

음속 이차유동 분출시 나타나는 초음속 노즐 내부 유동장에 관한 연구

고 현* · 이 열** · 윤웅섭***

Study of Flowfield of the Interaction of Secondary Sonic Jet into a Supersonic Nozzle

Hyun Ko* · Yeol Lee** · Woong-Sup Yoon***

ABSTRACT

Detailed flowfield resulting from the secondary sonic gas injection into a divergent section of supersonic conical nozzle has been numerically investigated. The three-dimensional flowfield associated with the bow-shock/boundary-layer interaction inside the nozzle has been solved by Reynolds-averaged Navier-Stokes equations with an algebraic and $k-\epsilon$ turbulence model. The numerical results have been compared with the experimental results for the identical flow conditions, and it is shown that the comparison is satisfactory. Effects of different injection pressures of the secondary jet on the shock/boundary-layer interactions and the overall flow structure inside the nozzle have been investigated. The vortex structures behind the shock interaction and wall pressure variations have also been studied.

초 록

원추형 초음속 노즐 확산부에 이차유동이 음속으로 분출될 때 나타나는 노즐 내부 유동장에 대한 수치적 연구가 이루어졌다. 대수-난류모델과 $k-\epsilon$ 모델을 사용한 레이놀즈-평균 Navier-Stokes 방정식을 계산함으로써 노즐 내부에서 나타나는 충격파와 경계층의 간섭에 의한 3 차원 유동장을 해석하였다. 얻어진 수치해석의 결과는 동일한 조건에서 수행된 실험결과와 잘 일치하고 있음이 판명되었다. 이차유동의 분출압력 변화가 충격파와 경계층의 간섭과 함께 노즐내부 유동장 구조에 미치는 영향을 평가하였다. 아울러 충격파 간섭 후방에서 나타나는 와류유동 구조와 벽면 압력분포에 관한 정보를 얻었다.

Key Words: Thrust Vector Control(추력벡터제어), Secondary Injection(이차주입), CFD(전산유체역학), Supersonic Flow(초음속유동)

1. 서 론

초음속 노즐유동에 이차유동이 분출될 때 나타나는 충격파는 노즐 벽면의 경계층과 간섭하여 경계층의 박리현상을 동반하며 아울러 반대 노즐벽면에 부딪쳐 반사하면서 노즐 내부에 때

† 2003년 5월 11일 접수 ~ 2003년 7월 8일 심사완료

* 학생회원, 연세대학교 대학원 기계공학과

** 비회원, 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학과

*** 종신회원, 연세대학교 기계공학과

연락처, E-mail: ylee@mail.hankong.ac.kr

우 복잡한 비대칭 3 차원 유동을 발생시킨다. 이러한 이차 분출유동과 충격파의 간섭현상은 초음속 엔진의 연소효율과 축소-확산 초음속 노즐목의 크기 제어 [1]에 큰 관련이 있으며, 특히 로켓엔진의 추력방향 제어 (Trust Vector Control)에 직접적으로 응용되고 있다.

이러한 초음속 유동과 이차 분출유동과의 관계는 과거 이론적 접근방법 [2]에서부터 실험적 연구 [3]-[4] 등 여러 가지 접근이 진행되어 왔으나, 이론적 접근방법은 복잡한 유동장을 충분히 설명하지 못했고 아울러 실험적 연구는 다양한 실험변수에 대한 연구결과가 부족한 실정이다.

최근 전산유체공학의 발달로 이러한 복잡한 유동장의 수치적 해석이 가능하게 되었다. Balu [5]는 로켓노즐에 고온의 이차유동이 분출될 때 나타나는 노즐 내부유동을 비정상 오일러 방정식을 이용하여 해석하였고, 그 해석결과가 실험치와 잘 일치하고 있음을 보인 바 있다. 그러나 그의 연구에는 유동의 점성효과가 배제되었고 아울러 이차유동의 분출압력이 낮은 경우에 한하여 연구가 진행되었다. 최근에 이러한 유동의 점성효과를 고려한 Navier-Stokes 방정식을 해석한 결과가 발표된 바 있으나 [6]-[7], Dhinakaran 등이 수행한 연구 [6]의 경우는 이차유동의 분출압력이 상대적으로 낮은 경우에 한정되었다. 고현 등이 수행한 연구 [7]의 경우, 다양한 이차유동의 분출압력 변화에 따른 노즐의 추력제어 효과가 평가되었으나, 노즐 내부의 상세한 유동장 변화에 대한 관찰은 이루어지지 않았다.

