

## 論文

## 복합재료 교량 바닥판의 주행속도에 따른 동적응답 평가

천경식<sup>\*,+</sup>, 장석윤<sup>\*</sup>**Estimation of Dynamic Response of Advanced Composite Material Decks for Bridges  
Application under Various Vehicle Driving Velocities**Kyoung-Sik Chun<sup>\*,+</sup>, Suk-Yoon Chang<sup>\*</sup>**ABSTRACT**

Applications of advanced composite material in construction field are tending upwards and development of all composite material bridges is making progress rapidly in home and abroad due to their high strength to weight ratio. This paper formulated the dynamic responses of the laminated composite structures subjected to moving load and analyzed the various dynamic behaviors using the finite element method. The nondimensionalized natural frequencies of a simply supported square-laminated composite plate are considered for verifications. Mode superposition and Newmark direct integration method are applied for moving load analysis. For structural models, dynamic magnification factor calculated for various velocities of the moving load and displacements characteristics of laminated composite structures due to the moving load are investigated theoretically. Numerical results are presented to study the effects of lamination scheme, stacking sequence, and fiber angle for laminated composite structures during moving load. The various results on moving load and lamination through numerical analysis will present an important basic data for development and grasp the behavior of all composite material bridges.

**초 록**

복합신소재의 건설분야 적용은 확대되고 있는 추세이고, 높은 비강도비를 지닌 복합신소재 교량바닥판의 개발은 국내외에서 활발히 진행되고 있다. 본 연구의 목적은 이동하중을 받는 비등방성 복합재료 적층판의 동적응답을 정식화하고, 유한요소법을 사용하여 적층에 따른 동적거동특성을 분석하는 것이다. 수치해석 모델에 대해서 이동하중의 속도를 증가시키면서 동적확대계수를 계산하였다. 또한 적층형식 및 순서, 섬유 보강각도 등의 변화에 따른 동적거동특성을 분석하였다. 본 연구 프로그램의 타당성을 확보하기 위해 휨과 자유진동해석에 관한 기존 문헌결과와 비교하여 검증하였다. 또한 이동하중에 의한 동적해석에 대해 모우드 중첩법과 Newmark 직접적분법을 사용하였다. 이러한 이동하중과 적층수, 적층순서 및 섬유 보강각도에 따른 수치해석 결과는 완전 복합신소재 교량 바닥판을 개발하는데 있어서 중요한 기초자료로 제시될 수 있을 것이다.

**Key Words** : 이동하중(moving load), 복합적층(composite laminates), 동적응답(dynamic response), 동적확대계수(dynamic magnification factor)

<sup>\*,+</sup> 서울시립대학교 토목공학과 대학원, 교신지자(E-mail:namulaa@nate.com)

<sup>\*</sup> 서울시립대학교 토목공학과

### 1. 서론

복합재료는 그 자체의 높은 비강성, 비강도와 내구성 등의 특징을 갖고 있으며, 재료의 역학적인 성질에서 발생하는 구조적인 단점을 보완하여 필요한 강도와 강성을 갖도록 배치함으로써 구조적인 효율성을 높일 수 있는 장점을 지니고 있다. 미국, 일본, 유럽 등의 선진국에서는 섬유강화 복합재료를 교량, 건물, 판로 등의 건설분야에 응용하려는 연구가 10여 년 전부터 활발히 진행되어 왔다. 미국은 ASCE에서 FRP 구조설계 지침서를 1984년에 제정하였으며, 유럽에서는 1996년에 복합재료 구조물 설계, 제작, 시공법에 관한 표준지침서(EUROCODE, 1996)를 제정, 교량 상부구조 등에 이용하는 기술을 개발하여 시험 적용하였다. 최근에는 국내에서도 교량 적용용 구조데크가 개발되어 가교에 이용되고 있으며[1], 전부 유리섬유 보강 폴리에스터와 비닐에스터 폴리머 복합재료를 이용한 고강도 복합신소재 교량을 법정도로에 국내최초로 건설하기도 하였다[2,3]. 그러므로, 복합재료 구조를 교량상부구조로써 효과적으로 사용하기 위해서는 이동하중에 대한 동적응답의 확실한 이해와 충분한 연구가 수행되어야 하며, 변형특성에 대한 정확한 지식이 필요하다.

기존의 연구내용을 보면 이동하중을 받는 거더교의 동적응답은 다양한 방법으로 연구되었으나 이동하중을 받는 복합적층 판의 연구는 미진한 실정이다. 판구조의 동적거동은 Hamilton이 질량에 의한 동적효과를 고려한 동적평형방정식의 해법을 제시하면서, 이동하중에 의한 동적응답에 대한 연구가 시작되었다[4-6]. 1990년대에 들어오면서 Taheri[7]과 Cifuentes[8]는 이동하중 속도와 이동질량 크기에 의한 동적거동특성을 분석하였다. Saadeghvaziri[9]는 상용프로그램을 이용하여 이동하중에 의한 동적효과를 계산하였고 이를 실제 설계에 적용시키는 방법을 제시하였다. 복합재료 거더교의 연구를 보면 Hollaway와 Thorne[10]은 유한요소법을 사용하여 다공질 박스단면을 해석하였으며, Chamis와 Murthy[11]는 섬유 보강된 박스단면을 갖는 보의 설계를 위한 근사해법에 근거한 단계적인 사전절차를 제시하였다. Sotiropoulos 등[12]은 복합재료로 이루어진 구조체를 해석하는데 있어서 해석적인 방법의 비효율성과 함께 전단지연(shear lag) 현상을 고려한 단순해법의 필요성을 제시하였다. 이 전에 Datoo[13]는 복합재료 박스단면을 갖는 보의 단순해석절차를 개발하였으나, 이는 기하학적 형상 및 재료특성이 서로 대칭적으로 이루어진 경우로 국한되었다. Rehfield 등[14]과 Wu와 Sun[15]는 폐합단면을 갖는 적층보의 비고전적인 거동에 관한 연구를 하였다. 그러나 이는 모두 항공분야에서 적용되는 구조물로서 토목 등의 건설분야에 대한 연구는 미비한 실정이며, 정적, 자유진동, 좌굴해석만 이루어져 있다. 그러므로 본 연구는 판요소를 적용하여 복합재료 교량바닥판의 이동하중에 의한 동적응답을 규명하고자 한다.

