비교표

Fig 1. Results of different Denosing method for Image and snr values

snr	Level dependent threshold	Oracle	Wiener	2-Pass	Proposed method
10	17.63	20.91	16.79	17.81	17.95
12.5	18.58	22.64	19.02	19.02	19.30
15	19.28	24.27	21.06	21.06	21.52
17.5	20.02	25.72	22.81	22.87	22.98



Lena Image

snr 15



Denoised Image

그림 3. Snr = 15로 노이즈가 추가된 레나 이미지의 다노이징 결과  
Fig 3. Comparing results of denosing method for lena corrupted by noise snr = 15.

## V. 결론

본 논문에서는 공간 적응적 다노이징 방법을 서브밴드별로 2-Pass로 처리하는 방법에 비해 1-Pass로 처리함으로써 처리에 필요한 시간을 대폭적으로 향상시켰다. 그러나 제안된 알고리즘에 사용된 컨텍스터 모델링 적용으로 계산량이 많이 늘어나 계산의 복잡성을 줄이는 것이 여전히 필요하다.

그리고 이미지의 평탄한 부분에서는 대부분의 노이즈가 제거되었으나 에지와 텍스처 부분에서는 보완이 필요한 것으로 나타났다. 이러한 에지와 텍스처부분의 노이즈 제거가 보완이 되면 상당한 개선이 이루어질 것이다. 이러한 경우 이미지의 전송과 노이즈의 제거를 실시간으로 처리하는 기능을 추가하는 부분이 후후 연구되어야 할 것이다.

제안된 알고리즘을 사용한 결과 영상을 비교해보면 시각적으로 혹은 PSNR 값으로 향상되었음을 확인할 수 있다.

## 참고문헌

- [1] 김철기, 김강석, 차의영, 웨이블릿 계수의 임계치 적용을 통한 노이즈 제거.
- [2] 백승수, 공간적응적 웨이블릿 임계화를 사용한 영상의 노이즈 제거, 한국OA학회논문지, 제7권 4호, 2002년 12월.
- [3] D.L. Donoho and I.M. Johnstone, "Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage," *Biometrika*, vol 81, pp. 425-455, 1994.
- [4] S. Grace Chang, BinYu, Martin Vetterli, "Spatially adaptive wavelet thresholding with context modeling for Image denosing", *IEEE Int Conf. Image Processing*, 1998
- [5] M. Vetterli and J. Kovacevic, *Wavelets and Subband Coding*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1995.

- [6] R.R. Coifman and D.L. Donoho, "Translation invariant de-noising," Wavelets and Statistics, A. Antoniadis and G. Oppenheim eds., Springer-Verlag Lecture Notes, 1995.
- [7] Gilbert Strang and Truong Nguyen, "Wavelets and Filter Banks", Wellesley-Cambridge Press, 1995.
- [8] Shi Zhong and Vladimir Cherkassky, "Image Denosing using Wavelet Thresholding and Statistical Learning Theory", IEEE Trans on Image Processing, Feb 1999.



### 저 자 소 개

백 승 수

1996년~현재

창원전문대학, 멀티미디어과 조교수

<관심분야> Image compression,

Denosing, 자동화분야