쿨백-라이블러 정보함수 이용한 단계 스트레스 가속수명모형의 지수성 검정

박 병 구 · 윤 상 철*
*경북대학교 자연과학대학 통계학과

Test of Exponentiality in Step Stress Accelerated Life test Model based on Kullback-Leibler Information Function

Byung-Gu Park · Sang-Chul Yoon*
*Department of Statistics, Kyungpook National University

Key Words : Goodness of fit, accelerated life tests, tampered random variable, step stress, Kullback-Leibler information function.

Abstract

In this paper, we propose goodness of fit test statistics for exponentiality in accelerated life tests data based on Kullback-Leibler information functions. This acceleration model is assumed to be a tampered random variable model. The procedure is applicable when the exponential parameter using the data from accelerated life tests is or is not specified under null hypothesis. And we compare the power of the proposed test statistics with Kolmogorov-Smirnov, Cramer von Mises and Anderson-Darling statistics in the small sample.

1. 서론

가속수명시험은 온도나 압력, 진동 등 관심있는 시스템을 정상조건보다 더 높은 스트레스를 준 조건에서 시험하는 방법으로, 정상적인 조건보다 열악하게 시험한 자료를 이용하여 정상조건에서의 시스템의 평균수명, 신뢰성, 실패율 등을 추론할 수 있다. 이러한 시험을 통하여 정상조건에서 실험하는 것 보다 많은 시간과 비용이 소요되는 것을 막을 수 있으며 또한 높은 신뢰성 요구하는 제품들에게 적합한 방법으로 간주되어 왔다.

먼저 가속수명모형 관점에서는 단계 스트레스 가속 수명시험에서는 Miller 와 Nelson (1983)이 최적 시험계획을 토의했으며 Bhattacharrya와 Soejoeti (1989)는 변환확률변수에서 회귀모형을 포함하는 추론을 제안하였다. Xiong (1998)은 고장 중단된 경우의 자료를 이용한 모수 추론으로 확장하였으며,

Xiong와 George (2002)는 가속수명시험에서 단계 스트레스에 대한 예측 극한을 제시하였다.

많은 학자들이 쿨백-라이블러 정보함수의 확률변수에 대한 엔트로피(entropy) 추정량을 제안한 바 있다. 그 예로서, Vasicek (1976), van Es (1992), Correa (1995), 등이 있다. Vasicek (1976)은 정규분포에 대한 적합도 검정을 위하여 엔트로피 (entropy)에 대한 추정량을 제안하고, 추정량의 약일치성등을 밝혔고, van Es (1992)는 엔트로피에 대한 새로운 추정량을 제안하고 제안된 추정량의 강일치성과 점근적 정규성을 밝혔다. 하지만 최근 엔트로피와 관련한 많은 연구가 주로 추정 문제를 다루어 왔으며 모의실험을 통한 추정량의 소표본 특성에 대한 연구 또한 활발하게 진행되고 있다. 또한 Correa (1995)는 엔트로피에 대한 추정량을 새로 제안하고, 모의실험을 통하여 제안된 방법이 Vasicek의 추정량보다 평균제곱오차 관점에서 우수하다는 것을 밝혔다. Wieczorkowski 와 Grzegorzewski (1999)는 Vasicek과 Correa 의 엔트로피 추정량을 수정한 새로운 엔트로피 추정량을 제안하고 모의실험을 통하여 편의와 평균제곱오차 관점에서 수정 엔트로피 추정량이 기존의 Vasicek (1976)과 Correa (1995)의 엔트로피 추정량 보다 우수하다는 것을 밝혔다. 또한 Ebrahimi, Habibullah 와 Soofi (1992)도 쿨백-라이블러 정보를 기초로 지수성 검정을 하였으며, Ebrahimi (2001)는 쿨백-라이블러 정보를 변형한 다이나믹 쿨백-라이블러을 제안하고 이에 대한 잔여 수명 시간의 균일분포의 검정을 하였다. 그 외에도 김종태와 이우동 (1998), Mazzuchi, Soofi와 Soyer (2000)등이 있다.

