

유전자 알고리즘을 이용한 트러스의 최적설계

김봉익* · 권중현*

*경상대학교 토목·환경공학부

Optimum Design of Trusses Using Genetic Algorithms

BONG-IK KIM* AND JUNG-HYUN KWON*

*School of Civil and Environmental Engineering, Gyeongsang National University, Tongyoung, Korea

KEY WORDS: Discrete Optimization 이산최적화, Truss 트러스, Genetic Algorithms 유전자 알고리즘

ABSTRACT: Optimum design of most structural systems requires that design variables are regarded as discrete quantities. This paper presents the use of Genetic Algorithms for determining the optimum design for truss with discrete variables. Genetic Algorithms are known as heuristic search algorithms, and are effective global search methods for discrete optimization. In this paper, Elitism and the method of conferring penalty parameters in the design variables, in order to achieve improved fitness in the reproduction process, is used in the Genetic Algorithm. A 10-Bar plane truss and a 25-Bar space truss are used for discrete optimization. These structures are designed for stress and displacement constraints, but buckling is not considered. In particular, we obtain continuous solution using Genetic Algorithms for a 10-bar truss, compared with other results. The effectiveness of Genetic Algorithms for global optimization is demonstrated through two truss examples.

1. 서 론

구조물 최적설계의 목적은 안전하면서 보다 경제적인 구조물을 설계하는 것이다. 최적설계란 주어진 제약조건을 만족시키면서 최소의 비용 또는 최상의 효과를 얻을 수 있는 설계를 찾는 것이다. 일반적으로 구조물 설계 시 설계변수는 연속된 값인 연속변수를 사용하여 설계하는 경우와 이산화된 값인 이산변수(Discrete variables)를 사용하는 경우로 구분되지만 경우에 따라서는 연속변수와 이산변수를 혼용하여 사용하는 경우도 있다. 연속변수를 사용한 구조물의 설계는 부재의 선택(구입)에 많은 어려움이 수반된다. 이로서 구조물 설계는 쉽게 구입이 용이한 규격부재를 사용하여 설계하는 것이 보다 경제적이라 하겠다. 이와 같이 규격부재를 사용하는 경우의 설계변수는 이산설계변수가 되어야 하며, 이런 경우는 이산최적화문제(Discrete optimization)가 된다. 이산변수를 사용하여 구조물을 설계하는 경우, 국소 최적설계나 전공간 최적설계를 찾는 것은 연속변수를 사용한 설계보다 상대적으로 어렵다.

본 연구에서는 유전자 알고리즘(Genetic Algorithms; GA)을 사용하여 2D, 3D 트러스 구조물에 대한 이산 최적설계문제를 다루고자 한다. 유전자 알고리즘은 확률론적 접근방식에 근거하여 주로 전공간 검색(Global search procedures)에 효과적으로 사용되는 검색 방법이며, 최근에는 공학의 다양한 부분에

폭넓게 사용되고 있다(Goldberg, 1989). 구조물 설계에도 유전자 알고리즘을 이용한 많은 연구들이 발표되었다(Chan, 1992; Kocer and Arora, 1997; Jenkins, 1992; Rajeev and Krishnamoorthy 1992; 김봉익, 1999; 김봉익·권중현, 2002). 본 연구에서는 유전자 알고리즘의 번식과정 중에서 Elitism방법과 제약조건의 만족여부에 따라 각 설계값에 Penalty를 부여하여 설계집단의 적합도를 높이는 방법을 제안 하였으며, 제안된 설계방법을 이용하여 트러스 구조물의 최적설계에는 응력제약과 특정위치에서의 변위제약조건을 가지는 10-Bar 평면 트러스와 25-Bar 입체 트러스를 대상으로 하였다. 그리고 다른 여러 연구결과와 비교한 후 본 연구에서 제안된 방법의 우수성을 입증하였다.

