

고속주행을 위한 화차 한량의 사행동 해석

Analysis on the Snake Motion of One Freight Car for High Speed Running

이승일¹, 최연선²

Seung-Il Lee, Yeon-Sun Choi

key word : critical speed(임계속도), running stability(주행안정성), snake motion(사행동), freight car(화차), 고속주행(high speed running), 헌팅(hunting)

Abstract

The development of railway vehicles involves the proper selection of design parameters not only to achieve high speed but also to reduce the vibration of the train. In this study an analytical model of a freight car is developed to find the critical speed. The freight car can generate the snake motion of the lateral and yawing motion of the car body, the bogie, and the wheelset. Numerical analysis for the nonlinear equation motions with 17 degrees of freedom showed the running stability and critical speed due to the snake motion. Also, the vibration modes of the freight car was calculated using ADAMS/RAIL, which showed that the critical speed have the yawing modes of the car body and the bogie. Finally this paper shows that the snake motion of the vehicle can be controlled with the modifications of the design parameters.

1. 서론

철도 수송의 장점은 다량의 물량을 신속·정확·안전하게 수송하는 데 있다. 이를 위해서는 차량 및 대차의 고속화 연구개발이 추진되어야 한다. 차량 및 대차의 고속화를 위해서는 차량 주행시 발생하는 다양한 형태의 진동을 해석하여 이를 감쇠할 수 있어야 한다. 차량이 저속으로 주행할 경우 차륜의 원추답면은 복원력을 발생시켜 안정된 주행이 될 수 있으나, 고속주행시 사행동에 의해 차량의 관성력이 급격히 증가하면서 헌팅이 발생하여 주행안정성을 보장할 수 없게 된다 [1]. 따라서 철도차량의 고속화를 위해서는 주행시 발

생하는 사행동에 대하여 충분한 검토가 있어야 한다. 이를 위해 국내외에서 철도차량의 사행동에 대한 이론 해석 및 수치해석에 관한 많은 연구가 진행되어 왔다.

Carter[2]는 주행속도의 가, 감속에 따라 사행동의 크기가 달라짐을 확인하였고, Cooperrider[3]는 현가장치의 강성변화에 따른 헌팅현상을 예측하였다. 또한 Blader[4]는 다량으로 편성된 철도차량을 대상으로 차량 진동모드 형태와 답면구배에 따른 동적 안정성을 연구한 바 있다. 이승일[5]은 고속화차의 대차만을 대상으로 하여 차륜 답면구배 및 레일과 차륜 사이의 간극을 고려하여 대차의 횡진동에 의한 임계속도를 계산한 바 있다.

본 연구에서는 고속주행시 사행동에 의해 발생하는 화차의 헌팅을 해석하기 위해 화차 한량, 즉 차체와 대차, 윤축에 대하여 총 17 자유도로 화차를 모델링하였고, 이에 대하여 운동방정식을 유도하고 유도된 비

*1 정회원, 한국철도대학 차량기계과

*2 정회원, 성균관대학교 기계공학부, 교수

선형 운동방정식을 수치해석하여 사행동에 의한 화차의 안정성과 임계속도를 계산하였다. 또한 전산해석에 의한 화차 한량에 대한 사행동 모드를 계산하였고, 주행 중 발생하는 사행동에 의해 발생하는 헌팅을 억제하기 위한 설계변수의 변화를 검토하였다.

2. 사행동

답면구배에 의해 나타나는 사행동은 윤축의 좌우 직선운동과 연직축 주위의 회전운동이 연성된 자려진동(self-excited vibration)으로 외부로부터의 가진력이 없이 음(-)의 감쇠력, 주행속도 등 특정 파라미터에서 시스템 스스로 발생하는 진동으로 limit cycle을 형성한다. 특히 고속으로 주행하는 철도차량에 경우 윤축이나 대차의 사행동에 의해 심한 횡진동인 헌팅이 발생하게 되고, 이는 승차감과 주행안정성에 악영향을 미치게 된다. 특히 무거운 화물을 적재하는 화차의 경우 심한 사행동이 발생하면 차량의 운동에너지가 크기 때문에 화차의 탈선 혹은 레일의 파손을 일으킬 수 있다.

2.1 윤축의 사행동

한 쌍의 차륜이 레일 위를 주행할 때 좌우로 복원력이 작용하여 윤축의 중심은 Fig. 1과 같이 사행동(snake motion)을 하게 된다.

