

복합재 압력용기의 확률 섬유 강도

황태경*, 홍창선**, 김천곤***

Probabilistic Fiber Strength of Composite Pressure Vessel

T. K. Hwang*, C. S. Hong**, C. G. Kim***

ABSTRACT

In this paper, probabilistic failure analysis based on Weibull distribution function is proposed to predict the fiber strength of composite pressure vessel. And, experimental tests were performed using fiber strand specimens, unidirectional laminate specimens and composite pressure vessels to confirm the volumetric size effect on the fiber strength. As an analytical method, the Weibull weakest link model and the sequential multi-step failure model are considered and mutually compared. The volumetric size effect shows the clearly observed tendency towards fiber strength degradation with increasing stressed volume. Good agreement of fiber strength distribution was shown between test data and predicted results for unidirectional laminate and hoop ply in pressure vessel. The size effect on fiber strength depends on material and processing factors, the reduction of fiber strength due to the stressed volume shows different values according to the variation of material and processing conditions.

초 록

본 논문에서는 웨이블 분포 함수를 이용한 확률 파손 해석을 통해 복합재 압력 용기의 섬유 강도를 예측하였다. 그리고 섬유 강도의 크기 효과를 확인하고 해석의 타당성을 입증하기 위하여 섬유 인장 시편, 한 방향 복합재 시편과 복합재 압력 용기를 이용한 강도 시험이 수행되었다. 해석적 방법으로 웨이블 최약 링크 파손 모델과 다 단계 연속 파손 모델을 이용하였고, 해석 결과를 상호 비교하였다. 크기 효과에 의해, 시편의 부피가 증가함에 따라 섬유 인장 강도가 감소하는 경향을 나타내었다. 해석을 통해 예측한 한 방향 복합재 시편과 복합재 압력 용기의 후프 층 섬유 강도 분포는 시험 값과 좋은 일치율을 보였다. 섬유 강도의 크기 효과는 소재와 제작 공정 변수의 함수로서, 다른 소재 및 제작 공정에 대해서는 다른 크기 효과를 보이게 된다.

Key words : 섬유강도(fiber strength), 크기효과(size effect), 압력용기(pressure vessel), 분포함수(distribution function)

1. 서 론

오래 전부터 시편의 재료 물성이 실제 사용 제품에서도 동일하게 유지될까 하는 의문점이 존재하여, 이를 규명하기 위한 많은 연구가 현재까지 진행되어 왔다. 일반적으로 모 든 소재는 크기 증가에 반비례하여 강도가 감소하는 성향이 있는데, 이와 같이 재료의 물성이 제품 크기에 따라 변화되

는 현상을 크기 효과(size effect)라 한다. 크기 효과는 평균 치 개념을 갖는 탄성 계수(elastic coefficient)보다는 결합 또는 재료적 취약부가 원인이 되는 강도(strength)에서 크게 나타나고, 특히 취성 특성을 보이는 탄소 섬유인 경우 크기 효과가 비교적 크게 나타나는 것으로 알려져 있다. 일반적으로 섬유 강화 복합재(FRP)의 강도는 시편 시험을 통해 결정되며, 이를 이용하여 시편 크기보다 큰 구조물 적층 설계

* 국방과학연구소

** 한국과학기술원 기계공학과 항공우주공학전공

*** 한국과학기술원 기계공학과 항공우주공학전공, 교신저자(E-mail:cgkim@cais.kaist.ac.kr)

및 해석을 수행하게 된다. 이때 크기 효과를 고려치 않은 구조 설계는 실제 보다 소재의 강도를 과도하게 평가하여 구조 안전을 저하의 원인이 된다. Pierce[1]는 최약 링크 파손 이론(weakest link failure theory)을 이용하여 섬유 길이 변화에 따른 강도 변화를 제시하였고, Weibull[2]은 취성 재료에 웨이블 분포 함수의 통계 개념을 적용한 최약 링크 파손 이론을 정립하여 크기 효과 개념을 크게 진전시켰다. Bullock[3]은 통계적 최약 링크 파손 이론을 한 방향 탄소 섬유 복합재 시편에 적용하여, 섬유 인장 강도의 크기 효과를 비교적 잘 예측하였다. Harlow[4]는 섬유 한 다발이 균일 인장 응력을 받을 때 각 구성 섬유들은 웨이블 강도 분포를 갖으며 동일 하중을 분담한다는 가정 하에 최약 링크 파손 이론을 보완한 다단계 연속 파손 이론(sequential multi-step failure theory)을 제시하였다. Gurvich[5]는 다단계 연속 파손 이론을 섬유 다발로부터 여러 층으로 구성된 적층 판으로 영역을 확대하여 한 방향 하중의 적층 판 강도를 비교적 실험치와 유사하게 예측하였다. 그러나 이때는 동일 길이와 폭을 가진 시편을 이용하여, 크기 효과를 적층 두께에 한정하여 적용하였다. Tabici[6-7]는 다단계 연속 파손 이론을 적층 수(두께) 뿐 아니라 폭(width)과 길이(length)에도 적용할 수 있는 이론으로 확대하여 적층 판의 크기 효과를 계산하였으나, 웨이블 형상 함수(shape parameter)가 10 이하의 작은 값을 가질 경우에 한정하였다. 필라멘트 와인딩 압력 용기 적용 사례로는 Cohen[8]이 탄소 섬유 인장 파괴 변형율을 이용한 최약 링크 파손 이론으로 직경이 102.0 mm와 1270 mm인 압력 용기의 후프 층(hoop ply) 파열 변형율을 예측하려 했으나, 압력 용기의 섬유 파괴 변형율이 예상보다 크게 저하되지 않아 시험 치와는 많은 차이를 보인 반면에, Hitchon[9]은 탄소 섬유로 제작된 한 방향 복합재 인장 강도와 와인딩 압력 용기의 후프 층 강도간의 크기 효과를 최약 링크 파손이론으로 해석을 수행하여 비교적 해석 치와 좋은 일치를 보였다. 이상의 연구 결과에서 보듯이 섬유 인장 강도의 크기 효과 규명을 위해 최약 링크 파손 이론과 다 단계 연속 파손 이론이 적용되었고, 섬유 강도 변화는 재료 특성 외에 제작 공정 변수의 영향을 받음으로써, 각 연구자마다 다른 연구 결과를 제시함을 알 수 있었다. 본 연구 대상인 필라멘트 와인딩 복합재 압력 용기인 경우, 성능의 척도인 파열 압력이 섬유 인장 강도에 의해 결정되므로 섬유 강도의 크기 효과는 필수적인 설계 입력 값이 된다. 이러한 섬유 강도의 크기 효과를 규명하기 위한 이상적인 방법은 많은 실 구조물의 파괴 시험을 통해 분포 함수로 구하는 것이지만, 현실적으로 비용과 시간 측면에서 불가능한 일이 된다. 그러므로 본 연구의 목적은 시편 섬유 강도로부터 필라멘트 와인딩 압력 용기의 후프 층 섬유 인장 강도를 예측할 수 있는 효과적인 크기 효과 식을 제시하고, 이를 이용한 복합재 압력 용기의 통계적 구조 응력 해석 자료를 확보하는 것이다.