2. 이산최적화 문제형성

트러스 구조물에 대한 최적설계는 구조물의 총무게가 최소가 되게 설계하였으며, 제약조건은 n 개의 부재와 m 개의 절점으로 구성된 트러스의 부재응력과 특정위치에서의 변위제약조건이 적용되었다. 트러스 구조물에 대한 목적 함수 W 는 아래와 같다.

$$\text{Minimize } W = \sum_{i=1}^n \rho_i A_i L_i \tag{1a}$$

subject to

$$A_i^L \leq A_i \leq A_i^U, \quad i=1, 2, \dots, n \tag{1b}$$

제1저자 김봉익 연락처: 경상남도 통영시 인평동 445번지

055-640-3154 bikim@gsghp.gsnu.ac.kr

$$\sigma_i \leq \sigma_a^c, \sigma_a^t, \quad i=1,2,\dots,n \quad (1c)$$

$$d_x, d_y \leq d_a, \quad i=1,2,\dots,m \quad (1d)$$

여기서,

W ; 구조물의 총 무게

ρ_i ; i 부재의 재료의 무게 밀도

A_i ; i 부재 단면적

L_i ; i 부재 길이

σ_i ; i 부재 응력

σ_a^c, σ_a^t ; 부재의 허용압축 및 인장응력

d_x, d_y ; j 절점에서의 x, y 방향의 변위

d_a ; x, y 방향에 대한 허용 처짐량

A_i^L, A_i^U ; 이산자료중 i 부재의 최소, 최대단면적

트러스 구조물의 설계에는 각 부재의 응력제약과 모든절점에서 변위제약이 적용되었으며, 설계변수로는 이산설계변수를 사용하였다. 특히 10-Bar 트러스는 최적설계에서 여러 최적화 방법등으로 얻어진 결과들을 서로 비교하고 검토하여 제시된 연구 방법을 검증하는데 주로 사용되는 구조물이다(Yavada and Gurujee, 1997). 트러스 구조물에 적용된 응력제약조건은 주어진 외력에 의한 각 부재의 응력이 예시된 또는 미리 정해진 부재 허용응력보다 적은 값을 갖도록 하였으며, 부재 좌굴 응력은 고려하지 않았다. 변위제약조건은 모든 절점에서 변위 제약이 적용되었으며, 입체 트러스의 경우는 특정절점에서의 특정방향에 대한 변위제약을 적용하여 설계하였다.

트러스 구조물에서 이산설계변수(부재단면적)는 AISC Manual로 부터 이산설계자료를 사용하였다.

3. 유전자 알고리즘

유전자 알고리즘은 생물진화의 과정을 수리 모델화시켜 문제를 해결하는 일종의 검색방법이다(Holland, 1975; Goldberg, 1989). 일반적으로 유전자 알고리즘은 Frame구조물과 같이 다양하고 복잡한 구조물의 설계에서 최상의 설계를 효과적으로 찾을 수 있는 검색 방법으로 알려져 있다. 다시 말해 구조물을 설계하기 위한 설계공간(Solution design)에서 다른 어느 검색 방법보다 나은 설계(Design)를 찾을 수 있는 방법으로 여러 연구에서 입증되었으며, Goldberg에 의해 유전자 알고리즘이 공학의 여러 분야에 적극적으로 적용될 수 있음을 보여주었다. 유전자 알고리즘은 다른 검색방법과 달리 설계변수 그 자체가 아닌 2진 코드화(Genetic coding)를 사용하며, 하나의 설계변수를 대상으로 하는 것보다는 설계변수의 집단(Population)을 사용하는 특징을 가지고 있다. 또한 유전자 알고리즘은 목적함수에 대한 Gradient를 요구하지 않고 단지 목적함수의 값만을

사용함으로써 다양한 최적화문제에 적용이 가능하다. 유전자 알고리즘은 2진 코드화, 번식, 교차, 돌연변이 등의 여러 과정들로 구성된다. 그리고 유전자 알고리즘은 이러한 과정을 통해 현세대의 설계집단 내에서 적합성이 높은 설계가 다음세대로 전달되며, 이러한 세대가 반복되면서 우수한 설계들로 구성되는 설계집단중 가장 우수했던 설계가 최상의 설계가 되는 것이다. 특히 유전자 알고리즘은 2진 코드화를 사용하기 때문에 이산설계변수를 사용하는 이산최적화문제에 가장 적합하다.

