

## ◎ 논문

## 공간 및 시간 정확도 향상을 위한 최적의 삼간영역 구성에 관한 연구

조 금 원\*

### A Study of Optimal Mesh Interface Region Generation to Improve Spatial and Temporal Accuracy

Kum Won Cho

The spatial accuracy becomes first-order when second-order conservation schemes including the non-conservative interpolation in general Chimera method are used. To ensure the solution accuracy, the discontinuities must be located away from the overlapped regions, and the length of overlapped region also must be proportional to the grid spacing. In this paper, a proposed method, cut-paste algorithm, is used to satisfy above constraints. The cut-paste algorithm can generate the optimal mesh interface region automatically. To validate the spatial and temporal accuracy due to the non-conservative interpolation, inviscid and viscous problems are tested.

**Key Words:** 중첩격자계(Overlapped grid), 삼간영역(Mesh interface region), 비정상 유동(Unsteady flow)

#### 1. 서 론

헬리콥터 로터 블레이드와 동체의 간섭현상 해석, 비행중인 항공기로부터 연료탱크의 분리, 다단계 로켓의 분리 등 물체간의 상대운동이 있는 문제는 전산유체역학이 극복해야할 중요한 문제 중의 하나이며 이에 대한 많은 연구가 진행되고 있다[1],[2].

중첩격자계 기법은 움직이는 매 시간 단계에서 격자를 새롭게 구성하지 않아도 되는 장점을 가지고 있어 상대운동의 문제에 매우 적합한 방법으로 알려져 있다. 이러한 장점에도 불구하고 중첩격자계를 사용하는데 어려운은 영역간의 정보 교환을 위해 필요한 삼간에 대한 것이다. 삼

간은 수치 유량을 보존시키는 보존적 방법과 그렇지 못한 비보존적 방법이 사용되었다.

보존적인 방법은 수학적으로 수치 유량을 삼간한 후 재 분포시키는 방법[3]과 기하학적으로 삼간 경계를 패치드 경계로 변환하여 사용하는 방법이 있다[4]. 비보존적인 방법은 bi/tri-linear 사상(mapping)을 사용하여 보존변수를 삼간하는 방법으로 적용이 용이하여 많은 다양한 문제에 적용되어 왔다[1],[2]. 그러나 구성된 삼간 영역에 따라 수치해석 결과의 정확도가 다르게 나타나는 단점이 있다.

본 연구에서는 비보존적인 삼간방법을 사용할 경우에도 사용된 수치기법의 정확도를 유지하고 삼간오차를 최소화하는 중첩격자계 구성 방법을 적용하여 정상 및 비정상 유동장을 해석하고 타당성을 검증하고자 한다.

제 2장에서는 사용된 수치기법, 제 3장에서는

\* 2003년 06월 24일 접수

\* 정희원, 한국과학기술정보연구원 슈퍼컴퓨팅센터

최적의 삼간영역 구성을 위한 수치적 증명, 제 4 장에서는 1차원 충격파 문제에 적용된 결과 그리도 5, 6장에서는 공간 및 시간 정확도 분석을 나타내었으며, 마지막으로 점성 유동장에 적용한 결과와 결론을 나타내었다.

## 2. 수치해석

### 2.1 지배방정식

비정상 Navier-Stokes 방정식은 아래와 같이 주어지며,

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z} = \frac{\partial E_v}{\partial x} + \frac{\partial F_v}{\partial y} + \frac{\partial G_v}{\partial z} \quad (1)$$

보존변수 벡터  $Q$ 와 비점성 플럭스 벡터  $E, F, G$ 는 다음과 같다.

$$Q = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (e+p)u \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho vu \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ (e+p)v \end{pmatrix}$$

$$G = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho wu \\ \rho wv \\ \rho w^2 + p \\ (e+p)w \end{pmatrix} \quad (2)$$

식 (1)에서는  $E_v, F_v, G_v$ 는 점성 플럭스 벡터이며, 식(2)에서  $\rho, u, v, w, p, e$ 는  $x, y, z$ 축 방향의 속도성분, 압력 및 내부에너지이다.

### 2.2 수치해석 기법

본 연구에서 사용된 해석 코드[5]는 요소중심 유한체적법과 비점성 유량에 대해서 Roe의 FDS(Flux Difference Splitting), 그리고 고차의 공간정확도를 얻기 위하여 MUSCL(Monotonic Upwind Schemes for Conservation Laws) 기법을 사용하였다.