2. 확률 파손 모델

2.1 최약 링크 파손 이론

만약 섬유의 인장 강도가 웨이블 분포를 따르며 균일 응력(σ)을 받을 때, 누적 파괴 확률 분포식(cumulative distribution of failure)과 신뢰도(reliability)가 식 (1)과 같이 결정된다.

$$F(\sigma) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{\sigma}{\beta^*}\right)^a\right) \quad (1)$$

$$S(\sigma) = 1 - F(\sigma) = \exp\left(-\left(\frac{\sigma}{\beta^*}\right)^a\right)$$

β^* : 재료의 특성 강도(characteristic strength),

a : 웨이블 형상 파라미터)

이때 섬유를 작은 부피를 가진 요소의 구성으로 생각하고, 적용 응력이 모든 구성 부피에 균일 분포된다고 가정하면 식 (1)은 다음과 같이 표현된다.

$$F_1(\sigma) = 1 - \exp\left(-\int \left(\frac{\sigma}{\beta^*}\right)^a dv\right) \quad (2)$$

$$= 1 - \exp\left(-V \cdot \left(\frac{\sigma}{\beta^*}\right)^a\right)$$

여기서 식 (2)은 다음과 같은 새로운 변수인 척도 파라미터(scale parameter) β 로 표현될 수 있다.

$$F_1(\sigma) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{\sigma}{\beta}\right)^a\right) \quad (3)$$

$$\beta = \left(\frac{1}{V}\right)^{\frac{1}{a}} \cdot \beta^*$$

시험을 통해 구한 시편의 신뢰도로부터 각 층이 식 (4)와 같이 웨이블 분포를 따르는 적층 판의 신뢰도를 예측하면 식 (5)과 같이 표현된다.

$$S_j(\sigma) = \exp\left[-\frac{V_j^i}{V_o} \cdot \left(\frac{\sigma}{\beta_o}\right)^a\right] \quad (4)$$

$$S_n(\sigma) = \prod_{i=1}^n \exp\left[-\frac{V_i^i}{V_o} \cdot \left(\frac{\sigma}{\beta_o}\right)^a\right] \quad (5)$$

$$= \exp\left[-\frac{V}{V_o} \cdot \left(\frac{\sigma}{\beta_o}\right)^a\right]$$

β_o, V_o : 시편의 척도 파라미터와 부피,

V : 제품의 부피

2.2 다단계 연속 파손 이론

다 단계 연속 파손 이론은 기존 최약 링크 파손 이론의 문제점인 한 층 파괴가 전체 구조물 파괴라는 문제점을 개선하여 모든 층의 파손을 구조물 파손으로 정의한 이론이다. 즉 모든 섬유는 동일 하중을 분담한다는 가정 하에 임

의의 한 층이 파손되면 나머지 건전 층들이 동일하게 추가 하중을 공유하게 된다. 즉 섬유를 1층 개념으로 가정하여 이론이 전개되었기 때문에 최악 링크 모델에 비해 크기 효과가 비교적 작게 나타난다. 기본식은 식 (6)과 같이 이항식으로 표현된다[4].

$$\begin{aligned}
 H_n(\sigma) &= 1 - \sum_{j=1}^n (-1)^{j+1} \binom{n}{j} p(\sigma)^j \\
 &\quad [1 - H_{n-j}(\sigma)] \\
 H_1(\sigma) &= \exp\left[-\left(\frac{\sigma}{\beta_0}\right)^\alpha\right] \\
 P(\sigma) &= 1 - \exp\left[-\left(\frac{\sigma}{\beta_0}\right)^\alpha\right] \\
 \sigma_j &= \frac{n\sigma}{n-j}, H_0(\sigma) = 0, n = \frac{t}{t_0}, j=1, 2 \dots n
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

식 (6)은 균일 인장 응력(σ) 작용 시 1층의 누적 신뢰도 분포로서 단지 두께의 크기 효과만 나타내고 있다. 그리고 σ_j 는 j-번째 층이 파괴된 후 나머지 층에 분포되는 응력 값이고, t 와 t_0 는 제품과 시편의 두께를 나타낸다. 이때 제품의 두께, 길이 및 폭(width)이 동시에 고려한 강도 저하는 두께와 폭을 다 단계 연속 파손 적층으로 취급하여 다음과 같이 표현된다[7].

$$\begin{aligned}
 H_n^w(\sigma) &= 1 - \sum_{j=1}^n (-1)^{j+1} \binom{n'}{j} \\
 &\quad p(\sigma)^j [1 - H_{n'-j}^w(\sigma)] \\
 H_1^w(\sigma) &= \exp\left[-\frac{t}{t_0} \left(\frac{\sigma}{\beta_0}\right)^\alpha\right] \\
 P(\sigma) &= 1 - \exp\left[-\frac{t}{t_0} \left(\frac{\sigma}{\beta_0}\right)^\alpha\right] \\
 \sigma_j &= \frac{n'\sigma}{n'-j}, n' = \frac{w}{w_0}, j=1, 2 \dots n
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

여기서 l, l_0 는 제품과 시편 길이를 나타내며, β_0 는 시편 시험을 통해 구한 척도 파라미터를 의미한다. 그리고 w, w_0 는 제품과 시편 폭을, t, t_0 는 제품과 시편의 두께를 나타낸다.