3.1 설계변수의 2진코드화

유전자 알고리즘에서 가장 먼저 실행되는 과정은 설계변수를 코드화 하는 것이며, 이 과정이 다른 최적화 방법과는 다른 실행방법이라 할 수 있다. 코드화란 실수형의 설계변수를 2진수로 변환시키는 과정과 10진법의 실수형인 설계변수를 2진수로 변환시키는 과정을 의미하며, 최적설계 시 모든 설계변수마다 이러한 코드화과정이 적용된다. 본 연구에서는 설계변수를 2진수(문자열)로의 코드화 하는 방법을 사용하였다.

3.2 번식

유전자 알고리즘은 번식과정에서 설계집단을 사용한다. 이 설계집단에서 번식, 교차, 돌연변이의 과정이 실행되며, 이러한 전 과정을 한 사이클이라 한다. 한 사이클에 의한 결과는 다음 세대에 필요한 정보를 제공하게 된다. 설계집단은 정해진 크기의 설계들의 집합으로 무작위 한 방법을 사용하여 설계집단을 구성한다. 번식은 한 세대의 설계집단에서 각각의 개체(설계)가 그의 적합성에 따라 새로운 다음세대의 개체로 선택되기 위해 각각의 개체에 확률을 부여하는 과정이다. 즉 번식과정은 개체의 적합성이 좋을수록 다음세대에 새로운 개체로 선택 될 수 있도록 높은 가중치를 개체에 부여하는 과정이라 하겠다. 번식과정에는 대표적으로 Tournament selection, Steady-state selection등이 있으나 본 연구에서는 Elitism(Goldberg, 1989)을 사용하였다. Elitism이란 현 세대에서 가장 우수한 하나의 개체가 다음세대의 새로운 개체가 되는 과정이다. 본 연구에서는 Elitism의 과정에서 하나의 가장 우수한 개체가 다음 세대에서도 새로운 2개의 개체가 되도록 하였으며, 새로운 2개의 개체는 설계집단에서 무작위 하게 배치되도록 하였다.

3.3 교차

교차는 유전자 알고리즘에서 가장 중요한 과정이라 할 수 있으며, 이 과정에서 보다 나은 새로운 설계가 만들어진다. 교차 과정에는 1점 교차, 2점 교차, 다점 교차, Uniform 교차 등 매우 다양한 형태의 교차방법이 있으나 본 연구에서는 2점 교차를 사용하였으며, 이는 1점 교차, 3점 교차, Uniform 교차에 비해 해의 수렴속도가 비교적 빨라 선택되었다. 교차는 번식과정 후 새롭게 구성된 설계집단에서 2진수로 이루어진 개체들 사이의 2진수들의 재조합 과정이다. 다시 말해 교차는 번식과정 후 비교적 적합성이 우수한 개체들로 구성된 집단에서

2진수로 구성된 개체들의 인자를 서로 교환함으로써 이전 보다 우수한 개체를 만드는 과정이라 하겠다. 교차는 모든 개체의 2진 인자에 대해 이루어지는 것이 아니라 교차확률에 따라 선택적으로 인자들 사이에 교차가 이루어진다. 본 연구에서는 교차확률을 0.5로 하였다.

3.4 돌연변이

돌연변이는 많은 부분 설계공간의 집합인 전체 설계공간에서 보다 나은 부분 설계공간으로의 접근을 가능케 하는 과정이다. 이 과정은 전체 설계집단 내에서 설계가 한쪽으로 치우치지 않고 보다 나은 또 다른 설계공간으로의 이동을 가능케 하는 과정이다. 이런 의미에서 돌연변이 과정은 유전자 알고리즘과정 내에서 또 다른 검색방법인 셈이다. 돌연변이는 한 설계집단에서 2진수로 구성된 모든 개체의 비트(0,1)에 대해 무작위 수와 돌연변이 확률에 의해 해당되는 비트가 반대값을 갖는 과정이다. 즉 2진수로 구성된 모든 개체들 중에서 임의로 선택된 하나의 비트가 무작위수가 돌연변이 확률보다 적은 경우 해당되는 비트가 반대값(0→1,1→0)을 가지는 과정을 말한다. 돌연변이확률로는 0.1%(0.001)을 사용하였다.