시간 전진 기법으로 내재적 기법인 ADI(Alternative Direction Implicit) 기법과 시간 정확도를 높이기 위해 이중 시간 적분법(Dual Time Stepping Method)을 사용하였다. 이중 시간 적분법은 내재적 기법이 갖는 선형화 오차와

ADI 기법의 근사 인수 분해(AF: Approximate Factorization) 오차를 줄이기 위해 임의의 시간항  $\tau$ 를 첨가하여 이 시간항에 ADI 기법의 내재적 적분 방법을 적용한 것이다.

상기의 내용과 중첩격자계 기법을 식 (1)에 적용하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$L_j D^{-1} L_j D^{-1} L_k \Delta Q' = -k_r \Delta \tau R \quad (3)$$

여기서,

$$L_j = \left[ D + k_r \frac{\theta \Delta \tau}{V} \overline{M}_i \Delta S_{i+1/2} - \overline{N}_i \Delta S_{i-1/2} \right] \quad (4)$$

이며, 식 (3)에서  $L_j, L_k$ 는 식 (4)를 각 방향으로 확장하면 얻을 수 있고  $k_r$ 는 중첩격자계에서만 사용되는 것으로 0(홀점 또는 삼간점) 또는 1(정상점)의 값을 갖는다.  $\overline{M}_i, \overline{N}_i$ 의 세부 내용과 자세한 유도 과정은 참고문헌[6]에 나타나 있다.

## 3. 최적의 삼간 영역 구성

### 3.1 중첩격자계의 정확도 해석 및 최적 삼간영역 구성

중첩격자계에서 비보존적 삼간방법에 대한 오차해석은 다양하게 증명되었다[3],[7]-[9]. 본 논문에서는 이중에서 Wang[9]의 방법을 소개하고, 이러한 수학적 근거를 만족하는 중첩격자계 구성 방법[2]을 사용하여 해석을 수행하였다.

1차원 보존 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있으며,

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial F(u)}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

초기조건은

$$u(x, 0) = u_0(x) \quad (6)$$

이다. 식(5)와 식(6)을 Fig. 1의 중첩격자계에 적용시키면 다음과 같다.

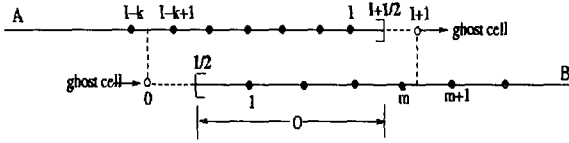


Fig. 1 1-D overlapped grid

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} \Delta x_i + (F_{i+1/2} - F_{i-1/2}) = 0 \quad (7) \quad i \in A$$

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} \Delta x_j + (F_{j+1/2} - F_{j-1/2}) = 0 \quad (8) \quad j \in B$$

Fig. 1에서 A, B는 각각 부영역을 나타내며 O는 교차영역을 나타낸다. 영역 A와 B의 인덱스는 각각  $i$ 와  $j$ 이다. 영역 A의 최대값은  $I$ 이며, 영역 B에서  $m$ 과  $m+1$ 은 영역 A의 도너(donor) 요소이다. 전체 계산영역에서 보존적인 수치기법을 적용하고 정상상태만을 고려하면 식(9)를 얻을 수 있다.

$$F_{I+1/2} - F_{1/2} = 0 \quad (9)$$

중첩격자계에서 비보존적 삼간 방법을 사용할 경우, 식(9)를 만족할 수 없으며 따라서 식(9)의 크기가 정상상태에서의 삼간 오차의 크기(식(10))이다.

$$E = |F_{I+1/2} - F_{1/2}| \quad (10)$$

정상상태에서 각 영역에서 유량은 다음식을 만족한다.

$$F_{i+1/2} = F_{i-1/2} = F_{I+1/2} \quad i \in A \quad (11)$$

$$F_{j+1/2} = F_{j-1/2} = F_{1/2} \quad j \in B \quad (12)$$

여기서 각 영역의 경계에서 보존 변수는 다른 격자계의 값으로 고스트 셀(ghost cell)을 통해 삼간되며 삼간식은 다음과 같다.

$$u_{I+1} = \alpha u_m + (1-\alpha)u_{m+1}, \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (13)$$

$$u_0 = \beta u_{I-k} + (1-\beta)u_{I-k+1}, \quad 0 \leq \beta \leq 1 \quad (14)$$

만약 영역 A와 B에서 중첩된 영역 O의 길이가 고정되어 있다면 중첩영역은 다음식으로 나타낼 수 있다.