쿨백-라이블러 정보함수를 이용한 가속수명모형 연구는 Bessler, Chernoff와 Marshall (1962)에 의해 쿨백-라이블러 정보함수를 사용한 가속시험에 대한 최적 축차 계획법을 제안하였으나 그 이후 쿨백-라이블러 정보함수를 이용한 가속수명시험 연구가 거의 이루어진 바 없다. 따라서 가속수명시험에 있어 쿨백-라이블러 정보함수에 대한 연구의 필요성이 절실히 요구되는 바 이다.

이 논문은 변환확률변수에서 수명시간이 지수분포를 따르고 서로 독립일 때 단계 스트레스 가속 수명시험으로부터 얻은 자료를 이용하여 쿨백-라이블러 정보함수를 검정통계량을 제안하고, 가속수명모형의 적합성 검정을 위하여 최근에 제시된 엔트로피 추정량들을 사용한 쿨백-라이블러 정보함수의 추정량에 기초한 검정통계량들을 제시하여 기존의 검정통계량들과 검정력을 비교하여 분석하는데 목적이 있다. 2절에서는 지수모형에서의 단계 스트레스 가속수명모형 소개와 쿨백-라이블러 정보함수에 기초한 단계 스트레스 가속수명모형을 제안하고 적합도 검정의 검정력을 제시한다. 3절에서는 2절에서 제안한 검정 추정량을 이용하여 기존의 검정추정량들과 모의실험을 통하여 각 추정량들의 소표본에 대한 특성을 정상조건에서 단계 스트레스 가속수명시험의 검정력 측면에서 비교 논의한다.

2. 단계 스트레스 가속수명모형에서의 모수의 추정과 검정

DeGroot와 Goel (1979)은 변환확률변수가 어떤 미지의 가속인자 α 에 의해 변화시간 a 의 단위에 대한 나머지 수명의 곱

으로 나타나는 낮은 스트레스에서 높은 스트레스로 변하는 효과를 제안하였다. 이 모형을 표현하기 위하여 T 를 정상 수준에서 수명시간이라 하고 Y 를 단계 스트레스 가속수명시험에서의 수명시간이라 하면 단위시험의 수명분포는 다음과 같이 표현된다.

$$Y=\begin{cases} T & T< a \\ a+\alpha(T-a) & T\geq a \end{cases} \tag{2.1}$$

여기에서 Y는 변환확률변수이고, a 는 변환점 (tampering point)이라 하며, α 는 변환계수 (tampering coefficient)라고 한다. 또한 $a<\alpha<1$이다.

정상조건에서의 수명시간 T 가 모수 θ 인 지수분포를 따른다면 단계 스트레스 가속수명모형인 식(2.1)에 대한 확률밀도함수는 다음과 같이 나타낼 수 있으며

$$f_Y(y \mid \theta)=\begin{cases} \theta\exp\{-\theta y\} & ,y< a \\ \frac{\theta}{\alpha}\exp\left\{-\theta\left(a+\frac{y-a}{\alpha}\right)\right\} & ,y\geq a \end{cases} \tag{2.2}$$

의 모수 추정량 θ 와 α 는 다음 같음을 밝혔다. (박, 윤과 조 (2000) 와 Park, Yoon 과 Cho(2000))

$$\hat{\theta}=\frac{n-n_2}{V+n_2 a},\quad \hat{\alpha}=\frac{W}{n_2}\frac{n-n_2}{V+n_2 a} \tag{2.3}$$

여기서 $n=n_1+n_2$, $V=\Sigma_{i=1}^{n_1} y_i$ 이고 $W=\Sigma_{i=1}^{n_2}(y_i-a)$이다. 즉 n_1은 비변환 관찰값 (untampered observation)의 개수이고, n_2 는 변환 관찰값 (tampered observation)의 개수이다.

