강좌 II

스펙트럼 해석의 역사와 배경

서 사 범
(한국고속철도건설공단
궤도처장/공학박사 · 철
도기술사)

1. 머리말

궤도(track)는 열차가 안전하고 승차감(乘車感)이 좋게 운행되도록 충분한 강도를 가지고 더욱이 양호한 상태로 정비되어 있어야 한다. 일반적으로, 토목 구조물(structure)은 하중을 받으면 변위(變位) · 변형하고, 하중이 없게 되면 원래대로 되돌아간다. 즉, 각 부재는 탄성 한계 내로 응력(應力)이 들어가도록 설계된다. 그러나, 궤도는 열차의 하중과 진동을 궤도 자신의 변위 축적으로 흡수하고 있다. 결국, 처음부터 틀림이 진행되어 가는 것을 전제로 한 유일한 구조물이다. 일반적으로는 스프링 하 중량과 축중(軸重)이 큰 차량이 빠르고 대량으로 주행하게 되면 궤도 틀림이 발생하여 진행한다. 궤도 틀림 파형의 성장은 궤도 틀림이라고 하는 공간적인 파형의 시간적인 추이라고 하는 2차원적인 취급이 필요하다.

궤도 틀림의 파장이나 열차 동요의 주파수 특성을 포함하여 검토하기 위해서는 파워 스펙트럼 밀도(Power Spectral model)를 이용하는 것이 편리하며, 궤도의 품질을 상세히 관찰하는 이 파워 스펙트럼 밀도 함수는 신호의 분산 또는 에너지가 파장에 걸쳐 어떻게 분포하는지를 보여준다. 즉, 스펙트럼 해석(spectral analysis)은 궤도 틀림을 공간적으로 연속한 파형으로서 다루어 궤도 틀림의 특징을 추출하기 위하여 사용하는 방법이다.

본고에서는 먼저 궤도 틀림의 성장과 통계 이론 및 평가 방법을 고찰하고, 랜덤(random) 데이터의 해석법을 이해하는데 참고가 되도록 스펙트럼 해석의 역사와 배경에 관하여 살펴본다.

2 궤도 틀림의 성장과 통계 이론 및 평가 방법

2.1 궤도 틀림의 성장

열차가 궤도상을 반복하여 주행하면, 차량의 상하 · 좌우 방향의 동적인 하중이 차륜을 통하여 궤도에 전달되어 궤도의 변형이 증대하고, 궤도 틀림이 현재(顯在)화한다. 궤도 틀림의 크기는 틀림 진행의 속도, 보수에 이르기까지의 주기, 그리고 보수의 효과에 의하여 정하여진다. 궤도를 새롭게 다지면 그 직후에 상대적으로 큰 침하(沈下)가 생기는 것은 잘 알려져 있다. 궤도의 모든 지점이 같은 양으로 침하되는 경우에는 틀림이 발달하지 않을 것이다. 그러나, 이들의 침하는 지지 조건, 궤도 구조 및 하중 분포의 불균등성에 기인하여 조금도 균일하지 않다. 이에 따라 궤도에 불균등한 침하가 생겨 차량에 탁월한 파장 영역의 틀림이 발달하게 된다. 이 궤도 틀림이 다시 차량 진동(vibration)의 발생 원으로 되어 궤도 틀림의 진행(growth of track irregularity)을 촉진한다. 따라서, 차량의 통과 톤수에 따라 궤도의 평균적인 변형이 어떻게 진행하는가 라는 문제에 관하여는 많은 연구가 있었다. 그러나, 열차의 고속화에 수반하여 차량과 궤도의 상호 작용이 크리티컬하게 되어 강제 진동 원으로서의 궤도 틀림도 평균적인 변형 량에서 각 위치에 대한 변형 진행 상태, 즉 궤도 틀림 파형(wave shape)이 중요하게 된다.

이 궤도 틀림 파형의 성장은 궤도 틀림이라고 하는 공간적인 파형의 시간적인 추이라고 하는 2차원적인 취급을 필요로 하므로 스펙트럼 해석(spectral analysis)을 이용한 분석이 행하여지고 있다. 그러나, 스펙트럼 자신의 데이터 량도 방대하게 되므로 궤도 틀림 파형의 발생, 성장 모델의 해석과 함께 궤도 틀림 파형의 특징을 나타내는 지수의 도입이 중요하게 된다. 이 분야는 궤도 · 노반 · 차량의 역학적 특성에 깊게 관계하며 이 방면에서의 해석이 불가결하다. 궤도 틀림 파형의 생성을 다루는 문제는 대단히 넓은 분야에 관계하여 있다.