본 연구는 이동하중에 의한 복합재료 교량 바닥판의 처짐을 분석하고, 적층수, 적층순서 및 섬유 보강각도 등의 변화에 따른 동적거동특성을 파악하고자 한다. Vinson과 Chou[16]에 의해 제시된 가중치 함수식(weighing function)을 적용하여 두께방향에 대한 전단응력분포를 포물선으로 고려하였다. 또한 전단잠김현상(shear locking phenomenon)을 제거하기 위하여 적용되던 선택적 감차적분이 가상적인 제로에너지모드(spurious zero-energy mode)를 발생시킬 수 있으므로 대체전단변형률(substitute shear strain)을 사용하여 정식화하였다. 이동하중에 의한 동적해석은 Newmark 직접적분법(Newmark direct integration)과 모드중첩법(mode superposition method)을 사용하였으며, 이동하중은 변위형상 함수를 사용하여 절점하중으로 변환하여 적용하였다.

### 2. 기본이론

#### 2.1 변위장 및 지배방정식

1차전단변형을 고려한 Reissner-Mindlin 판 이론의 기본 가정은 Kirchhoff의 가정에 의한 고전판 이론에서의 가정을 약간 완화시켜 변형전 판의 중립면에 수직인 단면이 변형 후에는 중립면에 수직하지 않아도 된다. 2차원 적층판의 기하학적 형상은 Fig. 1에 나타내었으며, 이러한 조건들을 만족하는 변위장은 식 (1)과 같다.

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) + z\phi_x(x, y) \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) + z\phi_y(x, y) \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \tag{1}$$

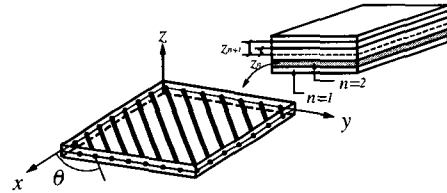


Fig. 1 Laminate geometry with positive set of lamina/laminate reference axes, fiber orientation.

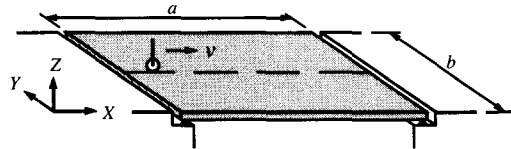


Fig. 2 Composite Bridge Deck under moving loads.

여기서,  $u_0, v_0$ 와  $w_0$ 는 각각 중립면의 한 점( $x, y$ )에서의 면내변위와 횡방향 변위를 나타내며,  $\phi_x$ 와  $\phi_y$ 는 각각  $y$ 축과  $x$ 축에 대한 중립면의 회전각을 의미한다. 미소변형이론에 의하여 고차항을 무시하고 전단변형효과를 고려한 변형률-변위와의 관계는 식 (2)와 같이 나타낸다.

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x^o \\ \epsilon_y^o \\ \epsilon_{xy}^o \\ \gamma_{yz}^o \\ \gamma_{xz}^o \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

여기서,  $\epsilon, \gamma$ 와  $\kappa$ 는 면내변형률, 전단변형률 및 휨에 의한 곡률을 의미하고, 윗첨자  $o$ 는 중립면에서의 변형률을 의미하며 식 (3)과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x^o \\ \epsilon_y^o \\ \epsilon_{xy}^o \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_{o,x} \\ v_{o,y} \\ u_{o,y} + v_{o,x} \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \phi_x \\ \phi_y \\ \phi_y + \phi_x \end{Bmatrix},$$

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^o \\ \gamma_{xz}^o \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \phi_y + w_{,y} \\ \phi_x + w_{,x} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

1차전단변형을 갖는 적층판의 동적평형방정식을 유도하고자 Hamilton 이론을 적용, 정리하면 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} N_{x,x} + N_{xy,y} &= I_o \ddot{u}_o + I_1 \ddot{\phi}_x \\ N_{xy,x} + N_{y,y} &= I_o \ddot{v}_o + I_1 \ddot{\phi}_y \\ Q_{x,x} + Q_{y,y} &= I_o \ddot{w}_o \\ M_{x,x} + M_{xy,y} - Q_x &= I_1 \ddot{u}_o + I_2 \ddot{\phi}_x \\ M_{xy,x} + M_{y,y} - Q_y &= I_1 \ddot{v}_o + I_2 \ddot{\phi}_y \end{aligned} \quad (4)$$

식 (4)의  $I$ 는 식 (5)와 같이 정의하며,  $\rho$ 는 재료의 비중을 의미한다.  $N$ 은 면내력,  $M$ 은 모멘트,  $Q$ 는 전단력으로 식 (6)과 같이 구한다. 이때  $\bar{Q}_{ij}^{(k)}$ 는  $k$ 번째 층에 대해서 재료축의 탄성 강도를 좌표변환을 수행하여 구성한 구조축의 탄성 강도이다.

$$(I_o, I_1, I_2) = \int_{-h/2}^{h/2} \rho^{(k)}(1, z, z^2) dz \quad (5)$$

$$\begin{Bmatrix} N_i \\ M_j \\ Q_k \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{ij} & B_{ij} & 0 \\ B_{ij} & D_{ij} & 0 \\ 0 & 0 & E_{ij} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon^o \\ \kappa \\ \gamma^o \end{Bmatrix} \quad (6.1)$$

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \int_{-h/2}^{h/2} \bar{Q}_{ij}^{(k)}(1, z, z^2) dz \quad (i, j = 1, 2, 6) \quad (6.2)$$

$$(E_{ij}) = \frac{5}{4} \int_{-h/2}^{h/2} \bar{Q}_{ij}^{(k)} \left[ 1 - \left( \frac{z}{h/2} \right)^2 \right] dz \quad (i, j = 4, 5) \quad (6.3)$$

여기서,  $A_{ij}, B_{ij}, C_{ij}, D_{ij}$ 는 단면력과 변형률의 관계를 나타내기 위하여 사용하는 강성값으로 각각 인장, 연계, 휨 강성행렬을 의미하며, 식 (6.2), (6.3)과 같이 구조축의 탄성 강도를 적층 단면의 전체 두께에 대하여 적분하여 계산한다. 이 때의 전단강성에는 1차전단변형에서 일반적으로 사용하는 전단보정계수 5/6을 사용하지 않고, Vinson과 Chou[16]가 제시한 가중치 함수식(weighting function)을 전단강성행렬에 적용하였다. 개선된 1차전단변형이론은 두께 방향에 대한 전단응력분포를 포물선으로 가정함으로써 판의 상, 하면에서의 경계조건을 만족하고, 실제 분포와 매우 흡사하여 보다 더 정확한 결과를 얻을 수 있다.

