

역학의 성립과 궤도역학의 발달 및 동향



서사범

한국고속철도건설공단 궤도처장/
공학박사 · 철도기술사

1. 서언

철도에 있어서 궤도는 차량을 안전하고 승차감이 좋게 지지·안내함과 동시에 역행·제동시의 반력을 구조적으로 지지하는 구조물이다. 또한 일상적으로 반복하고 있는 보선 작업의 대부분은 현재의 철도 선로를 형상적으로 있어야 할 모습으로 되돌리는 작업과 재료가 본래 갖고 있는 성질을 잃게 된 때에 교환하는 작업으로 성립되어 있다.

이러한 궤도를 설계·건설할 때와 또한 보선 작업을 할 때의 이론적 근거를 제공하는 것이 “궤도 역학(軌道力學)”이며 일부에서 “재료 역학(材料力學)”이라고 말하여지는 것이다.

인간은 오랜 세월 동안 구조물에 깊은 관심을 가져왔다. 이러한 구조물에 대한 기술이나 지식을 가진 사람을 우리 나라에서는 별로 우대를 해주지 않아 체계

적이고 학술적인 발전이 없었지만, 서구 사회에서는 그들의 재능과 지식을 높게 평가하였으며, 학구적으로 도체계적으로 발전하여 왔다.

본고에서는 재료 역학을 중심으로 역학(力學)의 성립과 발달 과정을 살펴보고, 보선 작업이 역학에서 어떤 부분을 점하고 있는 것인가, 어떻게 하여 그와 같이 만들어져 왔는가와 함께 최근의 궤도 역학과 궤도 기술의 발전 및 동향, 그리고 궤도역학의 일부인 장대레일 이론에 관하여 별도의 장으로 하여 알아보기로 한다.

2. Newton 역학의 성립까지

인류의 역사와 거의 같은 정도의 옛날부터 차륜이나 자랫대라고 하는, 역학적이라고도 이름을 붙이면 좋은 듯한 장치가 사용되어 왔으며, 사람들은 그 경험을 통하여 역학의 고려 방법을 쌓아 왔다고 생각된다. 이집

트에서는 평면 기하학과 같은 수학이 약간 발달하였다. 거대한 피라미드의 건설자는 지렛대와 도르래를 다루는 것을 알고 있었고, 방직과 기직(機織)은 유사 이전에 보였던 역학적 기술이었으며, 토목 기술자의 업무에 가장 관계가 있는 일의 하나인 측량은 고대 동양의 상인이나 사원의 관리자에도 사용되어 왔다고 한다.

그러나, 과학의 태동을 포함하여 모든 다른 학문과 마찬가지로 역학의 기원을 고대 그리스에서 구하게 되면, 그 학문이 참으로 직인의 기술 경험에 뿌리를 둔 것이라고는 말하기 어렵다고 생각된다. 즉, 자연을 철학의 한 관점으로서 보는 입장에서 역학이 발전하여 왔던 것은 아닌가 생각된다. 원자론(原子論)을 주창한 데모크리토스(Democritos), 르크레티우스(Lucretius)가 진실로 자연계를 역학적으로 본 결과로서 주창한 것이라고는 생각되지 않는다. 기하학의 기초를 쌓은 유클리드(Euclid)도 이집트 왕과 교유 관계에 있었다고 하는 것에서도 학문으로서의 역학의 발전은 형이상학(形而上學)적인 것으로 생각된다. 이 가운데에서 우주의 구성 구조에 관한 견해로서 아리스토텔레스(Aristoteles, 384~322 B.C.), 피타고拉斯(Pythagoras, 약 600 B.C.), 플라톤(Platon)등의 고려 방법이 나타나 중세 유럽의 사회에 계승되어 왔다.

아르키메데스(Archimedes, 287~212 B.C.)는 왕관이 금인가 아닌가를 알기 위하여 비중이라고 하는 개념을 제의하였고 “중심(重心, center of gravity)”이란 어휘를 소개하였으며 많은 기계 발명에 그의 지식을 응용하였다. 아르키메데스는 지렛대에 작용하는 힘에 관한 평형 조건 등을 기원전의 그의 저서에서 발표였지만 정역학(靜力學)이 현재와 같은 형식으로 그 기초를 굳힌 것은 동역학(動力學)과 마찬가지로 17세기 말엽에 이르러서였다. 로마 군대에 의한 아르키메데스의 죽음은 마치 그리스 철학자들의 위대한 시대의 종국을 예고하는 듯하였다.

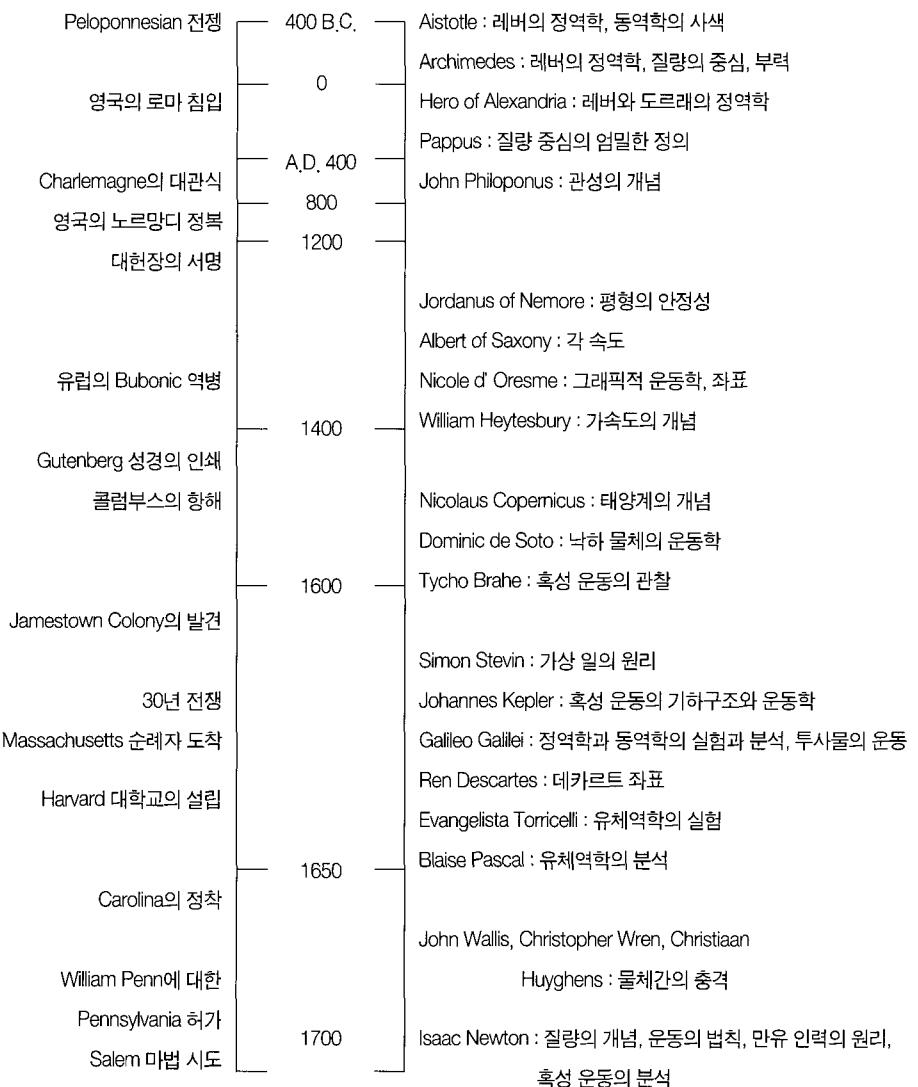
이들은 보다 철학적인 것을 고려하면 “하늘의 역학

(力學)”이라고도 말할 수 있고, 전술의 지렛대 · 도르래로 시작한 지상의 기술(이들은 수학적 법칙이 전혀 통용되지 않는다고 생각하여 왔다)을 “지상의 역학”이라고 나타낼 수가 있다. 이 두 개의 역학을 단일의 이론으로 통합한 것이 뉴턴(Newton)이다. 그의 저서에 “자연철학의 수학적 원리”라고 하는 것이 있어 그 중에 역학의 기호를 발견할 수 있었다고 하지만 이 책이 발간된 것은 17세기 후반이므로 인류가 철학적인 사상과 기술을 통합시켜 역학이라고 하는 체계와 만난 것은 실로 2000년 이상 결렸다고 말한다.

한편, 그리스 이후에 세계를 정복한 로마는 과학적인 지식에 그치지 않고 그것을 응용한 공학(engineering)으로 발전시켜 그들의 야욕을 충족시켰다. 아마도, 그리스인들을 과학자(scientist)에 비교한다면 로마인들은 공학자(engineer)에 가까웠을 것이다. 아마도, 그리스인들을 추상적인 사색가(思索家)라고 하면 로마인들은 실제적인 건축가(建築家)였었다. 로마 공학자들의 위대함이 그 기념으로 남아있는 교량과 수로에서 인식될 수 있다.

중세 시대는 문명의 뒤보기라고도 한다. 그러나, 과학이나 공학이 완전히 중단되지 않고 약간의 발전만이 지속되었을 뿐이었다. 아라비아 숫자가 약 600 A.D.에 개발되었으며 이 아라비아 숫자 체계 개발은 이 시기의 불후의 공적이다. 이 새로운 숫자 개념은 과학과 공학의 발전에 큰 계기를 마련해 주었다. 그리스와 로마에서 사용되었던 숫자 체계로서는 결코 미래의 과학계에 만족을 주지 못하였을 것이다.

르네상스 및 르네상스 후기는 A.D. 1450년에서 A.D. 1850년까지로서, 이 기간 동안 과학과 공학이 크게 발전하였으며, 여기에 공헌한 과학자들은 da Vinci, Palladio, Galileo, Hooke, Newton, Bernoulli, Euler 및 Coulomb 등이 있다. 수백 년에 걸친 이 기간 동안 대답이 없는 자연의 신비에 과학적인 초점을 맞추기 시작했던 시대이었다.