궤도 틀림 데이터 해석의 목적은 최종적으로는 궤도와 차량의 동적 응답의 상호 작용을 해명하여 차량 · 궤도 양자를 포함하여 가장 유효하고 양호한 특성을 얻는 것에 있다. 궤도 틀림 데이터 해석의 새로운 기술은 궤도 틀림이나 차량 동요와 같은 불규칙한 데이터를 그 내부에 포함하는 다이내믹한 시스템에 대하여 확률 통계적 신호 처리의 기술이라는 방법을 적용하는 것으로 그 거동, 인과 관계의 정량적 해명을 가능하게 하는 기술이다. 이 기술은 시계열의 해석, 제어 이론, 디지털 신호 처리 기술의 각 전문 분야를 서로 융합하여 만들어지고 있는 새로운 기술이다. 궤도 틀림과 같이 불규칙한 데이터의 스펙트럼 해석은 그 중에 포함되는 파장 성분과 그 강도를 알기 위한 중요한 분석법이다.

2.2 궤도 틀림의 통계 이론

궤도 틀림은 공간적, 시간적인 취급을 필요로 하지만, 지금까지의 이론을 대별하면 표 1에 나타낸 것과 같다.

(1) 궤도 틀림의 분포(distribution) 이론

궤도상의 각 점에서 측정한 궤도 틀림 량의 확률 분포 및 그 분포의 파라미터(평균, 분산 등)를 추정하여 그것에 따라 궤도 상태를 표현한다. 궤도 틀림 량은 정규 분포에 따른다고 생각한다. 또한, 일정 구간의 궤도 틀림 최대치에 착안한 경우에는 극치 분포에 따르는 것도 알려져 있다.

표 1 궤도 틀림의 통계 이론

공간 / 시간	점(點, point)	파(波, wave)
시점(時點)	(1) 분포 이론	(3) 스펙트럼 모델
시계열(時系列)	(2) 침하 속도	(4) 성장 모델

(2) 침하(sinking) 속도

침하 속도의 확률 모델(probability model)에는 표준적인 침하 패턴에 따른 무작위 작용(random work)으로서 표현하는 이론이 제안되어 있다. 더욱이, 침하 속도에 대한 궤도 구조, 노반 상태, 열차 속도, 축중 등이 실적 데이터에 의하여 해석되고 있다.

(3) 파워 스펙트럼 모델(Power Spectral model)

궤도 틀림을 공간적으로 연속한 파형으로서 다룬다. 그 특징을 추출하기 위해서는 스펙트럼 해석(spectral analysis)을 행하고 있다. 이 스펙트럼은 면(고저), 궤간, 줄(방향), 수평에 대하여 일정한 패턴(pattern)을 갖고 있으며, 그 출현 이유를 설명하는 모델이 발표되어 있다. 궤도 틀림은 궤도에 있어서 불가피하게 발생하며, 궤도 구조, 열차 하중 및 보수 작업의 패턴에서 그 특성이 정하여진다. 이것에 대하여는 그 크기 외에 파장의 특성이 그 위를 주행하는 차량의 주행 안전, 승차감에 관계하여 중요하게 된다. 이 파장(wave length) 성분을 나타내는 방법으로서는 공간 주파수(spatial frequency)에 대한 파워 스펙트럼 밀도(power spectral density, PSD)가 이용된다.

(4) 궤도 틀림 파형의 성장 모델(growth model)

궤도 틀림의 시간적 변화를 차량과 궤도의 상호 작용으로서 다루는 모델은 궤도 구조의 불균질성(不均質性)이나 축중의 변동에 따른 침하의 불균일성(不均一性)과 그것에 의한 궤도 틀림 파형의 성장을 대상으로 한다. 궤도와 차량에 대한 미분 방정식을 만들어 수치 계산을 하는 미시적 접근법(micro approach)과 궤도의 열화를 선형 계에의 입출력 관계로서 해석하는 거시적 접근법(macro approach)이 있다.