따라서 본 연구에서는 원추형 노즐 내부에 이차유동이 음속으로 과소팽창 (underexpansion)되면서 분출될 때 노즐 내부에서 나타나는 유동장 변화에 대한 상세한 관찰을 수행하였다. 이를 위하여 기존의 연구 [7]보다 수치격자의 해상도를 높였으며, 이로서 궁형 충격파 (bow shock)의 발생과 벽면 충돌반사 구조, 분출유동 후방에서 나타나는 와류유동의 구조, 그리고 노즐 벽면에서의 압력변화를 살펴보았다.

2. 본 론

2.1 원추형 노즐과 수치해석 격자

다음 Fig. 1은 본 연구에서 응용된 원추형 수축확산 노즐의 형상을 보여 주고 있다. 노즐목으로부터 유동방향, 반경방향, 원주방향 좌표는 각각 x , r , 그리고 θ 이다. 노즐목 (D)의 직경은 26 mm이며, 노즐 확산부의 각도 및 길이는 각각 9.6, 90 mm이다. 노즐 확산부의 팽창비는 4.7이며, 이때 노즐출구에서의 등엔트로피 마하수는 3.1이다. 노즐입구의 마하수는 0.2, 전압 (Total Pressure)과 전온(Total Temperature)은 각각 2.0 Mpa, 616 K로 주어졌다. 제시된 노즐 제원과 유동조건은 Masuya [3]의 실험연구에 응용된 경우와 동일하며 아울러 수치해석결과는 Masuya의 실험결과와 서로 비교되었다.

이차유동은 노즐목으로부터 후방 30 mm 떨어진 곳에 위치한 직경 4 mm의 분출공을 통하여 음속으로 노즐 벽에 수직방향으로 분출하도록 하였다. 이차유동의 분출지점에서 노즐직경과

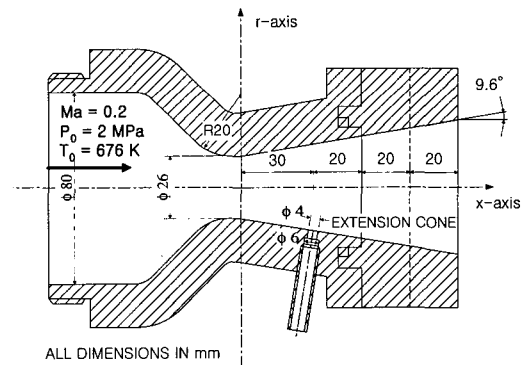


Fig. 1 Schematic diagram of the conical nozzle and the secondary injection orifice

그 곳에서의 노즐 주유동의 상태량을 이용하여 계산된 레이놀즈수는 3.2×10^6 이다. 노즐 내부의 주유동과 이차유동의 전온은 서로 같으며 모두 공기 (비열비 = 1.4)이다.

수치계산에서는 이차유동의 분출압력이 주유동 전압의 1, 3, 5 배로 변화될 때 (이때, 분출유동의 노즐 주유동에 대한 질량유량비는 2.4%에서 11.8%에서 변함) 나타나는 전체 유동장의 변화를 관찰하였다.

다음 Fig. 2는 본 연구에서 이용된 총 927,145개의 격자점으로 이루어진 수치해석 격자의 모습을 보여주고 있다. 이차유동의 분출과 점성유동 해석을 위하여 분출공과 노즐벽면 근처에서는 격자점이 촘촘히 되도록 하였다. 격자수의 변화에 따른 수치해석결과의 변화가능성을 확인하기 위하여 5 가지의 서로 다른 격자수 (주노즐 형상에서 $110 \times 21 \times 71$, $140 \times 55 \times 97$, $140 \times 75 \times 91$, $146 \times 65 \times 97$, $156 \times 65 \times 97$)에 의한 수치해석 결과로서 비교되었으며, 격자수가 $146 \times 65 \times 97$ 이상에서는 계산결과의 차이가 나타나지 않음이 확인되었다.