$$k\Delta x_i \approx m\Delta x_j = L + O(\Delta x) \quad (15)$$

여기서  $L$ 은 중첩영역 O의 길이이다. 식(11)~(14)을 식(10)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E &= \left| \frac{1}{2} [F(u_I) - F(\beta u_{I-k} + (1-\beta)u_{I-k+1})] \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} [F(u_0) - F(\alpha u_m + (1-\alpha)u_{m+1})] \right| + O(\Delta x^2) \\ &\leq \frac{1}{2} |F(u_I) - F(\beta u_{I-k} + (1-\beta)u_{I-k+1})| \\ &\quad + \frac{1}{2} |F(u_0) - F(\alpha u_m + (1-\alpha)u_{m+1})| + O(\Delta x^2) \end{aligned} \quad (16)$$

2차의 공간 정확도를 갖는 수치기법에 대해 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$F_{i+1/2} = \frac{1}{2} [F(u_i) + F(u_{i+1})] + O(\Delta x^2) \quad (17)$$

$$F_{i-1/2} = \frac{1}{2} [F(u_{i-1}) + F(u_i)] + O(\Delta x^2) \quad (18)$$

$$F_{i-1/2} = F_{i+1/2} \quad (19)$$

따라서

$$F_{i+i} = F_{i-i} + O(\Delta x^2) \quad (20)$$

위의 식을 중첩격자계에 대입하면 다음과 같다.

$$F(u_I) - F(u_{I-k}) = \frac{k}{2} O(\Delta x^2) = \frac{k\Delta x}{2} O(\Delta x) \quad (21)$$

여기서  $k$ 는 일반성을 갖도록 짝수로 정의한다. 식(21)에 대해 Taylor 전개를 이용하면 식(22)을 구할 수 있으며

$$\begin{aligned} F(u_{I-k}) &= F(\beta u_{I-k} + (1-\beta)u_{I-k+1}) \\ &- \frac{\partial F}{\partial u} (1-\beta)(u_{I-k+1} - u_{I-k}) + O(\Delta x^2) \end{aligned} \quad (22)$$

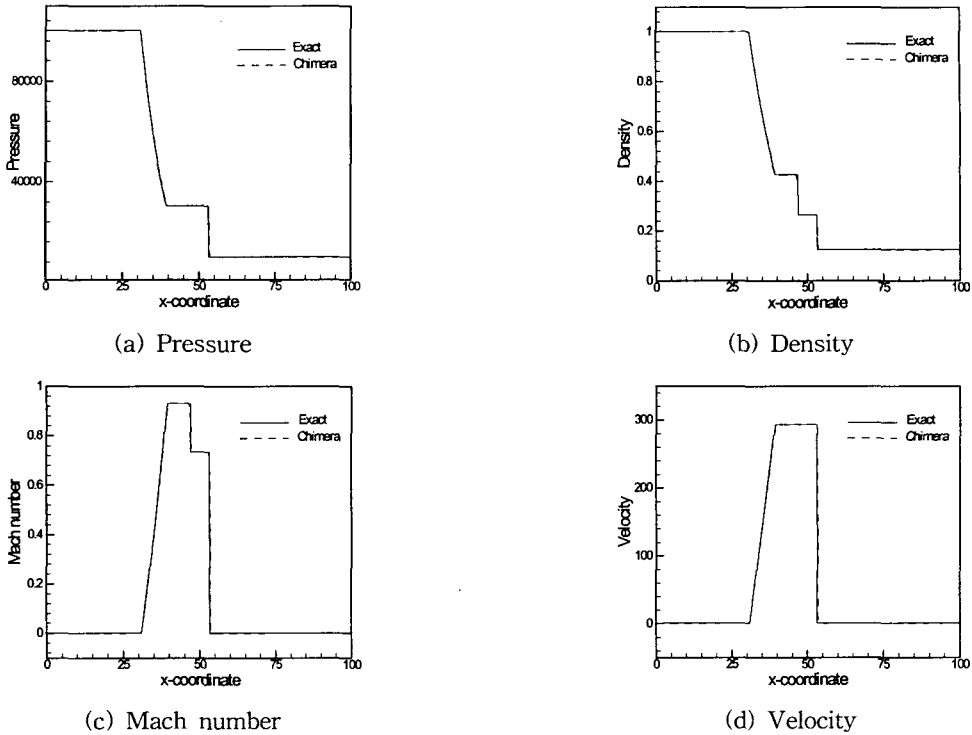


Fig. 2 Shock tube problem

식(21)과 식(22)을 이용하여 식 (23)을 얻는다.

$$F(u_I) - F(\beta u_{I-k} + (1-\beta)u_{I-k+1}) = -\frac{\partial F}{\partial u} (1-\beta)(u_{I-k+1} - u_{I-k}) + O(\Delta x^2) \quad (23)$$

여기서  $\partial F/\partial u$ 가 영역  $B$ 의 경계  $I+1/2$ 에 있다면 식 (23)은 다음과 같이 표현된다.