2.3 궤도 상태의 평가 방법

궤도 상태나 열차 동요 상태의 표현에는 다음에 나타내는 것처럼 여러 방법이 있다.

(1) 한도(限度)값 초과 개소 수

일정한 수치를 초과한 개소의 수로 평가하는 것으로 예를 들어 궤도 틀림이 10 mm 이상인 개소 수, 열차 동요가 0.25 g 이상인 개소 수라고 하는 것처럼 간단하게 수치화(數値化)할 수 있고 시간의 변화나 다른 구간과의 비교에도 편리하므로 가장 많이 이용된다.

(2) 구간 대표 값

일정한 구간마다의 최대 값으로 그 구간의 상태를 대표시키는 것이며 궤도 틀림이나 열차 동요 등의 연속 데이터를 이산 데이터로 변환하는 방법의 하나이다.

(3) 평균값과 분산

어느 구간의 궤도 틀림이나 열차 동요를 평균값과 분산이라고 하는 2 개의 수치로 치환하는 것이다. 궤도 품질을 나타내는 가장 일반적인 방법은 표준 편차를 계산하는 것이며, 프랑스 국철에서는 절대값의 평균치를 이용하고 있다. 표준 편차는 비전문가가 이해하기 어려우므로 네덜란드 철도는 표준 편차에서 추론하는 품질 지수(QI)를 참고로 하고 있다. 또한, 네덜란드 철도는 정규화(定規化)된 표준 편차와 피크 값을 사용하고 있으며, 네덜란드 철도망을 3 개의 품질 클래스(QCL)로 구분하고 있다.

(4) 차량 반응을 고려한 평가

네덜란드 철도에서는 리얼타임으로 차량 응답을 계산하고 있다. 궤도 선형의 분석에서 큰 문제는 각종 요인의 조합과 이들 값의 평가이며 분석의 최종 단계에서는 차량의 반응이 결정적이다. 궤도의 실제 보수 상태에 대하여는 순수 궤도 선형 틀림보다 차량의 동적 응답이 훨씬 더 좋은 기준이므로 차량 응답 해석(VRA)은 궤도 보수의 관리에서 유용할 것이다. VRA 시스템은

대상 차량에 대한 전달 함수를 평가하고, 계산한 차체 가속도의 주파수에 따라 가중한다. 일본의 고속 선로에서는 차량의 응답 특성에 따라 틀림을 가중하고 있다.

(5) 파워 스펙트럼 밀도(PSD)

궤도 틀림의 파장이나 열차 동요의 주파수 특성을 포함하여 검토하기 위해서는 파워 스펙트럼 밀도를 이용하는 것이 편리하다. 즉, 궤도의 품질을 상세히 관찰하는 방법은 파워 스펙트럼 밀도 함수를 이용하는 방법이며, 이것은 신호의 분산 또는 에너지가 파장에 걸쳐 어떻게 분포하는지를 보여준다.

3. 스펙트럼 해석의 역사와 배경

스펙트럼 해석의 발달 과정을 살펴보면 그림 1과 같다.

3.1 주기 그래프

오늘날 스펙트럼 해석이라고 하는 말로 불려지는 랜덤(random) 데이터 해석법의 착상은 19 세기 말에서 20 세기 초에 걸쳐 영국의 물리학자 Arthur Schuster의 연구로 거슬러 올라갈 수가 있다. 태양 흑점 수의 상당히 규칙적인 증감은 옛날부터 천문학자들의 흥미를 끌어온 것으로 스위스의 츄리히 천문대에 오랜 세월의 관측 기록이 있다. Schuster는 150년 간의 태양 흑점의 변이 주기나 Greenwich에서의 24년 간에 걸친 지구 자기의 편각에 관한 해석에 푸리에 급수의 고려 방법을 도입하여 주기와 그 변동 강도의 관계를 객관적, 통계적으로 처리하여 주기 T와 그 주기 성분 강도의 관계를 나타내는 곡선을 주기 그래프(period graph)라고 이름을 붙였다. 이것이 오늘날의 주파수와 에너지와의 관계를 나타내는 스펙트럼의 원형이다.

