

## 2차원 개별요소법을 이용한 도상자갈 생성 알고리즘 개발

### Development of 2-D DEM (Discrete Element Method) algorithm to model ballast and sleeper

김대상<sup>1</sup>, 황선근<sup>2</sup>

Dae-Sang Kim, Hwang-Seon Keun

**Keywords** : DEM(Discrete Element Method)(개별요소법), Ballast(도상자갈), Sleeper(침목)

#### Abstract

This paper presents the development of 2-dimensional discrete element algorithm to generate circle and line elements for the simulation of the ballast and sleeper in railway. An example of randomly distributed circle elements show a good applicability of this algorithm for the modeling of the behaviors of ballast. The output about unbalanced force, particle velocity, and total energy conservation from the code is evaluated to check if the calculation is conducted properly.

#### 1. 서론

개별요소법(Discrete Element Method, DEM)은 Cundall(1971)이 개발한 불연속체의 시간영역 해석법으로, 개개의 입자가 운동방정식에 따라 각각 독립적으로 운동하여 서로 접촉하게 되었을 때 접촉점에서 가정한 접촉(수직, 전단) 스프링을 통하여 발생한 힘을 구한다. 알고리즘은 단순하나 많은 입자를 해석하는 경우에는 계산량이 커지게 되어 개발 당시에는 취급할 수 있는 입자수가 크게 제한되었었다. 그러나, 최근 컴퓨터 성능의 향상과 함께 취급가능한 입자수가 증가하여 현재는 불연속체의 해석기법으로 많은 연구자에 의하여 이용되고 있다.

불연속체 모델링 기법은 하나의 계를 구성하는 불연속체들 사이의 접촉(contacts)점 또는 경계면(interfaces)의 표현방법에 의하여 연속체 모델링 기법과 구별된다. 따라서 불연속체 해석방법은 접촉 및

경계면을 표현하는 방법과 불연속체를 어떻게 표현하는가에 의하여 분류할 수 있다.

Cundall 과 Hart(1998)는 고려해야 할 불연속체가 강체인가 혹은 변형체인가, 변형한다면 이를 어떻게 표현할 것인가, 그리고 접촉 및 경계면을 표현하는 방법에 따라 개별요소법을 분류하였다. 현재 상용화되고 있는 UDEC(Universal Distinct Element Code), PFC(Particle Flow Code)등도 운동방정식을 풀기 위하여 양적 유한차분법(explicit finite difference method)을 이용하고 해석과정에서 불평형력(unbalanced force)을 최소화하는 방법을 사용하는 개별요소법의 범주에 속하는 프로그램들이다.

개별요소법에 관한 최근의 연구동향은 불연속체의 거동을 실제 거동과 유사하게 모사하기 위하여 5,000~10,000개의 3차원 입자까지 해석이 가능한 알고리즘을 개발하여 이를 실험결과와 비교함으로써 정량적인 해석 결과를 얻고자 하는 노력들이 이루어지고 있다(Muhlhaus et al. 2001). 그러나 현재까지도 입자의 형상을 적절하게 모델링 할 수 없었기 때문에 여전히 개별요소법에 의한 해석결과를 정량적으로 실험결

<sup>1</sup> 정회원, 한국철도기술연구원 궤도토목연구본부, 선임연구원  
<sup>2</sup> 정회원, 한국철도기술연구원 궤도토목연구본부, 책임연구원

과와 비교하는 것은 쉽지 않은 것이 현실이다.

본 연구에서는 원과 선분을 이용하여 복잡한 형상을 표현할 수 있는 2차원 개별요소법(DEM) 알고리즘을 개발하였다. 개발된 알고리즘을 이용하여 다양한 크기의 반지름을 갖는 원형요소를 이용하여 도상자갈을 모델링하고 선분요소를 이용하여 침목을 모델링할 수 있게 되었다.

## 2. 프로그램 개요 및 흐름도

개별요소법은 개개의 입자들에 운동방정식을 적용하고 입자들의 접촉 시 접촉점에 가정한 힘-변위관계로부터 각각의 입자에 작용하는 힘을 구하여 입자의 새로운 위치를 구하는 양적 유한차분법이다(Fig. 1). 개별요소법의 경우 입자의 강성은 접촉점에서의 법선 및 접선방향 강성계수에 의하여 표현되고(Fig. 2), 입자 사이에 작용하는 힘은 접촉점에서 가정한 스프링으로부터 구할 수 있다. 본 알고리즘은 2차원으로 개개의 입자들은 수평, 수직, 그리고 회전에 대한 자유도를 가진다.