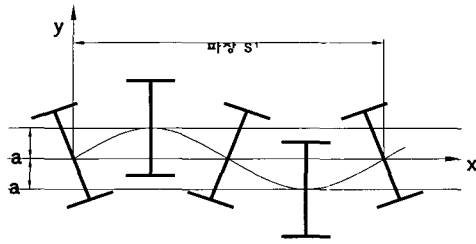


Fig. 1 Snake motion of wheelset

이때의 윤축의 사행동 파장 S_1 은 식 (1)과 같다[6].

$$S_1 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{ar}{\gamma}} \quad (1)$$

여기서 $2a$ 는 평형위치에서의 좌우차륜의 접촉점 간격, r 은 차륜의 평균반경, γ 는 차륜의 답면구배이다. 윤축이 일정한 속도로 주행시 윤축의 상하, 롤링은

레일에 의해 구속받으므로 윤축의 운동은 좌우와 요잉의 운동에 의해 결정된다. 따라서 식 (2)와 같은 좌우(y)와 요잉(ϕ)의 영향을 받는 윤축의 운동방정식을 유도하면 식 (3)과 같다[6].

$$\ddot{x} + D\dot{x} + Kx = 0, \quad x = \begin{bmatrix} y \\ \phi \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} \frac{2k_{22}}{mv} & 0 \\ 0 & \frac{2k_{11}a^2}{iv} \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} \frac{k_y}{m} & \frac{-2k_{22}}{m} \\ \frac{2k_{11}\gamma a}{ir} & \frac{k_\phi}{i} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} m\ddot{y} + k_y y &= -2k_{22} \left(\frac{\dot{y}}{v} - \phi \right) \\ i\ddot{\phi} + k_\phi \phi &= -\frac{2k_{11}a^2}{v} \dot{\phi} - \frac{2k_{11}\gamma a}{r} y \end{aligned} \quad (3)$$

윤축 운동에 대한 안정성 판별을 위하여 식 (3)의 운동방정식을 식 (4)과 같은 근사적으로 두 개의 실수($\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2$)와 두 개의 복소수($\bar{\lambda}_3, \bar{\lambda}_4 = \alpha \pm i\omega$)형태의 근을 갖는 특성방정식으로 나타낼 수 있다[7].

$$A_4\lambda^4 + A_3\lambda^3 + A_2\lambda^2 + A_1\lambda + A_0 = 0 \quad (4)$$

여기서

$$\begin{aligned} A_4 &= 1, \quad A_3 = \frac{2(mk_{11}a^2 + ik_{22})}{miv} \\ A_2 &= \frac{(mk_\phi + ik_y)v^2 + 4k_{22}k_{11}a^2}{miv^2} \\ A_1 &= \frac{2(k_{22}k_\phi + k_{11}k_y a^2)}{miv} \\ A_0 &= \frac{k_y k_\phi r + 4k_{11}k_{22}\gamma a}{mir} \end{aligned}$$

특성방정식의 근 $\lambda = \pm i\omega$ 로 놓으면 두 개의 실수근(real)은 $A_4\lambda^4 + A_2\lambda^2 + A_0 = 0$, 두개의 허수근(imaginary)은 $A_3\lambda^3 + A_1\lambda = 0$ 으로 나타낼 수 있다. 이때 윤축의 사행동 진동수 ω_w 은 식 (5)와 같다.

$$\omega_w = \sqrt{\frac{k_{22}k_\phi + k_{11}k_y a^2}{ma^2k_{11} + ik_{22}}} \quad (5)$$

윤축의 사행동 임계속도는 식 (6)과 같다.

$$v_{cw} = \frac{\omega_w S_1}{2\pi} \quad (6)$$

2. 2 대차의 사행동

두 개 이상의 윤축이 대차 프레임에 의해 전후, 좌우로 상대변위가 구속되는 경우, 대차의 사행동은 관성력과 크리프력과의 관계로부터 이해될 수 있다. 이때 대차의 사행동 파장 S_2 은 식 (7), 대차의 진동수는 식 (8)과 같다[6].

$$S_2 = S_1 \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} \quad (7)$$

$$v_{cb} = \frac{\omega_b S_2}{2\pi} \quad (8)$$

여기서 $2b$ 는 두 개의 윤축간의 간격인 고정축거이며 ω_b 은 대차의 진동수이다. 식 (6)과 (8)에서와 같이 임계속도는 윤축과 대차의 사행동 진동수에 정비례하고 윤축과 대차 사행동 파장에 반비례한다. 윤축과 대차의 사행동은 차량 주행안정성에 악영향을 미치므로 철도차량에서는 사행동 발생 여부를 관찰하기 위해 주행속도를 변화시키며 일정한 파장의 진동이 발생하는지를 관찰하여야 하고, 그 파장이 윤축의 사행동 파장, S_1 혹은 대차의 사행동 파장, S_2 와 일치하는지를 관찰하여야 한다.