이때 적층 두께도 다 단계 파손 적층이므로 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 H_n^l(\sigma) &= 1 - \sum_{j=1}^n (-1)^{j+1} \binom{n}{j} \\
 &\quad p(\sigma)^j [1 - H_{n-j}^l(\sigma)] \\
 H_1^l(\sigma) &= \exp\left[\left(\frac{\sigma}{\beta'_0}\right)^\alpha\right] \\
 P(\sigma) &= 1 - \exp\left[\left(\frac{\sigma}{\beta'_0}\right)^\alpha\right] \\
 \sigma_j &= \frac{n\sigma}{n-j}, H_0(\sigma) = 0, n = \frac{t}{t_0}, j=1, 2 \dots n
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

이때 새로운 척도 파라미터 (β'_0)는 임의의 신뢰도 (H_n^l)에 대응하는 파괴 응력 (σ_j)을 구하여 다음 식으로부터 계산되어진다.

$$H_1^l(\sigma_j) = H_n^l \tag{10}$$

이러한 다 단계 연속 파손 이론은 3층 정도까지는 수작업으로 전개가 가능하지만 이후부터는 별도의 프로그램이 요청된다.

$$\begin{aligned}
 H_1^l(\sigma) &= 1 - P(\sigma) \cdot [1 - H_0(\sigma)] = 1 - P(\sigma) \\
 H_2^l(\sigma) &= 1 - 2P(\sigma) \cdot P(2\sigma) + P(\sigma)^2 \\
 H_3^l(\sigma) &= 1 - P(\sigma)^3 \cdot 3P(\sigma) \cdot P\left(\frac{3}{2}\sigma\right)^2 \\
 &\quad + 3P(3\sigma)P(\sigma)^2 - 6P(\sigma)P\left(\frac{3}{2}\sigma\right)P(3\sigma)
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

2.3 파손 모델 비교

크기 효과에 가장 큰 영향을 미치는 제품의 부피와 웨이بل 형상 파라미터 변화에 따른 최악 링크 파손 모델과 다 단계 연속 파손 모델 해석 결과를 상호 비교하였다. 이때 웨이블 척도 파라미터는 고강도 탄소 섬유인 T800섬유 시험 값(5277.8 MPa)으로 고정하였다. Fig. 1은 용적비 (V/V_0)가 10이고 척도 파라미터가 5277.8일 때, 웨이블 함수의 형상 파라미터 변화에 따른 신뢰도 0.5기준의 강도 저하 비율 나타내고 있다. 그림에서 V_0, V 는 각각 시편 및 제품의 부피를 의미한다. 그림에서 보듯이 형상 파라미터 증가에 따라 크기 효과가 급격히 감소함을 나타내고 있다. 또한 형상 파라미터가 20 이상일 경우 최악 링크 파손 모델과 다 단계 연속 파손 모델간의 차이가 없음을 보여주고 있다.

Fig. 2~3은 웨이블 함수의 형상 파라미터가 20일 때 시편 용적 변화에 따른 파괴 확률 분포와 섬유 강도 비 변화를 최악 링크 파손 모델과 다 단계 연속 파손 모델로 예측한 결과다. 그림에서 보듯이 제품의 용적이 커질 수록 크

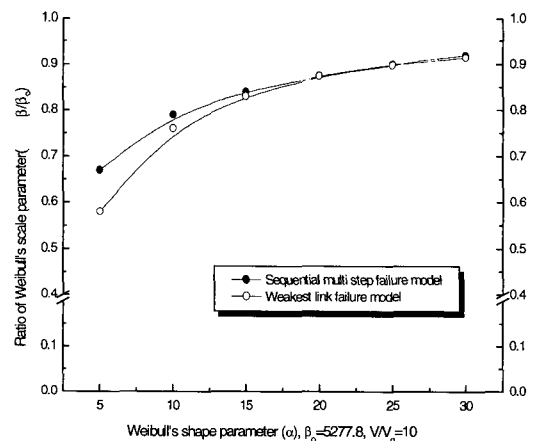


Fig. 1 Influence of Weibull shape parameter on fiber strength distribution, when stressed volume ratio is 10.

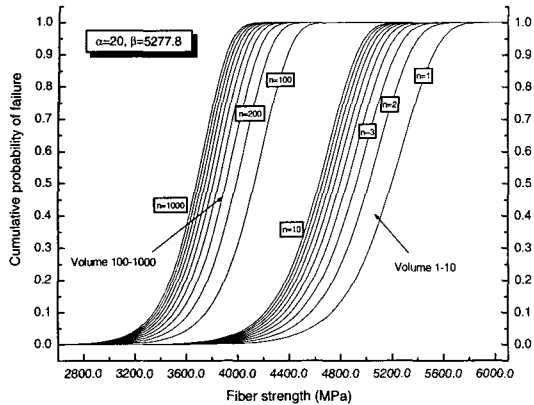


Fig. 2 Influence of stressed volume on fiber strength distribution obtained Weibull weakest link failure model.

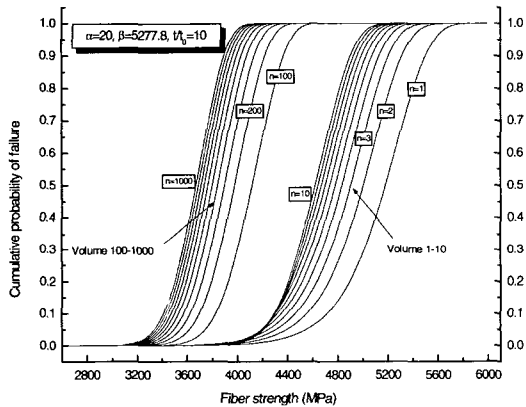


Fig. 3 Influence of stressed volume on fiber strength distribution obtained sequential multi-step failure model.

기 효과가 상당한 폭으로 줄어들음을 알 수 있다. 그러므로 제품의 부피와 웨이블 함수의 형상 파라미터가 커지면 크기 효과가 감소함으로써 최악 링크 모델과 다 단계 연속 파손 이론간의 큰 차이가 없을 것임을 추측 할 수 있다.