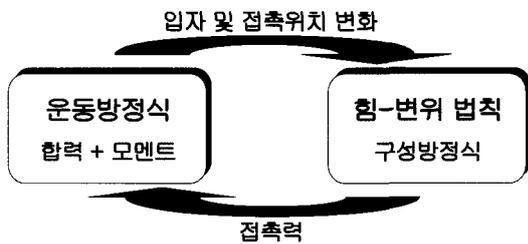


Fig. 1 계산 과정

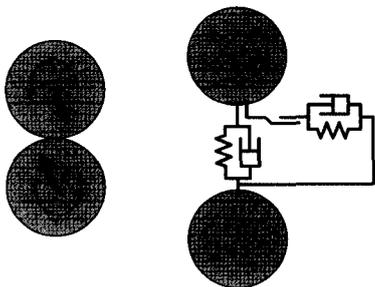


Fig. 2 DEM 계산시의 접촉 모델

Fig. 3은 개발한 알고리즘의 흐름도를 보여 주고 있

다. 계산 모드를 이원화하여 자동 원형입자 생성 모드와 일반 계산 모드로 구분하고 각각에 대한 입력 데이터를 작성하였다. 입력데이터로는 계산증분시간, 수평, 수직방향의 중력가속도, 입자의 밀도, 수직과 전단방향 스프링의 강성 및 감쇠계수, 입자간 마찰각, 해석 경계범위, 입자의 최대, 최소반경과 2차원을 고려한 간극비, 입자의 크기와 위치, 초기속도 및 하중 조건에 대한 정보가 필요하다. 스프링의 강성계수는 파동방정식으로부터, 감쇠계수는 과감쇠가 발생하지 않는 임계감쇠의 조건을 이용하여 구하였다.