이때, 식(2.1)에서 $T_i<a$, $i=1,2,\cdots,n_1$ 인 경우는 $Y_i=T_i$가 성립하고, 이는 비변환 확률변수이다. 또 식(2.1)에서 $T_i\geq a$, $i=n_1+1, n_1+2, \cdots, n$ 인 경우 $T_i=Y_i-a/\alpha+a$의 관계가 성립하므로 식(2.1)의 역치환 (inverse transformation)한 확률표본 T_{n_1+1}, T_{n_1+2}, $\cdots$, T_n은 모수 θ 인 지수분포를 따른다는 사실을 알 수 있다. 만약, $\hat{\alpha}$가 α에 대한 추정량이라고 하면, $T_i\geq a$, $i=n_1+1, n_1+2, \cdots, n$인 확률변수에 대하여 $\mathcal{T}_i=Y_i-a/\hat{\alpha}+a$로 높은 스트레스 조건에서 관찰된 값을 정상조건에서의 값으로 치환 가능할 것 이다. 이렇게 치환한 관찰값들을 $\mathcal{T}_1$, $\mathcal{T}_2,\cdots$, $\mathcal{T}_{n_2}$로 두자. 정상조건에서의 관찰값 T_i는 $\mathcal{T}_i$, $i=1,2,\cdots,n_1$라 두고, 높은 스트레스 조건에서 관찰된 관찰값 $\mathcal{T}_i$, $i=1,2,\cdots,n_2$는 $\mathcal{T}_i$, $i=n_1+1, n_1+2, \cdots, n$ 라 두자. 그러면 확률변수 $\mathcal{T}_1,\cdots$, $\mathcal{T}_{n_1}$, $\mathcal{T}_{n_1+1},\cdots$, $\mathcal{T}_n$, 는 모수가 θ 인 지수분포를 하는 확률변수로 취급할 수 있다. 그러므로 $\mathcal{T}_1$, $\mathcal{T}_2,\cdots$, $\mathcal{T}_n$을 전체의 확률표본이라 하고, f_0를 모수 θ을 가지는 지수분포의 확률밀도함수이고, f를 임의의 확률밀도함수라 하자. 이때 f_0에 대한 f의 쿨백-라이블러 (1951)정보함수는 아래와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} I(f,f_0) &= \int_{-\infty}^{\infty}\ln\frac{f(t)}{f_0(t)}f(t)\,dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\ln f(t)f(t)\,dt \\ &\quad -\int_{-\infty}^{\infty}\ln f_0(t)f(t)\,dt \\ &= -H(f) \\ &\quad -\int_{-\infty}^{\infty}\ln f_0(t)f(t)\,dt \end{aligned} \tag{2.4}$$

여기서 $H(f)=\int_0^1 \ln(d/dp)F^{-1}(p)\,dp$이며 Shannon (1948)에 의해 엔트로피(entropy)라 정의되었다. 쿨백-라이블러 정보는 확률밀도함수 f_0을 가지는 관측된 분포함수 F_0와 확률밀도함수 f를 가지는 모형함수 F와의 거리이다. 쿨백-라이블러 정보함수의 특징은 $I(f;f_0)\geq 0$이고, 만약 $f=f_0$이면 $I(f;f_0)=0$이다. 그러므로 $I(f;f_0)$의 값이 0에 가까워지면 관측된 분포 F_0는 본래의 모형 분포와 동일하게 된다.