(표) 역사적 사건과 관련하여 뉴턴의 원리 발표 시까지 역학의 발달 연표 [13]

전술한 Aristoteles의 자연학(自然學)이라고 하는 것은 아라비아 학자·이븐(Ibn) 등에 의하여 계승되고 토마스 아퀴나스(Thomas Aquinas)에 의해 중세 사회에 지배적인 고려 방법으로 되어 왔다. 이 사상에 저항하기 위하여 코페르니쿠스적 회전이라고 하는 표현으로 잘 알려져 있는 코페르니쿠스(Copernicus 1473~1543), 천체의 운동 방정식을 고안한 케플러(Kepler, 1571~1630)를 거쳐, 갈릴레오 갈릴레이(Galileo Galilei 1564~1642, 伊)가 그 당시의 교회 지도자에게 “그래도 지구는 돌고 있다”라는 하는 말을 하였었다. 그는 1938년에 “두 개의 새로운 과학”을 발간하였으나, 그의 업적은 아무에게도 계승되지 않았다.

레오나르도 다빈치(Leonardo da Vinci, 1452~1519)도 역학의 발전에서 잊어서는 안 되는 사람이다. 그는 15 세기 말엽에 도르래나 지렛대의 문제를 푸는데 강체(剛體)의 가상 일의 원리의 개념을 이용하였다. da

Vinci는 이 시기에 공중을 나는 기계, 즉 비행의 원리를 발견하는 기초를 만들었고, 이동식 교량 및 역학(力學)의 원리를 응용한 다른 많은 것을 예고하였다. 많은 사람들에게는 그가 모나리자의 작가로서 유명한 화가로 알려져 있지만, 그 재능은 다른 분야에도 깊숙이 파고들고 있었다.

이 시기를 공학적 역학(靜力學, 動力學, 材料의 抵抗)의 여명기라고 보아도 좋을 것이다. Galilei는 이 자연의 문제를 파고들기 시작하였고, 보가 휘어질 때 그 재료의 거동에 대하여 이미 생각하였다. 그 후 Robert Hooke는 이러한 문제에 관심을 갖고 그의 이름을 딴 Hooke의 법칙, 즉 재료의 탄성에 관련된 법칙을 규명하였다. 이와 같은 시기에 Bernoulli 형제들과 James와 Johann 및 Leonhard Euler는 재료의 거동과 구조물의 형태를 예리하게 관찰하였으며, 이들의 업적은 “현대 물리학의 아버지”라고 하는 Isaac Newton에 와서 많은 성과를 가져왔다. 그의 운동과 힘의 법칙 및 미적분의 개발은 Bernoulli와 Euler의 업적보다 선행되는 발명이었다.

이와 같이 수천 년 이상에 걸쳐 시행착오를 반복하며, 상기에 언급한 아이작 뉴턴(Isaac Newton, 1642~1727)의 “자연철학의 수학적 원리”가 1687년에 간행되었다. 그 내용은 크게 나누어 3개의 법칙이 성립되어 있다. 오늘날 제1 법칙은 관성의 법칙이라 부르고 있다. 제2 법칙은 조금 더 확실히 한 형으로 나타내어 운동의 법칙이라 불려지고 있다. 제3 법칙은 작용 반작용의 법칙으로서 일상에서 가장 많이 경험하는 것이다. 여기에 이르러 처음으로 과학과 기술이라고 하는 이론과 직인의 전통과 철학자의 전통이 결합되었다고 하여도 과언은 아니라고 생각된다.

3. 재료 역학의 형성과 발전

이리하여 과학적 고찰이 기술에 대하여 극히 유효하

다고 하는 일이 알려지고 나서의 최대 성과는 제임스 와트(James Watt)의 증기 기관이라고 하여도 지나친 말은 아닐 것이다. 와트 기관이 운수 · 산업방식에, 더 나아가서는 산업 혁명이라고 하는 사회 기구에 대변화가 오게 한 일대 요인이 되었음과 동시에 역학에 대하여도 새로운 과제를 제공하는 것으로 되었다.

이와 같은 기초의 역학 중에서 우리들에게 가장 크게 관계하는 재료 역학이라고 하는 분야가 18세기경에 시작되었으므로 뉴턴(Newton)의 역학이 발견되고 나서 그만큼 사이를 두지 않는다. 이 재료 역학에는 두 개의 큰 줄기가 있어 하나는 재료의 강도, 재료의 역학적 성질이며, 또 하나는 똑바른 봉, 판, 굽은 봉 등 보통 자주 나타나는 구조 부재나 간단한 구조 내의 응력(應力)이나 구조물의 변형(變形)에 관한 것이다.

이들 양쪽에 관하여 논하는 것이 재료 역학이며 어느 정도 복잡한 구조 내의 응력이나 변형을 논할 때 구조 역학(構造力學) · 응용 역학(應用力學)으로 나누어 부르는 일도 있다. 전술한 두 개의 분야를 연결시키기 위해서는 재료의 역학적 성질을 정하여야 한다는 의미이지만 이것을 스프링, 고무와 같이 탄성적이라고 하여 논하는 것이 탄성학(彈性學)이다. 탄성학은 뉴턴과 동시대에 활약한 상기의 로버트 훅(Hooke, 1635~1703)에 의하여 시작되어 영율 · 탄성 계수로 이름이 알려진 영(Young, 18c말~19c초)으로 이어져 왔다.

구조물이 충분한 강도와 강성(剛性)을 가지는가 어떤가를 판단하기 위해서는 재료역학(材料力學)의 지식이 필요하다. 또 부정정(不靜定) 구조물에서는 이 지식이 없이는 힘의 전달 상태를 알아낼 수 없다. 재료역학은 고체 재료의 역학적 성질에 관한 실험 결과와 이 실험 결과로부터 역학과 수학을 응용하여 유도되는 보다 보편적인 결과를 바탕으로 하여 이루어지는 학문으로서 공학의 기초 이론을 형성하며, 탄성체 역학과 같이 수학적 엄밀성을 까다롭게 따지지 않는 실용적인

학문이다.

그 기원은 목재 캔틸레버의 파괴에 관한 실험과 이에 관한 고찰이 그 한 부분으로서 기술되어 있는 상기의 Galileo Galilei의 저서 “두 개의 새로운 과학”이 발간된 1638년에 두는 이도 있으나, 그의 업적은 아무에게도 계승되지 않은 채 100여 년이 흐르고 말았다. 또, 미국의 H. M. Westergaard (1928)는 C. A. Coulomb(1736~1806, 佛)의 한 논문이 프랑스 학술원에서 발간된 1776년을 재료역학의 기점으로 보고 있다. Coulomb은 이 논문에서 공학적으로 중요한 문제를 다루었고 힘 모멘트를 받는 사각형 단면 보에 일어나는 응력을 분석한 연구를 처음으로 발표하였다. 이 때문에 Westergaard는 Coulomb을 마땅히 재료역학의 원조라고 불러야 한다고 말한다. 그런데 어찌된 일인지, 그 후에도 재료역학에 관한 지식이 많이 축적되어 왔는데도 불구하고 Coulomb의 힘 응력의 계산 방법에 주목한 사람은 그 당시에 아무도 없었다.

1798년에 재료역학에 관한 최초의 저서를 프랑스의 P. S. Girard가 출판한 이래 1806년에는 영국의 O. Gregory가, 1808년에는 독일의 J. A. Eytelwein이, 그리고 1820년에는 다시 프랑스의 A. Duleau가 재료역학 내지는 구조역학에 관한 저서를 잇달아 출판하였는데, 이들은 모두 힘 응력 산정법에 대해서는 오류를 범하고 있다.

Coulomb은 공학 역학 분야에 관심이 있는 다른 공학자들에게 좋은 영향을 주었으며, 특히 구조공학(構造工學) 연구에도 더욱 증진함으로서 Navier, Claperyon(1794~1864) 및 Saint-Venant 등과 같은 학자에게 연구의 길잡이가 되어 주었다.

힘 응력의 정당한 계산 방법은 Coulomb보다 50년 후인 C. L. M. N. Navier(1785~1836, 佛)에 의하여 재발견된다. Navier는 1804년에 Ecole Polytechnique(理工科學校)를, 그리고 1808년에 Ecole des Ponts et Chausses(土木工學校)를 졸업하고 1819년부터 1830년

에 이공과학교로 부임해 갈 때까지 토목공학교에서 재료역학의 강의를 맡고 있었는데 1826년에 그의 강의록 제1판이 나왔다. 이 강의록 안에 힘 응력 계산법이 있는데 그것은 오늘날의 방법과 동일한 것이다. 20 세기 재료역학의 거성 S. P. Timoshenko(1878~1972, 露, 美)의 “재료역학사”를 통하여 이 강의록을 살펴보면 현대적인 냄새가 물씬 난다. 이 강의록은 그 후에 나온 재료역학과 구조역학의 본보기가 된 것이 확실하다.

또한, Navier는 그를 숭배한 Barr de Saint-Venant(1797~1886, 佛)과 같은 위대한 공학자를 키워내었고, Saint-Venant는 J. V. Boussinesq(1842~1929, 佛), M. Lvy(1838~1910, 佛)과 같은 훌륭한 제자를 배출하였으므로 Navier의 업적은 제자들에 의하여 계승되고 더욱 발전되었다고 할 수 있다. 이런 점으로 볼 때 Navier를 재료역학과 구조역학의 원조라고 부르고 1826년을 재료역학의 출범의 해라고 하는 이도 있다.

유명한 수학자 Leonhard Euler(1707~1783)는 1744년에 역사적으로 보아 처음으로 부정정계(不靜定系)를 해석하였다. 그는 탄성 기초 위에 네 개의 다리로 지지된 강성 테이블의 문제를 고찰하였다. 즉, 기둥에 대한 수학적 이론을 전개하여 처음으로 압축 부재의 힘 좌굴에 대한 탄성 안정성의 문제를 이론적으로 취급하였다. 다음 단계는 1825년에 구조물의 탄성을 고려함으로서 부정정 반력을 구할 수 있다는 것을 밝혀낸 상기의 Navier에 의하여 이루어졌다. Navier는 부정정 트러스의 문제도 풀었다.