이산자료를 사용한 트러스 구조물의 이산최적화에 대해 본 연구에서 제시된 유전자 알고리즘의 과정에 대해 지금까지를 정리하면 다음과 같다.

- i) 번식과정에서 설계집단을 구성할 때 응력제약과 변위제약 조건이 만족되지 않는 설계는 큰 Penalty를 주어 설계집단에서 제외시키고 모든 설계제약조건이 만족되는 설계만으로 새로운 설계집단을 구성하였다.
- ii) 번식과정에서 Elitism의 방법을 사용하였으며, 하나의 가장 우수한 개체가 다음 세대에서 2개의 새로운 개체가 되도록 하였다. 그리고 새로운 2개의 개체는 다음세대의 설계집단에서 무작위하게 배치가 되도록 하였다.
- iii) 교차과정에서는 2점 교차 방식을 사용하였으며, 교차확률을 0.5로 하였다.
- iv) 돌연변이확률은 0.001을 사용하였다.

4. 설계 예 제

유전자 알고리즘을 이용한 트러스 구조물의 이산최적설계에는 10-Bar 평면 트러스와 25-Bar 입체 트러스를 대상으로 하였으며, 여러 연구 결과와 본 연구에서 제시된 설계방법에 의한 결과를 서로 비교하였다. 특히 10-Bar 트러스의 경우 Rajeev에 의한 연속해에 의한 결과와 유전자 알고리즘을 사용한 연속해의 결과를 서로 비교하였다.

4.1 10-Bar 트러스

10-Bar 트러스 구조물에 대한 제원은 Fig. 1과 같다. 10-Bar 트러스 구조물의 이산 설계변수는 각 부재의 단면적이 되며, 모두 10개의 독립된 설계변수를 가진다. 트러스 구조물의 최적

설계에 적용된 하중은 Fig. 1에서와 같이 절점 2, 4에 각각 수직으로 45400kgf(100Kips)가 작용되며, 탄성계수 $E = 7.03 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2 (104 \text{ Ksi})$, 부재의 무게 밀도 $\rho = 2770 \text{ kg/cm}^3 (0.10 \text{ lb/in}^3)$ 등의 상수값들을 사용하였다. 10-Bar 트러스 구조물은 총 무게가 최소가 되게 설계하였으며, 모든 설계부재에 $\pm 1757.65 \text{ kg/cm}^2 (\pm 25 \text{ Ksi})$ 의 응력제약과 모든 절점에서 50.8mm($\pm 2 \text{ in}$)의 변위제약 조건을 사용하였다. 10-Bar 트러스 구조물에 사용된 42개의 이산자료는 AISC Manual에 의한 자료로부터 선택되도록 하였으며 아래의 집합 {S}와 같다. 단위는 cm^2 이며 {S} = {10.45, 11.61, 12.84, 13.74, 15.35, 16.9, 16.97, 18.58, 18.9, 19.93, 20.19, 21.81, 22.39, 22.9, 23.42, 24.77, 24.97, 25.03, 26.97, 27.22, 28.97, 29.61, 30.97, 32.06, 33.03, 37.03, 46.58, 51.42, 74.19, 87.1, 89.68, 91.61, 100.0, 103.22, 109.03, 121.29, 128.39, 141.93, 147.74, 170.97, 193.55, 216.13}(cm^2)이다.

트러스 구조물의 설계에서 하나의 설계변수는 이산자료 {S} 중에서 선택되어지며, 하나의 설계변수가 선택 할 수 있는 이산자료의 수는 16개로 제한하였다. 하나의 설계변수가 이산자료 {S}중에서 취할 수 있는 자료의 수가 $16(2^4)$ 에 해당되므로 하나의 설계(10개 설계변수)에 해당되는 비트의 수는 $4 \times 10 = 40$ 개가 되는 것이다. 10-Bar 트러스 구조물의 경우 집단의 크기 30, 50, 100에 대한 결과와 연속해에 대한 결과는 Table 1, Table 2와 같으며, 이산변수에 의한 해의 수렴 상태는 Fig. 2와 같다.