2.2 지배방정식과 수치해석 기법

연구에 적용된 Navier-Stokes 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F_j}{\partial x_j} + \frac{1}{Re} \frac{\partial G_j}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

여기서,

$$U = [\rho, \rho v_i, \rho E]^T \quad (2)$$

$$F_j = [\rho v_j, \rho v_i v_j + p \delta_{ij}, (\rho E + p) v_j]^T \quad (3)$$

$$G_j = [0, -\tau_{ij}, -\tau_{ij} v_i + q_i]^T \quad (4)$$

이며, ρ 는 밀도, v_i 는 속도, E 는 전에너지, p 는 압력, τ_{ij} 는 점성 응력항, q_i 는 열유속을 의미하며, 사용된 반복지수는 합을 나타낸다.

κ - ϵ 난류모델은 복잡한 점성유동해석에서 널리 사용되는 방법이나 3차원 유동해석 경우에는 계산시간이 많이 걸리고 특히 강한 압축성유동 적용에는 문제가 있을 수 있다 [8]. 따라서 본 연구는 압축성 유동해석에 적합한 대수-난류모델 (Baldwin-Lomax's algebraic model [9])과 앞서의 κ - ϵ 난류모델 [10]의 결과를 서로 비교하였다.

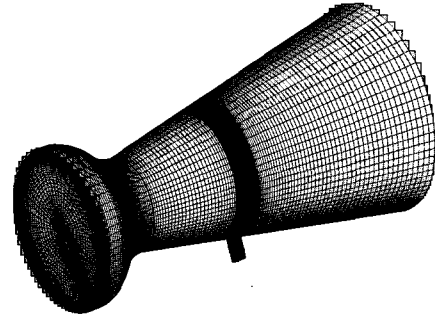


Fig. 2 The multiblock structured grid (for the main nozzle; $146 \times 65 \times 97$, for the injection port; $21 \times 15 \times 21$)

유동의 압축성에 관한 보정은 Sakar [8]에 의하여 제시된 방법을 사용하였다.

수치기법으로는 2차 정확도를 갖는 근사 인수분해법 (factorization algorithm) [11]을 사용하였으며, 시간에 대한 적분은 ADI (Alternate Direction Implicit) 방법을 사용하였다. 노즐벽면에서는 점착조건 (no-slip)과 단열조건을 적용하였고, 노즐 출구에서의 경계조건은 모든 상태량에 대하여 0차 외삽법 (zeroth order extrapolation)을 사용하였다.

3. 결과 및 고찰

3.1 수치해석 검증

수행된 수치해석 결과는 검증을 위하여 동일한 조건에서 Masuya에 의하여 얻어진 실험결과 [3]와 비교되었다. 이차유동의 분출압력이 노즐 주유동 전압과 동일할 때 (이때 분출유동의 노즐 주유동에 대한 질량유량비 = 2.4%), 노즐목으로부터 거리 $x = 70 \text{ mm}$ 인 노즐단면에서 측정된 마하수 분포와 동일한 위치에서 얻어진 수치해석 결과가 서로 비교되었다. 다음 Fig. 3에서 나타난 마하수 분포에서 왼쪽 반원의 경우는 Masuya의 실험결과를, 오른쪽 경우는 본 연구에서 얻어진 수치해석 결과를 나타내고 있다.

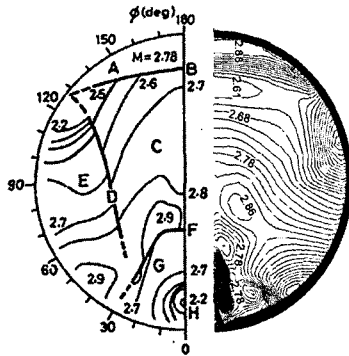


Fig. 3 Comparison of experimental and numerical Mach number contours in the cross-section at $x = 70 \text{ mm}$

Fig. 3에서 수치해석 결과는 이차유동 분출시 발생한 궁형 충격파 (bow shock)의 측면으로 휘어진 정도와 그것이 노즐 측면에 부딪치는 위치, 그리고 이차유동 후방에 발생된 와류 구조 및 크기 등이 실험에서 얻어진 결과와 잘 일치하고 있는 것을 알 수 있다.