3. 확률 강도 분포 결정

본 논문에 적용한 고 강도 탄소 섬유(T800) 인장 강도의 크기 효과를 실험적으로 규명하고, 파손 모델의 타당성 입증 을 위해 ASTM 규정에 따른 순수 섬유 인장 시험(strand test, ASTM D4018), 한 방향 복합재 인장 시험(ASTM D3039) 그리고 필라멘트 와인딩으로 제작된 직경 254.0 mm 의 압력 용기의 수압 파괴 시험이 수행되었다. 시험인 경우 약 30개 이상의 시험이 수행되었고, 압력 용기는 8조의

수압파괴시험이 실시되었다. 이러한 실험 값들을 모사할 수 있는 적합 분포 함수를 결정하기 위해 정규 분포 함수(normal distribution function), 로그 정규 분포 함수(log-normal distribution function) 그리고 웨이블 분포 함수(weibull distribution function)를 이용하였다. 이때 추정 분포 함수 적합도 판정을 위해 수행된 적합도 검정(goodness of fit test)은 누적 분포함수를 이용한 Kolmogorov Smirnov(K-S)법을 이용하였다. 본 방법은 실험 값과 추정된 누적 분포 함수간의 누적 확률 차이가 일정 위험률 이상일 경우엔 기각(reject)시키고 위험률 이내일 경우엔 추정 분포 함수로 인정하는 방법이다. 본 논문에서 이용한 위험률은 5% 유의수준(significance level)이 적용되었다[10]. 만약 여러 개의 분포 함수가 동시에 적합할 경우엔 웨이블 함수에 가장 우선 순위를 주었고, 그 다음으로 정규 분포 함수, 로그 정규분포함수 순으로 부여하였다. 웨이블 함수로 결정되면, maximum likelihood method에 의해 웨이블 형상 및 척도 파라미터가 결정되었다.

▷ 정규 분포 함수

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2s^2}\right]$$

▷ 로그 정규 분포 함수

$$f(x) = \frac{1}{\sigma x\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\left(\frac{\ln x - \mu}{2s^2}\right)^2\right]$$

▷ 2-parameter 웨이블 분포

$$f(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha\right]$$

여기서 μ 는 평균 값, s 는 표준 편차를 의미한다. 만약 웨이블 분포 함수를 만족할 경우엔 식 (12)과 같이 밀도 분포 함수(density distribution function)와 누적 분포 함수(cumulative distribution function)로 표현된다. 이때 파괴 확률(F(x))의 자료 순위(data ranking)가 필요한데 이에 대한 많은 방법이 제시되었으나, 본 논문에서는 Bergman[11]이 제시한 방법을 적용하였다.

$$F(x) = \frac{i-0.5}{n} \quad (13)$$

3.1 소재 물성 시험

섬유 강화 복합재는 제작 방법과 사용 환경에 따라 다른 강도와 강성을 나타낸다. 그러므로 제품의 구조 설계를 위해 실시하는 시험은 실 제품과 동일한 제작 공법과 동일 와인딩기에서 제작되어야 한다. 섬유 1가닥 시험인 strand test는 섬유에 압력 용기에 적용하는 동일 수지를 함침시킨 후, 전용 맨드렐에 일정 섬유 장력을 가하면서 와인딩한다. 복합재 한 방향 적층 시험인 경우, 제작이 용이치 않고, 제작 방법에 따라 물성이 많은 편차를 보이는 이유로 여러 가지 제작 방법이 선진 외국에서도 제시되고 있으나, 현재까지 확립된 규격은 없는 실정이다. 그러므로 문

현[12]에서 추천한 대형 맨드릴에 후프 와인딩한 후 성형 전에 복합재 층을 떼어내서 원하는 각도로 적층하여 성형시키는 방법을 복합재 시편 제작에 이용하였다. 이와 같이 만들어진 시편은 섬유의 퍼짐성이 균일해서 잔류 변형율이 없었고 각 방향 별로 비교적 균일 강도와 강성을 나타내었다. 제작된 시편을 이용하여 섬유 방향 인장 강도 시험을 수행하고, 각 시편으로부터 파편을 채취하여 섬유 부피 함유율을 연소 법으로 측정하였다.

Fig. 4-5는 섬유 시편과 한 방향 복합재 인장 시험 결과에 섬유 함유율을 보정해서 구한 각각의 섬유 인장 강도 분포를 나타내고 있다. 그림에서 보듯이 공정 변수가 크지 않은 섬유 인장 시편의 강도 값도 일정 범위의 분포 값으로 나타남을 알 수 있다. 섬유와 복합재 시편의 섬유 인장 강도 값의 적합 분포식을 K-S 방법으로 검사한 결과

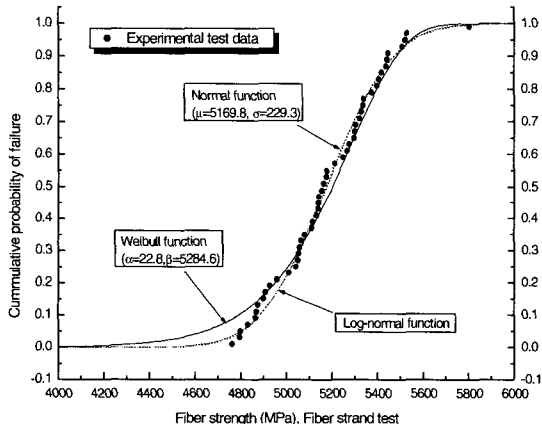


Fig. 4 Comparison of various distribution functions to predict the fiber strength distribution of fiber strand specimens.

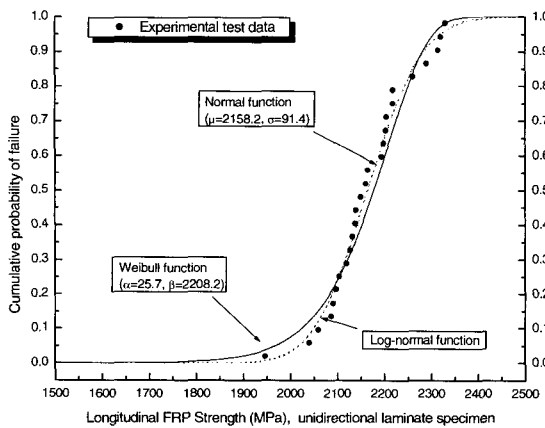


Fig. 5 Comparison of cumulative distribution function and test results for FRP 0° tensile test.