트러스 구조물은 로마시대에도 건조되었으나 큰 지간의 트러스를 처음으로 만든 사람은 르네상스시대의 이탈리아 건축가 Andrea Palladio(1518~1580)라고 전해진다. 물론 재료는 목재를 사용하였고 설계 역시 주먹구구식으로 하였다. 트러스의 논리적인 해석은 300년 후 비로소 이루어졌으며, 미국인 Squire Whipple이 “Bridge Building”이라는 논문이 시발점이 되었다. 트러스 부재의 좌굴 현상과 탄성 이론의 연구는 그 후 수

년 동안 계속되어 왔다.

이와 같이 하여 현재의 재료 역학의 골조가 완성되어 왔지만 이 시기(18c~19c)에 잊어서는 안 되는 일은 서양 사회에 있어서 산업 혁명으로부터의 기술 개혁이 있었고, 인간 사회에 있어서도 프랑스 혁명, 미국의 독립과 같은 급속한 변동기에 있었다고 하는 점이다. 이와 같은 시기 후에 기술자 양성이 부득이하여 설립된 것이 상기에도 언급한 바 있는 프랑스의 에콜·폴리테크니크(Ecole Polytechnique)로서 포병·공병의 장교 양성이 목적이었으며, 라그랑주(Lagrange), 후리에(Fourier), 포아송(S. D. Poisson 1781~1840)등의 수학자를 교사로 하여 재료 역학에서 잊어서는 안 되는 나비에(Navier)와 코시(Cauchy)를 배출하였다. 나비에는 탄성론을 물체를 구성하는 분자간에 작용하는 힘을 기초로 하여 생각하여, 나비에·스톡스(Stokes)의식으로서 알려지는 기초 방정식을 도입하였다. 한편, Cauchy도 같은 형의 방정식을 만들었지만 응역이나 스트레인의 개념을 도입하였다.

이와 같이 19세기의 탄성학·구조 역학에 대하여는 Ecole Polytechnique를 빼뜨릴 수 없다. 그 한 사람에 세 브난(Saint · Venant 1797~1886)이 있다. 우리들에게 중요한 보의 힘이나 비틀림의 기본 문제가 그에 의하여 해결되었기도 하고, 단부의 문제에 응용되는 세 브난의 원리를 나타내었다. 여기서 그가 해법으로 성공시킨 것은 탄성학(彈性學)이 선형(線形) 탄성학이며, 탄성체 역학의 기본식 해의 유일성에 의한다. 즉, 경험적으로 해는 이와 같은 것이라고 예상하여 약간의 미지수 부분을 남겨둔 식을 만들어 이것을 기본식에 넣어 경계 조건과 함께 미지의 부분을 결정하여가는 방법에 의하고 있다. 두 번째는 브시네스크(Boussinesq 1843~1929)이며, 그의 이름이 붙여진 탄성의 문제, 요컨대 표면에 재하된 반무한 탄성체의 문제에서 해를 찾아내고 있다.

여기에 계속하여, 세 번째가 보앙카레이며, 그는 역

학자라고 하기보다는 수학자에 가깝지만, 최후의 만능 학자라고도 알려져 있다. 이와 같이 이 시대의 재료 역학·탄성학은 정역학(靜力學), 동역학(動力學) 모두 수학자, 물리학자들에게 대부분이 맡겨져 있었다.

1850년 이후 구조공학(構造工學)은 눈부신 발전을 하였다. 아주 유능한 구조 공학자들이 나타나 새로운 구조물 해석과 설계법이 새로운 재료의 등장과 더불어 계속 개발되었다.

기본적인 비틀림 이론은 C. A. Coulomb이 1784년에, Thomas Young이 1807년에 처음 발표하였다. 일반적인 비틀림 이론은 Saint-Venant가 1855년에 전개하였다.

평면 응력에서 주 응력은 A. C. Cauchy(1789~1857)이 1825년에 처음으로 도입하였으며, 한 좌표축에서 다른 좌표축으로 변환하는 방정식은 W. J. M. Rankine(1820~1872) 및 상기의 Saint-Venant가 1852년에 처음으로 유도하였다.

E. Winkler는 1867년에 구조물에 대한 이동 하중의 영향선을 처음으로 창안하였다. 미끄럼 줄무늬는 1842년 G. Piobert에 의하여 처음 관찰되고, 1860년에 L. Lders가 관찰하였다. 응력-변형률 선도는 Jacob Bernoulli(1654~1705)와 J. V. Poncelet(1788~1867)에 의하여 창시되었다.

John Bernoulli(1667~1748)은 베루누이의 가상 변위의 원리를 확정하였다. 상반(相反) 변위 정리는 J. C. Maxwell(1831~1879)이 처음 발견하였으며, 1864년에 발표하였다. 따라서, Maxwell의 상반 정리라고도 부른다. Maxwell은 19세기 중엽에 트러스의 그래프식 응력 해석법뿐만 아니라 부정정(不靜定) 구조물 해석법을 개발하였다. 상반(相反) 일의 정리는 E. Betti(1823~1892)의 논문(1872)과 Lord Rayleigh(1842~1919)의 논문(1873, 1874)에 의하여 알려졌고, 따라서 Betti-Rayleigh의 상반 정리라고도 부른다. 유연도(柔軟度)법은 1864년에 J. C. Maxwell이, 그리고

1874년에 O. C. Mohr(1835~1918)가 각각 처음으로 발표하였다. 따라서, Maxwell-Mohr법이라고 알려졌다. 이 방법은 그 동안 상당히 진전되어 왔고, 또 널리 사용되고 있다.

Zurich의 교수 Culmann과 이탈리아의 Betti는 그래프식 방법을 더 구체적으로 발표하였고, 상기와 같이 독일의 Mohr와 이탈리아의 Castiglano는 부정정 구조물 해석의 새로운 접근방법을 개발하였다. 부정정 보에서 3모멘트 식은 19 세기 중엽에 프랑스 기사인 Claperyon과 Bertot가 개발하였다.

이 시기의 공로자로서 보의 처짐과 처짐 곡선의 기울기를 구하는 모멘트 면적법을 1873년에 개발한 미국 Michigan 대학의 Charles E. Greene을 들 수 있다. 또, 미국 Minnesota 대학의 G. A. Maney가 1915년에 라멘 해석 방법으로서 중요한 처짐각(角)법을 발표하였다. 응력 해석의 역사를 이야기할 때 독일의 Mller-Breslau를 빼 놓을 수 없다. 그는 Maxwell과 Castiglano가 개발한 이론을 더욱 발전시켰으며 구조물 이론에 많은 논문을 썼다.

보에 관한 응력 궤적(軌跡)은 1866년 Culman(1821~1891, 獨)에 의하여 그려졌다. 단면의 핵심에 대한 개념은 1854년에 Bresse(1822~1883, 佛)이 소개하였다. 보의 처짐에 관한 면적 모멘트법은 Saint-Venant가 1864년에 소개하였다. 이 방법은 Mohr의 논문(1868)과 Greene의 저서(1875)에 의하여 더욱 충분히 발전되었다. 보의 처짐 공식에서 전단의 영향은 Poncelet(1788~1867, 佛)이 소개하였다.

D. J. Jourawski(1821~1891)은 러시아의 철도 교량 기술자로서 현재 널리 사용되고 있는 보에 생기는 전단 응력에 대한 근사 이론을 발전시켰다. 한편으로, 보에 생기는 전단 응력에 대한 정확한 이론은 Saint-Venant에 의하여 주어졌으며, 극히 특수한 경우에만 사용된다.

Timoshenko가 전단 중심을 처음으로 결정한 것은

1913년이었다.

이 시대에 탄성학이 대단히 발달한 것은 탄성학이 인류의 진리 – 물질의 구조 –를 알고 싶다고 하는 탐구심의 도구로 생각되었기 때문이지만 이 덕분에 동력학 요컨대 진동이나 파동에 대하여 연구되었다.

파동역학(波動力學)으로서 알 수 있는 분야로서 빛(光)의 파를 전하는 매체로서 에테르(ether)라고 하는 것이 고려된 적이 있었다. 이 연구에서 로렌츠(Lorentz) 변환의 식이 유도되어 이것에 의하여 20세기에 들어 아인슈타인(Einstein)에 의해 상대 역학이라고 하는 어려운 역학으로 이어져 오고 있다.

구조 역학(構造力學)의 연구도 19세기부터 산업이나 운수의 문제로부터의 요청에 의하여 발전하였다. 이 방면은 기술자로서 자연 과학을 좋아하는 교양이 있는 사람들에 의하여 연구되었다, 오히려 재료 역학의 문제라고 하여야 할지도 모르지만 차축의 문제에서 반복 응력 및 피로의 연구가 시작되어, 실마리는 다르지만 압축재의 문제, 구조물의 좌굴(례일의 좌굴(挫屈)은 장출(張出)이라고 한다)이 연구되었다.

재료역학이란 이런 것이다라고 한 마디로 정의하기는 어렵다. 그것은 출범이래 연구 분야와 연구 대상을 자꾸 넓혀가면서 성장해 온 공학의 기초적인 과목이고 현재도 끊임없이 발달하고 있기 때문이다. 또 재료역학과 역사적으로 기원을 같이하고 있는 구조역학도 쉴새 없이 새로운 연구 방법을 개발하고 연구 대상을 넓혀가고 있다. 이것은 구조역학에 속하는 문제이고 저것은 재료역학에 관한 문제라고 구분이 분명한 경우도 많지만, 출발점이 같고 연구 방법과 대상이 거의 같은 관계로 그 구분이 분명하지 못한 경우도 많다. 그러나, 보편적으로 말한다면, 구조역학에서는 구성 부재의 단면력과 절점의 변위를 구하는 것을 궁극적인 목적으로 하고, 이들의 결과로부터 낱낱의 부재 안의 응력 분포와 변형을 구하는 것이 재료역학의 문제라고 할 수 있다.