보다 정확한 정량적인 검증을 위하여 수치해석에서 얻어진 노즐 중앙 단면 (meridional plane)에서 나타나는 축방향 마하수 분포가 Masuya의 실험결과 [3]와 비교되었다. 다음 Fig. 4에서는 $x = 70 \text{ mm}$ 되는 위치 중앙 단면에서 수치해석을 통하여 얻어진 축방향 마하수의 분포가 실험치와 서로 비교되고 있다.

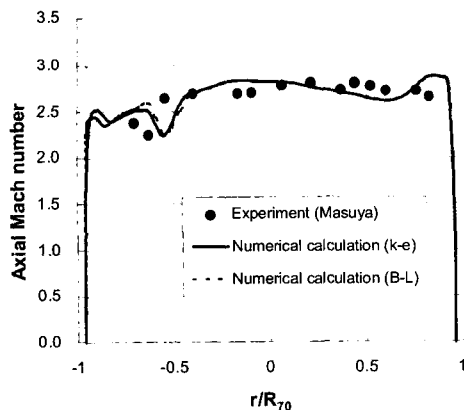


Fig. 4 Comparison of experimental and numerical axial Mach number at $x = 70 \text{ mm}$

그림에서 반경방향 r 은 $x = 70 \text{ mm}$ 에서의 노즐 반경 (즉, $R_{70} = 28 \text{ mm}$)에 대하여 무차원화되어 있다. Fig. 4에서 나타난 바와 같이 축방향 마하수는 분출유동 후방 박리영역 (secondary jet core region) ($r/R_{70} = -0.7$ 근처) 이외에는 반경방향으로 균일하게 분포되어 있고, 아울러 수치해석 결과는 실험결과와 잘 맞고 있음을 알 수 있다. 분출유동 후방 영역에서 보여진 실험과 수치결과 사이의 작은 불일치는 실험오차나 혹은 그 위치에서의 수치해석 격자가 충분히 촘촘하지 않은 데에서 기인하는 것으로 판단된다.

아울러 Fig. 4에서는 $k-\epsilon$ 난류모델과 Baldwin-Lomax 난류모델 사용시 나타나는 수치결과도 비교되어 있는데, 그 차이는 크지 않음을 알 수 있다. 이차유동 분출 바로 후방에서의 마하수 분포는 검증할 실험자료의 부재로 비교하지 않았다.

3.2 충격파와 경계층의 간섭

분출공의 위치 및 주노즐 입구조건을 일정하게 유지할 때 이차유동의 분출압력 변화에 따른 충격파 간섭유동의 구조변화가 관찰되었다. 다음 Fig. 5는 동일한 위치에 있는 분출공에서 분출되는 이차유동의 분출압력비 (이차유동 전압/노즐유동 전압)가 1, 3, 5로 변화할 때 노즐 중앙 단면에서 나타나는 등마하수선도가 비교되어 있다.

이차유동의 분출로 인하여 노즐벽면의 경계층은 분출공 상류에서 박리되고, 이때 박리지점에서 나타나는 작은 박리충격파 (separation shock)와 바로 후방에서 발생하는 후방충격파 (rear shock)가 상부의 궁형 충격파와 같이 연결되는 전형적인 λ -형태의 작은 충격파 구조를 관찰할 수 있다.