3가지 분포 함수 모두를 만족시키는 것으로 나타났다. 2가지 시편 모두 웨이블 형상 파라미터가 20 이상으로 비교적 편차가 작은 섬유 강도 분포를 나타내었다.

3.2 복합재 압력 용기

본 연구에 이용된 압력 용기는 직경 254.0 mm의 표준 시험 평가용 압력 용기(standard test and evaluation bottle)로서, 필라멘트 와인딩으로 제작되는 복합재 연소관(composite motor case)의 소재 및 제작 공정 그리고 설계 특성을 간접적으로 상호 평가하기 위해 이용된 소형 압력 용기이다. 미국에서는 이미 1980년 중반에 표준 시험 압력 용기를 표준화하여 연구소, 업체 그리고 학교 등에서 상호 소재/설계/제작/시험 비교용으로 이용하고있다[13-14]. 국내에서도 필라멘트 와인딩 복합재 압력 용기의 설계/제작 기술을 외국과 비교하기 위해 일련의 연구[15-16]가 진행되었으며, 본 연구를 위해 Fig. 6과 같은 압력 용기를 설계/제작하였다. 소재는 일본 Toray의 고강도 탄소 섬유인 T800(12K)와 에폭시 수지(Epon826/Tornox 6040)를 적용하였다. 습식 헬리컬 와인딩 방법으로 헬리컬(Helical)과 후프(Hoop) 와인딩 적층이 되고 수압시험시 기밀 유지와 습기 방지를 위해 압력 용기 내부에 EPDM 고무가 적용되었다. 와인딩 적층 순서는 $[(\pm 27.5)_3/90]_7$ 로서, 초기에 헬리컬 와인딩을 완료 한 후, 스커트를 적용하고 최종적으로 후프 와인딩이 적용되었다. 와인딩이 끝난 다음 오븐에서 회전시키며 성형 주기에 맞추어 성형하는데, 성형 주기는 80℃(1시간)→ 120℃(1시간)→ 150℃(3시간)이고, 이후 상온까지 냉각시킨다.

일반적으로 필라멘트 와인딩 구조물의 기본 적층 설계는 순수 섬유만이 모든 하중을 지탱한다는 넷팅(Netting) 이론에 따라 이루어진다. 넷팅 이론에 의해 압력 용기 원통부의 헬리컬과 후프 층의 섬유 응력은 식 (14)와 같이 압력 용기의 파열 압력(P)과 섬유 부피 함유율(V_f)의 함수로 유도된다.

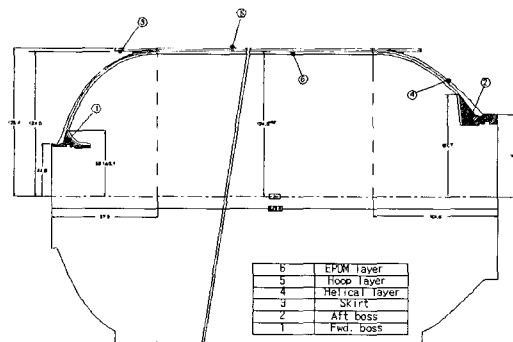


Fig. 6 Configuration of pressure vessel.

$$\sigma_{ja} = \frac{P \cdot R}{2 \cdot t_{helical} FRP \cdot V_f^{helical} \cdot \cos^2 \alpha} \quad (14)$$

$$\sigma_{FH} = \frac{P \cdot R}{t_{hoop} FRP \cdot V_f FRP} \cdot \left\{ 1 - \frac{\tan^2 \alpha}{2} \right\}$$

식 (14)은 다음과 같이 설계에 유용한 강도 전이율 개념으로 표현된다.

$$STR(I) = \frac{\sigma_{FH}}{\sigma_{fiber} strand}$$

$$STR(II) = \frac{\sigma_{ja}}{\sigma_{FH}} \quad (15)$$

$$= \frac{t_{hoop} FRP}{t_{helical} FRP} \cdot \frac{1}{2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$$

강도 전이율(I)은 기본 소재의 섬유 강도와 압력 용기의 후프 층 섬유 강도 비로서 소재 및 공정 변수에 의존하는 일종의 제품 상수로서 크기 효과에 의해 통계적으로 결정된다. 강도 전이율(II)는 헬리컬 층과 후프 층의 섬유 강도 비로서 식에서 보듯이 헬리컬 층과 후프 층의 두께 비로도 표현된다. 압력 용기 원통부 후프 층의 섬유 강도 분포를 구하기 위해서는, 압력 용기 원통부 파괴를 유도해야 한다. 이를 위해 본 연구에서는 적층 설계를 낮은 강도 전이율(II)와 전/후방 돔부의 국부 보강 법이 이용되었다[16]. 이와 같이 설계된 압력 용기의 원통부 파열 압력을 이용하여 식 (14)로부터 각 압력용기의 실험적 후프 섬유 응력 분포를 구하였다.

3.2.1 수압 파괴 시험

압력 용기의 내압 변형 및 파열 압력 확인을 위해 수압 파괴 시험을 실시하였다. 내압 변형 계측을 위해 스트레인 게이지와 데이터 획득 장비(System 4000(M/M))를 이용하여 압력 및 변형도를 계측하였다. 사용된 스트레인 게이지는 일본 Tokyo Sokki Kenkyuio co. 제품으로 게이지 길이가 3 mm인 일축 스트레인 게이지(FLA-3-11)와 2축 게이지(FCA-3-11)가 혼용되었다. 이때 가압 속도는 수압 펌핑(Pumping)당 10 psi 이내로 제한하여 가능한 한 천천히 하여 압력 용기내의 위치 별 압력 편차를 최소화하였다. 8조의 압력 용기가 제작/시험되어 모두 원통부의 파괴를 유도할 수 있었다. 압력 용기는 대부분 원통부 중심에서 파괴가 발생되었으나, 원통부 파괴 위치는 동일치 않았다. 이와 같은 파열 압력과 3-2-2장의 섬유 파괴 함유율을 이용하여 식 (14)로부터 Fig. 7과 같이 압력 용기의 후프 층의 섬유 강도 분포를 구하였다. 비록 시험 수량이 작지만 형상 파라미터가 30이고 척도 파라미터가 3422.7 MPa인 웨이블 분포 함수로 모사할 수 있었다. 이러한 파열 압력의 변동성은 시험량이 많아질수록 소재 및 제작 공정 변수 영향으로 더욱 커져서 웨이블 형상 파라미터는 작아질 것으로 추정된다.