$$F(u_I) - F(\beta u_{I-k} + (1-\beta)u_{I-k+1}) = O(\Delta x) \quad (24)$$

유사하게 영역  $A$ 에 위의 식들을 적용하고  $\partial F/\partial u$ 가 영역  $B$ 의 경계  $I+1/2$ 에 있다면 식 (23)은 다음과 같이 표현된다.

$$F(u_I) - F(a u_m + (1-a)u_{m+1}) = O(\Delta x) \quad (25)$$

식 (24), (25)를 식 (16)에 대입하면 중첩격자 계에서 삼간에 따른 오차를 식 (26)과 같이 나타낼 수 있다.

$$E = | \bar{F}_{I+1/2} - \bar{F}_{1/2} | = O(\Delta x) \quad (26)$$

만약 식 (15)을 대신하여 다음의 식 (27)을 사용한다면

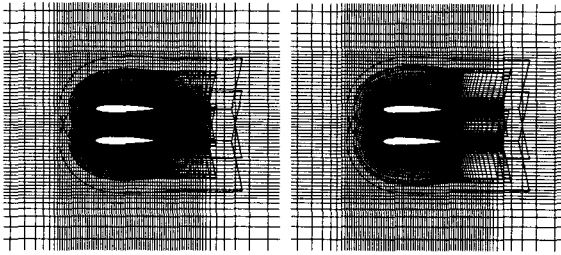
$$k \Delta x_i \approx m \Delta x_j = O(\Delta x) \quad (27)$$

식 (28)과 같이 해석자의 정확도를 유지한다.

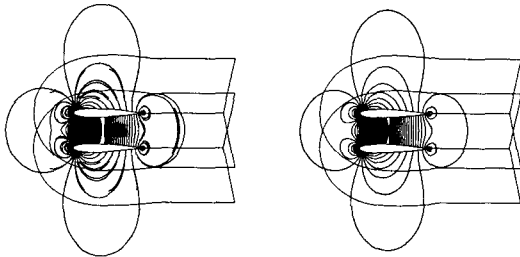
$$E = | \bar{F}_{I+1/2} - \bar{F}_{1/2} | = O(\Delta x^2) \quad (29)$$

위의 증명과정을 요약하면 다음과 같다.

- 삼간영역에서 불연속면이 존재하지 않을 경우에 유도된 결과이다.
- 임의의 교차영역을 갖는 중첩격자계에 대해서(식(15)) 삼간오차는 사용된 해석자의 정확도 보다 1차수 낮은 정확도를 유지한다. (식 (26))



(a) General approach (b) Optimal case  
**Fig. 3** Overlapped grid: BiNACA0012 airfoil



(a) General approach (b) Optimal case  
 (1층 삼간 영역 사용)  
**Fig. 4** Pressure contours:  $M_\infty = 0.55, \alpha = 0^\circ$

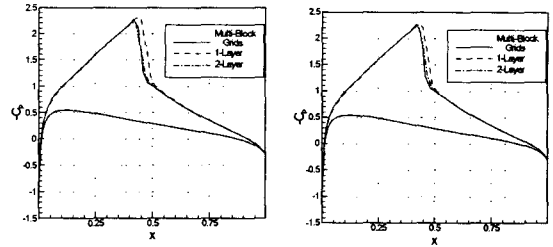
- 반면, 교차영역이 격자간격에 비례하게 즉, 교차영역에서 각 영역이 고정된 격자점 개수를 갖고 중첩격자계를 구성하면(식(27)) 사용된 해석자의 정확도를 그대로 유지하게 된다(식(28)).

위의 결과들로부터 해석자의 공간정확도를 유지하기 위해서는 삼간이 불연속면이 없는 곳에서 이루어져야 하며 교차영역에서 각 격자계는 서로 같은 수의 상대편 격자점을 공유해야 한다.

본 연구에서는 위의 조건을 만족하는 중첩격자계 구성 기법인 cut-paste 알고리즘[6]을 사용하였다. Cut-paste 알고리즘은 해석자(Solver)에 사용되는 경계조건 중에서 고체경계면 만을 이용하여 자동적으로 홀 절단(Hole-cutting) 경계를 만들고, 이를 반복 슈팅(iterative shooting) 방법으로 최적의 삼간영역을 구성하는 것이다. 자세한 내용은 참고문헌[6]에 나타나있으며, 본 논문에서는 이의 소개를 생략하기로 한다.