### 2.2 대체전단변형률과 비적합모드

본 연구는 전단잠김현상을 제거하기 위하여 적용되던 선택적 감차적분이 계층의 부족으로 인하여 가상적인 제로에너지 모드를 발생시킬 수 있으므로 대체전단변형률을 사용하여 정식화하였다. 대체전단변형률은 Hinton과 Huang[17]이 제시한 방법으로 전단변형률을 수직변위의 미분형태가 아닌, 수직변위와는 독립적인 보간함수(interpolation function)로 가정하는 방법이다. 전단잠김을 제거하기 위해서는 좌표계내의 전단변형률이 0이 되어야 한다. 가정된 전단변형률은 다음과 같다.

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \theta_x = \frac{1}{|J|} \left\{ \frac{\partial y}{\partial \eta} (P_\xi) - \frac{\partial y}{\partial \xi} (P_\eta) \right\} \quad (7.1)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \theta_y = \frac{1}{|J|} \left\{ \frac{\partial x}{\partial \xi} (P_\eta) - \frac{\partial x}{\partial \eta} (P_\xi) \right\} \quad (7.2)$$

$$P_\xi = \frac{\partial w}{\partial \xi} + \theta_x \frac{\partial x}{\partial \xi} + \theta_y \frac{\partial y}{\partial \xi} \quad (8.1)$$

$$P_\eta = \frac{\partial w}{\partial \eta} + \theta_x \frac{\partial x}{\partial \eta} + \theta_y \frac{\partial y}{\partial \eta} \quad (8.2)$$

$P_\xi$ 와  $P_\eta$ 는 각각  $\theta_x, \theta_y$ 을  $\xi$ 방향과  $\eta$ 방향에 대하여 평균값을 취하여 수정한다. 수정된  $\tilde{P}_\xi$ 와  $\tilde{P}_\eta$ 는 식 (9)와 같다. 이를 식 (7)에 대입하면 최종적인 대체전단변형률을 구할 수 있고, 전단변형률에 대한 새로운 변형률-변위관계 행렬을 유도하여 강성행렬을 구성할 수 있다.

$$\tilde{P}_\xi = \frac{\partial w}{\partial \xi} + \frac{1}{2}\Theta_x T_1 V_x + \frac{1}{2}\Theta_y T_1 V_y \quad (9.1)$$

$$\tilde{P}_\eta = \frac{\partial w}{\partial \eta} + \frac{1}{2}\Theta_x T_2 V_x + \frac{1}{2}\Theta_y T_2 V_y \quad (9.2)$$

4절점 등매개변수 요소(4-node isoparametric element)는 요소의 형상과 사용성에서 매우 간단하고 편리하지만, 결정적인 결점을 가지고 있다. 휨 문제에 있어서 지나치게 강하다는 것이다. 본 연구에서는 거동개선을 위해 비적합 변위모드(incompatible displacement mode)를 사용하였다. 비적합 변위모드는 각 절점에서 정의된 변위형상함수로 표현되는 원래의 변위형태에 새로운 변위모드를 추가하여 전단변형모드로 제약된 변위모드를 풀어주어 실제 변위에 가까운 변위로 복원하는 것이다[18]. 4절점 등매개변수 요소에 사용 가능한 기본적인 비적합 변위모드는 식 (10)과 같다.

$$\bar{N}_1 = 1 - \xi^2 \quad (10.1)$$

$$\bar{N}_2 = 1 - \eta^2 \quad (10.2)$$

$$\bar{N}_3 = (1 - \xi^2)(1 - \eta^2) \quad (10.3)$$

본 연구에서는 휨 거동을 개선하기 위하여 회전변위성분에, 면내거동 거동을 개선하기 위하여 면내변위성분에 식 (10)의 비적합 변위모드중  $N_1$ ,  $N_2$ 을 고려하였다. 여기서, 등방성 판요소에서는 발생하지 않는 면내변위는 임의의 보강각도로 적용된 비등방성 판요소에서는 반드시 자유도로 추가해야 한다.

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \left( \frac{1}{J(\xi, \eta)} \sum_{a=1}^2 \frac{\partial \bar{N}_j}{\partial \xi_a} J_{ja}^{-1}(0,0) \right) J(\xi, \eta) d\xi d\eta = 0 \quad (11)$$

일반적으로 비적합 변위모드의 사용은 요소간의 변위적합성(displacement compatibility)을 만족하지 못하므로 일정 응력상태에서 비적합 변위모드에 의한 변형에너지가 소거되도록 해야 한다[19]. 이를 위해 Taylor방법의 개념[20]에 B-bar방법의 개념[21,22]을 결합하여 비적합변위형의 미분값을 보정하는 방법인 CCL방법의 개념[23]을 사용하였다. 즉, Jacobian 행렬  $J(\xi, \eta)$  대신  $\xi = \eta = 0$ 에서의 Jacobian 행렬  $J(0,0)$ 의 역행렬을 비적합변위모드의 미분에 적용하여 식 (11)과 같이 구성한다.

### 3. 이동하중벡터

이동하중벡터를 처리하는 방법에는 Green의 영향함수를

사용하는 방법, Dirac의 충격함수를 이용하는 방법, 또는 시간함수를 적용하는 방법, 변위형상함수를 이용하는 방법 등으로 구분된다. 본 연구에서는 유한요소에서 적용하는 변위형상함수를 이용하여 절점하중벡터를 계산하여 임의의 이동하중을 손쉽게 적용할 수 있는 방법을 적용하였다. 식 (12)와 같이 변위형상함수를 이용하여 일정한 크기의 이동하중을 절점하중  $\{R_c\}$ 로 변환하여 계산한다.

$$\{R_c\} = [N]^T \{P\} \quad (12)$$

$$[K]\{\Delta\} + [M]\{\dot{\Delta}\} = \{F\} \quad (13)$$

여기서,  $\{P\}$ 는 이동하중의 크기로 구성된 하중벡터이고,  $[N]$ 는 변위형상함수에 하중위치를 대입한 행렬이다. 임의의 속도로 이동하는 하중에 의한 동적거동을 분석하는 문제를 강제진동해석이라 할 수 있다. 강제진동해석은 Newmark 직접적분법에 의해 변위, 속도, 가속도의 변화를 가정하여 동적평형방정식 식 (13)의 해를 구한다. 시간증분량을 고려하여  $\Delta t$ 에서의 변위, 속도를 가정하면 식 (14)와 같다.