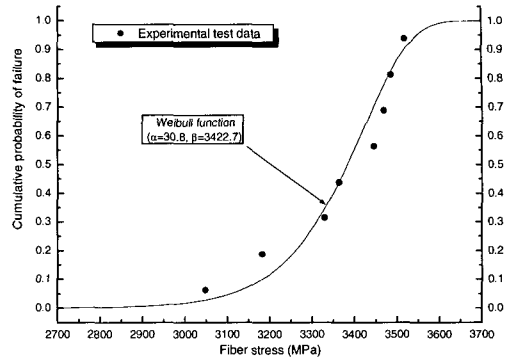


Fig. 7 Weibull distribution function for the fiber strength of hoop ply in pressure vessels.

이상의 시험 및 압력 용기의 시험을 통해 구한 각 경우의 섬유 응력 분포를 분포 함수별로 종합 정리하면 Table 1과 같다. 압력 용기 후프 섬유 강도인 경우 시험 수량이 작은 관계로 웨이블 형상 파라미터가 비교적 크게 나타났지만, 섬유 시험과 복합재 시험의 형상 파라미터는 거의 유사한 값을 보이고 있다. 표에서 보듯이 섬유 파괴 함유율을 보장하더라도, 제품의 크기가 증가함에 따라 섬유 강도 값이 감소하는 크기 효과가 나타남을 알 수 있다. 이러한 크기 효과는 재료의 특성과 제작 공정 변수에 기인되는데, 필라멘트 와인딩 공정인 경우, 와인딩시 섬유 이송 장치에 의한 섬유의 끊어짐, 와인딩 패턴의 불일치, 작업장 분위기, 와인딩기 그리고 작업자 등의 공정 변수가 원인이 될 수 있다.

Table 1 Experimental statistical characteristic of fiber strength for each specimen(Unit : MPa)

	Weibull		Normal		Long-normal		V _t (%)
	α	β	μ	s	μ	s	
Fiber strand	22.8	5284.6	5169.8	229.3	8.55	0.189	-
Uni. Laminate	25.7	4166.3	4072.1	172.4	8.31	0.176	53.7
Hoop Plies	30.8	3422.7	3356.0	164.5	8.12	0.20	57.8

3.2.2 시험 및 제품의 섬유 함유율 측정

본 논문에서 이용한 섬유 함유율 측정법은 적용의 간편성으로 현재 널리 이용되는 연소 방법을 이용하였다. 압력 용기인 경우 원통부에서 면적이 약 100 mm² 되는 6개의 표본을 채취하여 시료로 사용하였다.

Table 2 Volume fraction of unidirectional laminate and hoop plies in pressure vessel

	Fiber volume fraction (%)		Void volume fraction (%)	
	μ	s	μ	s
Uni. Laminate	53.71	0.58	1.5	0.83
Hoop layers	57.94	1.10	4.35	0.24

(μ: average value, s: standard deviation)

Table 2에서 보듯이 시편과 압력 용기의 섬유 부피 함유율은 각각 53, 58%로 압력 용기가 시편 보다 크게 나타났지만, 기공 함유율은 반대로 제품이 크게 나타났다. 즉 제품인 경우 헬리컬 와인딩과 후프 와인딩이 동시에 존재함으로써 와인딩시 공기가 함유될 가능성이 크고, 두께도 큼으로서 내부의 기포가 성형 중 빠져 나오기가 쉽지 않음이 원인이다. 시편인 경우 처음에 원통 맨드렐에 와인딩한 후 미 경화 상태에서 맨드렐로부터 떼어내서 손으로 적층을 하기 때문에 와인딩 장력이 존재하는 제품에 비해서 압착력이 작음으로써 섬유 함유율의 차이가 발생된 것으로 보인다. 이후 해석에 이용되는 재료 물성은 본 시험에서 측정된 시편과 제품의 섬유 부피 함유율 차이를 보정한 시편 재료 물성 값을 이용하였다.

4. 해석 및 결과 분석

최약 링크 파손 이론과 다 단계 파손 이론을 이용하여 섬유 인장 시편의 섬유 강도를 기준 값으로 하여 한 방향 복합재 시편의 인장 강도와 압력 용기의 후프 층 섬유 강도를 예측하였다. 한 방향 하중을 받는 시편일 경우에는 식 (7)~(9)와 같이 폭과 두께를 다 단계 파손 모드로 구분 함이 타당하지만, 복합재 압력 용기인 경우 내압 파괴시 원통부의 후프 층 모두가 파괴되기보다는 원통부 일부 지역의 후프 층 파괴가 발생한다. 즉 압력 용기의 원주 방향 길이와 축 방향 길이는 어느 한 층이라도 파손되면 제품의 파괴로 이어지고, 두께는 모든 구성 층이 파손되어야 제품의 파괴가 발생 할 것이므로 다 단계 파손 이론인 식 (9)을 식 (16)과 같이 수정하여 압력 용기의 후프 층 섬유 강도를 예측하였다.

$$\begin{aligned}
 H_n(\sigma) &= 1 - \sum_{j=1}^n (-1)^{j+1} \binom{n}{j} p(\sigma)^j \\
 &\quad [1 - H_{n-j}(\sigma)] \\
 H_1^p(\sigma) &= \exp\left[-\left(\frac{l}{l_0}\right)\left(\frac{w}{w_0}\right)\left(\frac{\sigma}{\beta_0}\right)^\alpha\right] \\
 P(\sigma) &= 1 - \exp\left[-\left(\frac{l}{l_0}\right)\left(\frac{w}{w_0}\right)\left(\frac{\sigma}{\beta_0}\right)^\alpha\right] \\
 \sigma_j &= \frac{n\sigma}{n-j}, H_0^p(\sigma) = 0, n = \frac{l}{l_0}, j = 1, 2, \dots, n
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

이때 이용된 각 시편들의 치수는 Table 3과 같다. 여기서 섬유 시편의 폭과 두께는 섬유 1가닥을 맨드렐에 후프 와인딩한 후 성형해서 측정된 결과다.