발생된 궁형 충격파는 분출공 반대 노즐벽면에 부딪치고 반사되는데, 이때 반사되는 지점 후방에서의 경계층 두께가 급격히 증가하는 현상을 그림에서 관찰할 수 있다. 분출압력비가 커질수록 분출공 전방에서 발생된 박리영역이 커지고 발생된 궁형 충격파의 강도도 강해지며

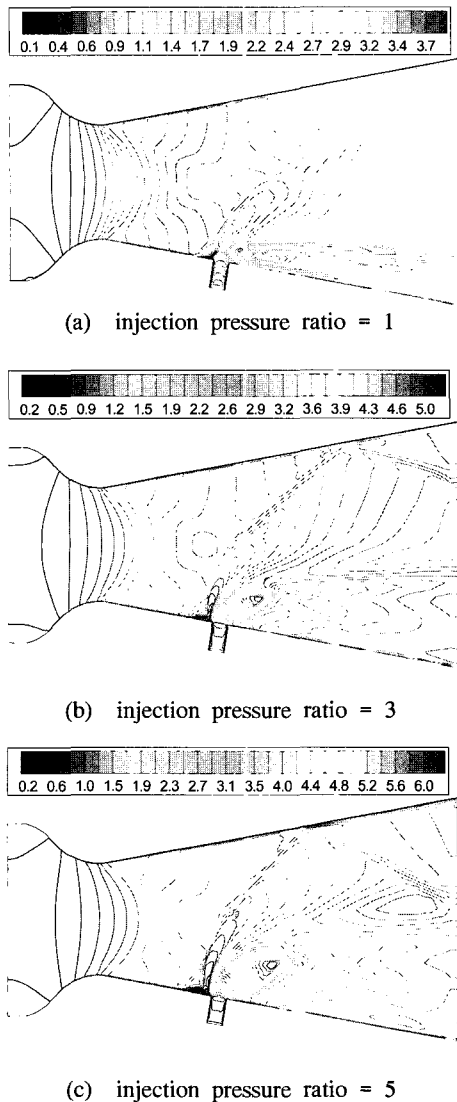


Fig. 5 Mach number contours at meridional plane for various injection pressure ratios

충격파의 휘어짐도 점차 노즐 유동방향에 대하여 수직으로 가까이 나타나고 있으며 그에 따라 충격파가 노즐 상부 벽면에 부딪치는 지점이 상류쪽으로 이동하는 것을 알 수 있다. 분출공에서 분출되는 이차유동은 팽창파를 통하여 가속되어 마하 디스크 (Mach disc)가 형성되고 있음을 알 수 있다 (Fig. 5-a 참조). 그러나 보다 강

한 분출압력의 경우는 (Fig. 5-b와 c 참조) 뚜렷한 마하디스크의 존재가 확인되지 않고 있는데, 이는 노즐 중심부에 보다 높은 수치격자의 해상도가 요구되고 있음을 알 수 있다.

아울러 일반적으로 강한 충격파 간섭에서 이차유동 후방에서 나타날 수 있는 재압축 충격파 (recompression shock)의 뚜렷한 존재는 현재의 등마하수 분포에서는 관찰되지 않고 있다.

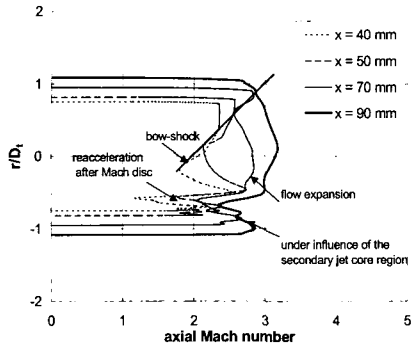
3.3 축방향 마하수의 분포

Fig. 6에서는 이차유동의 분출압력비가 변화할 때 노즐 중앙 단면에서 나타나는 축방향 마하수가 유동방향으로 변화되어 가는 형태가 서로 비교되어 있다. 그림에서는 마하수 분포를 통한 궁형 충격파의 형태, 분출유동 후방 박리영역에서의 낮은 마하수 영역, 마하디스크 후방에서의 유동의 재가속 (reaccelertion) 등이 설명과 함께 나타나 있다.