#### 4. 1차원 충격파 관 문제에 적용

최적의 중첩격자계를 사용할 경우에 충격파 위치 및 충격파의 전파에 따른 보존성의 검증은



**Fig. 5** Pressure coefficients distribution:  $M_\infty = 0.55, \alpha = 0^\circ$

위하여 충격파 관 문제를 해석하였으며 사용된 유동조건은 다음과 같다.

$$p_L = 10^5, \rho_L = 1.0; p_R = 10^4, \rho_R = 0.125; u_L = u_R = 0.0 \quad (30)$$

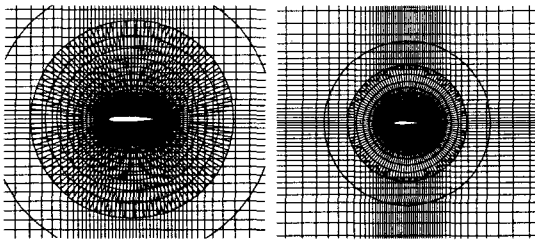
Fig. 1과 같이 두 개의 부영역으로 격자를 구성하였으며, 사용된 격자 간격은 각각 1.0으로 동일하게 하였다. 삼간위치는  $x$ -방향으로 4.8에 위치시킴으로써 충격파가 존재하는 위치에서 삼간이 이루어지도록 하였으며, 초기 다이어프램(diaphragm) 위치는  $x$ -방향으로 4.0이다. 압력, 밀도, 마하수 그리고 속도에 대한 엄밀해와 중첩격자계 기법과의 결과를 Fig. 2에 나타내었으며, 결과가 잘 일치함을 볼 수 있다. 이때, 중첩격자계 기법은 해석자의 공간 정확도를 유지하기 위해 2층의 삼간영역을 사용하였다.

### 5. 삼간방법에 따른 공간 정확도

#### 5.1 BiNACA0012 에어포일 주위의 유동장 해석

비보존적 삼간방법들에 대하여 공간 정확도를 검증하기 위하여 삼간영역에 충격파가 존재하는 2차원 BiNACA0012 에어포일 주위의 천음속 유동장 해석을 수행하였다. 해석 조건은 삼간영역을 1층으로 한 경우와 2층으로 한 경우에 대해 최적의 중첩격자계 구성 방법(cut-paste 알고리즘 적용)과 기존의 방법을 적용하여 충격파에 따른 해석자의 정확도를 검증하였다.

사용된 격자계는 중첩격자계에 대해 2개의 C-유형 격자계(217x35, 217x35)와 H-유형의 주격자(97x77)이다(Fig. 3). 엄밀해가 존재하지 않는



(a) General approach (b) Optimal case

**Fig. 6** Pressure coefficients distribution:  
 $M_\infty = 0.55, \alpha = 0^\circ$

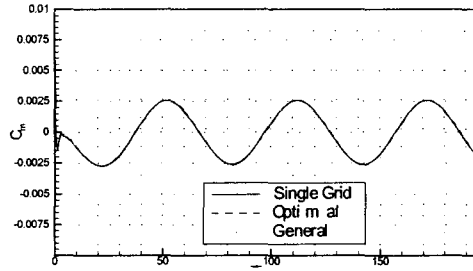
본 문제에 대해 중첩격자계와 동일한 에어포일 격자점을 갖는 다중블럭 격자계를 사용하여 해석한 값을 엄밀해로 간주하고 비교하였다.

최적의 중첩격자계 구성 방법을 사용한 결과는 Fig. 3과 같이 주격자계와 부격자계간에 교차영역이 전구간에 걸쳐 일정하게 구성되어 있다. 반면, 일반적인 구성방법은 에어포일 형상에 따라 불규칙적으로 구성되어 있다. 이것은 식(26)과 (27)에서 설명된 것과 같이 공간정확도의 차이를 발생시키게 된다.

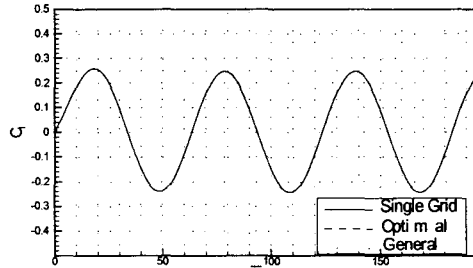
해석조건으로 자유흐름 마하수는  $M_\infty = 0.55$ 이고 받음각은  $\alpha = 0^\circ$ 이다. Fig. 4(b)에서 최적의 중첩격자계 구성 방법을 사용한 등압력 선도는 거의 전 계산 영역에서 단일한 압력 값으로 표현되는 반면 일반적인 방법을 사용할 경우(Fig. 4(a)) 중첩된 격자계 수 만큼 압력값이 정의됨을 볼 수 있다. Fig. 5에서 중첩격자계 구성의 각 방법과 다중블럭 격자계에서의 압력 계수 분포를 비교하였다. 그림에서 1층의 삼간영역을 사용할 때 충격파 위치가 달라짐을 볼 수 있으며 2층의 삼간영역을 구성할 경우 충격파 위치를 잘 모사함을 볼 수 있다. 1층의 삼간영역은 해석자의 정확도 보다 1차수 낮은 경우(식 (26))이며, 2층의 삼간영역은 본 연구에서 사용된 2차 정확도를 유지하는 경우(식 (29))이다.