Table 3 Dimension for each specimen(unit:mm)

	Thickness	Width	Length	Volume
Fiber strand	0.1785	2.1	200.0	74.97
FRP 0° specimen	1.06	15.0	250.0	3990
Hoop plies	1.25	415.0	805.8	418018

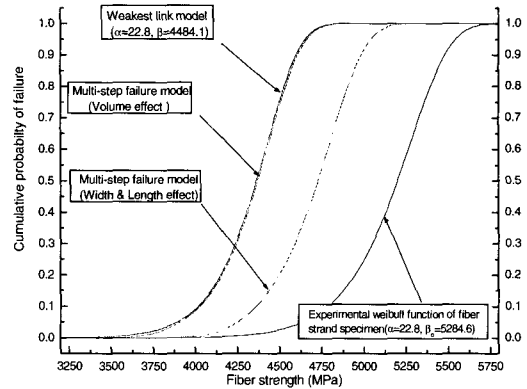


Fig. 8 Comparison of weakest link model and multi-step failure model to predict the fiber strength distribution of unidirectional laminate specimens.

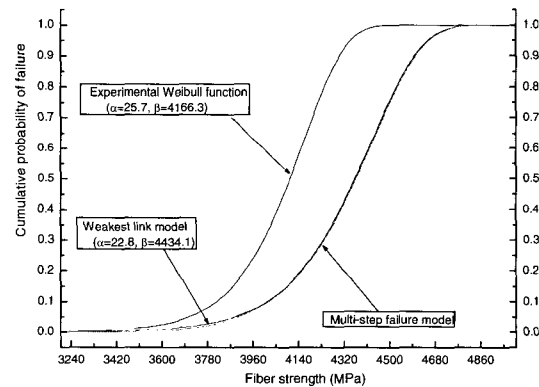


Fig. 9 Comparison of experimental Weibull function and analytical function obtained by the weakest link model and multi-step failure model for unidirectional laminate specimens.

Fig. 8은 최약 링크 파손 모델과 다 단계 연속 파손 이론으로 예측한 섬유 시편 강도 기준의 한 방향 복합재 인장 섬유 강도 분포로서 2개 이론으로 예측한 강도 분포가 비교적 비슷하게 나타났다. 즉 2-3장에서 설명한 바와 같이 섬유 시편 강도의 웨이블 형상 파라미터가 22.8이고, 섬유 시편과 한 방향 복합재 시편간의 부피 차이도 50 이상으로 비교적 큼으로 인해 이들 이론간의 강도 분포 차이는 거의 발생되지 않았다. 다 단계 연속 파손 이론인 경우, 폭과 길이만 고려했을 경우엔 약 10%, 그리고 두께만 고려했을 경우엔 약 8%의 웨이블 척도 파라미터의 저하가 발생하여 전체적으로 약 18%의 강도 저하를 나타내고있다. Fig. 9는 이론적으로 예측한 한 방향 복합재 인장 시편의 섬유 강도 분포와 시험 결과로부터 구한 강도 분포를 비교한 것으로서, 시험치가 약 6% 정도 강도저하가 더 발생하였지만 거의 근접한 강도 분포를 보여주었다.

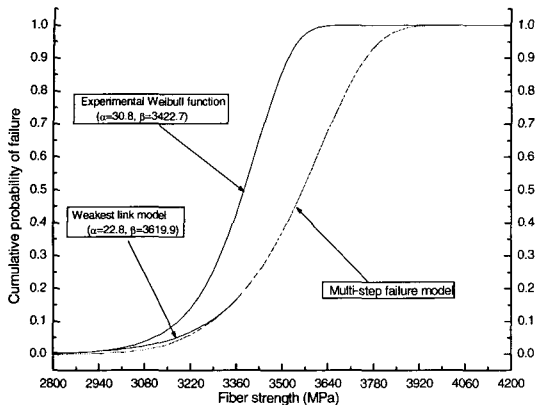


Fig. 10 Comparison of experimental Weibull function and analytical function obtained by the weakest link model and multi-step failure model for hoop layers in pressure vessel.

Table 4 Comparison of experimental distribution with predicted distribution for Weibulls parameter (Unit : MPa)

	FRP 0° Specimen		Hoop plies	
	α	β	α	β
Experimental distribution	25.7	4166	30.8	3422
Predicted distribution	22.8	4434	22.8	3619

또한 형상 파라미터도 시험치와 이론 치가 각각 25.7과 22.8로서 비교적 유사한 값을 보였다. 이상의 시험치와의 비교를 통해 이론식이 비교적 실제 시험치와 근접한 결과를 보여 줌으로서, 이들 이론을 이용한 압력 용기의 후프 층 섬유 인장 강도를 예측하였다. Fig. 10은 최약 링크 파손 모델과 다 단계 연속 파손 이론으로 예측한 섬유 시험 강도 기준의 후프 층 섬유 인장 강도 분포로서, 실제 압력 용기의 시험치와는 웨이블 함수의 척도 파라미터로 볼 때 약 5%로서 비교적 유사한 결과를 보였으나, 시험값의 형상 파라미터가 30.8로서 이론값과 비교적 큰 차이를 보였다. 그러나 시험치인 경우 시험 수량이 8개로서 분포 함수를 구성하기에는 작은 수량이고 확률적으로도 전체를 대변한다고 볼 수 없기 때문에, 자료의 분포 상태를 의미하는 웨이블 형상 파라미터가 차이를 보인 것으로 생각된다. 여러 문헌에서 언급한 바와 같이 최약 링크 파손 이론인 경우 실제 강도 저하 보다 더 과대 평가하는 경향이 있음을 지적했는데도 불구하고, 예상과는 다르게 본 연구의 한 방향 복합재 인장 시험과 압력 용기의 시험치가 이론치보다 작은 섬유 인장 강도 분포를 보였다. 그 이유는 여러 가지 원인이 있을 수 있으나 시험 및 압력 용기 제작 시 제작 공정 변수의 영향이 크게 작용된 것으로 생각된다.