3. 차량의 운동방정식

본 연구에서는 Fig. 2와 같은 3-piece 대차방식의 유개차를 모델로 사용하였다. 화차 한량에 대한 운동은 Fig. 3의 화차 해석모델로부터 table 1과 같은 총 17개 자유도를 갖는 식 (9)의 운동방정식으로 표현할 수 있다. 해석모델은 다음과 같은 조건에 의하여 검토되었다. 차량은 강체이며, 전후 및 좌우방향으로 대칭된다. 차륜과 레일간의 접촉관계는 크리프 이론을 사용한다. 차륜과 레일의 접촉은 차륜의 플랜지로 인해 간극에 의해 운동이 구속된다.

Table 1. Degrees of freedom

Name	Wheelset	Bogie	Car body	Total
Lateral	1×4=4	1×2=2	1×1=1	7
Yawing	1×4=4	1×2=2	1×1=1	7
Rolling	0	1×2=2	1×1=1	3
Total	8	6	3	17

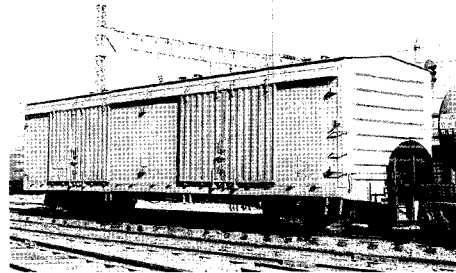


Fig. 2 Freight car(Box car)

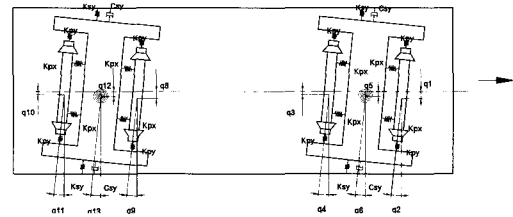
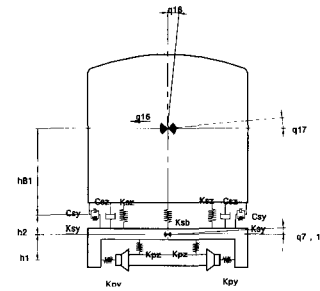