20세기가 되어 항공기나 잠수함이 출현하였으며 재

료 역학의 분야도 좌굴 등의 문제가 대단히 많이 제공된 점도 있어 미소 변위에서의 적합만을 논하였던 역학에서는 충분하지 않고, 유한 변형에서의 탄성학도 필요하게 되었다.

구조해석법에 매트릭스 기호법이 도입되기 시작한 것은 컴퓨터가 출현한 직후인 1950년대 초의 일이다. 가장 최근에 부정정 구조물 해석의 가장 실용적인 방법 중 하나로 알려진 모멘트 분배법을 미국의 Hardy Cross 교수가 1930년에 개발하였다. 그 후 1950년대 초반에 Levy의 연구 논문에서 구조 해석의 여분력(餘分力) 방법을 발표하여 Matrix 방법이 소개되었지만 처음에 별로 빛을 보지 못하다가 Lang과 Bishling, Lange fors 및 Wenhle와 Lansing이 합세하여 기본적 이론 체계에 진전을 보였다. 이것이 응력법(應力法)이며 얼마 후에 Levy가 다시 강성도법(변위법)이라는 새 해석 이론을 발표하였으며, 이와 때를 맞추어 고성능의 디지털 컴퓨터의 개발은 이 방법을 가속화시켰다.

구조물을 미소한 요소의 연속체로 고려하여 하나 하나의 적합식을 행열식의 형으로 풀고 하는 유한 요소법(F.E.M)이라는 역학의 해법도 나타났다, 이 해법에 의하여 슬래브 궤도의 역학적 거동이 풀려져 슬래브가 만들어지는 등 새로운 해법·역학이 점점 선로에도 도입되고 있다. 1960년대 들어와서 Ritz가 변위법을 적용하여 유한 요소 방정식을 정식화하는데 공헌하였으며 1965년에 Ziekiewicz가 유한 요소법을 광범위하게 응용하는 데 크게 기여하여 1970년대에 유한 요소법을 황금기로 진입시켰다.

근래 몇 년간은 이전에 개발한 해석 방법을 응용하고 개선하는 연구들이 가끔 발표되는 정도이지만, 재료의 설계와 구조 공정에 관한 지식은 20 세기 중엽에 이르러 획기적인 변화와 개선을 이루하고 있다. 용접 강 구조물과 P. C. 콘크리트 구조물의 출현은 구조공학 기술에 큰 진전을 보였다. 새로운 설계법으로서 콘크리트 구조물의 극한 강도 설계법과 강 구조물의 소

성 설계법이 개발되었다. 새로운 구조물 형태의 개발과 이용은 예술적으로도 아름다운 구조물을 건립할 수 있었고 재료의 절감에도 기여한다. 얇은 판과 접힌 판의 지붕 구조는 구조공학에서 극치에 이르고 있다. 이제 새로운 구조물 형태가 널리 사용되고 있으며 현재 구조 공학자들이 보다 복잡하고 구체적인 설계 과정에 개입하여야 하게 되었다.

4. 토질 역학과 기타 역학의 발전

선로에 관계하는 역학 가운데에서 흙에 관한 토질 역학(土質力學)을 빼놓을 수 없다. 흙의 역학에 관한 기초는 18세기 후반의 사람 크롬(Coulomb 1726~1806)이며 마찰이 작용하는 역학에 대하여 연구를 하였다. 그리고 크롬 토압이라 알려진 토압론(土壓論)을 제안하였다. 여기에서 주동 토압과 수동 토압의 고려 방법을 갖게 되었다. 그리고 19세기 중기에는 랭킨(Rankine)이 나타났다.

20세기 초기에 흙의 분류에서 시작하는 오늘날과 같은 토질 역학이 테르자기(Terzaghi)에 의하여 형성되었다고 하여도 과언은 아니다. 이 분야에서는 흙이란 제한되지 않지만 재료를 연구하여 가는 중에 모르(O. Mohr, 그는 1874년 재료역학에서 가장 일의 원리를 처음 사용하였다)의 응력 원, 파괴론이 전개되어 맥스웰(Maxwell) 모델, 보그(Borg) 도델로 알려진 비탄성 재료의 연구가 시작되어 재료 중의 균열의 영향을 고려한 틸러(Tiller)의 전위론(轉位論)으로 진행되어 오늘날에는 레올리지(rheology)의 이름으로 알려진 학문의 분야를 구축하고 있지만 궤도 재료의 연구에 이 분야가 도입되는 것은 멀지도 모른다.

재료의 항복 조건을 구하기 위한 연구에서 금속의 탄성 영역을 넘는 부분의 역학이 미끄럼 선의 역학으로서 생기었다.

이리하여 금속의 경우에는 형상 변화의 에너지가 어

느 값에 달한 때에 항복이 생긴다고 하는 법칙이 성립되는 것을 알게 되었다. 1930년대에 프라거(Prages)가 금속 소성(塑性)의 일반론을 보고함과 동시에 스트레인 경화가 있는 경우의 논의가 진행되었다. 그 무렵의 연구 성과가 쇼트피닝(shotpeening)으로서 크로싱의 경화 등에 이용되고 있다.

여기서 무시할 수 없는 것은 금속의 소성 변화 시에 체적 변화가 무시될 수 있으므로 이론의 전개가 용이하였던 것이다.

금속의 경도 시험에 관한 이론이 전개되어 왔지만 이 이론이 흙의 분야로 전개되어 왔다. 흙에서는 이와 같이 변형에 대하여 체적 변화를 무시할 수 없을 뿐만 아니라 흙에서는 전단 변형과 용적 변형이 독립하지 않는다고 하는 대단히 중요한 성질을 도입하여야 하며, 금속의 경우보다 복잡한 점이 있다.

Engesser(1889)는 처음으로 이론에 의하여 탄-소성 한계 내에서의 좌굴 하중을 구하였다. 기둥에서 소성 현상 때문에 단면의 중립 면이 변한다는 사실을 뒤늦게 깨달은 Engesser는 1895년에 수정된 이론을 발표하였고 1920년 Karmann의 실험에서 그 타당성이 입증되었다. Tetmajer는 1930년에 탄-소성 영역 내에서 적용 할 수 있는 좌굴 하중에 관한 직선 공식을 제안하였다.

그 이외의 역학으로 19세기에 생긴 것으로 엔트로피(entropy)라고 하는 개념을 도입하여 일반의 경우에 물체의 상태를 나타내는 양은 에너지뿐만이 아니라고 하는 열역학이 있다.

5. 철도의 탄생과 궤도 역학의 성립

상기에서는 자연 철학으로서 발전하여 왔던 자연 과학이 역학으로서 구성되기에 이르렀던 과정을 기술하였지만, 이하에서는 이들 중에 철도의 발전, 궤도 역학의 성립이 어떻게 이루어졌는지 살펴보자. 철도의 탄생과 궤도의 발달에 대한 좀더 상세한 내용은 참고 문

헌을 참고하기 바란다.

철도는 19 세기의 초에 영국 광산에서 출현하였다. 그들의 주된 특징은 철도 차량에 단일 자유도를 주는 금속 대 금속 접촉을 통하여 궤도가 안내하는 차륜의 이동이다. 영국에서 세계 최초의 공공 철도가 주행된 것은 잘 알고 있는 것처럼 1825년이었다.

그러나, 철도의 선구자는 19 세기보다 훨씬 더 일찍이 출현하였다. 금속 가이드 위에서 마차 또는 짐마차의 이동은 스위스 Bassel에서 발견된 1550년 그라비어 인쇄물에 도해되어 있으며, 그것은 Alsace의 광산에서 채용된 수송 방법을 보여준다. 마차의 안내된 이동은 일반적으로 마차의 이동을 쉽게 하고 속도를 올리기 위한 석재 포장에 만든 홈에 의한 증거처럼 Roman 시대에서 이미 알려져 있다.

Parthenon과 기타 고전적인 유적지의 하얀 대리석이 발견된 Athens 근처 Mount Penteli에 암석 지반의 깊은 홈이 건설 현장까지 대리석 슬래브를 운반하기 위하여 고대 그리스가 채용한 방법을 여전히 증명할 수 있다. 더욱이, 어떤 저자에 따르면, 마차의 안내 이동은 짐마차를 안내하도록 진흙 도로 위에 목재 홈을 부설함에 의하여 그리스 고대에서 적용되었다. 두 개의 홈은 하나의 마차를 수용하도록 시대의 요구에 적합하였다. 두 대의 마차가 마주칠 때는 얕은 운전자가 늙은 운전자에게 길을 양보하였다. 그러한 마주침에서 길의 양보를 거절하고 반대 방향에서 오는 늙은 짐마차 운전자를 죽인 Oedipus는 그가 자기의 아버지 Laius인 것을 알지 못하였다.

레일은 지지와 안내의 요소로서 16세기에 처음으로 이용하였다. 독자의 도로 즉 특별히 가드(안내)하기 위하여 만들어진 레일 위를 주행시킨 예는 1530년 하이젠베르크 “일반 광산 법률의 기원”에 목제 레일의 위를 달린 화차로 광석을 수송한 사실이 기록되어 있다. 그 시대의 영국 탄광에서는 탄광 차량의 저항을 줄이기 위하여 목재의 도로를 사용하였으며, 차량을 궤

도 위로 유지하기 위하여 주행 표면에 테두리(edge)를 마련하였다. 1760년에는 철이 과잉 생산된 결과로서 영국에서 목재 레일에 주철 판을 붙였으며, 이와 같은 방법은 주행 저항을 줄이기 때문에, 주철 판의 적용이 급격하게 증가하기 시작하였다. 이와 같은 인력이나 마력으로 움직이는 레일의 길은 광산이나 채석장에서 오래 사용되어 왔지만 1767년에 레이놀즈(R. Reynolds)에 의해 주철 레일이 고안되었다. 이후의 레일은 L자형의 단면을 갖고 있었다. 1800년경에는 최초의 프리 베어링(free bearing) 레일이 적용되었으며 (Out-tram), 레일의 끝 부분이 목침목 위의 주철 소켓으로 지지되었다. 현재 여전히 이용되고 있는 것처럼 플랜지가 있는 철 차륜으로 안내를 처리하였다. 시초의 차량은 인력이나 말의 힘을 이용하여 주행하였다. L자형 레일은 18세기 말에는 압연하여 만든 연철 레일로 바뀌어 베세마(Bessemer)법의 발명에 의하여 강철 레일이 출현하기까지 사용되었다.