위의 결과들로부터 비보존적인 삼간 방법을 이용하여 충격파의 위치 및 해석자의 공간정확도를 유지하기 위해서는 최적의 중첩격자계(중첩영역을 일정하게 유지 및 2층의 삼간 영역)를 구성하여 사용하는 것이 우수한 결과를 나타냄을 알 수 있다.

**6. 삼간방법에 따른 시간 정확도**



(a) Pitching moment coefficients



(b) Lift coefficients

**Fig. 7** NACA0012 airfoil:

$M_\infty = 0.4, \alpha_0 = 0.016^\circ, \alpha_1 = 2.51^\circ, k = 0.2618$

**6.1 NACA0012 에어포일의 피칭 운동**

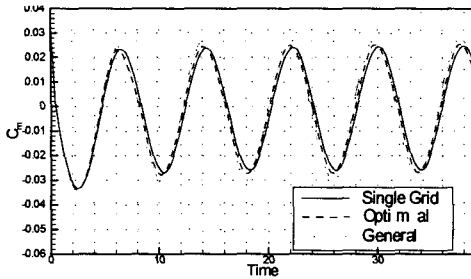
사용된 중첩격자계의 주격자계는 H-유형 격자계(77×69)로 원방경계를 에어포일 코드길이의 20배로 하였으며 부격자계는 O-유형 에어포일(129×31) 격자계를 사용하였다.

첫번째 예제로서 마하수 0.4인 자유류에서 0.25c를 중심으로 받음각이 다음의 조건으로 강제 진동하는 NACA0012 에어포일 주위의 유동장을 해석하였다.

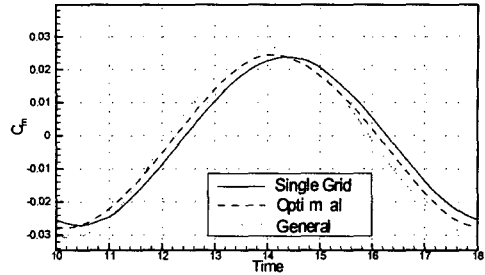
$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_1 \sin(M_\infty kt) \tag{31}$$

여기서,  $M_\infty = 0.4, \alpha_0 = 0.016^\circ, \alpha_1 = 2.51^\circ,$

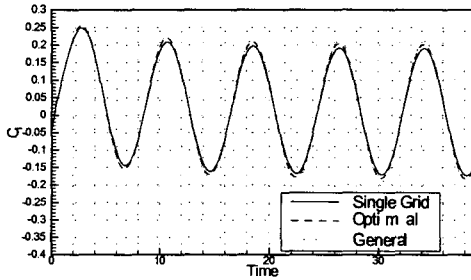
$k = 0.2618,$  운동주기는 60초이며 시간간격은 0.05로 주었다. Fig. 6(a)에 정상 유동해석에 사용된 일반적인 방법의 중첩격자계(2층의 삼간영역 사용)를, Fig. 6(b)에 최적의 방법의 중첩격자계(2층의 삼간영역 사용)를 나타내었다. 해석된 결과를 비교하기 위하여 시간에 따른 피칭 모멘트계수와 양력계수의 변화를 Fig. 7에 나타내었다. 자유류 마하수가 0.4인 경우 해는 전반적으로 불연속면이 존재하지 않는 부드러운 분포를 보이



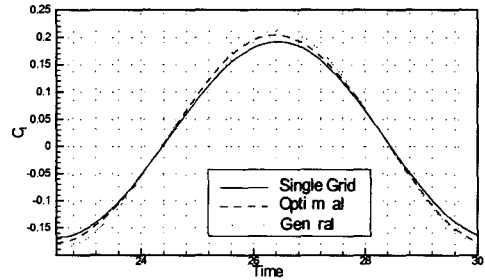
(a) Pitching moment coefficients



(b) Pitching moment coefficients: Zoom view



(c) Lift coefficients



(d) Lift coefficients: Zoom view

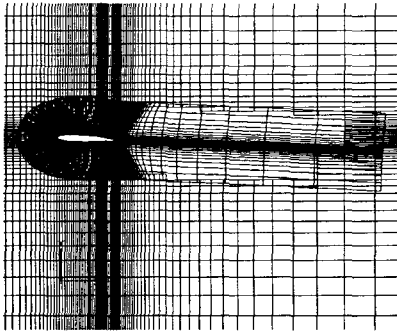
Fig. 8 NACA0012 airfoil :  $M_\infty = 0.8, \alpha_0 = 0.016^\circ, \alpha_1 = 3.0^\circ, k = 1.0$

고 있다. 이 경우 시간에 따른 해는 중첩격자계 간의 격자크기에 큰 영향을 받지 않음을 알 수 있고, 선형삼각 방법인 bi-linear 방법이 매우 효율적임을 알 수 있다.