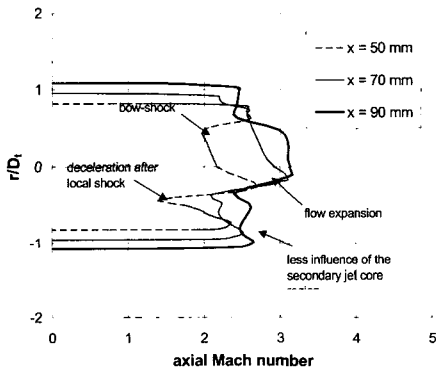
분출압력비가 1인 경우 노즐 중심축 근처의 유동은 궁형 충격파 후방에서 감속되었다가 후방으로 감에 따라 노즐면적 변화에 의한 유동의 가속으로 속도가 점차 회복되어, 노즐출구에서는 노즐 하단 벽면 가까이 나타나는 분출유동 후방 박리영역을 제외하고는 반경방향으로 거의 균일한 유동이 나타나고 있음을 알 수 있다. 그러나 분출압력이 점점 증가하면서 (Fig. 6-b와 Fig. 6-c 참조) 노즐출구에서 중심축 근처 국부적으로 높은 마하수 영역이 나타나고 있음을 알 수 있다. 이는 분출된 이차유동이 팽창파를 통하여 가속되는 영향이 노즐 중심축에 더 가까이 미치게 되는 현상과, 분출공 반대 노즐 벽면에서의 궁형 충격파의 충돌 반사로 인한 노즐 상단 벽면 근처에서 나타나는 유속 감소 현상이 어우러져 나타나는 것으로 판단된다.

또한 분출압력이 커질수록 이차유동 후방 박리영역의 회복이 빨라져 노즐출구에서 노즐 하부벽면 근처에서의 마하수가 거의 균일하게 나타나는 것을 알 수 있다.

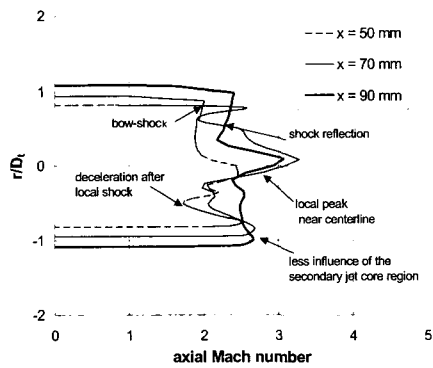
3.4 유동장의 압력변화



(a) injection pressure ratio = 1



(b) injection pressure ratio = 3



(c) injection pressure ratio = 5

Fig. 6 Variations of the axial Mach number at meridional plane for various injection pressure ratios

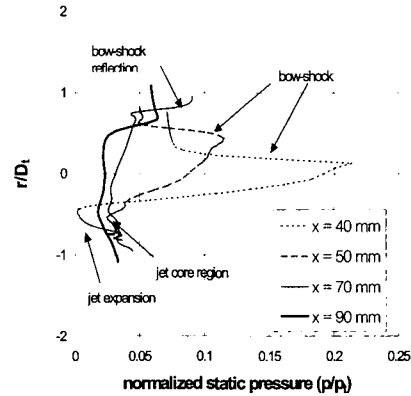


Fig. 7 Variations of the pressure at meridional plane for the injection pressure = 3

다음 Fig. 7에서는 분출압력비 = 3인 경우, 축 방향 변화에 따른 노즐 중앙 단면에서의 유동장의 압력변화가 나타나 있다. 이때 유동장 압력, p , 는 노즐전압 ($p_t = 2.0MPa$)에 대하여 무차원화 되어 있다. 분출공의 바로 후방인 $x = 40 mm$ 에서는 궁형 충격파의 영향으로 급격한 압력증가를 보이다가, 분출공 근처에서는 이차유동의 경계에서 나타나는 팽창파의 영향으로 압력감소가 나타나고 있다. 궁형 충격파에 의한 압력증가의 정도는 노즐하부로 가면서 점차 약해지고 있다 ($x = 50 mm$). $x = 70 mm$ 인 경우에는 궁형 충격파가 분출공의 반대 벽면에 부딪쳐 반사되면서 벽면 근처에서의 압력이 증가하고 있으나 그 압력 증가의 폭은 궁형 충격파에서의 경우보다 약화되어 있다. 노즐출구인 $x = 90 mm$ 에서는 어느 정도 균일한 압력분포를 보이고 있으나 충격파의 반사로 인한 노즐 상단에서의 압력증가의 영향이 남아 있음을 알 수 있다. 분출압력비가 증가함에 따라 충격파와 그 반사로 인한 압력증가 정도도 커지고 있음이 관찰되었으나, 전체적인 압력분포의 경향은 Fig. 7에서 제시된 경우와 크게 다르지 않음을 알 수 있었다.