중기 기관이 발명됨에 따라 영국인 Trevithick은 1804년에 최초의 중기 기관차를 제작하였다. Gorge Stephenson은 1814년에 연관식 보일러를 가진 최초의 중기 기관차를 제작하였다. 1825년에는 여객을 위한 최초의 공공 철도가 Stockton과 Darlington간에서 개통되었다.

이 당시의 철도 차량은 사륜 마차를 그대로 복사하여 바꾼 듯한 것이었지만, 원시적인 시초부터 따라 다녔던 흔적이 궤도에도 그대로 적용되어 왔다. 즉 기묘한 것으로 초기에 기관차 제작자가 당시의 도로전용차의 차축의 폭에서 유도하였던 표준 궤간의 선로 폭 4 피트 8인치(1435mm)가 유지되고 있고, 게다가 몰타(Malta)섬에 남아 있는 선사 시대의 수레바퀴 자국의 자취나 고대 아라비아의 사원용 수레의 그것과 같은 치수라고 하는 것도 불가사의하다.

철도 선로는 1930년경 대부분의 유럽 국가에서 운영되기 시작하였다. 유럽 본토에서는 벨기에가 철도를

개통한 최초의 국가이다(Mechelen~Brussels). 벨기에에는 네덜란드의 수로를 우회하여 독일의 시골과 빠르게 연결하였다. 네덜란드에서는 최초의 철도(Amsterdam~Haarlem)가 이보다 훨씬 늦은 1839년에 개통되었다. 여기서, 철도는 내륙 수로의 큰 경쟁자로서 간주되었다.

철도는 용량, 속도 및 신뢰성으로 새로운 수송 수단을 형성하였다. 원시적인 도로와 용수의 연결 때문에 일찍이 개발될 수 없었던 넓은 지역이 개발되었다. 철도는 19세기에 정치, 경제 및 사회적인 개발에 큰 자극을 주었다. 미국과 캐나다와 같은 나라는 철도에 힘입어 개척되었으며, 정치적 통일이 이룩되었다. 러시아와 중국과 같은 나라에서는 철도가 여전히 중요한 역할을 한다. 대부분의 철도당은 20 세기의 초기에 최대 밀도에 도달되었다.

노동조합은 철도가 주요 고용주이었을 때 생기었다 (1900년과 1911년의 영국에서 및 1903년의 네덜란드에서 철도 동맹파업). 철도 회사는 또한 효율적인 경영을 할 수 있도록 신중한 계획, 조직 및 컨트롤 시스템을 개발한 최초의 영업 라인이었다. 더욱이, 철도 회사는 토목공학의 영역(선로의 건설, 교량, 터널, 정거장 지붕)에서 크게 발달하도록 자극을 주었다.

철도의 발전과 함께 발전하여온 역학의 분야가 교량의 분야이다. 즉, 도로이라면 비용의 관계에서 가교를 피할 수 있는 지점에서도 철도에서는 교량을 놓아 통과한다고 하는 필요성에서 교량, 특히 강교의 진보가 촉구되어 왔다. 그 중에서도 구조적으로는 격자 트러스, 하우 트러스 및 아치교, 재료적으로는 주철에서, 연철, 강철로 바뀌어 사용되었다.

당초는 2개의 레일을 침목과 도상으로 지지하는 정도의 궤도 구조이었던 것이 그 수요의 다대함, 장대함으로부터 요구되는 최적화의 요구와도 합하여 궤도 역학(軌道力學)의 성립을 촉구하였던 것이라고도 생각된다.

궤도의 역학적 해석이 본격적으로 구성된 것은 1850년경 윙클러 (E. Winkler, 1835~1888)에 의한 것이다. 그는 윙클러-가정으로서 알려진 연속 탄성 기초 위의 보라고 고려하였다. 이것은 연속하여 이어지는 탄성 스프링의 위에 지지된 보(레일)로 고려하는 것으로 윙클러 모델이라고도 말하고 있다. 이것을 철도의 분야에 응용하여 궤도 역학의 기초를 구축한 사람이 짐머만 (Zimmerman, H)으로 그의 저서가 1888년에 발행되었다. 이후 1913년~1942년의 탈보트 (Talbot), 1931년에 있어서 티모셴코 (Timoshenko 1878~1972), 랑거 (Langer)의 연구가 보고되어 있다. 일본에서는 2차 대전전의 堀越一三, 小野一良에 의하여 유한 간격(단속적)으로 배치된 탄성 스프링으로 지지된 보(레일)를 고려하여 궤도 부담력 계산의 이론을 유도하였다.

이 양자의 계산 결과에서는 레일 자체의 변형에 거의 차가 없고, 근래의 보고에 의하여도 이 차가 3% 이내라고 하는 것이 보고되어 있다. 전후는 급속히 발달한 계측 기술을 배경으로 실제의 데이터를 이용하여 이론 해석이 된 최적 궤도 구조의 이론이 확립되었다. 이 이론은 고속 궤도에 있어서 레일 응력보다 레일 압력과 도상 진동이 중요한 역할을 수행하고 있는 점에 주목하여 구성되어 있다. 또 이 이론이 일본의 동해도 신칸센의 궤도를 구성하는 논거가 되었다.

6. 궤도 해석과 궤도 기술의 발달

궤도 계수에 관한 이론적 연구는 궤도 해석에 대한 역학적 이론이 정립된 1900년대 초부터 계속되었으나 1918년 상기의 Talbot가 주도한 미국철도협회에서 비로소 조직적이고 광범위한 연구가 이루어졌다. 상기의 Timoshenko는 1927년경에 궤도 변형의 전파와 임계 속도에 관하여 검토하였으며, 1950년대에 미국 해군은 이에 관하여 궤도를 선형 스프링과 댐퍼로 지지하고 그 위를 집중 하중이 일정 속도로 이동하는 모델을 아-

날로그 계산기를 이용하여 해석하였다. Hertz 이론 (1887)은 차륜과 레일 강의 탄성 변형이 타원 접촉 영역이라고 설명한다. Timoshenko (1927)는 감쇠되지 않은 탄성적으로 지지된 레일에 대하여 주행 속도가 차량과 궤도간의 동적 상호 작용에 영향을 주는 문제를 설명하였다. Drucker (1951)는 흙 재료와 도상에 가장 적합한 소성 기준은 “Drucker - Prager 기준”인 것으로 입증하였다. 파상 마모의 발생 원인 또는 차륜 플랫을 시간 영역에서 해석하려고 하면 레일을 Timoshenko 보(보의 동역학적인 해석에서는 흡강성과 관성력만을 고려한 Berilli-Euler의 보에 더하여 회전 관성과 전단 변형을 고려한 보)로 하고 유한 간격으로 지지되는 것으로 할 필요가 있으며, 이와 같은 해석에 관하여는 Birmann의 문헌 (1958)이 상세하며, 佐藤 (1960)가 기초적인 연구의 성과를 발표하였다.

星野와 佐藤 (1960)은 궤도 파괴의 척도로서 파괴 계수를 정량화하여 하중 계수, 구조 계수, 상태 계수의 곱으로 정의하고 차량의 동적 특성치와 속도, 도상 압력, 도상 진동 가속도 및 충격 계수 등 궤도 이론의 동역학적인 요소를 이용한 궤도 설계 방법을 제안하였다. 松原 (1964)은 세계 최초의 고속 철도인 토키아도 신칸센에 최적 궤도구조 이론을 적용하여 궤도 구조를 설계하였다. 佐藤 裕 (1964)는 궤도를 정상적인 열차가 주행하는 경우에 열차 속도 증가로 인한 레일 침하나 압력 등의 궤도 변형은 거의 증가하지 않는다는 것을 밝혔다. Kalker (1967)는 차륜-레일 접촉 표면에서 크리이프 힘의 정밀한 근사 계산을 제시하고, 타원형 접촉 표면은 두 구간으로 나누었다.

Prud' home (1970)은 동적 윤중 변동을 차량의 스프링 하 질량, 레일지지 스프링 계수, 궤도의 단파장 틀림 및 속도의 함수로 나타내었다. 佐藤吉彦 (1972)은 일본 신칸센에서의 극대 윤중의 발생 원인과 동적 윤중 변동의 계산을 위한 역학 모델을 제시하고 궤도에서의 대책을 검토하였다. Fryba (1972)는 이동하는 하-

중 하에서 지반과 구조물의 진동을 검토하였다. 상기에 언급한 프랑스의 Ecole Polytechnique(理工科學校)는 레일의 소성 거동에 대하여 vonMises 기준을 제시하였다(1972).

Jenkins 등 (1974)은 차량과 궤도의 상호 작용에 대한 역학 모델과 해석 기법을 개발하여 궤도에 작용하는 힘을 추정하고 160~200 km/h 속도 영역에서 이와 관련된 시험을 하였다. Eisenmann은 1978에 220 km/h 내외의 시험 결과에서 궤도의 품질과 속도에 따른 동적 윤증 변동 식을 제시하였으며, 1977년에 차륜-레일 접촉 문제에 대하여 단순화한 계산 방법을 개발하였고, 또한 Timoshenko (1951)가 구한 결과에 기초하여 레일에서 부분 응력을 결정하는 방법을 제시하였다. Alias (1977)는 CBR 지수에 기초하여 도상과 보조 도상의 바람직한 두께를 도출하였다. Frederick (1978)은 수치 해석을 통하여 궤도의 수직 변위를 예측하고 실측으로 검증하였으며, 침목과 패드의 강성을 변화시키면서 열차 주행 시의 진동 가속도를 측정하였다. Dang Van (1978)은 레일 피로가 두 단계로 발달함에 따르는 기준을 공식화하였다.