임의의 확률변수 Y가 확률밀도함수 $f(y;\cdot)$와 분포함수 $F(y;\cdot)$를 가지고 $Y_1, Y_2, \cdots, Y_n$을 이 분포로부터의 확률표본이라 하자. 이 때, 주어진 확률표본이 모수 θ를 가지는 지수분포를 따르는지를 검정하기 위한 귀무가설과 대립가설은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} H_0: f(y;\cdot) &= f_Y(y;\theta,\alpha) \\ H_1: f(y;\cdot) &\neq f_Y(y;\theta,\alpha) \end{aligned} \quad (2.5)$$

여기서 $f_Y(y;\theta,\alpha)$는 단계 스트레스 가속수명모형인 식(2.2)에 대한 확률밀도함수이다.

$T_1, T_2, \cdots, T_n$가 확률밀도함수 식(2.2)으로부터 추출한 가속수명시험에서 추출된 확률표본이라 할 때, Vasicek(1976)의해 제안된 추정량은 다음과 같이 주어졌다.

$$HV_{mn}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\ln\left\{\frac{n}{2m}\left(T_{(i+m)}-T_{(i-m)}\right)\right\} \quad (2.6)$$

여기서 m은 $n/2$보다 작은 양의 정수로서 윈도우의 크기라고 한다. 식(2.6)에서 만약 $i<1$이면 $T_{(i)}=T_{(1)}$이고, $i>n$이면 $T_{(i)}=T_{(n)}$이다. 그리고 $T_{(1)}\leq T_{(2)}\leq\cdots\leq T_{(n)}$는 표본의 크기가 n인 확률표본의 순서통계량이다.

지수분포의 확률표본 Y_i에 대하여 $T_i=Y_i-a/\hat{\alpha}+a,\quad i=n_1+1, n_1+2, \cdots, n$로 변수 치환시켜 만든 지수분포의 단계 스트레스 가속수명모형에서의 쿨백-라이블러 정보함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (f, f_{T_i}) &= -H(f) \\ &\quad -\int_0^\infty \ln\{f_{T_i}(t)\}f(t)\,dt \\ &= -H(f)-\ln\theta+1 \end{aligned} \quad (2.7)$$

식(2.7)로부터 단계 스트레스 가속수명모형에서의 쿨백-라이블러 정보함수 $I(f, f_i)$의 추정량을 박과 윤등(2000)이 다음과 같이 제안하였다.

$$KLH_{mn}=I(f, f_{T_i})=-HV_{mn}-\ln\hat{\theta}+1 \quad (2.8)$$

여기서 $\hat{\theta}$은 식(2.3)에 주어진 θ의 최대우도추정량이다.

쿨백-라이블러 정보함수의 추정량 KLH_{mn}에 대하여 변환을 시킴으로서 지수분포에서 가속수명분포의 쿨백-라이블러 정보함수 적합도 검정을 위한 통계량은 다음과 같이 제시한다.

$$\begin{aligned} VI_{mn} &= \exp(-KLH_{mn}) \\ &= \frac{\exp(HV_{mn})}{\exp(-\ln\hat{\theta}+1)} \end{aligned} \quad (2.9)$$

제안된 검정통계량 VI_{mn}의 값이 적을수록 귀무가설을 기각할 확률이 높아진다. 즉, 기각값 $VI_{mn}(\alpha)$에 대하여 만약 $VI_{mn}<VI_{mn}(\alpha)$이면 귀무가설을 기각한다.

이외에도 van Es (1992)는 확률표본의

차이에 기초하여 엔트로피 추정량을 다음과 같이 제안하였다.

$$HE_{mn} = \frac{1}{n-m}\sum_{i=1}^{n-m}\ln\left\{\frac{n+1}{m}\left(T_{(i+m)} - T_{(i-m)}\right)\right\} + \sum_{k=m}^{n}\frac{1}{k} + \ln(m) - \ln(n+1) \quad (2.10)$$

또한, Correa (1995)는 Vasicek (1976)의 추정량을 변형한 엔트로피 추정량을

$$HC_{mn} = -\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n-m}\ln(b_i) \quad (2.11)$$

로 표현하였다. 여기서

$$b_i = \frac{\sum_{k=i-m}^{i+m}\left(T_i - \overline{T}_{(i)}\right)}{n\sum_{k=i-m}^{i+m}\left(T_i - \overline{T}_{(i)}\right)^2}$$

이고

$$\overline{T}_{(i)} = \frac{1}{2m+1}\sum_{k=i-m}^{i+m} T_i$$

이다.