Fig. 3 Freight car model

$$\begin{aligned}
 m_w \ddot{q}_1 + A_1 + 2F_{x1} + F_T(q_1) &= 0 \\
 I_{wy} \ddot{q}_2 + A_3 + 2aF_{y1} &= 0 \\
 m_w \ddot{q}_3 + A_2 + 2F_{x2} + F_T(q_3) &= 0 \\
 I_{wy} \ddot{q}_4 + A_4 + 2aF_{y2} &= 0 \\
 m_f \ddot{q}_5 - A_1 - A_2 + A_5 &= 0 \\
 I_\beta \ddot{q}_6 - bA_1 + bA_2 - A_3 - A_4 + A_6 &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{fz}\ddot{q}_7 - h_1A_1 - h_2A_2 - h_2A_5 + A_7 &= 0 \\
 m_w\ddot{q}_8 + A_8 + 2F_{xv1} + F_T(q_8) &= 0 \\
 I_{wy}\ddot{q}_9 + A_{10} + 2aF_{yv1} &= 0 \\
 m_w\ddot{q}_{10} + A_9 + 2F_{xv2} + F_T(q_{10}) &= 0 \\
 I_{wy}\ddot{q}_{11} + A_{11} + 2aF_{yv2} &= 0 \\
 m_f\ddot{q}_{12} - A_8 - A_9 + A_{12} &= 0 \\
 I_{fz}\ddot{q}_{13} - bA_8 + bA_9 - A_{10} - A_{11} + A_{13} &= 0 \\
 I_{fz}\ddot{q}_{14} - h_1A_8 - h_1A_9 - h_2A_{12} + A_{14} &= 0 \\
 m_c\ddot{q}_{15} + 2k_{sy}A_{15} + 2c_{sy}A_{16} + 2k_{sy}A_{17} + 2c_{sy}A_{18} &= 0 \quad (9) \\
 I_{cz}\ddot{q}_{16} + 2lk_{sy}A_{15} + 2lc_{sy}A_{16} - 2lk_{sy}A_{17} - 2lc_{sy}A_{18} &= 0 \\
 I_{cx}\ddot{q}_{17} + 2h_{b1}k_{sy}A_{15} + 2h_{b1}c_{sy}A_{16} + 2h_{b1}k_{sy}A_{17} \\
 + 2h_{b1}c_{sy}A_{18} &= 0
 \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned}
 A_1 &= 2k_{py}(q_1 - q_5 - bq_6), \quad A_2 = 2k_{py}(q_3 - q_5 + bq_6) \\
 A_3 &= 2k_{px}d_1^2(q_2 - q_6), \quad A_4 = 2k_{px}d_1^2(q_4 - q_6) \\
 A_5 &= 2k_{sy}(q_5 - q_{15} - h_{b1}q_{17} - lq_{16}) \\
 &\quad + 2c_{sy}(\dot{q}_5 - \dot{q}_{15} - h_{b1}\dot{q}_{17} - l\dot{q}_{16}) \\
 A_6 &= k_{sb}(q_6 - q_{16}) \\
 A_7 &= 2c_{sz}d_2^2(\dot{q}_7 - \dot{q}_{17}) + 2k_{sz}d_2^2(q_7 - q_{17}) \\
 &\quad + 4k_{pz}d_1^2(\dot{q}_7 - \dot{q}_{17}) \\
 A_8 &= 2k_{py}(q_8 - q_{12} - bq_{13}) \\
 A_9 &= 2k_{py}(q_{10} - q_{12} + bq_{13}) \\
 A_{10} &= 2k_{px}d_1^2(q_9 - q_{13}) \\
 A_{11} &= 2k_2d_1^2(q_{11} - q_{13}) \\
 A_{12} &= 2k_{sy}(q_{12} - q_{15} - h_{b1}q_{17} - lq_{16}) \\
 &\quad + 2c_{sy}(\dot{q}_{12} - \dot{q}_{15} - h_{b1}\dot{q}_{17} - l\dot{q}_{16}) \\
 A_{13} &= k_{sb}(q_{13} - q_{16}) \\
 A_{14} &= 2c_{sz}d_2^2(\dot{q}_{14} - \dot{q}_{17}) + 2k_{sz}d_2^2(q_{14} - q_{17}) \\
 &\quad + 4k_{pz}d_1^2(\dot{q}_{14} - \dot{q}_{17}) \\
 A_{15} &= (q_{15} - q_5 + h_{b1}q_{17} + h_2q_7) \\
 A_{16} &= (\dot{q}_{15} - \dot{q}_5 + h_{b1}\dot{q}_{17} + h_2\dot{q}_7) \\
 A_{17} &= (q_{15} - q_{12} + h_{b1}q_{17} + h_2q_{14}) \\
 A_{18} &= (\dot{q}_{15} - \dot{q}_{12} + h_{b1}\dot{q}_{17} + h_2\dot{q}_{14})
 \end{aligned}$$

이상의 차량 해석모델에 차륜 플렌지와 레일의 접촉에 의해 발생하는 플렌지의 거동인 식 (10)의 수식을 추가하여 사용하였다[8].

$$F_T(q_i) = \begin{cases} k_0(q_i - \delta), & \delta < q_i \\ 0, & -\delta \leq q_i \leq \delta \\ k_0(q_i + \delta), & q_i < -\delta \end{cases} \quad i=1, 3, 8, 10 \quad (10)$$

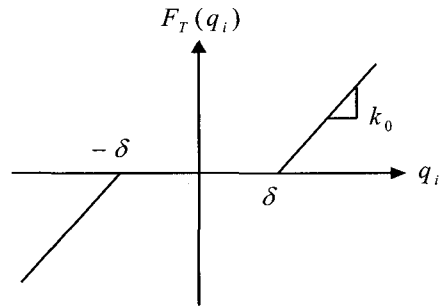


Fig. 4 The contact of flange and rail

4. 수치해석

차륜과 레일간의 접촉, 크리이프 이론 및 차륜의 플렌지 거동 등이 포함된 17 자유도계 운동방정식을 이론적으로 해석하는 것은 불가능하므로 컴퓨터를 이용한 수치해석을 통하여 동특성을 예측해 보았다. 화차 한량에 대한 운동을 수치해석하기 위하여 식 (9)에 차량의 운동방정식을 4차 Runge-Kutta방법으로 수치해석을 수행하였다. table 2는 본 연구에서 사용된 화차의 사양이다.