3.2 Einstein의 Brown 운동 이론

한편, 확률론적(確率論的)인 랜덤 현상, 즉 시간과 함께 변화하는 불규칙 변동을 수학의 도마에 처음으로 올린 것은 Brown 운동을 해석한 A. Einstein(1905)이다. 그 해에 쓴 3 번째의 논문 "열의 분자량에서 요구되는 정지 액체 중에 현탁(懸濁)한 입자의 운동"에서 그는 "열이 분자의 운동을 하면 액체 중에 1/1,000 mm 정도의 미립자가 분자의 운동에 의한 열 운동을 하며, 이것은 현미경으로 보여질 정도일 것이다. 그리고 이것이 아마 생물학자에게 보다 실제로 관측되고 있는 Brown 운동이라고 하는 것일 것이다"라고 기술하고 있다(이 해의 네 번째 논문은 그 유명한 '상대성 이론'이다). A. Einstein은 랜덤(random) 현상에 강한 관심을 품고서 중학생인 아들 Hans Albert Einstein에게 다

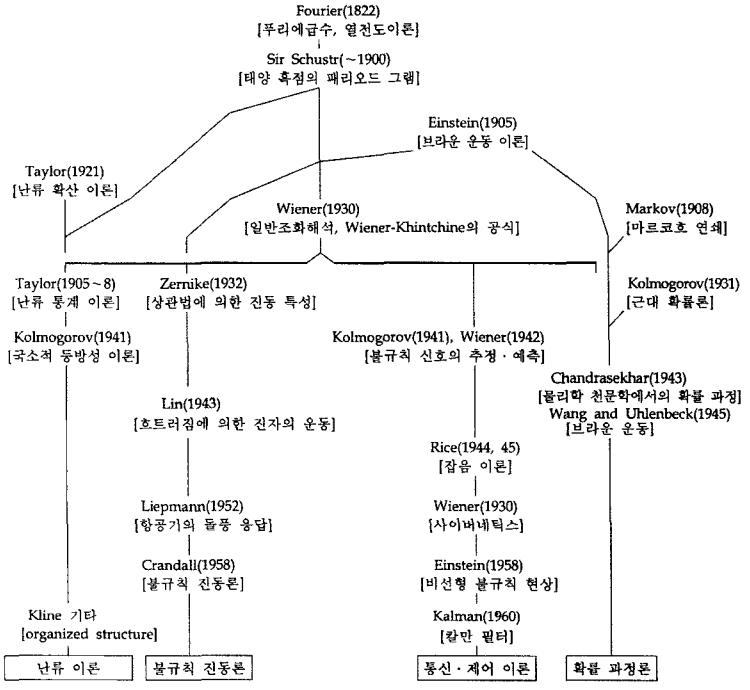

그림 1 스펙트럼 해석의 발달 연표

음과 같은 문제를 내었다고 한다.

"비가 내렸다. 빗방울 하나가 콘크리트의 노면 위에 떨어져 직경 a cm의 원으로 퍼진다. 빗방울의 낙하 개수를 매분 n 개로 할 때, 일변이 A cm인 노면이 비로 젖는데 몇 sec가 걸리는가". 아들인 Einstein은 단순한 나눗셈을 하여 답을 낸 바, 확률이라고 하는 것의 고려를 빠뜨리고 있다는 것을 가르쳐주었다고 한다. 이 이야기는 아들인 Einstein 교수가 하였다고 한다. 그는 후년에 확률론을 기초로 하는 하상(河床) 모래의 수송 이론을 발표하여 화려하게 토목공학자로서 학계에 데뷔하였으며 그 외에 다수의 업적을 쌓았지만, 애석하게도 캘리포니아 대학교 정년 후 얼마 안되어 사망하였다.