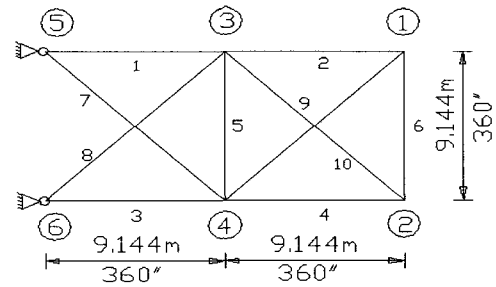


Fig. 1 Geometry of 10-Bar plane truss

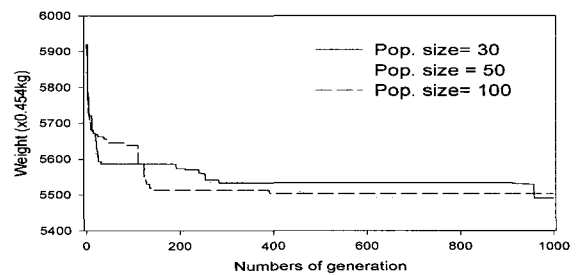


Fig. 2 History of generation for 10-Bar plane truss

Table 1 Comparison of results for 10-Bar plane truss with discrete variables

| | W (kg) | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 | A7 | A8 | A9 | A10 |
|-----------------------------|-----------|--------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|-------|
| GA. population size= 30 | 2492.80 | 216.13 | 10.45 | 147.74 | 91.61 | 10.45 | 10.45 | 51.42 | 147.74 | 141.93 | 10.45 |
| GA. population size= 50 | 2498.14 | 216.13 | 10.45 | 141.93 | 89.68 | 10.45 | 10.45 | 51.42 | 147.74 | 147.74 | 11.61 |
| GA. population size= 100 | 2493.20 | 216.13 | 10.45 | 147.74 | 100.0 | 10.45 | 10.45 | 51.42 | 141.93 | 141.93 | 10.45 |
| GA. by S. Rajeev | 2548.68 | 216.13 | 10.45 | 141.93 | 100.0 | 10.45 | 10.45 | 91.61 | 128.39 | 128.39 | 16.90 |

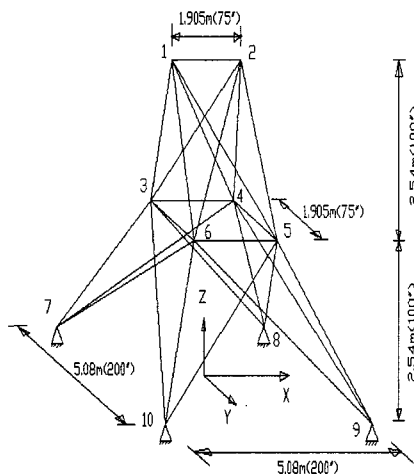
Table 2 Comparison of results for 10-Bar plane truss with continuous variables

| | W (kg) | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 | A7 | A8 | A9 | A10 |
|---|-----------|--------|------|--------|--------|------|------|-------|--------|--------|------|
| Genetic Algorithm by continuous variables | 2419.46 | 195.35 | 0.06 | 138.19 | 97.87 | 0.06 | 0.06 | 93.68 | 137.29 | 139.1 | 0.06 |
| OPTDYN by S. Rajeev | 2484.29 | 165.81 | 0.65 | 162.0 | 125.10 | 0.65 | 0.65 | 99.35 | 131.10 | 133.81 | 7.10 |

Table 1의 결과로부터 집단의 크기 30, 50, 100일 때 모두의 결과가 Rajeev(2548.68kg)에 의한 결과 보다 모두 나은 결과를 얻었으며, 집단의 크기 30(2492.8kg)일 때 가장 나은 결과를 얻었다. Table 2로부터 본 연구에서 제안된 방법에 의한 유전자 알고리즘을 이용한 연속해(2419.46kg)의 경우도 Rajeev(2484.29 kg)에 의한 연구 결과보다 나은 결과를 얻었다.