4. 1 임계속도

화차의 임계속도를 계산하기 위해 시간영역에서 수치해석을 하였고, 속도를 증가시키며 횡변위의 지속 여부로 임계속도를 예측하였다. Fig. 5는 일정 주행속도에서의 차량 횡변위의 변화를 나타내고 있다. 주행속도가 임계속도보다 작을 때, 초기 변위량에 따른 차량 횡변위는 시간이 지날수록 감소하나, 주행속도가 임계속도보다 클 때는 시간이 지남에 따라 초기 변위량이 점점 증폭되어 진동하게 된다. 임계속도를 예측하기 위하여 차량 주행속도를 영에서부터 서서히 증가시켜 보았다. Fig. 5에서와 같이 주어진 차량의 설계조건으로부터 98km/h에서는 횡변위가 점차 감소 되었으나, 100km/h에서는 횡변위가 감소되지 않고 지속되는 상태를 나타내고 있어, 이 부근의 속도가 임계속도임을 알 수 있다.

Table 2. Specifications of the freight car

Index	Terms	Symbol	Units	Input
Car Body	Weight of the Car body	m_c	ton	16.083
	Moment of Inertia Roll & Pitching, Yaw	I_{cr}, I_{cy}	Mgm	17.625 317.26
Boige Frame	Weight of the Bogie	m_b	ton	1.982
	Moment of Inertia Roll & Pitching, Yaw	I_{br}, I_{by}	Mgm	1.05 1.64
Axle	Weight of the Axle	m_w	ton	1.309
	Moment of Inertia Roll & Yaw	I_w	Mgm	0.75
	Half of Wheel Diameter	r	m	0.43
Dimension	Half of Axle Distance	b	m	0.9
	Half of Bogie Distance	ℓ	m	4.53
	Half of Between 1'st Spring	h_1	m	0.978
	Half of Between 2'nd Suspension Center	h_2	m	0.838
1'st S/P	Longitudinal Stiffness	k_{px}	MN/m	554.57
	Lateral Stiffness	k_{py}	MN/m	423.23
	Vertical Stiffness	k_{pz}	MN/m	1.6128
2'nd S/P	Vertical Stiffness	k_{sz}	MN/m	3.8791
	Lateral Stiffness	k_{sy}	MN/m	0.90384
	Bolster Stiffness	k_{sb}	MN/m	0.06779
Damper	Vertical Damper Coefficient	c_{sz}	MN/m	0.11072
	Lateral Damper Coefficient	c_{sy}	MN/m	0.18454
Contact	Lateral Track Stiffness	k_0	MN/m	14.6
	Rail-flange Clearance	δ	m	0.009

으로 표현할 수 있다. 본 연구에서는 table 2의 화차의 사양과 전후·좌우 크리이프계수($k_{11}=442450, k_{22}=512880$)를 이용하여 안정성 판별을 수행하였다. Fig. 6은 주행속도 증가에 따른 고유치 실근의 변화를 나타내고 있다. 해석 결과 Fig. 6에서와 같이 주행속도 100km/h 이전에서는 고유치의 실근이 0보다 작은 음(-)의 영역에 존재하다가 주행속도 100km/h 부근에서는 양(+)의 영역으로 분포되어 이 부근의 속도가 임계속도임을 알 수 있다.

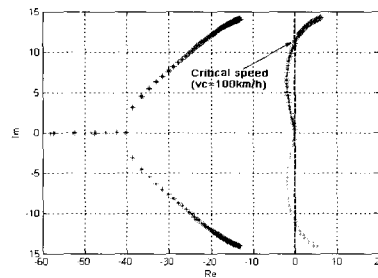
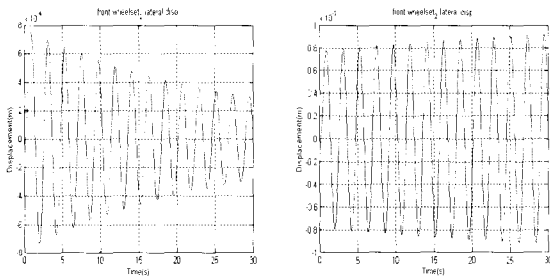