3.3 난류(亂流) 이론

확률 과정론(過程論)이 이공학(理工學)의 세계에서 구체적, 실제적인 성공을 획득한 최초의 예는 Taylor(1921)에 의한 난류 확산 이론일 것이다. 제1차 세계 대전 중 그는 독일의 U 보트로부터 상선을 지키기 위한 연막의 연구에 종사하였지만, 전후(戰後)에 유체 덩어리의 랜덤한 운동을 추적하는 고려 방법에서 "유체 덩어리의 연속적인 운동에 의한 확산"이라고 하는 논문을 런던 수학회지(數學會誌)에 발표하였다. 그것은 수식적으로는 어쨌든 깊은 물리적 고찰에 근거한 것으로 그 후의 수많은 확산 이론의 발표에도 불구하고 이 논문의 레벨을 넘는 것이 아니라고 조차 말해질 정도로 확산 이론의 본질적인 논문이다. 이 논문에서는 유체 덩어리 운동 속도의 자기 상관 함수를 이용하여 확산을 기술하고 있다(나중에 프랑스의 Kamp de Friet (1939)는 이것을 유체 덩어리의 속도 변동 스펙트럼을 이용한 표현으로 바꿔 쓰고 있다). 더욱이, 유체의 랜덤 운동이 현실의 흐름을 이해하는데 중요한 것을 실험적으로 지적하고 이론적으로 다룬 것은 1880년대 영국의 Reynolds이다. 그의 이름은 레이놀즈 수·레이놀즈 응력(應力)으로서 유체역학의 역사에 새겨져 있다. 덧붙여서 말하면, 그는 세계에서 최초로 대학교 공대학장의 자리에 있던 사람이다.

Taylor는 그 후 1935년에서 1938년에 걸쳐 난류 통계 이론을 발표하고 다시 유체역학의 세계에 활기를 주었다. 그 이론은 현재의 확률 과정 중에 중요한 고려 방법의 대부분을 포함하고 있다. 예를 들면, 스펙트럼의 개념이나 오늘날 Wiener-Khintchine의 공식으로서 알려져 있는 상관과 스펙트럼의 관계도 도출하고 있다. Wiener가 논문을 발표한 것은 1930년이지만, Taylor가 이 논문의 것을 알고 있었는지 아닌지는 확실하지 않다. 적어도 그의 원(原)논문을 보는 한, 사고법이나 표현 등은 그 독자의 것이며, 아마 Wiener 등과는 독자적이고 다른 동기에서 유도되었다고 생각된다.

난류 이론은 당시 진공관을 주로 하는 전기 회로망 기술의 발전에 의한 실험 성과에 뒷받침되어 눈부시게 발달하여 왔다. 그것은 제2차 세계대전 중부터 그 후에 걸쳐 소련의 Kolmogorov, 독일의 Heisenberg, 기타 연구자에 의한 제2차의 난류 이론 시대를 거쳐 오늘날까지 끊임이 없이 큰 흐름으로 되어 계속되고 있다. 최근의 난류 연구에서는 난류의 단순한 통계 처리뿐만이 아니고 난류 중의 큰 구조(large eddy, organized motion 등)를 해명하여 간다고 하는 방향으로 진행 중에 있다. 이것은 계측과 아날로그 및 디지털 처리 기술의 진보와 계측 기술의 일종인 흐름의 가시화(flow visualization) 기술의 진보에 뒷받침을 받은 것이다.

3.4 랜덤(random) 진동

그런데, Einstein의 Brown 운동 이론은 직접적으로는 열(熱) 운동을 하는 공기 분자의 불규칙한 충돌에 의한 검류계(檢流計) 거울의 흔들림이나 측정의 자연 한계에 대한 Zernike (1932)의 연구를 거쳐 Lin(1943), Wang and Uhlenbeck(1945)에 의하여 진전되었으며,

이것은 오늘날의 Crandall에 의한 불규칙 진동론(振動論)의 계열에도 연결되어 가고 있다. 랜덤 진동으로부터 진동계의 특성을 깊게 하려고 하는 시도는 이미 1935년에 진행되어 다음 해에 수학적으로 해석되었다.

불규칙 진동론, 특히 내풍(耐風) 설계 이론의 발달에서 큰 실마리가 되었다고 생각되는 것은 1952년에 Leipmann이 발표한 돌풍에 대한 항공기 응답의 이론이다. 그 후, 캐나다의 젊은 토목 기술자 Davenport는 1961년에 이 이론을 적교(吊橋)·탑 등 구조물의 내풍 안정성 문제의 해석으로 발전시켰다. 일본에서는 1966년 이후 토목학회에서 토목·건축·항공·기상학 각계에서 최고 레벨인 연구자가 조사 연구하였으며 이것이 또한 이 면의 연구자를 많이 교육하는 것으로 되었다고 한다. 더욱이, Kolmogorov, Markov, Khintchine 등을 배출한 확률론의 선진국 소련은 일찍부터 구조물의 안전 설계에 확률론을 도입하고 있다.