3.5 노즐 벽면에서의 압력변화

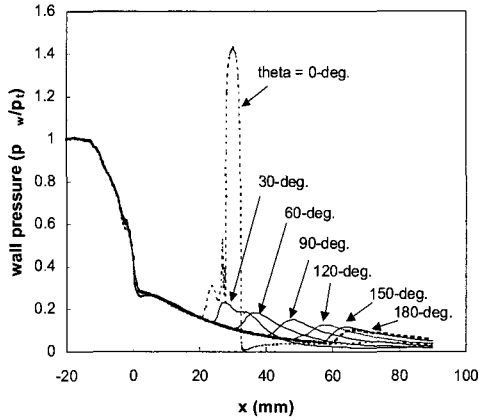
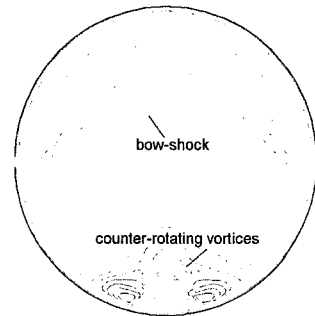


Fig. 8 Variations of the wall pressure at various circumferential locations for the injection pressure = 3

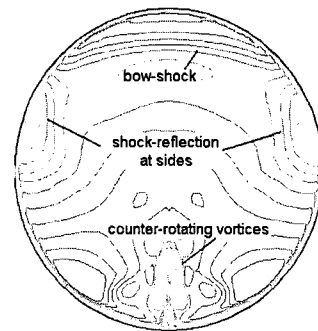
다음 Fig. 8에서는 분출압력비 = 3인 경우, 서로 다른 원주방향 위치 (θ)에서의 노즐전압 (p_0)에 대하여 무차원화된 노즐 벽면 압력 (p_w) 변화를 보여주고 있다. 그림에서 나타난 $\theta=0^\circ$ 는 분출공이 위치한 단면이며 $\theta=180^\circ$ 는 분출공 반대편 단면을 나타내고 있다.

$\theta=0^\circ$ 인 경우, 노즐 벽면 압력은 분출공 전방 경계층이 박리되는 지점에서 급격히 증가하여 분출공 후방에서는 급격히 감소하여 매우 낮은 압력이 나타나다가 노즐 후방으로 가면서 서서히 회복되고 있음을 알 수 있다. 아울러 θ 가 원주방향으로 증가하면서 충격파가 벽면에 충돌되는 지점에서 압력이 증가하였다가 다시 서서히 감소하는 것을 볼 수 있는데, 이때 나타나는 압력 증가비를 통하여 노즐 벽면에 충돌되는 충격파의 강도는 θ 가 증가할수록 즉, 분출공의 반대 벽면 쪽으로 갈수록 강해지는 것을 알 수 있다.

분출압력비가 높아질수록 궁형 충격파의 강도 및 유동과 이루고 있는 각도가 커지고 이로 인하여 충돌지점이 상류 쪽으로 움직이면서 그 곳에서의 유동방향과 이루는 각도가 커져, 충돌되는 벽면에서의 압력 증가도 커지는 것으로 판명



(a) at $x = 50$ mm



(b) at $x = 70$ mm

Fig. 9 Mach number contours at two cross-sectional areas of the nozzle for injection pressure ratio =1

되었다. 그러나 분출압력비가 변하면서 전체적인 벽면압력 구조에는 큰 변화가 없음이 관찰되었다.

3.6 분출 후방의 와류유동 구조

노즐 주유동에 대한 분출유동의 돌출효과로 인하여 이차유동 후방에는 노즐벽면 근처에는 와류유동 (counter-rotating vortices) 구조가 나타나는데, 위 Fig. 8에서 제시된 분출공 후방 근처에서의 벽면압력 분포는 이러한 와류유동 구조와 밀접한 관계가 있다. 다음 Fig. 9에서는 축방향 변화에 따른 노즐 단면에서의 등마하수선도를 이용하여 와류유동 구조변화가 분출압력비 = 1인 경우에 대하여 서로 비교되고 있다.