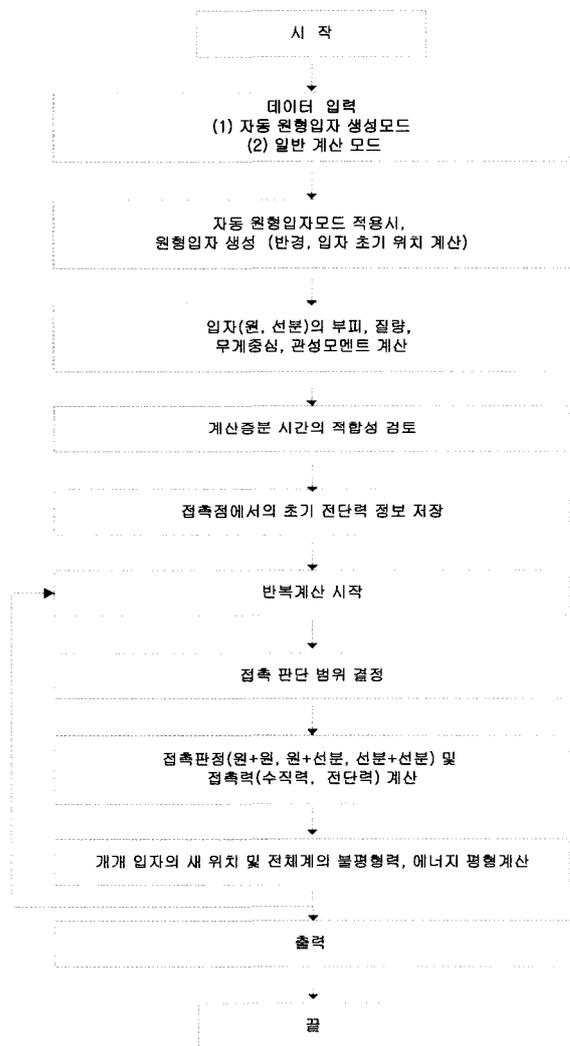


Fig. 3 프로그램 흐름도

계산 단계별 시간증분은 차분계산 해의 수렴성과 안정성을 고려하여 계를 구성하는 스프링의 강성 및

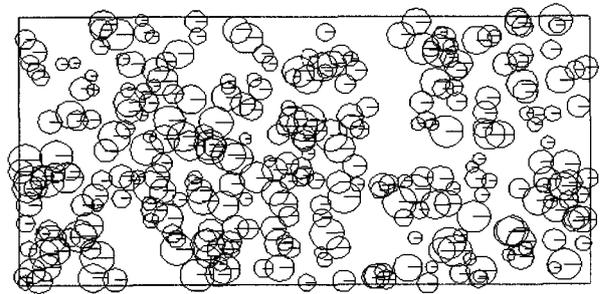
감쇠계수로부터 구한 임계시간증분 보다 작은 시간증분을 사용하였다. 원형입자나 선분입자의 필요한 데이터를 입력한 후에 원으로 구성된 입자, 하나의 선분으로 구성된 입자 및 다양한 형태의 다각형 입자들에 대한 부피, 질량, 무게 중심 및 관성모멘트를 각각 구하였다. 계산 시 선분입자의 경우 그 두께를 길이의 1/10로 가정하였다. 그리고 해석경계의 범위는 x, y축에 평행한 직사각형 영역으로 하고 그 경계는 에너지 흡수나 마찰은 없는 경계를 사용하였다.

다음 단계로 접촉점에서의 초기전단력 정보를 저장하고 반복계산을 시작하였다. 먼저 해석영역을 최대 입자의 크기를 기준으로 하여 몇 개의 부분영역으로 나누고 개개의 입자가 포함된 번지를 할당한 다음 개개 입자의 주변 부분에 대하여 접촉판단 범위를 설정하였다. 개개 입자와 접촉판단 범위 안에 속해 있는 입자들 사이의 접촉판정을 실시하였다. 접촉판정을 실시하여 접촉하고 있는 경우 개개 입자 사이의 법선력과 전단력을 구하였다. 이때 법선력은 두 입자간의 접촉 깊이로부터 구하고 전단력은 입자간의 법선력이 작용할 때 입자간에 발생한 상대변위로부터 구하였다. 구해진 전단력이 입자간의 내부마찰각에 의한 전단 저항력보다 클 때 미끄러짐이 발생하도록 하였다. 개개 입자에 작용하는 힘으로부터 입자의 가속도, 속도, 변위를 구하고 이로부터 입자들의 새로운 위치를 계산하였다. 그리고 계산이 적절하게 수행되었는지를 확인하기 위하여 위치에너지, 운동에너지, 스프링에 축적된 에너지, 김쇠 및 미끄러짐으로 인하여 손실된 에너지를 각각 구하여 에너지 평형을 확인하였다. 이와 같은 계산을 필요한 횟수만큼 반복 수행 한 후에 정해진 계산단계마다 계 전체의 불평형력, 에너지 평형 등을 계산하고 필요한 정보를 출력하였다.

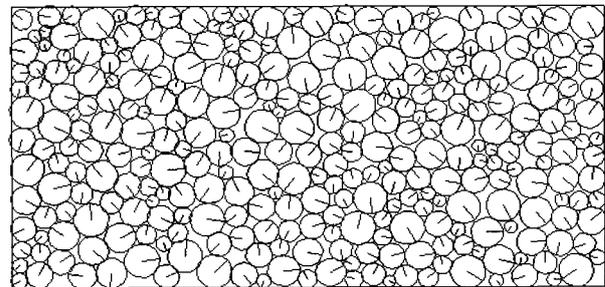
### 3. 원형입자 자동 생성 예제

Fig. 4는 원형입자의 생성 예를 보여 준다. 본 예제의 경우 발생시킨 입자 수는 306개이고 간극비는 0.2이다. 2차원임을 고려할 때 조밀한 상태로 볼 수 있다. Fig. 4(a)는 입자발생 후의 초기상태를 보여주고 있으며, (b)는 500step 계산 후의 상태를, (c)는 10,000step 계산 후의 상태를 보여 주고 있다. 자동적으로 원형요소를 생성하는 알고리즘은 발생시키고 싶은 입자 수만큼의 0과 1사이의 난수(Random number)를 발생시키고 간극비를 판정기준으로 하여