3.5 통신 제어 이론

한편, Wiener(1930)는 랜덤 변동론(變動論)의 기초로서 푸리에 해석의 일반화를 시도하였으며, 이것은 곧 제2차 세계대전 중의 항공기로부터의 채프(chaff) 등의 통신 방해 대책에 대한 기초를 발하는 "Extrapolation, Interpolation, and Smoothing of Stationary Time Series"로 되었다. 같은 무렵에 소련의 Kolmogorov도 동종의 이론을 발표하였다(비화에 의하면, 그에 앞서 그 사소한 정보가 Wiener에게 힌트를 주었다고 말하지만, 확실하지는 않다).

Kolmogorov의 논문은 일반적이고 추상적이었던 것에 대하여 Wiener의 논문은 구체적이며, 전기 공학자 Lee의 협력으로 예측 필터로서 곧 실용화되었다. Wiener의 원(原)논문은 난해하며, 발표 당시 논문의 표지가 황색이었으므로 "The Yellow Peril(黃禍)"이라 불려졌다. 확률 과정론적(過程論的) 통신 제어 이론은 Davenport and Root, Midlleton, Lee 등에 의하여, 또한 Rice에 의한 잡음 이론으로서 정리되어 통신 이외의 많은 분야에서 응용 발전되어 왔다. 제어 이론은 그 후 주파수 공간에서의 취급으로부터 상태 공간에서의 이론 구성으로 진행되었다. 이것은 1960년대 이후 컴퓨터의 고성능화, 온라인 처리의 가능성, 필요성 및 우주 개발과 무관하지 않다. 이러한 계통의 정점에 선 것이 Kalman(1960)에 의한 예측 제어 이론이다.

3.6 확률 과정론(過程論)

확률론의 성립은 "인간은 생각하는 갈대다"라고 한 17 세기 중엽의 철인(哲人) Pascal(원래는 물리학자)의 시대로까지 거슬러 올라간다. 이것은 그의 친구 de Mere가 어설픈 추론에 기초하여 "3개의 주사위를 동시에 흔들어 숫자의 합이 11과 12로 되는 확률의 대소"를 내기하여 패한 것이 계기였다고 한다. 확률론은 Huygens나 Bernoulli, 및 나폴레옹 시대 프랑스의 대(大)수학자 Laplace를 거쳐 서서히 정비되어 왔지만, 그것이 근대 수학의 한 분야로서의 지위를 획득한 것은 1931년 Kolmogorov가 집합론에 기초하여 측도(測度)에 관한 이론을 근거로 한 확률론을 전개하고부터 이다.

또한, 상기에 서술한 Einstein의 Brown 운동은 이학·공학 분야에서의 불규칙 현상에 관한 상술(上述)의 여러 발전을 배경으로 하고 또한 마르코흐 과정(Markov process)론(論)과도 관련하여 확률 과정론으로도 전개되어 왔다.

확률 과정론(Theory of stochastic process)은 확률론(probability theory) 중의 동적 분야("dynamic" part)이다. 즉, 확률 변수{random variable의 집합(= stochastic process)}를 그들의 상호 관계 및 제약적 거동(interdependence and limiting behavior)의 관점에서 검토하는 것으로 그 때 변수는 확률 법칙에 따라 시간과 함께 변화하는 과정이다.

"stochastic"의 어원은 그리스어($\sigma\tau\alpha\zeta o\mu\alpha\iota$)이다. 17세기의 영어에서는 이것을 "to conjecture(추량(推量)하다), to aim at a mark(목표를 노리는 것)"을 의미하고 있었다. 이 말이 오늘날과 같은 "pertaining to chance(우연에 관련하다)"라고 하는 의미로 되었는가는 확실하지 않다. 과학 용어로서 이미 1713년 스위스의 수학자 Jacob Bernoulli(1654~1751)가 그의 저서에 이용하고 있지만, 근대적 의미로 이 말을 최초로 사용한 것은 소련의 유명한 수학자 A. N. Kolmogorov일 것이라고 말하여지고 있다. stochastic process와 같은 의미의 단어로서 "chance process"라든지 "random process"라고 하는 표현도 드물게 이용되고 있다. 우리 나라 말로서는 "확률과정"이라고 하는 뜻이 정착되고 있다.