위에서 소개한 식(2.10)과 식(2.11)의 엔트로피 추정량들과 귀무가설하에서 지수분포에 대한 단계 스트레스 가속수명모형 모수들의 추정량 식(2.3)을 식(2.8)에 대입함으로서 van Es (1992) 그리고 Corre (1995)의 엔트로피 추정량에 기초한 쿨백-라이블러 정보의 귀무가설하에서의 단계 스트레스 가속수명 모형의 추정량들인 EI_{mn}, CI_{mn}을 다음과 같이 제안한다.

$$EI_{mn} = \frac{\exp(HE_{mn})}{\exp(-\ln\hat{\theta}+1)} \quad (2.12)$$

$$CI_{mn} = \frac{\exp(HC_{mn})}{\exp(-\ln\hat{\theta}+1)} \quad (2.13)$$

3. 검정력 비교를 위한 모의실험

먼저 제안된 검정통계량들인 식(2.9), 식(2.12) 및 식(2.13)에 대한 기각값을 구하기 위해 표본크기 n에 관련된 윈도우 크기 m ($< n/2$)에서 지수분포 난수를 10,000번 반복하여 발생하고 정상조건에서의 단계 스트레스 가속수명시험의 기각값들 중 가장 큰 기각값을 가지는 m을 구한다. 이 m을 이용하여 각각의 유의수준 α에서 $CI_{mn}(\alpha)$, $VI_{mn}(\alpha)$ 와 $EI_{mn}(\alpha)$의 기각 영역을 결정한다. 그리고 m에 대하여 $CI_{mn}(\alpha)$, $VI_{mn}(\alpha)$와 $EI_{mn}(\alpha)$을 가장 크게하는 값을 구하여 검정한다. 이때 $5 \leq n \leq 200$의 표본수에 대하여 10,000번 반복하여 유의수준 α가 0.05를 만족하는 기각역을 만족하는 기각역을 <표 3.1>에 구하였다. 이를 이용하여 각각의 대립분포들에 대하여 표본의 크기 n은 10, 20, 30, 40, 50을 주어 제안된 검정통계량 식(2.9), 식(2.12)과 식(2.13)들과 기존의 검정통계량들인 Kolmogorov-Smirnov (D_n), Cramer von Mises (W_n^2), Anderson-Darling(A_n^2) 검정통계량과의 검정력을 비교하였다.

검정통계량의 검정력을 비교하기 위하여 대립가설의 분포로 균일분포($U(a, b)$), 와이블분포(($W(\gamma, \beta)$)), 감마분포 ($\Gamma(\alpha, \beta)$)와 대수정규분포($LN(\mu, \sigma)$)를 고려하였다.

모의실험의 결과는 다음의 표에서 주어져 있다. <표 3.2>은 균일(Uniform)분포, <표 3.3>는 와이블(Weibull)분포, <표 3.4>은 감마(Gamma)분포, <표 3.5>는 대수정규(Log-normal) 분포의 검정력의 표들이다.

정통적인 엔트로피의 검정력에 대하여 기존 연구에서는 아직까지는 Vasicek (1976)

검정력, van Es (1992) 검정력과 Correa (1995)의 검정력 비교는 없었으며, 또한 위의 3개의 검정력과 기존의 검정 통계량의 비교 또한 없었다. 따라서 우리는 엔트로피의 검정력을 대신하여 가속수명모형에서 쿨백-라이블러 정보함수를 이용한 세가지 검정통계량의 비교뿐만 아니라 기존의 검정통계량인 Kolmogorov-Smirnov, Cramer von Mises, Anderson-Darling검정통계량과의 검정력을 비교도 함께 비교 수행한 결과는 다음과 같다.