$$\{\dot{\Delta}\}_{n+1} = \{\dot{\Delta}\}_n + [(1 - \alpha)\{\dot{\Delta}\}_n + \alpha\{\dot{\Delta}\}_{n+1}]\Delta t \quad (14)$$

$$\{\Delta\}_{n+1} = \{\Delta\}_n + \{\dot{\Delta}\}_n \Delta t + \left[ \left( \frac{1}{2} - \beta \right) \{\dot{\Delta}\}_n + \beta \{\dot{\Delta}\}_{n+1} \right] (\Delta t)^2$$

여기서,  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 적분의 정확성과 안정성을 지배하는 인수로써, 일반적으로  $\alpha=1/2$ 와  $\beta=1/4$ 이면 Unconditionally stable 조건을 만족한다. 식 (13)과 식 (14)을 재정렬함으로써 식 (15)과 같이  $n+1$ 번째 시간단계에서의 이동하중을 받는 복합적중판의 동적평형방정식을 구할 수 있다.

$$[\bar{K}]\{\Delta\}_{n+1} = \{\bar{F}\} \quad (15)$$

여기서,

$$[\bar{K}] = [K] + a_0[M],$$

$$\{\bar{F}\} = \{F\}_{n+1} + [M]\{a_0\{\Delta\}_n + a_1\{\dot{\Delta}\}_n + a_2\{\ddot{\Delta}\}_n\},$$

$$a_0 = \frac{1}{\beta \Delta t^2}, \quad a_1 = a_0 \Delta t, \quad a_2 = \frac{1}{2\beta} - 1$$

식 (15)에서 구한  $n+1$ 번째 시간단계에서의 변위를 식 (14)에 대입하여, 시간에 대한 1차, 2차 미분값 즉,  $n+1$ 번째 시간단계에서의 속도와 가속도를 구하면 식 (16)과 같다.

$$\{\ddot{\Delta}\}_{n+1} = a_0 (\{\Delta\}_{n+1} - \{\Delta\}_n) - a_1 \{\dot{\Delta}\}_n - a_2 \{\ddot{\Delta}\}_n$$

$$\{\dot{\Delta}\}_{n+1} = \{\dot{\Delta}\}_n + a_3 \{\dot{\Delta}\}_n + a_4 \{\ddot{\Delta}\}_{n+1} \quad (16)$$

여기서,  $a_3 = (1-\alpha)\Delta t$ ,  $a_4 = \alpha\Delta t$  이다. 본 연구에서는 동적 거동 분석시 감쇠효과는 고려하지 않는다. 이는 감쇠구조계에 대한 동적응답은 비감쇠 구조계에 대한 동적응답에 비해 적 으며 하중이 재하되는 초기시간에만 나타나므로, 동적하중에 의한 지속상태 동적응답이 더욱 지배적이기 때문이다.

### 4. 수치해석 및 결과분석

본 연구에서 작성한 프로그램의 타당성을 검증하기 위하여 힘과 자유진동해석을 수행하여 참고문헌의 결과와 비교하였고, 수렴도를 분석하였다. 특히, 자유진동해석에 의한 고유진 동수는 재료적 특성과 기하학적 조건에 따라 달라지는 물리 적 인자로 구조물의 동적특성을 파악하는 중요한 판단기준이 된다. 정적처짐 및 고유진동수의 비교를 통해 프로그램의 타 당성을 검증하였고, 이를 근거로 이동하중을 받은 복합재료 교량바닥판의 동적거동특성을 이동하중의 속도, 적층수, 적층 배열, 보강각도 등의 다양한 조건에 따라 분석하였다. 이동하 중은 DB-13.5의 표준트럭하중으로 각 축하중을 24 ton의 집중 하중으로 환산하여 설정하였다. 기본적인 적층요소는 동일한 두께와 재료를 가진 4개의 층으로 구성하고, 각 층의 재료물 성치는 Graphite/Epoxy로 다음과 같다.

Graphite/Epoxy T300/934

$$E_1 = 131 \times 10^9 \text{ N/m}^2, E_2 = 10.34 \times 10^9 \text{ N/m}^2$$

$$G_{12} = G_{23} = 6.895 \times 10^9 \text{ N/m}^2,$$

$$G_{13} = 6.205 \times 10^9 \text{ N/m}^2,$$

$$\nu_{12} = 0.22, \rho = 1627 \text{ kg/m}^3$$

동적확대계수는 이동하중에 의해 발생하는 동적응답을 나타내는 지수로, 최대정적응답에 대한 최대동적응답의 비 로 다음과 같이 정의한다.

$$DMF = \frac{\text{maximum dynamic response}}{\text{maximum static response}}$$

#### 4.1 프로그램 검증

유한요소모델은 이동하중을 받는 적층판으로 정적 및 자유 진동해석을 통해 구조강성행렬과 구조질량행렬이 제대로 구 현되었는지 검증할 필요가 있다. 두께방향으로 구간연속인 변 위함수를 사용하는 Layerwise이론[24]과 종방향 수직변형률/응 력의 효과와 종방향 뒤틀림이 고려된 3차원 고차이론[25], 단 순화된 고차전단변형이론[26] 그리고 전단보정계수 5/6을 사용 한 1차전단변형이론[27]의 결과들과 비교하였다. 해석모델은 4

변 단순지지된 적층판이고, 적용한 재료물성치는 직교이방성  $E_1/E_2=40$ ,  $G_{12}=G_{13}=0.6E_2$ ,  $G_{23}=0.5E_2$ ,  $\nu_{12}=0.25$ 이다.

Table 1 Nondimensionalized maximum deflections of a simply supported plate under sinusoidal loading ( $a/b=1$ ,  $0/90/0$ ,  $\bar{w} = w h^3 E_2 / (a^4 q_0) \times 100$ )

a/h	Present	GLPT[24]	TSDT[26]	FSDT[27]
4	1.2661	1.2547	1.2394	1.2412
10	0.4601	0.4571	0.4580	0.4541
100	0.2827	0.2832	0.2821	0.2820

Table 2 Nondimensionalized fundamental frequencies of a simply supported plate ( $a/b=1$ ,  $\bar{\omega} = \omega (b^2/h) \sqrt{\rho/E_2}$ )

Laminate	Source	a/h		
		10	20	100
(0/90)	Present	10.4839	11.0902	11.3118
	HSDT[25]	10.4319	11.0663	11.2988
	TSDT[26]	10.5680	11.1052	11.3002
	FSDT[27]	10.4610	11.0639	11.2842
(0/90) <sub>s</sub>	Present	15.0803	17.6444	18.8566
	HSDT[25]	15.1048	17.6470	18.8357
	TSDT[26]	15.1073	17.6457	18.8356
	FSDT[27]	15.1426	17.6596	18.8362

Table 1은 사인하중을 받는 적층판의 폭-두께비에 따른 정적처짐을, Table 2는 폭-두께비에 따른 고유진동수를 비 교하여 나타낸 것으로, 대체적으로 주어진 값과 유사한 분 포경향을 나타내고 있다.