Eroskov와 Kartzev (1980)는 소련의 주요 간선인 모스크바~레닌그라드 선로에서 200 km/h의 속도 향상에 따른 궤도와 차량의 동적인 상호 작용에 관한 이론적인 해석과 시험 결과를 제시하고, 궤도 정비 한도의 권장 값을 제안하였다. 佐藤 (1981)은 레일 상면의 요철을 동적 윤증 변동의 요소로서 관리하기 위하여 레일 품질을 포함한 비선형 모델로 시뮬레이션 하여 관계 요소의 실효 치를 평가하였다. Janin (1982)은 침목에 작용하는 차륜과 레일 사이의 거동에 관한 연구에서 엄격한 레일 표면 관리, 스프링 하 질량의 저감 및 탄성이 풍부한 레일패드 등이 고속 철도에서 필수적 요건임을 강조하였다.

Grassie 등(1982)과 Clark 등(1982)은 궤도 구조를 일정한 간격을 둔 침목과 레일 패드에 의하여 탄성적으

로 지지된 레일로 구성하는 시스템으로 볼 수 있으며 침목을 도상과 노반으로 구성하는 감쇠된 탄성 기초로 지지한다고 하였다. Grassie (1982, 1984)는 파상 마모에 의한 궤도의 수직 진동 및 횡 진동 특성을 규명하기 위한 실험적, 수치 해석적 연구를 수행하였다. 국제철도연합의 ORE (1983)는 축중의 증가시키기 위한 연구로서 대규모의 유럽 순회 측정을 하였다. Kerr (1983)는 하나의 윤하중 하에서 궤도 계수를 구할 수 있게 하는 영향 계수를 산정하는 방법을 제안하였다. Profillidis는 1983년에 수직의 영향에 대한 근사 계산의 방법 (Zimmermann의 방법, Boussinesq의 다층 방법 등)은 편리하고 빠른 계산을 허용하지만, 실제 값으로부터의 편차가 100 %에 도달할 수 있는 점을 발표하고, 1986년에 유한 요소 해석에 의한 탄-소성 해석에서 궤도-노반 시스템의 모든 파라미터를 고려하였으며, 1990년에 궤도-노반 시스템에서 정적 접근법이 응력과 스트레인 해석을 만족하는 것을 확인하고, 1995년에 노반의 여러 품질에 대한 목침목 탄성 선을 도해하였다. ORE (1984, 1987)는 랜덤 신호 분석의 이론에 기초하여 차량과 궤도간의 전달함수를 확립하였다. 독일 철도의 Kaess (1986) 고속에서 횡력의 초과 여부를 검토하기 위하여 횡력을 측정하였다.

Cox (1985)는 궤도 패드가 궤도의 동적 거동에 미치는 영향에 관한 시험을 하였으며, ORE (1986)는 레일 패드의 성질에 관하여 강조하였다. Mau (1986)는 현장 실무자들이 쉽게 활용할 수 있는 궤도 계수의 지표를 제시하였다. Tjaden (1986)은 수직 레일 선형을 측정하기 위한 새로운 개념을 제시하였으며, 궤도 선형으로부터의 차량 반응을 계산하였다. 吉村 (1987)은 신칸센 차량의 상하 진동은 주로 궤도의 고저 틀림에 기인하며 이들 사이에 선형의 관계가 존재한다는 것을 확인하였다. 渡邊 등 (1987)은 윤축 낙하 시험의 과정을 이론적으로 해석하고 여기에 열차의 하중 열에 의

한 진동의 중첩 효과를 해석한 후에 열차 주행 시 궤도, 지반 및 인접 구조물로 전달되는 진동의 크기를 예측하는 방법을 제시하였다.

Montagne (1988)는 TGV 차량의 동적 윤중 변동은 Prud' home이 예측한 최대 값보다 상당히 적다는 것을 발표하였다. Zamd J. van't (1988)는 저온에서 레일 패드의 동적 성질을 실험적으로 평가하였다. Naue (1988)는 축중이 다른 기관차로 동적 윤중 증가를 검토를 검토하였으며, 독일 ICE선에서 280~317 km/h의 속도로 시험한 결과 궤도 관리가 양호한 선로에서는 궤도에 작용하는 힘의 증가는 거의 없고 축중 22.5 t의 화물 열차의 경우에도 궤도 조건이 양호하면 동적인 힘은 축중에 비례하여 증가하는 것임을 제시하였다. Vesic과 Johnson 등 (1989)은 침목을 보로 가정하고 노반 층의 탄성 계수, 포아슨 비 등을 고려하여 궤도 계수 등을 정확하게 산정할 수 있는 방법을 제안하였다. 佐藤과 梅原 (1989)은 신칸센 자갈 궤도에서 동적 윤중 감소 대책으로서 고가 교량과 도상 사이에 부설한 매트의 우수한 효과에 대하여 평가하였다.

차륜-레일 접촉 응력과 관련하여 연구한 Kalker (1990)는 크리프와 스판간의 작은 값에 대하여 이들 양과 결과로서 생긴 힘간의 관계가 선형이라고 가정할 수 있음을 발표하였다. 서사범(1990)은 멀티플 타이 템퍼의 작업 효과를 정량적으로 파악하여 멀티플 타이 템퍼 작업의 최적화 방안을 제시하였다. 佐藤吉彦 (1991)은 동적 극대 하중이 발생하기 쉬운 레일 용접 개소의 관리에서 레일 두부를 적극적으로 연삭할 것을 주장하였다. 이희현 (1991)은 궤도를 2중 탄성지지 보로 모델링하고 차량의 스프링 하 질량이 Hertz 스프링을 통해 레일과 접촉하는 것으로 가정하여 수치 해석을 수행하였다. 康基東 (1992)은 고속철도 유도상 궤도의 레일지지 스프링계수와 진동 감쇠 계수를 산정하기 위하여 충격에 의한 궤도지지 시스템의 동적 응답을 이론적으로 해석하고 실물 궤도를 시험하였다.

5~5,000 Hz 영역의 궤도 모델에 관하여는 1993년 9월 체코의 Hervertov에서 열린 심포지엄에서 상세히 논의되었다.

Graz 공대와 Plasser & Theurer는 1993년에서 1995년까지 궤도 측량에 GPS의 사용을 검토하였다. Selig 등 (1994)은 각 차축의 통과 동안 궤도의 응답을 거의 완전히 거꾸로 할 수 있기 때문에 구조물 거동을 탄성적으로 가정하는 것이 합리적이라고 하였다. ERRI (1994)는 실험실 시험에서 파라미터의 가중에 좌우하여 대략 50~70 %의 오염 레벨에서 도상 재료의 성질이 현저하게 나빠짐을 발표하였다. Cai 등 (1994)은 궤도 계수를 보다 정밀하게 산정하기 위하여 피라미드 방법을 제안하였다. Magnus (1995)는 실험실 측정치와 실제 운행시의 측정치에는 차이가 있으므로 각 요소의 동적 물성치는 실제 운행시의 반복 측정으로 구하여야 한다고 주장하였다. 三浦 重 (1995)은 궤도를 무한 연속 탄성지지 다중 보로 모델링하여 자갈 궤도와 슬래브 궤도의 진동 특성을 규명하는 방법을 제시하였다. Kerr와 Shenton (1986)은 궤도의 비선형 거동을 고려한 궤도 해석 방법을 제안하였다. 朴大根 (1996)은 궤도를 무한 연속 탄성지지 보로 모델링하여 궤도 계수의 비선형성을 검토하였다.

Delft 공대는 1996년에 교량과 토공의 천이 접속 구간에서 높이의 변화가 강성의 변화보다 중요하다고 발표하였고, 1997년에 동적 거동에 대한 확장된 Poly-Styrene(EPS)의 영향을 RAIL 프로그램을 사용하여 연구하였으며, 1999년의 Dynatrack 프로젝트에서 궤도의 동적 특성을 평가하는 방법을 개발하였다. 또한, 1997년 이후 의사결정 지원 시스템(DSS)에 기초한 MS Excel을 개발하고 있다(2000). Darr 등 (1999)은 구조물과 토공 구간 사이 및 궤도를 복선으로 건설할 때 상기의 EPS의 적용이 유리할 것이라고 하였다.

Suiker와 Esveld (1997)는 동적 응답에 대한 수직 강성 변화의 영향을 연구하였으며, Timoshenko보-반 평

면 시스템의 임계 거동을 연구하였다. Leykauf 등 (1997)은 무도상 궤도의 상부 구조에서 변형에 대한 저항력과 안정성이 가장 요구된다고 제시하였다. UIC (1988)는 궤도의 기하 구조적 특성이 차량 동역학과 승차감에 강하게 영향을 준다고 나타내었다. 유럽 위원회는 철도의 신뢰성, 이용, 보수 및 안전 분야의 투자를 위하여 제4차 RTD 전체구성 프로젝트 (1994~1999)에서 REMAIN이라는 연구 프로젝트를 추진하였다.

Man. A. P (1999)는 해머 가진 시험을 이용하여 궤도의 동적 성질을 연구하였다. Oostermeijer (1999)는 건널목에서 매립 레일 구조가 장애물과 보수가 불필요하다고 제시하였다. Markine과 Esveld 등은 1999년에 매립 레일 구조(ERS)의 모델링과 최적화를 검토하였으며, 2000년에 다짐 기계와 수치적 최적화를 이용하여 궤도 횡 저항력과 열차 속도 한계를 검토하였다. Knothe (1999)는 슬래브 궤도의 레일의 응답이 저주파 내지 중간 주파수 영역에서 자갈 궤도와 상당히 다르다고 발표하였다. Markine (1999)는 철도 공학 적용에 적합한 일반적인 최적화 방법으로서 응답 표면 적합에 기초한 다중 점 근사 계산(MARS)을 제시하였다.