Fig. 6 Root loci(wheelset)

4. 3 사행동 해석

화차의 설계변수($a=0.711m, r=0.43m, v=0.05$)로부터 윤축 사행동 파장(S_1)은 식 (1)로부터 15.54m, 대차의 사행동 파장(S_2)은 식 (7)로부터 25.06m로 계산된다. 이때 임계속도 100km/h에서의 윤축 및 대차 사행동 진동수는 식 (6)과 (8)에 의하여 11.28Hz, 6.96Hz이다.

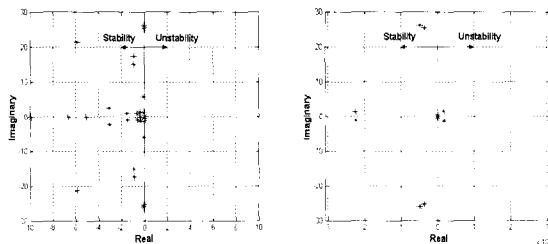


(a) v=98km/h (b) v=100km/h

Fig. 5 Lateral vibration of the freight car

4. 2 안정성 판별

차량운동에 대한 안정성은 식 (4)의 특성방정식에 대한 고유치 해석으로 판별할 수 있다. 만일 해석결과로 얻어진 고유치의 실근이 설계변수의 변화에 따라 음(-)에서 양(+)이 된다면 이때 차량은 불안정해진다. 차량에 대한 안정성은 차륜과 레일의 기하학적 접촉에 의해 좌우, 요운동의 연성으로 발생하는 윤축 사행동의 안정성

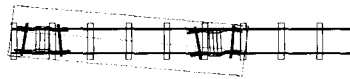


(a) v=96km/h (b) v=97km/h

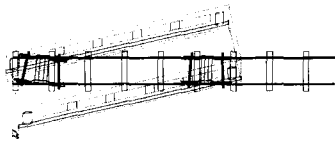
Fig. 7 Stability analysis

수치해석에 의해 계산된 임계속도를 확인하고 임계속도에서의 사행동 해석을 하기 위하여 다물체 동역학 상용해석 프로그램인 ADAMS/RAIL[9]를 이용하여 전산해석을 수행하였다. ADAMS/RAIL는 계의 구성요소(질량, 강성, 댐퍼, 비선형 특성 등)만을 정의하면 프로그램 스스로 운동방정식을 작성하여 해석하는 상용프

로그그램으로 본 연구에서는 윤축(4), 대차(2), 차체(1)의 구성요소(총 50 자유도계)를 정의하고 이를 강성 및 댐퍼장치를 이용하여 결합하였다. Fig. 7은 주행속도 변화에 따른 차량의 안정성 해석결과를 나타내고 있다. ADAMS/RAIL을 통한 고유치 해석결과 주행속도 97km/h에서 고유치 실근이 음(-)에서 양(+)이 되어 이 부근의 속도가 임계속도임을 확인할 수 있었다. Fig. 8은 임계속도에서 화차의 사행동 모드현상을 나타내고 있다. Fig. 8에서와 같이 11.28Hz에서 차체는 윤축의 사행동에 의해 요잉되고, 6.96Hz에서는 대차의 사행동에 의하여 차체가 요잉됨을 알 수 있다.



(a) Snake motion of wheelset(11.28Hz)



(b) Snake motion of bogie(6.96Hz)

Fig. 8 Simulation results of the snake motion

Fig. 9과 10은 화차 임계속도의 변수인 1차 좌우·전후 강성계수에 대한 증가비(k_x/k_{x0} , k_y/k_{y0})의 변화와 고정축거(b)와 차륜 답면구배(λ)의 변화에 따른 사행동 임계속도의 변화를 나타내고 있다.