#### 4.2 적층순서 변화

해석모델의 경계조건은 종방향은 단순지지, 횡방향은 자 유단이고, 기하학적 형상은  $b=10$ ,  $a/b=1$ ,  $b/h=50$ 으로 설정하 였다. 적층순서는 두 가지 경우 즉, (0/90)<sub>n</sub>와 [0/(±45)<sub>n</sub>/90]에 대하여  $n$ 을 증가시키면서 이동하중 속도에 의한 동적응답 을 비교, 분석하였다. 이 때 적층수에 따른 각 층별 두께를 동일하게 설정하였다.

Table 3 Maximum deflections by the number of layers ( $cm$ ,  $L1 = (0/90)_n$ ,  $L2 = [0/(\pm 45)_n/90]$ )

Laminate	n	Velocities, km/hr			Static
		20	60	120	
L1	1	0.58093	0.56926	0.82386	0.55178
	2	0.30925	0.33922	0.39084	0.29967
	3	0.28196	0.31303	0.35162	0.27662
	4	0.27353	0.29766	0.33934	0.26939
L2	1	0.53180	0.52246	0.74846	0.50628
	2	0.41336	0.43941	0.58741	0.40271
	3	0.37895	0.40618	0.53403	0.36824
	4	0.36611	0.39521	0.51486	0.35528

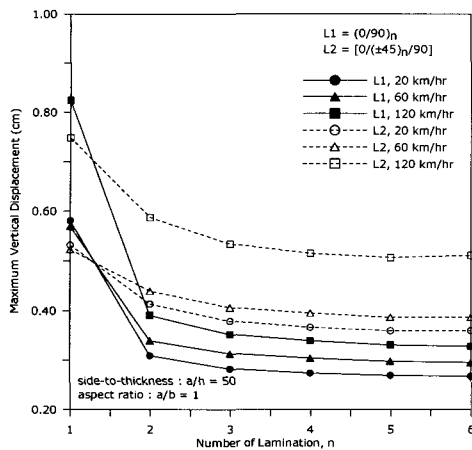


Fig. 3 Maximum deflections by the number of layers.

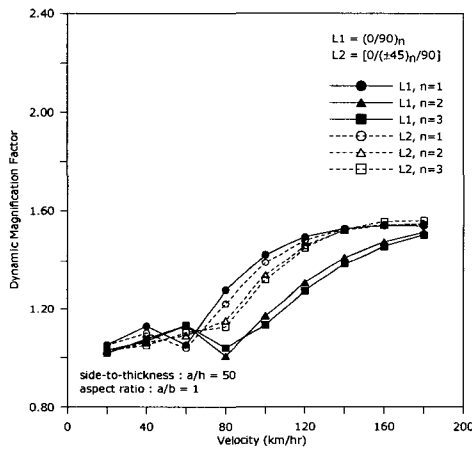
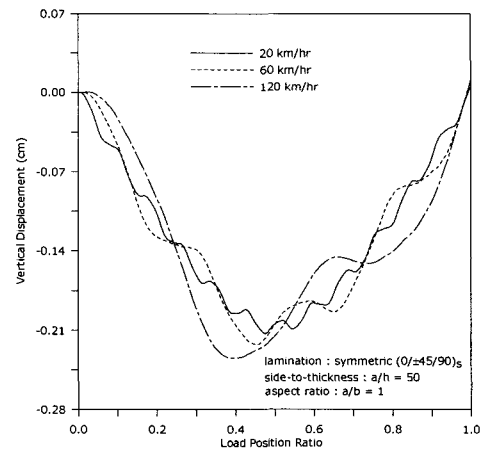


Fig. 4 DMF by the number of layers.

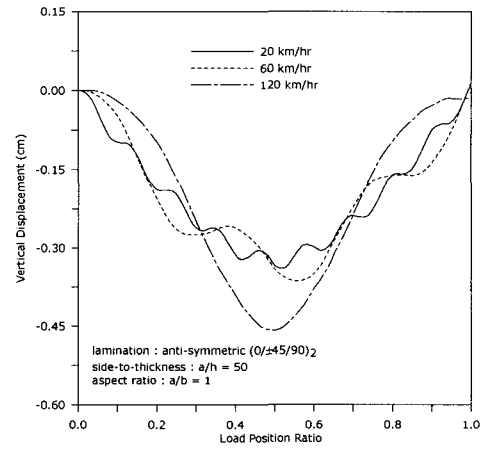


Fig. 5 Dynamic response by symmetric and anti-symmetric lamination conditions.

Table 3과 Fig. 3는 이동속도에 따른 경간 중앙점에서의 최대동적처짐 분포를 비교하여 나타낸 것이다. 적층조건 (0/90)<sub>n</sub>에서 n의 증가에 따른 최대처짐의 감소는 정적응답에서 51.17%, 20km/hr에서 52.92%, 120km/hr에서 58.81%를 보이고 있어 이동속도가 커질수록 점차 적층수에 의한 효과가 두드러진다. 그럼에서 적층조건 [0/(±45)<sub>n</sub>/90]은 이동하중에 의해 정적처짐과 비교하여 30% 이상 크게 발생하였으며, 120km/hr인 경우 n이 4이상에서는 더 이상의 충분한 처짐의 감소효과를 가져다주지 못하고 45% 정도의 거동차이를 유지하고 있다.