ERRI는 궤도 보수와 간성을 관리하기 위한 의사결정 지원 시스템인 ECOTRACK 시스템을 1991~1999년 사이에 개발하였으며, Jovanovic (2000)은 궤도의 현장 조건, 궤도 선형의 상태와 각종 보수와 간신 작업간의 복잡한 관계를 풀기 위하여 이 관계를 “rule”로서 나타내었다. Baxter (2000)는 자산 관리를 개선하기 위한 새로운 기술의 사용 방법을 제시하였다. 오스트리아의 Riessberger (2001)는 유도상 궤도의 프레임 침목을 개발하였다.

7. 장대레일과 이론의 발달

장대레일의 역사는 독일과 프랑스에서 각각 독자적

으로 발달하여 왔다. 양국은 1906~1908년경부터 레일의 용접을 시험하였다. 독일국철은 1924년 320 m, 1935년 1,000m의 레일을 시험 부설하였으며, 프랑스는 1949년 293m의 레일을 간선철도의 약 7km 구간에 시험 부설하였다. 유럽에서의 연구와는 별도로 미국에서도 장대레일 가능성을 검토하여 1930년에 이론적인 해석을 하고 1933년에 테르밋 용접(aluminothermic welding)에 의한 1,830m의 장대레일을 시험 부설하여 장대레일에 대한 이론적인 연구에는 성공하였으나 용접의 비용이 높아 경제성에 문제가 있었다. 레일 용접 기술은 1937년 플래시 버트 용접(flash butt welding)이 발명되고, 1939년에 가스압접 용접(gas pressure welding)이 개발됨에 따라 용접비용이 점차 저감되어 장대레일의 보급 시대로 들어갔지만, 장대레일이 비약적으로 부설되기 시작한 것은 1955년부터이었다.

우리 나라에서의 장대레일은 1966년에 경부선 영등포~시흥간의 3개소에 2,390m를 부설한 것이 시초이다. 1964년에 개통한 일본의 토키이토 신칸센(東海道 新幹線)에서는 승차감 및 보수를 고려하여 전 선로를 장대 레일로 하였으며 교량에도 장대레일을 부설하였다.

레일의 좌굴에 관한 연구는 Ammann과 Gruenewaldt (1929)의 이론식 이후 독일에서 차례로 발표되었다. Gruenewaldt (1931)는 에너지법에 의한 좌굴 강도의 이론적인 해석을 제안하였다. 이와 유사하게 Bloch (1932), Wattman (1932), Sanden (1932) 및 Nemesek (1931) 등이 이론식을 제안하였지만 도상 저항력과 궤광(軌 · , track skeleton) 강성을 고정 저항이라고 보고 있다. Meier (1934)는 장대레일에 허용되는 보수상의 궤도틀림(track irregularity) 한도를 구하였다. Raab (1957)는 전류 가열에 의한 실제 궤도의 실험에 의하여 레일의 온도 신축 이론이나 좌굴 강도에 대하여 업적을 쌓았다. Birmann (1954, 1962) 및 Birmann와 Raab (1960)는 좌굴을 포함한 장대레일의 여러 문제를 연구하였다. Nemesdy (1960)는 장대레일

수평 좌굴의 이론 식을 제안하고 좌굴 안정성을 증대하기 위한 도상 횡 저항력의 증대를 강조하였다. ORE D114 위원회는 1950년대와 1960년대에 각종 선형 틀림에 대한 온도 하중의 영향 하에서 장대레일의 안정성을 연구하였다.

프랑스의 Lvi (1958)는 탄성식에 의한 이론식을 발표하였다. Prud' homme과 Janin (1969)에 의한 이론해도 탄성식에 의하였으며, 한계 궤도틀림량을 구하였다. 그 외에도 Corini (1939), Lederle (1935) 등이 탄성식에 의한 해를 제안하였다. Bartlett (1960)은 영국의 장대레일 안정성 문제를 다루었다.

일본의 堀越 (1934)은 에너지법에 의한 이론 식을 제안하였다. 沼田 (1970)은 좌굴 후의 평형 상태, 레일 축력, 종·횡의 도상저항력, 궤도의 곡선반경, 궤도구조 및 좌굴 파형의 정수 등에 의한 좌굴 강도의 식을 제안하였다.

Sato와 Nagata (1969)는 도상이 없는 궤도의 교량에 부설된 장대레일의 횡 방향 안정성을 시험하였고, Sato (1970)는 지진시 장대레일 궤도의 도상 횡 저항력과 안정성을 검토하였으며, Sato와 Kobayashi (1972)는 궤도의 좌굴 강도를 계산하기 위한 근사 식을 제안하였고, Miura (1976)는 슬래브 궤도상의 장대레일에 대한 가열 시험을 하였다.

Kerr와 Soifer (1969)는 좌굴 하중을 결정하기 위하여 사전에 좌굴된 상태의 선형화 효과를 나타내었고, El-Aini (1976)는 견고한 궤도 기초는 안전한 좌굴 온도의 정밀한 하부 한계를 예측하기 위하여 이용할 수 있다고 제시하였으며, Kerr (1974)는 구속된 열 신축에 기인하는 레일 응력 및 궤도 안정성의 결정 방법을 논의하였고, Kerr (1979)는 미분 방정식에 기초하여 직선 궤도의 안전한 온도 증가의 해석적 결정 방법을 제시하였다.

宮井 (1984)은 에너지법에 의한 궤도 좌굴의 이론 해석을 발표하고, 횡 변위의 성장 과정에서 좌굴 발생에

이르는 과정의 해석 방법과 각종 궤도 조건의 좌굴 발생에 관한 효과를 보고하였다. 家田 등 (1985)은 일반적인 장대레일 신축 시뮬레이션 방법의 개발을 포함하여 불연속 조건에서의 장대레일의 거동에 관하여 검토하였다.

정적 좌굴의 이론에 관한 연구는 다음의 세 그룹으로 크게 나눌 수 있다. 첫 번째 그룹은 상부 임계 온도의 평가에 초점을 맞춘 연구로서 Bijl (1958), Prud' homme과 Janin (1969), Bartlett (1961), 및 Frederick (1973) 등의 연구가 있다. 두 번째 그룹은 하부 임계 온도의 평가를 강조한 연구로서 Kerr (1975, 1978), Martinet (1936), Mishchenko (1950), 및 Numata (1960)의 연구 외에 Meier (1937), Nemesdy (1960) 및 Chatkeo (1985)의 연구가 있다. 세 번째 그룹은 양쪽의 임계 온도와 전체 좌굴 응답의 특성을 정량화한 연구로서 장대레일의 안정성을 더 사실적으로 평가할 수 있으며, 이에 대한 연구는 Kish (1991), Samavedam (1979, 1983, 1988), Vaish (1974), Jackson 등 (1988), Needleman (1981), Krako' w 대학교 (1993)의 연구가 있다.

“동적” 좌굴의 시험은 Hungarian 철도 (1974)와 미국연방철도국 (1991)에서 수행되었다. 그 외에도 프랑스국철(SNCF) (1969), Prud' homme (1967), Frederick (1973), Eisenmann (1974, 1976), Kish와 Samavedam 등 (1993)이 차량에 기인한 장대레일 궤도의 불안정성을 연구하였다.

미국연방철도국의 수송시스템센터는 장대레일 궤도의 동적 좌굴 이론의 개발에 앞서 정적 좌굴을 연구하였다. Kerr의 연구 (1976)는 직선 궤도의 온도 좌굴 문제에 필요한 기본적인 큰 차짐(힘) 해석으로 한정되었다. Samavedam (1979)은 여러 가지 비선형 파라미터를 연구하였고, 곡선 궤도에 대하여 엄밀한 해석을 제안하였다. Kish (1983)는 정적 좌굴에 관한 파라미터를 이론적으로 연구하였다. Kish와 Samavedam (1985)은

차량 하중으로 발생되는 여러 가지 메커니즘을 포함하는 동적 좌굴에 관한 연구를 발표하였다. Kish와 Samavedam (1990)은 PC를 이용할 수 있는 다양한 “동적” 좌굴 모델을 제시하고, 여기에 열차 하중의 영향과 궤도 저항력의 비선형성을 고려하였다.

Kish와 Samavedam (1991) 등은 온도 하중 단독으로 좌굴을 일으킬 수 있지만, 대부분의 좌굴은 가속도 하중 및 수직 차축 하중과 결합하는 온도하중에 기인하여 열차 아래에서 발생함을 보고하였다.

장대레일의 안정성은 주로 횡 방향에 관하여 연구되었으며, 수직 방향에 관하여는 드물게 연구되었다. Kerr (1975)는 좌굴이 수직방향으로도 일어날 수 있다고 발표하였으며, Kerr와 El-Aini (1978)는 수직 좌굴을 방지하기 위하여 안전 레일온도 증가의 범위를 결정하는 해석을 제시하였다. 그 외에도 Huber (1957), Oczykowski (1971) 등이 수직 방향의 안정성에 관하여 연구하였다.

Samavedam 등(1993)은 좌굴 변형의 형이 일반적으로 사인 곡선이라고 발표하였다. Szumierz (1993)는 궤도 안정성에 대한 열차 횡 하중의 영향을 연구하였다. Albrecht (1985), Huber (1936), Jamka (1985), Samavedam (1994), Towpik (1990) 등은 장대레일 궤도의 거동에 대한 보수작업의 영향을 연구하였다. Basiewicz (1969), Donley와 Kish (1987), Huber (1941), Samavedam (1994), Solkowski (1995), Kaess (1989) 등은 급곡선에서의 장대레일 거동을 궤도 안정성의 관점에서 해석하였다. 그 외에도 Esveld와 Hengstum (1988)는 유한 요소법을 이용하여 급곡선에서의 장대레일 궤도의 안정성을 연구하였고, Miura와 Yanagawa (1992)는 슬래브 궤도 등의 급곡선에 대한 장대 레일의 적용을 검토하였다. 다른 한편, Samavedam 등 (1997)은 겨울철의 레일 파손 시와 여름철 응력 해방(destressing) 시의 바람직한 중립온도로 설정하기 위한 장대레일 응력 해방과 용접전 레일

틈의 문제를 다루었다.