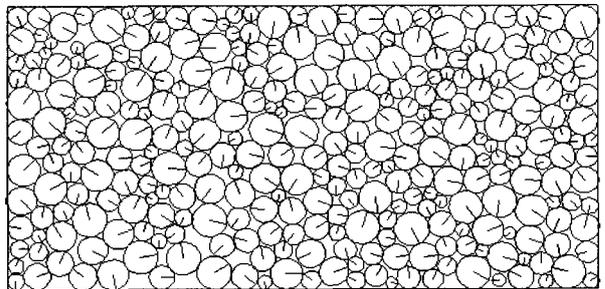
설정한 간극비에 가장 근접한 간극비를 가질 수 있도록 반복계산을 수행함으로써 Fig. 4(a)와 같이 초기상태 입자의 크기와 위치를 결정하였다. 그리고 접촉판정을 통한 반복 계산 과정으로 부터 개개 입자가 중복되지 않도록 입자의 위치를 조정하였다. 각 계산 단계별 시간증분은  $10^{-5}$ 초로 설정하였고 원형요소 생성 시 스프링계수는 큰 물리적인 의미를 갖지 않으므로 적절한 값을 사용하였다. 초기상태에서는 입자간의 중복이나 겹침이 많이 발생되어 있으나, 500 step 후에는 중복은 거의 사라지고 약간의 겹침만이 보이는 것을 확인할 수 있었다. 그리고 10,000 step 후에는 중복이나 겹침이 없는 입자를 생성할 수 있었다.



(a) 초기상태



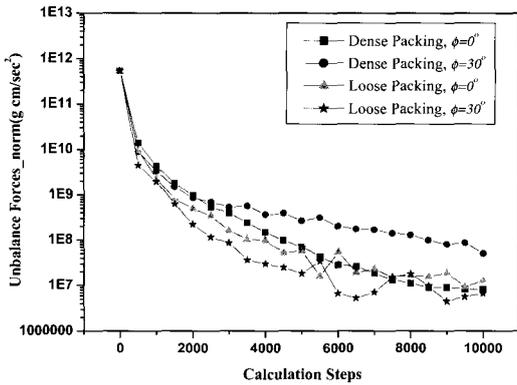
(b) 500 step 후



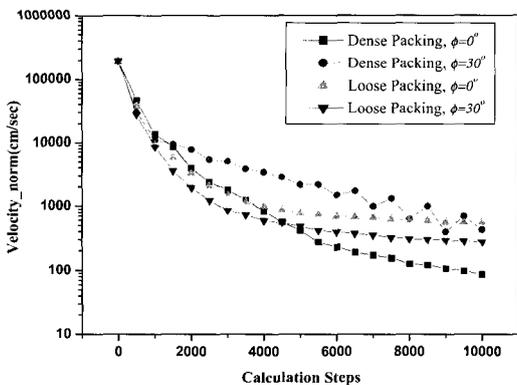
(c) 10000 step 후

Fig. 4 원형 입자 자동 생성 예 (306개의 입자, 간극비=0.2)

Fig. 5에서는 간극비(0.2:Dense 와 0.27:Loose)와 입자간 마찰 계수( $\phi=10^\circ, 30^\circ$ ) 가 다른 네가지 경우에 대하여 안정화 과정 동안의 불평형력 및 입자 속도의 크기 변화를 보여주고 있다. 대략 10,000 step 정도, 즉 0.1초 정도 안정화시킨 후에는 불평형력의 경우 초기상태의 1/10,000 정도까지 감소하고, 속도의 경우 1/1,000 정도까지 감소하여 개개 입자의 활동성이 감소하여가는 것을 확인할 수 있었다.



(a) 불평형력의 안정화 과정



(b) 입자속도

Fig. 5 안정화 과정 동안 불평형력과 입자속도의 크기 변화

Fig. 6은 계산 전과정 동안의 에너지 평형에 관한 정보를 보여주는데 이로부터 계산이 적절하게 수행되었는지를 확인할 수 있다. 계산의 전과정 동안 에러는 거의 축적되지 않았으며, 500 step 후에 접속스프