Fig. 4은 적층수에 따른 수직처짐에 대한 동적확대계수(DMF)를 나타낸 것이다. 이동속도 60km/hr이하에서는 DMF가 1.0~1.2의 범위에서 고른 분포를 보이지만, 80km/hr 이상에서 (0/90)<sub>n</sub>는 그 외의 경우와 비교하여 DMF가 급격

히 증가하여 최대 21% 이상의 거동차이를 가지며 크게 발생하였다. 또한 고속으로 주행할수록 DMF가 계속적으로 증가하는 것이 아니라 1.6으로 수렴하는 것을 볼 수 있다. 적층수의 변화는 휨-면내력 연계강도와 상관관계가 있으며 이는 적층셀의 기하학적 비선형 해석[28]에서 충분히 검토된 사항으로 이동하중에 의한 동적응답에서도 다시 확인시켜준다. 또한 적층수는 복합적층판의 동적응답에 상당한 영향을 미치고 있으나, 이동속도가 40km/hr미만이거나 160km/hr이상이 되면 동적응답 변화는 그리 크지 않음을 알 수 있다. 복합적층 구조의 교량 적용시 법정도로의 최대차량속도를 고려하여 적정 적층수를 결정하는데 있어서 세심한 주의를 요한다.

다음으로는 중립축을 기준으로 대칭과 역대칭 보강에 대하여 이동하중에 의한 동적응답을 비교하고자 한다. Fig. 5는

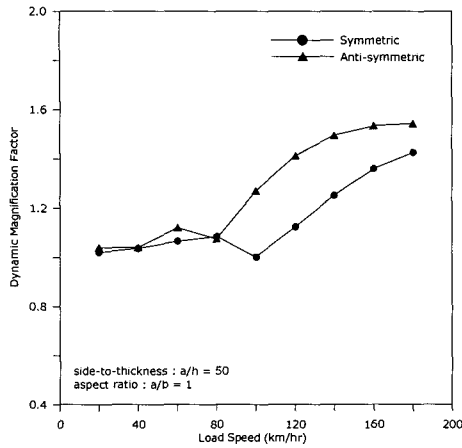


Fig. 6 DMF by symmetric and anti-symmetric lamination conditions.

이동속도별 하중의 재하위치에 따른 대상모델의 경간 중앙점에서 수직처짐에 대한 응답을 나타낸 것이다. 이동하중에 의해 교량이 떨리는 현상을 보이며, 저속에서 고속으로 진행될수록 그 진폭이 크게 발생하며 이는 역대칭에서 보다 현저하게 나타남을 볼 수 있다. 즉, 저속인 20km/hr에서 대칭과 역대칭의 동적응답 차이는 1.5배를 보이지만, 고속으로 진행되면서 120km/hr에서는 2.0배 이상의 차이를 보이고 있으며, 이는 이동속도가 증가할수록 그 차이 또한 커질 것으로 예상된다.

Fig. 6은 적층배열에 따른 이동속도에 의한 DMF의 변화를 나타낸 것이다. 이동속도 80km/hr이하에서 DMF가 대칭과 역대칭 배열에 의한 크게 영향을 받지 않으나, 100km/hr이상에서 역대칭 배열시 DMF가 1.2이상으로 급격하게 증가하였으며, 120km/hr에서 최대 25.7%의 차이를 보였다. 이는 대칭 배열에서 나타나지 않는 식 (6)의 연계강성  $B_{ij}$ 가 0이 아닌 값을 가지게 되고 이로 인해 전체 강성

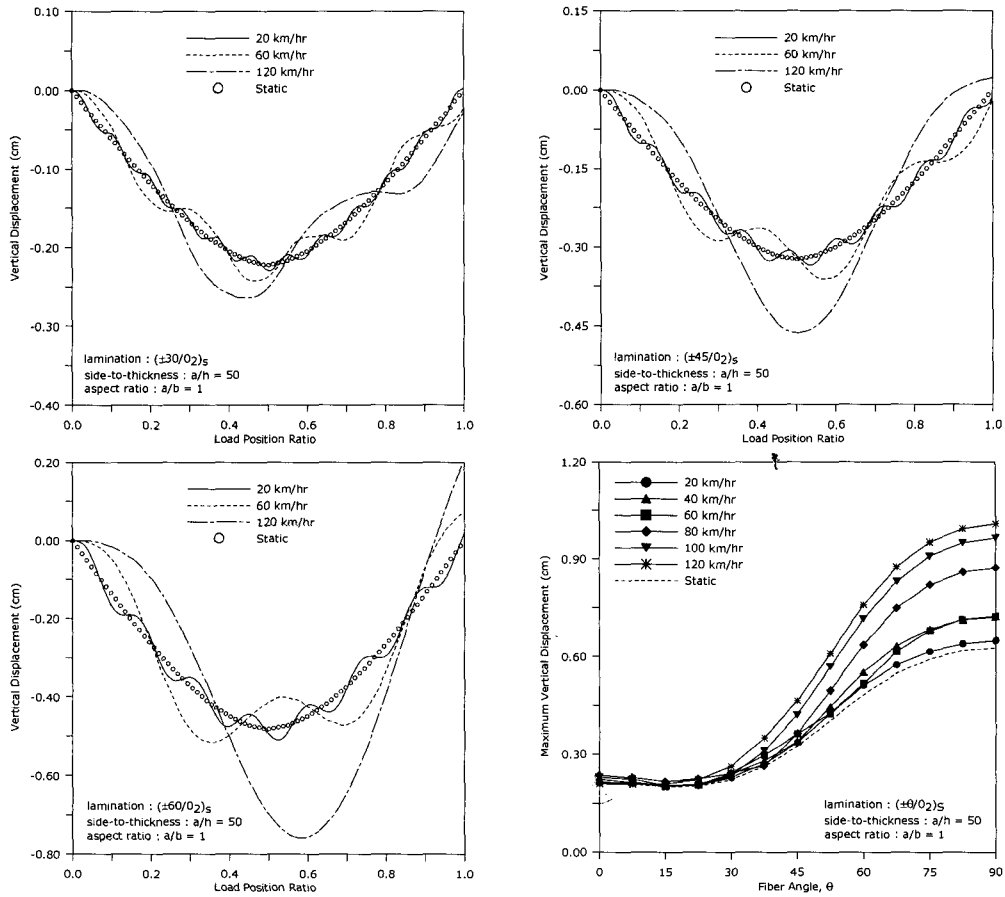


Fig. 7 Dynamic response by fiber reinforced angles.