확률 과정론은 물리학(Brown 운동, 열 잡음, 슛 노이즈) · 지구물리학 · 공학(난류, 통신, 제어, 진동, 논리학) · 생물학이나 의학{인구 증가, 개체 생장(生長)(population growth), 뇌파} · 심리학 또는 경영학{경영과학, 대기 행렬 이론(queue), 가격 변동, 재고 조사(inventory control)} 등 널리 관련되어 있다.

4. 맺음말

이상으로 기술한 스펙트럼 해석에 관한 여러 분야는 현재 전문화되고 특수화되어 있지만, 기원에 대하여 말하면 같은 뿌리를 가진 것이다. 최근에는 복잡한 물리 과정을 이해하기 위하여 여러 가지 새로운 스펙트럼 개념이 제안되어 효과적으로 응용되고 있다.

궤도 틀림 데이터 해석의 새로운 기술은 불규칙한 데이터를 그 내부에 포함하는 다이내믹한 시스템에 대하여 확률 통계적 신호 처리의 기술이라는 방법을 적용하고 있다. 차량과 궤도 사이의 관계는 각종 궤도 선형(틀림)의 성분이 차량의 응답 성분에 어떻게 관계하는지를 나타내는 전달 함수로 설명할 수 있으며, 예를 들어 질량, 스프링 및 댐퍼를 이용한 수학 모델의 접근법이 있다. 랜덤(불규칙) 신호 해석의 이론에 기초한 MISO(다중 입력, 단일 출력)을 이용하여 전달 함수를 정립하는 방법은 입력으로서 측정 선형(궤도틀림) 신호와 출력으로서 여기에 상응하는 차량의 응답 성분을 사용한다.

궤도 틀림과 같이 불규칙한 데이터의 스펙트럼 해석은 그 중에 포함되는 파장 성분과 그 강도를 알기 위한 중요한 분석법이며, 궤도의 품질을 상세히 관찰할 수 있는 파워 스펙트럼 밀도 함수는 신호의 분산 또는 에너지가 파장에 걸쳐 어떻게 분포하는지를 보여준다.

최근의 새로운 데이터 해석 방법, 특히 디지털 신호처리 기술, 확률 통계적 신호 처리 기술을 궤도 틀림 데이터 해석에 응용하기 위해서는 궤도 틀림 자체에 대한 연구와 범용의 계측 데이터 처리 시스템의 응용에 관한 연구도 중요하다.

참고 문헌

[1] 서사범 : 최신 철도선로(Modern Railway Track), 도서 출판 (주) 얼과 알, 2003. 5.

[2] 서사범 : 선로공학(線路工學) 개정판, 도서 출판 (주) 얼과 알, 2002. 2.

[3] 서사범 : 궤도 장비와 선로 관리(Mechanized Track Maintenance), 도서 출판 (주) 얼과 알, 2000. 12.

[4] 서사범 : 궤도시공학(軌道施工學) 개정판, 도서 출판 (주) 얼과 알, 2001. 3.

[5] 서사범 : 철도공학의 이해(Railway Engineering), 도서 출판 (주) 얼과 알. 2000. 4.

[6] 徐士範, "軌道틀림 데이터에 대한 解析方法의 應用" 鐵道施設 No. 57, 1995. 9.

[7] 徐士範, "軌道틀림의 成長모델", 鐵道施設 No 38, 1990. 12.

[8] 徐士範, "高速鐵道의 軌道틀림 管理(乘車感과 騷音 · 輪重變動을 爲한 波長別 管理)", 鐵道施設 No.38, 1990. 12.

[9] 康基東, 金練國, 宋澤哲 : "軌道保守 管理시스템(最適 軌道保守 管理體制를 위한 硏究)", 鐵道施設 No.38, 1990. 12.

[10] 徐士範, "軌道線形 解析의 適用을 위한 디지털 데이터 處理의 數値的 Butterworth 필터", 鐵道施設 No.52, 1994. 6.