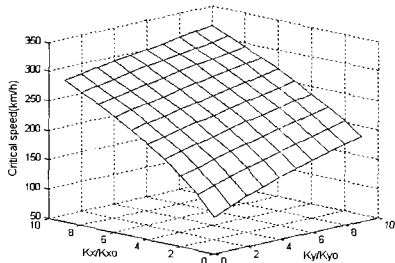


Fig. 9 k_y - k_x vs critical speed

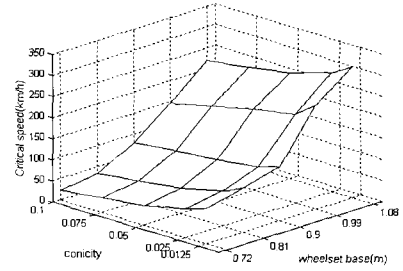


Fig. 10 Wheel base-conicity vs critical speed

Fig. 9와 10에서와 같이 사행동 임계속도는 1차 좌우·전후강성계수 증가비의 증가함에 따라 증가하였다. 또한 고정축거의 증가와 차륜답면구배의 감소함에 따라 증가함을 알 수 있다.

차량의 임계속도는 사행동 진동수에 의해 결정된다. 또한 사행동 진동수의 중요 매개변수는 1차 좌우·전후 강성계수이다. 그러므로 1차 좌우·전후 강성계수를 조정함으로써 사행동을 억제할 수 있다. Fig. 11은 임계속도에서의 사행동을 억제하기 위해 1차 좌우·전후 강성계수를 약 5배 증가 변화시켰을 때 차량운동에 대한 안정성 해석결과이다. Fig. 11과 같이 1차 좌우·전후 강성계수를 증가시키면 차량운동의 안정성을 보다 더 도모할 수 있다.

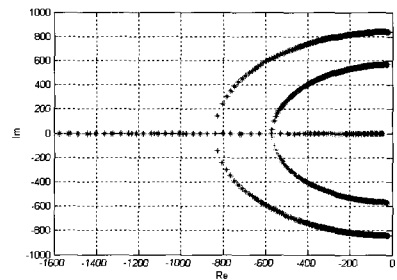


Fig. 11 Root loci(with control)

5. 결론

본 연구에서는 실제 차량의 설계·제작 단위인 화차 한량에 대한 사행동을 해석하기 위하여 총 17 자유도로 모델링하여 운동방정식을 유도하였다. 임계속도를 예측하기 위하여 유도된 비선형 운동방정식에 대한 수

치해석과 안정성 해석을 실행하였다. 또한 ADAMS/RAIL를 이용하여 임계속도에서의 화차의 사행동 모드를 계산하였다.

해석모델에 대한 운동방정식에 의한 수치해석과 안정성 해석 및 ADAMS/RAIL의 결과로부터 화차 한량의 임계속도가 거의 일치함에 따라 17 자유도 운동방정식이 타당함을 검증할 수 있었다. 더불어 기하학적 추론에 의한 임계속도에서의 윤축과 대차의 사행동 진동수는 각각 11.28Hz, 6.96Hz임을 알 수 있었고, 이는 ADAMS/RAIL을 이용한 시뮬레이션 결과로도 입증되었다.

결국 17 자유도 비선형 운동방정식을 이용하여 수치 해석한 결과 화차의 임계속도를 증가시키기 위해서는 1차 전후 및 좌우 강성계수와 고정축거를 증가시키고, 차륜 담면구배를 감소시켜야함을 알았다.

참고문헌

1. 오일근, 정우진, "철도차량의 비선형 사행동 발생 속도 예측," 한국철도기술, 17호, pp. 78-86, 1998.
2. Carter, F. W., "On the Stability of Running of Locomotives," Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Vol. 121, pp. 585~611, 1968.
3. Cooperrider, N. K., "The Hunting Behavior of Conventional Railway Truck," ASME, J. Eng. Industry, Vol. 94, pp. 752~762, 1972.
4. Blader, F. B., "Dynamic Stability of Cars in Long Freight Trains," ASME, J. Eng. Industry, pp. 1159~1167, 1974.
5. 이승일, 최연선, "고속주행용 화차대차의 주행안전성," 한국철도학회, 제4권, 제3호, pp. 116~122, 2001.
6. 日本機械學會編, "鐵道車輛のダイナミクス," 電氣車研究會, 1994.
7. Wickens, A. H., "The Dynamics Stability of a Simplified Four-Wheeled Railway Vehicle having Profiled Wheels," Int. J. Solids and Structures, Vol. 1, pp. 385~406, 1965.
8. Galvanetto, U. and Briseghella, L., "Optimal Axle Distance of a Railway Bogie," International Journal of Bifurcation and Chaos, Vol. 7, No. 3, pp. 721~732, 1997.
9. "GETTING STARTED USING ADAMS/RAIL VERSION 12," Mechanical Dynamics., 2002.