4.2 25-Bar 입체 트러스

25-Bar 트러스의 경우 최적설계시 다른 연구 결과와 비교하기 위해 자주 사용되는 구조물이다(Yavada and Gurujee, 1997). 25-Bar 트러스의 제원은 Fig. 3과 같으며, 하중상태는 Table 3과 같다.

**Fig. 3** Geometry of 25-Bar space truss

25-Bar 트러스의 설계에는 부재를 8개의 그룹으로 분류하여 8개의 설계변수가 되게 하였으며 Table 4에 자세히 나타내어진 다. 설계에 사용된 상수로는 탄성계수 $E = 7.03 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ (104Ksi), 부재의 무게 밀도 $\rho = 2770 \text{ kg/cm}^3$ (0.10lb/in³)의 상수 값들을 사용하였다. 부재설계시 사용된 응력제약은 $\pm 2812.2 \text{ kg/cm}^2$ ($\pm 40 \text{ Ksi}$)이며, 변위제약은 절점 1, 2에서 x, y 방향으로 $\pm 8.89 \text{ mm}$ ($\pm 0.35 \text{ in}$)로 하였다. 25-Bar 트러스에 사용된 이산자료의 집합 $\{S\} = \{0.64, 1.29, 1.93, 2.58, 3.22, 3.87, 4.51, 5.16, 5.80, 6.45, 7.09, 7.74, 8.4, 9.03, 9.7, 10.32, 10.97, 11.61, 12.26, 12.9, 13.55, 14.19, 14.84, 15.48, 16.13, 16.77, 17.42, 18.06, 19.35, 20.64, 21.93\}$ (cm)로 하였으며, 하나의 설계변수는 10-Bar 트러스의 경우와 같이 이산자료 $\{S\}$ 중 16개의 자료를 선택 할 수 있도록 하였다. 이산자료 $\{S\}$ 중에서 16개를 선택하는 경우 $\{S\}$ 자료 중 무작위로 선택하는 것이 아니고 이산자료의 값이 연속되게 증가하는 순서대로 16개의 설계자료를 선택하도록 하였다. 유전자 알고리즘에서 집단의 크기를 20, 50을 사용하였다. 25-Bar 트러스의 최적설계 결과는 Table 5와 같다. Table 5로부터 집단의 크기 20, 50의 결과 모두가 Rajeev(247.89kg), Zhu(255.57 kg)와 Wu(220.78kg)에 의한 결과 보다 우수하였으며, 집단의 크기 50일 때 가장 좋은 결과를 얻었다.

Table 3 Load data for 25-Bar space truss

| Nodes | F_x (kgf) | F_y (kgf) | F_z (kgf) |
|-------|-------------|-------------|-------------|
| 1 | 454.16 | -454.16 | -454.16 |
| 2 | 0.0 | -454.16 | -454.16 |
| 3 | 227.08 | 0.0 | 0.0 |
| 6 | 272.49 | 0.0 | 0.0 |

Table 4 Member group for 25-Bar space truss

| Numbers of group | Members |
|------------------|---------------------|
| 1 | 1-2 |
| 2 | 1-4, 2-3, 1-5, 2-6 |
| 3 | 2-5, 2-4, 1-3, 1-6 |
| 4 | 3-6, 4-5 |
| 5 | 3-4, 5-6 |
| 6 | 3-10, 6-7, 4-9, 5-8 |
| 7 | 3-8, 4-7, 6-9, 5-10 |
| 8 | 3-7, 4-8, 5-9, 6-10 |