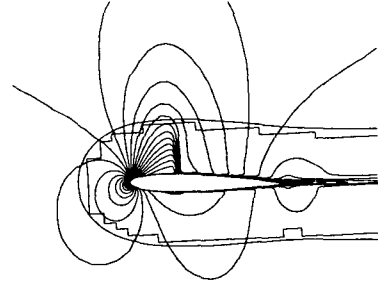
좀더 복잡한 유동을 갖는 두번째 예제로서 마하수 0.8의 천음속 유동장에 대해 비정상 유동장을 해석하였다. 받음각의 변화는 식 (31)과 같고  $\alpha_0 = 0.016^\circ, \alpha_1 = 3.0^\circ, k = 1.0$ 인 경우이다. 해석된 결과를 비교하기 위하여 시간에 따른 피칭 모멘트 계수의 변화와 양력계수의 변화를 Fig. 8에 나타내었다. 모든 해석은 Fig. 6과 같이 2층의 삼각영역을 구성하여 사용하였다. Fig. 8(b), (d)에서 최적의 삼각 영역 구성 방법이 진폭의 크기에서 일반적인 삼각 방법보다 우수함을 알 수 있다. 단일 격자계를 사용한 경우와 비교해서 위상차가 나타난 것은 삼각방법이 시간항을 포함하고 있지 않기 때문이다. 이것은 이중시간적분법을 사용하여도 동일하게 발생하는 문제이다. Kuan[10]은 그의 학위논문에서 위상 오차를 줄이는 방법에 대한 연구를 행하였다. 그는 에어포일 격자계만을 진동시키거나 주격자계와 부격자계를 같이 움직일 경우 동일한 위상 오차를 발생한다고 언급하였으며 본 연구에서도 동일한 결과

를 얻을 수 있었다. Kuan은 위상 오차와 공간오차가 동시에 존재할 경우 공간오차의 크기가 크다는 것을 증명하였으며, 이의 사실로서 최적의 중첩격자계 구성 방법을 사용하는 것이 중첩격자의 시간정확도를 해결하는데 큰 장점이 있음을 알 수 있다.

위의 결과에서 다음과 같은 몇 가지 사실을 확인 할 수 있다. 충격파와 같은 불연속 면이 존재하지 않는 유동에 대해 선형 삼각을 이용한 비정상 유동의 해석은 확산 및 위상차(phase error, 또는 time-lagged error)에 대한 오차를 거의 발생시키지 않는다. 이런 유동조건에 대해 중첩격자계간 격자 크기의 영향은 중요하지 않으며 선형삼각 방법으로 좋은 해를 얻을 수 있다. 그러나 유동장이 복잡해지면서 중첩격자간 격자크기와 삼각 방법이 중요한 문제로 등장한다. 주격자계의 삼각점들의 위치가 변하면서 얻어진 결과들로부터 확산 오차는 주격자계의 삼각위치에 많은 영향을 받고 있다. 따라서 주격자계의 삼각 영역은 가능한 부격자계의 외각 경계 근처에 형성하도록 중첩격자계를 구성하는 것이 좋은 해를 얻을 수 있는 조건이 되며 해석자의 공간 정확도를 그대로 유지시켜 줄 수 있도록 격자계가 서로 같



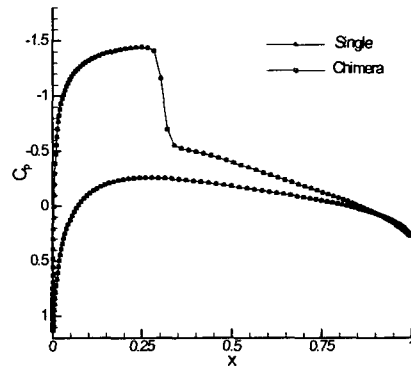
(a) Overlapped Grid



(b) Mach number contours

	$C_l$	$C_d$
Martinelli[10]	0.252	0.0081
Present	0.243	0.0087
Experiment[10]	0.241	0.0079

(c) Pressure coefficients distribution



(d)  $M_\infty = 0.7, Re_\infty = 9.0 \times 10^6, \alpha = 3.0^\circ$

Fig. 9 Turbulent flow:  $M_\infty = 0.7, Re_\infty = 9.0 \times 10^6, \alpha = 3.0^\circ$

은 수의 중첩 격자점을 갖는 것도 중요하다. 이것은 3장의 유도결과와도 일치하는 결과이다.