검정력들의 표는 표 3.2 표 3.3, 표 3.4 그리고 표 3.5에 주어져 있다. 이들 표를 비교한 결과 제안한 CI_{mn}, VI_{mn} 과 EI_{mn}이 기존의 검정 통계량인 D_n, W_n^2, A_n^2의 검정력보다 월등히 좋은 검정력을 가짐을 알 수 있었으며, 또한 제안된 검정 통계량들 중에서는 미세한 차이이지만 CI_{mn}이 VI_{mn}, EI_{mn}보다 다소 우수하다는 것을 알 수 있었다.

<표 3.1> 각각의 표본수에 대한 CI_{mn}, VI_{mn} 과 EI_{mn} 검정통계량의 기각값

Sample size	Window size	Critical Values ($\alpha = 0.05$)		
n	m	CI_{mn}	VI_{mn}	EI_{mn}
5	2	0.4995	0.4564	0.4030
10	4	0.6074	0.5788	0.5461
20	5	0.7175	0.6936	0.6650
30	5	0.7788	0.7595	0.7353
40	5	0.8135	0.7967	0.7714
50	6	0.8389	0.8248	0.8058

<표 3.2> 균일(Uniform)분포에 대한 검정력 비교

n	a	b	VI_{mn}	EI_{mn}	CI_{mn}	D_n	W_n^2	A_n^2
10	0.0	1.0	0.8107	0.7803	0.8150	0.0902	0.1000	0.1112
	0.3	2.0	0.4342	0.3608	0.4390	0.0780	0.0849	0.0977
	0.5	3.0	0.1579	0.1791	0.1482	0.0606	0.0631	0.0759
20	0.0	1.0	0.9865	0.9776	0.9864	0.1682	0.1807	0.2191
	0.3	2.0	0.8279	0.7816	0.8269	0.1352	0.1418	0.1841
	0.5	3.0	0.6047	0.5528	0.6018	0.0674	0.0647	0.0952
30	0.0	1.0	0.9977	0.9942	0.9978	0.2513	0.2897	0.3660
	0.3	2.0	0.9130	0.8694	0.9150	0.2070	0.2324	0.3135
	0.5	3.0	0.7352	0.6650	0.7428	0.0908	0.0849	0.1423
40	0.0	1.0	0.9997	0.9997	0.9997	0.3377	0.4010	0.5249
	0.3	2.0	0.9752	0.9582	0.9760	0.2960	0.3468	0.4729
	0.5	3.0	0.9089	0.8553	0.9112	0.1144	0.1194	0.2115
50	0.0	1.0	1.0000	1.0000	1.0000	0.4536	0.5313	0.6724
	0.3	2.0	0.9929	0.9859	0.9930	0.3955	0.4545	0.6134
	0.5	3.0	0.9718	0.9495	0.9718	0.1387	0.1455	0.2771

<표3.3> 와이블 (Weibull)분포에 대한 검정력 비교

n	γ	β	VI_{m}	EI_{m}	CI_{m}	D_n	W_n^2	A_n^2
10	1.0	1.5	0.4669	0.4273	0.4713	0.0389	0.0372	0.0311
	1.5	2.0	0.6009	0.5841	0.6024	0.0251	0.0209	0.0256
	2.0	3.0	0.8676	0.8635	0.8691	0.0266	0.0243	0.0319
20	1.0	1.5	0.7744	0.7645	0.7762	0.0414	0.0340	0.0392
	1.5	2.0	0.8969	0.8898	0.8974	0.0190	0.0123	0.0165
	2.0	3.0	0.9920	0.9916	0.9920	0.0243	0.0171	0.0276
30	1.0	1.5	0.8936	0.8719	0.8951	0.0486	0.0421	0.0541
	1.5	2.0	0.9692	0.9675	0.9703	0.0195	0.0112	0.0178
	2.0	3.0	0.9998	0.9995	0.9998	0.0244	0.0171	0.0314
40	1.0	1.5	0.9552	0.9451	0.9570	0.0588	0.0513	0.0729
	1.5	2.0	0.9924	0.9907	0.9925	0.0210	0.0121	0.0220
	2.0	3.0	1.0000	0.9999	1.0000	0.0276	0.0192	0.0370
50	1.0	1.5	0.9832	0.9816	0.9837	0.0670	0.0611	0.0962
	1.5	2.0	0.9982	0.9980	0.9983	0.0209	0.0133	0.0223
	2.0	3.0	1.0000	1.0000	1.0000	0.0301	0.0224	0.0497