이상의 결과로부터 본 연구에 적용한 카본/에폭시 소재인 경우 웨이블 형상 파라미터가 20 이상으로서 최약 링크 파손 이론과 다 단계 연속 파손 이론간의 차이가 크지 않으므로, Table 4와 같이 계산이 비교적 단순한 최약 링크 파손 이론으

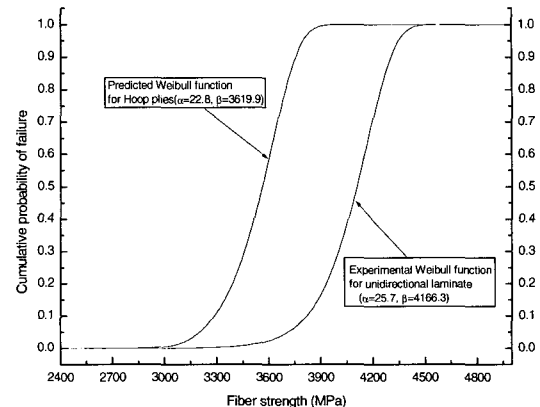


Fig. 11 Comparison of the experimental Weibull function of unidirectional laminate and the predicted Weibull function of hoop plies in pressure vessel.

로 섬유 인장 강도를 기준으로 한 섬유 인장 강도 분포를 비교하였다. 섬유 시험 인장 강도를 기준으로 볼 때 한 방향 복합재 시험은 약 15%, 압력 용기의 후프 층은 약 30%의 섬유 강도가 저하됨을 알 수 있다.

만약 섬유 강도의 90% 신뢰도를 복합재 압력 용기의 구조 강도 설계 값으로 이용한다면, Fig. 11에서 보듯이, 기존 방법인 시험 시험 결과는 약 3817.1 MPa이고, 크기 효과를 고려한 후프 층의 섬유 강도는 약 3285.5 MPa로서 약 16%의 강도 차이가 발생함을 알 수 있다. 즉 시험을 통해 구한 한 방향 복합재 시험의 섬유 강도를 직경 10 in의 복합재 압력 용기 설계에 이용한다면, 설계 초기부터 약 16%의 안전을 감소가 발생한다고 할 수 있다.

5. 결론

복합재 압력 용기 구조 설계의 중요한 설계 값인 섬유 강도 전이율 값을 최약 링크 파손 이론과 다 단계 연속 파손 이론을 이용하여 크기 효과로 제시하였다. 탄소 섬유 (T800) 인장 강도의 웨이블 형상 파라미터가 20 이상으로서, 최약 링크 파손 모델과 다 단계 연속 파손 모델 간의 섬유 강도 분포 차이는 거의 발생하지 않았다. 해석으로 예측한 한 방향 복합재 시험과 후프 층 섬유 강도 분포가 이론 치와 비교하여 10% 이내로 좋은 일치율을 보였다. 섬유 인장 시험 강도를 기준으로 한 방향 복합재 섬유 강도는 약 16%, 압력 용기의 후프 층 섬유 강도는 약 32%의 강도 저하가 예측되었다. 이와 같이 소형 압력 용기에서 검증된 크기 효과식을 통해 대형 구조물의 섬유 강도 예측이 가능하여, 보다 큰 신뢰성을 갖는 복합재 구조물의 설계가 가능할 것으로 생각된다. 이러한 섬유 강도의 크기 효과는

소재 및 제작 공정 변화에 따라 바뀌는 변수 값이면서, 구조물 구조 안전성과 직접 관련되므로 소재 및 작업 환경이 바뀌면 반드시 시험과 해석을 통해 규명되어야 하는 중요 설계 값이다.

참고문헌

- 1) Pierce F.T., Tensile test for cotton yarns V. "The weakest link theorems on the strength of long and short composite specimens," *Journal of the textile institute transactions*, Vol. 17, 1926, pp. 355-368.
- 2) Weibull W., "A statistical theory of the strength of materials," *Ingen. Handlingar*, 1939, pp. 1-29.
- 3) Bullock R.E., "Strength ratios of composite materials in flexure and in tension," *Journal of composite materials*, Vol. 8, 1974, pp. 200-206.
- 4) Harlow G. and Phoenix S.L., "The chain of bundles probability model for the strength of fibrous materials. I : analysis and conjectures," *Journal of composite materials*, Vol. 12, 1978, pp. 195-214.
- 5) Gurvich M.R. and Pipes R.B., "Strength size effect of laminated composites," *Composite science and technology*, Vol. 55, 1995, pp. 93-105.
- 6) Tabiei A. and Sun J., "Statistical size effect of laminated composite materials," *Composite structures*, Vol. 46, 1999, pp. 209-216.
- 7) Tabiei A. and Sun J., "Analytical simulation of strength size effect in composite materials," *Composites, Part B: engineering*, Vol. 31, 2000, pp. 133-139.
- 8) Cohen D., "Application of reliability and fiber probabilistic strength distribution concepts to composite vessel burst strength design," *Journal of Composite Materials*, Vol. 13, 1992, pp. 1984-2014.
- 9) Hitchon J.W. and Phillips D.C., "The effect of specimen size on the strength of CFRP," *Composites, Part B, Engineering*, Vol. 9, 1978, pp. 119-24.
- 10) Ang A.H.S. and Tang W.H., *Probability concepts in engineering planning and design basic principles*, 1975, Wiley.
- 11) Bergman, B., "Estimation of weibull parameters using a weight function," *Journal of material science lett.*, Vol. 5, 1986, pp. 611-614.
- 12) Jenson B. and Trask B., "Determining laminate strain from nonlinear laminar moduli," *AIAA*, 90, 1971.
- 13) Newhouse N.L. and Humphery W.D., "Development of the standard test and evaluation bottle(STEB)," *SAMPE Journal*, March/April, 1986.
- 14) Humphery W.D. and Newhouse N.L., "The standard test & evaluation bottle(STEB) five years later," *SAMPE Journal*, July/August, 1986.
- 15) 황태경, 정현조, 정상기, 정발, "필라멘트 와인딩 복합재 압력 용기의 파열 압력 향상에 관한 연구", 한국복합재료 학회지, 제8권 3호, 1995, pp. 84-93.
- 16) Hwang T.K., Jung S.K., Doh Y.D., Cho W.M. and Jung B., "The Performance Improvement of Filament Wound Composite Pressure Vessels," *SAMPE 2000*, May 21-25, 2000, pp. 1427-1438.