Fig. 9에서 버섯구름 모양의 와류유동 구조는 노즐 후방으로 가면서 점점 위로 죄어져 올라가는 형태로 나타나, 점점 분출공에서 멀어지는 것을 볼 수 있다. 이러한 와류구조의 변화는 다른 연구의 유동가시화 결과 [12]에서도 비슷하게 나타나고 있다. 이러한 버섯구름의 와류유동 구조로 인한 분출공에서 노즐 중심 축으로 향한 r 방향의 유동속도 (upwash velocity)가 나타나게 되며, 이로 인하여 분출공 바로 후방에서의 노즐 벽면 압력감소가 나타나게 된다. 이 차유동의 분출압력이 커질수록, 이러한 와류구조도 더 크게 나타나는 것을 알 수 있었고, 이는 앞 3-5절에서 설명한 내용과 일치하고 있다.

4. 결론

원추형 초음속 노즐 확산부에 이차유동이 음속으로 분출되면서 팽창될 때 나타나는 노즐 내부 유동장에 대한 수치적 연구가 이루어졌다. 얻어진 수치해석의 결과는 동일한 조건에서 수행된 실험결과와 잘 일치하고 있음이 판명되었다. 이차유동의 분출압력 변화가 충격파와 경계층의 간섭과 함께 노즐 내부 유동장 구조에 미치는 영향이 평가되었다. 분출압력비가 높아질수록 충격파의 반사로 인하여 노즐출구에서 국부적인 비균일 마하수 분포가 나타남을 알 수 있었다. 노즐 벽면에 충돌되는 충격파의 강도는 분출공의 반대 벽면 쪽으로 갈수록 강해지는 것을 알 수 있었다. 아울러 충격파 간섭 후방에서 나타나는 버섯구름 모양의 와류유동 구조변화가 확인되었다.

참고 문헌

- Hawkes, T., "Computational Analysis of an Axisymmetric Fluidic Injection Nozzle," AIAA paper 96-0116, 1996
- Schetz, J. A., and Billig, F. S., "Penetration of Gaseous Jets Injected into a Supersonic Stream," *Journal of Spacecraft and Rocket*, Vol. 3, No. 11, Nov., 1996, pp. 1658-1685
- Masuya G., 1977, "Secondary Gas Injection Into a Supersonic Conical Nozzle", *AIAA Journal*, Vol.15, No.3, 1977, pp. 301-302
- Mayes, R. B., Thomas, R. H., and Schetz, J. A., "Low Angle Injection Into a Supersonic Flow," AIAA 89-2461, 1989
- Balu R., "Analysis of Performance of a Hot Gas Injection Thrust Vector Control System", *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 7, No. 4, 1991, pp. 580-585
- Dhinakaran, R., and Bose, T.K., "Comparison of Euler and Navier-Stokes Solutions for Nozzle Flows with Secondary Injection," AIAA paper 96-0453, 1996
- Ko, H. and Yoon, W.-S., "Performance Analysis of Secondary Gas Injection into a Conical Rocket Nozzle," *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 18, No. 3, 2002, pp. 585-591
- Sakar, S., Erlebacher, G., Hussaini, M.Y., and Kreiss, H.O., "The Analysis and Modeling of Dilatational Terms in Compressible Turbulence," NASA CR 181959, 1989
- Baldwin, B.S., and Lomax, H., "Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Flow," AIAA paper 78-257, 1978
- Chien, K.-Y., "Predictions of Channel and Boundary-Layer Flows with a Low-Reynolds Number Turbulence Model," *AIAA Journal*, Vol. 20, No. 1, 1982, pp. 33-38
- Beam, R.M., and Warming, R.F., "An Implicit Factored Scheme for the Compressible Navier-Stokes Equations," *AIAA Journal*, Vol. 16, No. 4, 1978, pp. 393-402
- Garrison T. J., and Settles, G. S., "Flowfield Visualization of Crossing Shock-Wave Boundary-Layer Interactions," AIAA paper 92-0750, 1992