링에서 발생하는 스트레인 에너지는 크게 감소하여 입자가 겹치지 않는다는 것을 확인할 수 있다

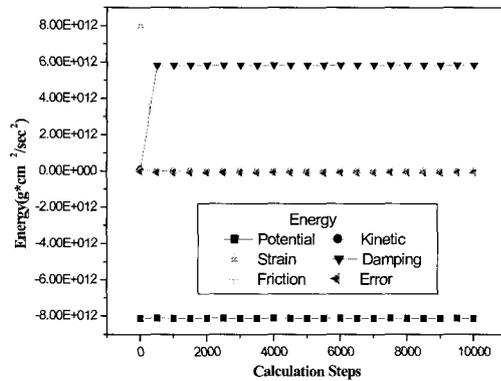


Fig. 6 안정화 과정 동안의 에너지 평형 ( $\phi=30^\circ$  Dense Packing의 경우)

Fig. 7은 상기와 같은 방법으로 생성한 도상자갈 모델에서 침목이 존재하는 부근의 도상자갈(원형입자)을 제거하고 침목을 부설한 예이다. 침목 좌우를 완전히 좌우 대칭으로도 모델링 할 수도 있으나 본 예제의 경우 다짐 시에 중력낙하 방식을 이용하여 자연스럽게 비대칭으로 모델링 하였다.

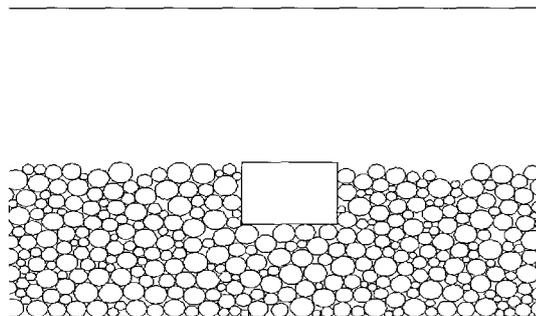


Fig. 7 침목 모델링 예제

본 프로그램을 이용하면 침목의 거동에 따른 자갈 입자 개개의 위치 변화 및 회전에 관한 정보를 얻을 수 있으며 침목하면 및 노반면에 작용하는 압력 또한 정량적으로 구할 수 있다. 그리고 입자 상호간에 전달되는 법선응력 및 전단응력도 정량적으로 구할 수 있다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 원과 선분을 이용하여 복잡한 형상의 입자를 표현할 수 있는 2차원 개별요소법(DEM) 알고리즘을 개발하였다. 개발된 프로그램을 이용하여 다양한 반지름을 갖는 원형요소를 구현함으로써 도상자갈을 모델링할 수 있었고 선분요소를 이용하여 침목을 모델링할 수 있었다. 프로그램의 자동입자 생성모드를 이용하면 중복되거나 겹치지 않는 원형요소를 원하는 만큼 생성시킬 수 있다는 것을 확인할 수 있었다. 또한 안정화 과정 동안의 불평형력과 입자속도의 크기 및 에너지 평형을 검토하여 계산 결과의 신뢰성을 검증하였다. 향후 개발한 알고리즘을 이용하여 도상/노반의 거동을 정량적으로 해석할 계획에 있다.

#### 참 고 문 헌

1. Cundall, P. A., (1971), "A computer model for simulating progressive, large-scale movements in blocky rock systems", ISRM Symposium, Nancy, France, Proc.,Vol.2, pp.129~136
2. Cundall, P. A., (1998), "2DEC User's Manual", Itasca consulting group.
3. Hahn, J. K. (1988) "Realistic Animation of Rigid Bodies", *Computer Graphics*, Vol.24, No.4, pp.299~308
4. Muhlhaus, H.-B., Sakaguchi, H. and Moresi, L.(2001), "Particle in Cell and Discrete Element Models for Granular Materials", *Computer Methods and Advances in Geomechanics*, Desai et al. eds., Balkema, Vol.1, pp.511~518
5. Shi, G.-H.(1988), "Discontinuous Deformation Analysis: a New Numerical Model for the Static and Dynamics of Block Systems", Ph.D thesis, Civil Eng., University of California, Berkeley
6. Williams, J. R., and Mustoe. G. G. W.(1987), "Modal Methods for the Analysis of Discrete Systems", *Computers & Geomechanics*, Vol.4, pp.1~19
7. Matsushima, T.(1997), "Grain-to Grain Interaction Affecting Dynamic Deformation of Granular Slope", Doctoral dissertation, University of Tokyo(in Japanese)