<표3.4> 감마(Gamma)에 대한 검정력 비교

n	α	β	VI_{m}	EI_{mn}	CI_{mn}	D_n	W_n^2	A_n^2
10	1.0	1.5	0.2082	0.1944	0.2142	0.0431	0.0412	0.0338
	1.5	2.0	0.2846	0.2832	0.2863	0.0336	0.0346	0.0433
	2.0	3.0	0.3623	0.3375	0.3698	0.0362	0.0328	0.0287
20	1.0	1.5	0.3957	0.3862	0.3991	0.0411	0.0371	0.0324
	1.5	2.0	0.4831	0.4771	0.4833	0.0294	0.0247	0.0300
	2.0	3.0	0.6539	0.6437	0.6550	0.0359	0.0315	0.0330
30	1.0	1.5	0.5064	0.4783	0.5055	0.0451	0.0415	0.0362
	1.5	2.0	0.6285	0.6315	0.6279	0.0271	0.0208	0.0224
	2.0	3.0	0.8042	0.7800	0.8061	0.0448	0.0378	0.0503
40	1.0	1.5	0.6094	0.5847	0.6117	0.0505	0.0483	0.0443
	1.5	2.0	0.7338	0.7348	0.7354	0.0283	0.0228	0.0252
	2.0	3.0	0.8900	0.8761	0.8927	0.0526	0.0448	0.0717
50	1.0	1.5	0.6930	0.6894	0.6932	0.0539	0.0462	0.0470
	1.5	2.0	0.8156	0.8154	0.8151	0.0240	0.0186	0.0237
	2.0	3.0	0.9428	0.9403	0.9436	0.0546	0.0501	0.0974

<표3.5> 대수정규(Log-normal)분포에 대한 검정력 비교

n	μ	σ	VI_m	EI_{mn}	CI_m	D_n	W_n^2	A_n^2
10	-0.5	0.1	0.6434	0.6604	0.6449	0.0793	0.0764	0.0864
	-0.25	0.5	0.8646	0.8744	0.8666	0.1248	0.1307	0.1419
	-0.1	0.1	0.8728	0.8934	0.8693	0.0508	0.0534	0.0576
20	-0.5	0.1	0.9441	0.9462	0.9442	0.1252	0.1153	0.1842
	-0.25	0.5	0.9940	0.9943	0.9940	0.2349	0.2269	0.3245
	-0.1	0.1	0.9941	0.9947	0.9939	0.0723	0.0767	0.1169
30	-0.5	0.1	0.9859	0.9868	0.9854	0.2137	0.1864	0.3355
	-0.52	0.5	0.9996	0.9996	0.9997	0.3839	0.3677	0.5472
	-0.1	0.1	0.9998	0.9998	0.9998	0.1013	0.1161	0.1956
40	-0.5	0.1	0.9976	0.9975	0.9976	0.3261	0.2806	0.5181
	-0.25	0.5	1.0000	1.0000	1.0000	0.5464	0.5289	0.7460
	-0.1	0.1	1.0000	1.0000	1.0000	0.1361	0.1628	0.2891
50	-0.5	0.1	0.9996	0.9996	0.9996	0.4364	0.3708	0.6643
	-0.25	0.5	1.0000	1.0000	1.0000	0.6863	0.6587	0.8700
	-0.1	0.1	1.0000	1.0000	1.0000	0.1806	0.2239	0.3990