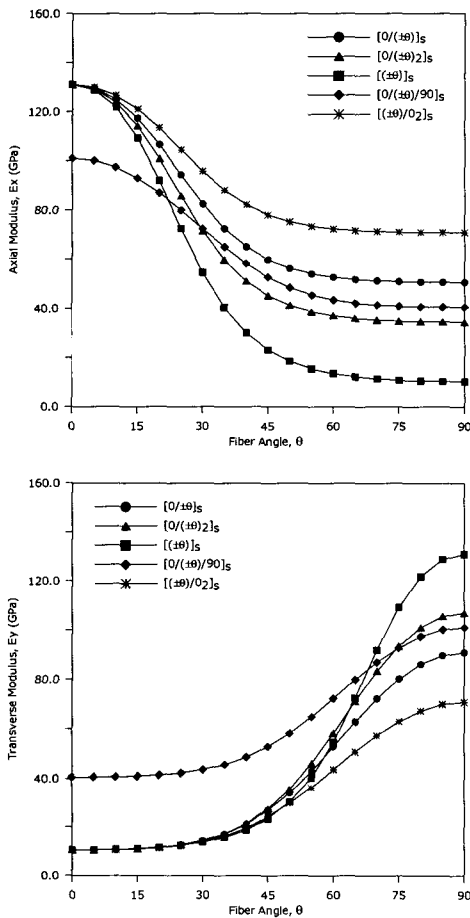


Fig. 8 Elastic modulus by fiber reinforced angles.

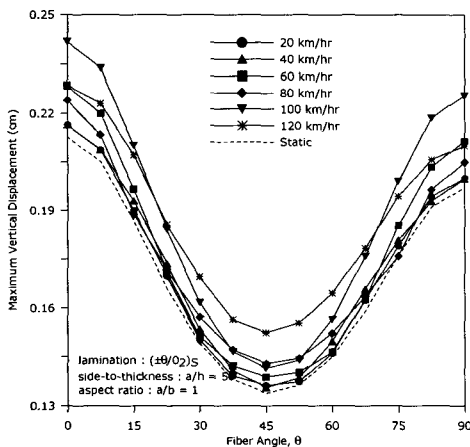


Fig. 9 Maximum deflection by fiber reinforced angles.

에 있어서 차이가 나기 때문으로 보여진다. 대칭 배열은 대략 140km/hr 이상에서 DMF가 1.2를 초과하며, 역대칭 배열과의 거동차이가 점차 감소함을 보이고 있다. 하지만 대칭과 역대칭 배열은 이미 정적처짐에서 35.6%의 거동차이를 보이고 있다는 것과 동적처짐을 정적처짐과 비교한 결과 대칭 배열은 42.56%, 역대칭 배열은 54.32% 정도 크게 발생하고 있다는 것을 고려해 볼 때 대칭배열조건은 정적 및 동적 안정성을 충분히 확보할 수 있을 것이다. 또한 복합재료 적층판의 동특성 변화는 적층수보다 적층배열과 이동속도의 상호작용에 크게 영향을 받는다는 것이다.

### 4.3 섬유 보강각도 변화

비등방성 성질을 갖는 복합적층 구조는 섬유 보강각도에 따라 전체적인 강성이 달라지므로 역학적 거동이 예측하기에 복잡하다. 본 절에서는 섬유 보강각도 변화에 따른 복합재료 적층판의 이동하중에 의한 동적거동특성을 분석하고자 한다. 해석모델은 4.2절과 동일하게 설정하고, 적층조건은 동일한 두께와 재료를 가진 8개의 층으로  $(\pm\theta/0_2)_s$  이다. Fig. 7은 섬유 보강각도에 따른 최대동적처짐을 나타낸 것으로, 섬유 보강각도가 증가할수록 정적처짐과 비교하여 동적처짐이 크게 발생하고 있으며, 이는 이동속도가 증가할수록 더욱 큰 진폭으로 출렁이는 현상을 볼 수 있다. 섬유 보강각도  $\theta = 60^\circ$  인 경우 정적응답과 비교하여 이동속도 20km/hr에서 5.53%, 120km/hr에서 36.32% 정도의 거동차이를 보이고 있으며, 속도에 의해 6배 이상의 차이를 나타내고 있다. 차량진행 방향의 직각방향으로 보강될수록 대상모델의 축방향 강성이 감소, 횡방향 강성이 증가하지만 차량진행 방향의 경계조건이 자유단이기 때문에 이와 같은 응답을 보인다. Fig. 8은 다양한 적층조건을 갖는 요소의 보강각도에 따른 축방향과 횡방향 탄성계수의 변화를 나타낸 것이다. 주의해야 할 것은 강성이 작을수록 이동속도에 의한 영향을 매우 크게 받는다는 것이다.

경계조건에 의한 영향을 최소화하고 보강각도에 의한 영향만을 분석하고자 4변 단순지지된 복합적층판을 해석모델로, 적층조건은 Fig. 7과 동일하게 설정하였다. 4변 단순지지 경계조건은 Reddy[26]의 참고문헌에서 살펴 볼 수 있듯이 SS-1과 SS-2로 나눌 수 있으며, 본 연구에서 대상모델의 경계조건은 SS-1으로 적용하였다. Fig. 8은 보강각도와 이동속도에 따른 최대 동적수직처짐을 나타낸 것이다. 이동속도가 커질수록 처짐이 크게 발생하고 있지만, 보강각도  $0^\circ$  또는  $90^\circ$ 에서 보강각도  $45^\circ$ 와는 달리 100km/hr에서 처짐이 더 크게 발생하였다. 즉, 2변의 자유단을 갖는 Fig. 9의 경우보다 훨씬 보강각도와 이동속도에 따라 불규칙적인 양상을 나타내고 있다. 적층판은 섬유 보강각도에 따라 고유진동수가 크게 달라진다[29]. 이동속도와 보강각도의 상호작용에 의한 이동하중-적층판의 진동수비는 동적거동에 상당한 영



향을 미치는 것으로 판단된다. 추후 이 분야에 대한 세심한 연구가 필요하다. 이는 차량을 고려한 복합적층판의 동적응답은 이동속도 및 보강각도에 의해 상당한 영향을 받는다는 사실을 확인시켜준다.

### 5. 결론

본 논문에서는 기존의 등방성 판에 국한되었던 이동하중에 의한 동적거동을 비등방성인 복합재료 적층판을 갖는 단경간 완전 복합재료 교량 바닥판으로 확장하여 그 응답을 분석하였다. 1차전단변형 판이론에 의하여 복합적층판을 유한요소 모델링하였으며, 이동하중에 의한 동적해석에 대해 모우드 중첩법과 Newmark 직접적분법을 사용하였다. 또한 이동하중 속도변화와 적층수, 적층배열, 섬유 보강각도 등의 매개변수 변화에 따른 영향을 고찰하여 동적응답 특성을 분석하였다. 이 때 전단잠김현상을 제거하고, 힘 및 면내거동을 개선하기 위해 대체전단변형률과 비적합 모드를 사용하였다.