장대레일 궤도의 불균등 온도분포는 레일의 불균등한 종 변위와 힘 분포로 귀착되는데, Kish와 Samavedam (1982), Eisenmann (1986)은 레일 축력 분포의 이론과 현장 시험과의 상관관계를 나타내었고, Servi (1990)는 불균등 온도분포에서와 주기적 온도 변화를 가진 레일의 힘 문제를 논의하였다. Bsl (1992)은 스텝 변화와 선형 변동을 포함하는 불균등 온도분포를 연구하였고, Czyczula 등 (1992)은 가변의 종 저항력과 불균등 온도분포의 영향을 연구하였으며, Kaess (1982)는 장대레일의 분기기에서 최대 종 하중이 약 25% 증가함을 나타내었다. Miura와 Yanagawa (1989)는 협궤 분기기 내에서 레일 축압력의 최대치는 힐(heel) 부근의 기본레일에서 발생되고 그 값은 온도 상승량에 의한 부동구간 레일 축압력의 1.35배이며, 도상저항력의 증강과 레일의 상대이동 방지에 유의하여야 한다고 보고하였다. Heeler (1979)는 분기기의 스트레싱 방법에 관하여 기술하였다. SNCF의 Fortin과 Tieulie (1982)는 축력 분포의 엄밀한 분석법을 사용하였다.

Esveld (1989)는 교량 상의 장대레일 궤도는 축력 분포와 안정성의 해석이 필요함을 논의하였다. Van 등 (1988)은 열 하중과 차량 하중을 고려하여 장대레일 축력과 교량 응력을 결정하기 위한 유한요소 해석을 개발하였고, Dieterman (1990)은 여러 가지 종 저항력 값을 가진 특수 구조물에 대한 수치적 결과를 나타내었으며, Maree와 Rhodes (1992)는 장대레일이 교량 구조물의 접속 구간에서 좌굴하는 경향이 있음을 나타내었다.

궤도 안정성에 대한 수학적 관점의 접근법으로서 Basiewicz (1969), Kish (1989), Martin (1936), Pershin (1962)은 미분 방정식, Huber (1957), Nemesdy (1960), Meier (1934)는 에너지 평형 방정식, Esveld (1989), Kerr (1987), Van (1997)은 유한/불연속 요소의식을 응용하였다.

Kerr (1978)는 기본적으로 보와 스프링으로 구성되는 해석 모델을 발표하였다. Kish (1989) 및 Van (1997)도 전면적인 궤도 모델을 고려하였으며, Van (1997)은 Timoshenko 보 모델을 이용하였다.

ERRI(유럽철도연구소) D202 프로젝트 (1996)는 장대레일 궤도의 안정성과 안전 기준의 공식화에 관하여 연구하였다. Van (1997)은 3차원 하중 하의 도상 저항력 시험을 하였다.

Delft 공과대학교에서 1988년에 개발한 수치적 프로그램 PROLIS는 불연속-요소 모델링에 기초한다. 프로그램은 레일, 교량, 기초 및 그들의 상호작용을 모델링하기 위한 설계도구로서 사용될 수 있다. PROLIS 2.1은 네덜란드의 Van 등 (1990)이 업그레이드하였다. Solkowski 등 (1995)은 종 방향 궤도 모델을 컴퓨터 프로그램 LONGIN으로 수행하였다. 이 프로그램은 폴란드의 Krakow 공과대학교에서 종 방향 궤도 모델을 해석하기 위하여 개발한 것으로 Czyczula와 Solkowski (1994)의 일련의 미분 방정식에 기초한다. 무한 경계요소는 LONGIN 버전에서 이용할 수 없다. Kish와 Samavedam (1996)이 개발한 특수 - 목적 컴퓨터 프로그램 CWR - BUCKLE은 이동하는 열차의 유무와 함께 미국에서 다수의 실물 크기의 궤도 좌굴 시험에 의하여 타당성이 확인되었다. ERRI (1999)는 Delft 공과대학교에 의뢰하여 개발한 컴퓨터 프로그램 CWERRI를 이용하여 일반 궤도와 교량 상의 장대레일 궤도의 안정성을 계산하였다. CWERRI는 장대레일의 종 방향, 수직 방향 및 횡 방향 거동을 충분히 모델링하고 계산할 수 있다. 기하 구조적으로 비선형인 Timoshenko 보를 포함하는 직선과 곡선 모델은 기계적으로, 열(熱)적으로 하중을 가할 수 있으며, 정적 또는 동적으로 해석할 수 있다.

Markine과 Esveld (1999)는 최적화 기술을 이용하여 궤도 구조의 횡 거동을 분석하였다. Markine과 Esveld (2000)는 템핑 장비와 수치적 최적화를 이용하여 궤도

횡 저항력과 열차 속도 한계를 결정하는 방법을 제시하였다.

국내에서는 오래 전에 철도기술연구소 (1988)와 徐士範 (1987)이 장대레일의 좌굴 방지를 위하여 종·횡의 도상저항력에 관한 특성과 향상책을 연구하였다. 또한, 철도기술연구소와 徐士範 (1991)은 장대레일의 축력과 레일온도 등을 실측하여 장대레일 궤도의 좌굴에 관한 현상과 방지대책을 연구하였다. 朴鍾方 (1994)은 장대 교량상의 궤도 축력을 해석하여 실측치와 비교하였고, 한국철도기술연구원 (1998)과 양신주 등 (2000)은 장대레일 축력 해석기술을 개발하여 교량상의 궤도 축력에 대한 안정성을 검토하였다. 또한, 한국철도기술연구원 (2001)에서는 열차의 와류(渦流)제동 시에 대한 궤도 좌굴의 안정성을 검토하였다. 徐士範 (2002)은 급곡선과 무도상 판형 교량의 레일 장대화를 위하여 장대레일 좌굴에 영향을 주는 인자를 파악하여 장대레일 궤도의 축력과 안정성을 검토하였다.

8. 결언

철도에서 특히 궤도를 둘러싼 기술은 하나 하나의 학문·기술이 결합하고 축적되어 생긴 것이므로 일조 일석에 생긴 것이 아닌 점은 분명하다.

앞으로 보다 시대에 적합한 최적의 궤도를 제공하여 가는 것은 이 축적된 기술이며, 이것은 한 사람의 힘으로 만들어지는 것이 아니고 현장의 일상적인 기술이 축적되어 저변이 확대되는 것에 의하여 비로소 이루어지는 것이다.

이제 전자 계산기는 구조 공학자들에게 필수적인 도구이다. 원자 시대가 도래하면서 다른 분야에서 와 마찬가지로 구조공학 분야에도 가속적인 발전을 하고 있다. 이제 이 이론이 완전하고 마지막으로 사용될 것이라고 생각하면서 안주하는 사람은 이미 훨씬 과거로 밀려나서 낙후한 채로 남게 될 것이다.

우리들은 상기의 수많은 학자들이 수 세기 동안 쌓은 지식들을 이삭줍기라도 하는 느낌을 가질 것이다. 그러나, 그들의 사상은 과거에 머물러 있지 않고 미래를 개척하기 위한 더 새로운 이상과 방법들을 개척하겠다는 결의를 갖게 해 줄 것이며, 우리들은 그 공로자들에게 대한 감사한 마음을 가져야 할 것이다.

앞으로 우리 나라의 기술 발전을 위하여 철도 기술자들과 구조 공학자들의 활약을 기대하여 본다.

참고 문헌

- [1] 서사범 : 철도공학의 이해(Railway Engineering), 도서 출판 (주) 얼과 알. 2000. 4.
- [2] 서사범 : 선로공학(線路工學) 개정판, 도서 출판 (주) 얼과 알, 2002. 2.
- [3] 서사범 : 궤도 장비와 선로 관리(Mechanized Track Maintenance), 도서 출판 (주) 얼과 알, 2000. 12.
- [4] 徐士範 : 軌道施工學 개정판, 도서 출판 (주) 얼과 알, 2001. 3.
- [5] 서사범 譯 : 최신 철도선로, 도서 출판 (주) 얼과 알, 2003년 3.
- [6] 서사범 譯 : 철도공학, 도서 출판 (주) 얼과 알에서 2003년 상반기에 발행 예정.

- [7] 徐士範 : “鐵道의 起源과 軌道의 發達”, 大韓土木學會誌 Vol. 42, No. 6, 1994. 12.
- [8] 徐士範 : “레일과 鐵道의 起源 및 發展 過程(I, II)”, 鐵道施設 No. 74~75, 1999. 12. 2000. 3
- [9] 徐士範 : “社會 環境에 따른 鐵道의 誕生과 發展”, 鐵道線路 No. 40, 2000. 3.
- [10] 서사범 : “여명기의 철도 토목과 기술·사회·문화적 배경”, 한국철도학회지 Vol. 5, No. 1, 2002. 3.
- [11] 徐士範 : “力學의 發전과 軌道力學의 성립”, 鐵道施設 No. 58, 1995. 12.
- [12] 康基東 : 高速鐵道 軌道의 動特性에 關한 研究, 建國大學校 博士學位 論文, 1992. 8.
- [13] 朴大根 : 軌道係數의 非線型 特性을 考慮한 軌道解析, 建國大學校 碩士學位 論文, 1996. 8.
- [14] 徐士範 : 急曲線과 銑桁橋梁의 레일 長大化를 위한 레일軸力 解析, 忠北大學校 博士學位 論文, 2002. 2.
- [15] S. R. Timoshenko, James M. Gere : MECHANICS OF MATERIALS, Litton Educational Publishing, Inc. 1972.
- [16] Anthoy Bedford · Wallace Fowler : ENGINEERING MECHANICS-STATICS Third Edition, Prentice Hall, 2002.