References

[1] 김종태, 이우동 (1998),「쿨백-레이블러 정보함수에 기초한 와이블분포와 극단값 분포에 대한 적합도 검정」, *응용통계연구*, 제 11권 2호, pp 351-362

[2] 박병구, 윤상철, 조건호 (2000),「단계스트레스 가속수명모형을 이용한 쿨백-레이블러 정보함수에 대한 추정」, *응용통계연구*, 제 13권 2호, pp 563-573

[3] Besseler, S., Chernoff, H. and Marshall, A. W. (1962), "An Optimal Sequential Accelerated Life Test", *Technometrics* Vol. 4, pp 367-379.

[4] Bhattacharrya, G. K. and Soejoeti, Z. (1989), "A Tampered Failure Rate Model for Step-Stress Accelerated Life Test", *Communications in Statistics-Theory and Method*, A18, pp 1627-1643.

[5] Correa, J.C. (1995), "A New Estimator of Entropy", *Communications in Statistics- Theory and Method*, A24, pp 2439-2449.

[6] DeGroot, M. H. and Goel, P. K. (1979), "Bayesian Estimation and Optimal Design in Partially Accelerated Life Testing", *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol.26, pp 223-235.

[7] Ebrahimi N., habibullah M. and Soofi E. S. (1992), "Testing Exponentiality based on Kullback-Leibler Information", *J. R. Statist. Soc. B*, Vol. 54, 3, pp 739-748

[8] Ebrahimi N. (2001), "Testing for Uniformity of the Residual Life Time based on Dynamic Kullback-Leibler Information", *Ann. Inst. Statist. Math.*, Vol. 53, 2, pp 325-337

[9] Kullback, S. and Leibler, R. A. (1951), "On Information and Sufficiency", *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 22, pp 79-86.

[10] Mazzuchi, T.A., Soofi, E.S. and Soyer, R. (2000), "Computation of Maximum Entropy Dirichlet for modeling lifetime data" , *Computational Statistics & Data Analysis*, 32, p 361-378.

[11] Miller, R. and Nelson, W. (1983), " Optimum Simple Step-Stress Plans for Accelerated Life Testing" , *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 32. pp 59-65.

[12] Park B. G., S. Y. Yoon S. C. and Cho J. Y. (2000), "On Estimating of Kullback-Leibler Information Function using Three Step stress Accelerated Life Test" , *International Journal of Reliability and Application*, Vol. 1, No. 2, pp 155-165.

[13] Shanon, C. E. (1948), "A Mathematical Theory of Communication" , *Bell. System Technical Journal*, Vol. 27, pp 379-423.

[14] van Es, B. (1992), "Estimating Functionals Related to a Density by Class of Statistics Based on Spacings " , *Scandinavian Journal of Statistics*, Vol. 19, pp 61-72.

[15] Vasicek , O. A. (1976), "A Test for Normality Based on Sample Entropy" , *Journal of Royal Statistical Society*, Ser. B, Vol. 38, pp 55-59.

[16] Wieczorkowski, R. and Grzegorzewski, P. (1999), "Entropy Estimators Improvement and Comparison" , *Communications in Statistics -Simulations*, B28, No. 2, pp 541-567.

[17] Xiong C.. (2002). "Inferences on a simple step-stress model with Type-II Censored Exponential Data" , *IEEE Trans. Reliability, Vol. 47, No. 2,* pp 142-146.

[18] Xiong C. and George A. M., (2002). " Prediction for Exponential Lifetimes based on Step-Stress Testing" , *Communications in Statistics-Simulation*, 31(4), pp 539-556.