적층수의 증가는 적층판의 처짐에 대한 감소효과를 가져다주며, 이는 이동속도가 증가할수록 그 감소효과는 상호작용에 의해 크게 기여하는 것으로 나타났다. 하지만 복합적층판을 갖는 교량의 동적특성은 적층배열에 의해 영향을 크게 받는 것을 이동하중에 의한 거동에서 다시 한번 확인되었다. 본 연구의 이동하중과 적층수 및 적층배열에 따른 수치해석 결과는 완전 복합신소재 교량 바닥판을 개발하는데 있어서 중요한 기초자료가 될 수 있을 것으로 기대된다. 추후 본 논문에서 제시된 결과를 통해 복합재료에서 중요시될 수 있는 처짐의 감소효과를 고려하고, 복합적층 구조를 갖는 완전복합 박스 거더교로 해석모델을 확장하여 차량과 복합재료의 강성의 상호작용이 교량의 동적특성에 미치는 영향을 파악하고자 한다.

### 참고문헌

- 1) 이성우, 이선구, 김정현, "경량 고내구성 복합소재 교량 바닥판의 개발," 대한토목학회 학술발표논문집, 2001, pp. 1-4.
- 2) 지효선, 고강도 복합신소재 교량현장적용 발표회, 대원과학기술대학 지역사회개발연구소, 2002.
- 3) 지효선, 손병직, 천경식, 장석윤, "완전 복합신소재교량 상부구조 현장적용 실험연구," 대한토목학회 학술발표논문집, 2002, pp. 139-142.
- 4) Fryba, L., *Vibration of Solids and Structures under Moving Loads*, Noordhoff, 1972.

- 5) Wechsler, M.B., "Moment determination for moving load system," *Journal of Structural Engineering*, Vol. 111(6), 1985, pp.1401-1405.
- 6) O'Connor, C. and Chan, T.H.T., "Dynamic wheel loads from bridge strains," *Journal of Structural Engineering*, Vol. 114(8), 1988, pp. 1703-1723.
- 7) Taheri, M.R. and Ting, E.C., "Dynamic response of moving loads: finite element method," *Computers & Structures*, Vol. 34, 1990, pp. 509-521.
- 8) Cifuentes A. and Lalapet, S., "A general method to determine the dynamic response of a plate to moving mass," *Computers & Structures*, Vol. 42(1), 1992, pp. 31-36.
- 9) Saadeghvaziri, M.A., "Finite element analysis of highway bridges subjected to moving load," *Computers & Structures*, Vol. 43, 1993, pp. 837-842.
- 10) Hollaway, L. and Thorne, A., "Long-term static testing of an FRP prototype highway structure," *Composite Structures*, Vol. 28, 1984, pp. 441-448.
- 11) Chamis, C.C. and Murthy, P.L.N., "Design procedures for fiber composite box-beams," *J Reinf Plast Compos*, Vol. 8, 1989, pp. 370-397.
- 12) Sotiropoulos, S.N., Gangarao, H.V.S. and Mongi, A.N.K., "Theoretical and experimental evaluations of FRP components and systems," *J Struct Eng, ASCE*, Vol. 120, 1984, pp. 464-485.
- 13) Dato, M.H., *Mechanics of fibrous composites*, England, Elsevier Applied Science, 1991.
- 14) Rehfield, L.W., Atilgan, A.R. and Hodges, D.H., "Non-classical behaviour of thin walled composite beams with closed cross sections," *J Am Helicopt Soc*, 1990, pp. 42-50.
- 15) Wu, X.X. and Sun, C.T., "Simplified theory for composite thin-walled beams," *AIAA J*, 1992, Vol. 30(12), 1992, pp.2945-2951.
- 16) Vinson, J.R. and Chou, T.W., *Composite Materials and Their Use in Structures*, Applied Science Pub., 1975.
- 17) Hinton, E. and Huang, H.C., "A family of quadrilateral Mindlin plate elements with substitute shear strain fields," *Computers & Structures*, Vol. 23(3), 1986, pp. 409-431.
- 18) 최창근, 유한요소법, 테크노 프레스, 2002.
- 19) MacNeal, R.H. and Harder, R.L., "A proposed standard set of problems to test finite element accuracy," *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 1, 1985, pp. 3-20.
- 20) Taylor, R.L., Beresford P.J. and Wilson, E.L., "A non-conforming element for stress analysis," *Int J Numer Methods Eng*, Vol. 10, 1976, pp. 1211-1219.

- 21) Zienkiewicz, O.C. and Talyor, R.L., *The Finite Element Method: Basic Formulation and Linear Problems*, Vol. 1, McGraw-Hill, New York, 1989.
- 22) Wilson, E.L. and Ibrahimbegovic, A., "Use of incompatible displacement modes for the calculation of element stiffness or stresses," *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 7, 1990, pp. 229-241.
- 23) Choi, C.K., Chung, K.Y. and Lee, T.Y., "A direct modification method for strains due to non-conforming modes," *Struct. Eng. Mech.*, Vol. 11, 2001, pp. 325-340.
- 24) Reddy, J.N., "On the generalization of displacement-based laminate theories," *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 42(11), 1989, Part 2, S213-S222.
- 25) Kant, T. and Swaminathan, K., "Analytical solutions for free vibration of laminated composite and sandwich plates based on a higher-order refined theory," *Composite Structures*, Vol. 53, 2001 pp. 73-85.
- 26) Reddy, J.N., "A simple higher order theory for laminated composite plates," *ASME J Appl Mech*, Vol. 51, 1984, pp. 745-752.
- 27) Whitney, J.M. and Pagano, N.J., "Shear deformation in heterogeneous anisotropic plates," *ASME J Appl Mech*, Vol. 37(4), 1970, pp. 1031-1036.
- 28) 장석윤, 천경식, 손병직, "대변형 효과를 고려한 비등방성 원통형 쉘의 거동에 관한 연구," 한국강구조학회논문집, 제14권, 4호, 2002, pp. 489-498.
- 29) 장석윤, 이상열, 백한술, "비등방성 복합 적층판의 고유진동 및 모드특성에 대한 수치비교 연구," 대한토목학회논문집, 제20권, 3-A호, 2000, pp. 357-366.
- 30) 도로교 설계표준시방서, 건설교통부, 1999.
- 31) *Structural Design of Polymer Composite : EUROCOMP Design Code and Handbook*, E & FN SPON, 1996.