5. 결 론

트러스 구조물의 설계에 현실적인 면과 경제적인 면을 고려하면 규격부재를 사용하는 것이 바람직 할 것이며, 이와 같은 규격부재를 사용하는 경우 이산화문제로 취급해야 한다. 본 연구에서는 규격부재를 사용한 트러스 구조물의 이산최적설계에 Elitism방법과 각 설계값에 Penalty를 부여하여 설계집단의 적합도를 높이는 방법을 이용한 유전자 알고리즘을 사용하였다. 본 연구에서 제시된 방법과 다른 여러 연구결과를 서로 비교하여 본 연구에서 제시된 유전자 알고리즘의 우수성을 입증하였다. 특히 10-Bar 트러스의 경우 유전자 알고리즘을 사용한 연속해를 구하였으며 이 결과 다른 연구 결과와 비교해 좋은 결과를 얻었다. 이와 같이 규격부재를 사용하는 구조물의 이산 최적설계에는 유전자 알고리즘에 의한 설계가 다른 최적화 방법보다 나은 설계로 접근 할 가능성이 매우 높음을 알 수 있다. 결과적으로 유전자 알고리즘은 최적화 과정에서 함수의 연속성 및 미분이 요구되지 않고 확실적인 접근방법으로 해를 구하는 점을 고려하면 이산자료를 사용하는 이산최적화문제에 아주 적합한 검색방법이라 하겠다.

참 고 문 헌

김봉익, 권중현 (2002). "유전자 알고리즘을 이용한 뼈대구조물의 이산최적화", 한국해양공학회지, 제16권, 제4호, pp

25~31.

김봉익 (1999). "규격부재를 사용한 뼈대구조물의 이산최적화", 대한토목학회논문집, 제19권 제 I-6호, pp 869~878.

Chan, C. M. (1992). "An Optimality Criteria Algorithms for Tall steel Building Design Using Commercial Standard Sections", Structural Optimization, Vol 5, pp 26~29.

Goldberg, E. (1989). Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning, Addison-Wesley, Reading, MA.

Holland. J. H. (1975). Adaptation in Natural and Artificial Systems, The University of Michigan Press, Ann Arbor, MI.

Jenkins, W. M. (1992). "Plane Frame Optimum Design Environment Based on Genetic Algorithm", Journal of the Structural Engineering, ASCE, Vol 118, No 11, pp 3103-3112.

Kocer, F. Y., and Arora, J. S (1997). "Standardization of Steel Pole Design Using Discrete Optimization", Journal of Structural Engineering, Vol 123, No 3, pp 345~349.

Rajeev, S. and Krishnamoorthy, C. S.(1992). "Discrete Optimization of Structures Using Genetic Algorithm". Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol 118, No 5, pp 1233-1250.

Wu, S. J. and Chow, P-T. (1995). "Steady-state Genetic Algorithm for Discrete Optimization of Trusses", Computer & structures, Vol 56, No 6, pp 979~991.

Yavada, R. S. S and Gurujee, C. S. (1997). "Optimal Design of Trusses Using Available Sections", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol 123, No 5, pp 685-688.

Zhu, D. M. (1986). "A improved Templeman's Algorithm for Optimum Design of Trusses with Discrete Member Sizes", Engineering Optimization, Vol 9, pp 303-312.

2003년 10월 6일 원고 접수
2003년 11월 19일 최종 수정본 채택

Table 5 Results of 25-Bar space truss

| | W (kg) | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 | A7 | A8 |
|-------------------------|--------|------|-------|-------|------|-------|------|-------|-------|
| GA. population size= 20 | 220.45 | 0.64 | 2.58 | 21.93 | 0.64 | 11.61 | 6.45 | 3.22 | 21.93 |
| GA. population size= 50 | 220.21 | 0.64 | 3.22 | 21.93 | 0.64 | 12.26 | 5.80 | 3.22 | 21.93 |
| GA. by S. Rajeev | 247.89 | 0.64 | 11.61 | 14.84 | 1.29 | 0.64 | 5.16 | 11.61 | 19.35 |
| Zhu | 255.57 | 0.64 | 12.26 | 16.77 | 0.64 | 0.64 | 5.16 | 13.55 | 16.77 |
| S. J. Wu | 220.78 | 0.64 | 3.22 | 21.93 | 0.64 | 9.70 | 5.80 | 3.87 | 21.93 |