### 7. 점성유동장에 적용

중첩격자계의 정확도를 검증하기 위하여 NACA0012 에어포일과 H-유형 격자계로 구성된 중첩격자계에 대해 난류유동장을 해석하였다. 해석조건은  $M_\infty = 0.7, Re_\infty = 9.0 \times 10^6, \alpha = 3.0^\circ$  인 경우이다. 에어포일 격자계는  $313 \times 53$ 개를 H-유형 격자계는  $105 \times 59$ 개를 사용하였다. Baldwin-Lomax 난류모델을 사용하였으며, 첫 번째 격자점까지의 거리는  $1.0e^{-7}$ 이며,  $y^+ = 0.67$ 이다. Baldwin-Lomax 난류모델을 중첩격자계에 적용할 때 에어포일 격자계에 대해서만 적용하였으며 H-유형 격자계는 층류로 계산

하였다. 이것은 H-유형 격자계에 대해 Baldwin-Lomax 난류모델이 값을 요구하며 후류 부근의 난류점성을 정의하기 곤란하기 때문이다.

다중으로 중첩된 경우 고체 경계를 포함하지 않은 주격자계에 대해  $y^+$ 를 계산하는 것 뿐 아니라 난류점성 및 유동변수 값을 모든 교차영역에서 삼간해 주어야하므로 매우 시간이 많이 들며 해의 안정성을 보장하기 힘들다. 따라서 본 연구에서는 난류점성이 고체경계 근처에서만 주로 영향을 미친다고 가정하여 사용하였다. 해석에 사용된 중첩격자계는 2층의 삼간 영역을 갖고 있으며 최적의 방법을 사용하여 구성하였다. 해석된 결과를 검증하기 위해 단일 격자계를 사용하여 계산된 결과와 Martinelli의 결과를 비교하였으며(Fig. 9(d)), 우수한 결과를 보임을 알 수 있다. Fig. 9(b)에 사용된 격자계와 등 마하선도를 그리고 Fig. 9(c)에 압력 계수 분포를 나타내었다.



## 8. 결론

중첩격자계에서 비보존적인 삼간방법을 사용할 경우에 정상 및 비정상 그리고 점성 및 비점성 영역에서 해석의 정확도 및 타당성이 검증되었다. 만약 중첩격자계에서 교차영역이 임의의 간격을 가지고 있고 충격파가 존재하지 않는 부분에서 삼간이 이루어질 경우 삼간영역에서 해석자의 정확도는 단일 격자계에서 사용된 해석자의 정확도 보다 1차수 낮게 된다. 따라서 해석자의 정확도를 유지하면서 만족할 만한 결과를 얻기 위해서는 2층의 삼간 영역을 사용하고 삼간이 가능한 불연속이 존재하지 않는 영역에서 이루어지게 하며 각각의 중첩격자가 서로 같은 수의 중첩되는 격자점을 갖도록하여 해석자의 정확도를 유지시켜 주는 것이 중요하다. 이것은 특히 적용격자를 적용시킬 때 중요한 요소가 된다. 본 연구에서는 위의 조건에 부합하는 중첩격자계를 구성하여 적용한 결과들에서 비보존적인 삼간을 사용하여도 만족할 만한 결과를 얻을 수 있음을 수치적으로 검증하였다.

## 후기

본 연구를 수행하는데 도움을 주신 한국과학기술원 항공우주공학과 권장혁 교수님, 김대희님 그리고 인하대학교 항공우주공학과 이승수 교수님께 깊은 감사를 드립니다.

## 참고문헌

[1] L.E. Lijewski and N.E. Suhs, "Time-Accurate Computational Fluid Dynamics Approach to Transonic Store Separation Trajectory Prediction," *Journal of Aircraft*, Vol.31, No.4, July-Aug, (1994)

[2] K.W. Cho, J.H. Kwon and S. Lee, "

Development of a Fully Systemized Chimera Methodology for Steady/Unsteady Problems," *Journal of Aircraft*, Vol.36, No.6, (1999), p.973-980

[3] E. Part-Enander and B. Sjogreen, "Conservative and Non-conservative Interpolation between Overlapping Grids for Finite Volume Solutions of Hyperbolic Problems," *Computers and Fluids*, Vol.23, No.3, (1996), p.551-574

[4] Z.J. Wang, "A Fully Conservative Interface Algorithm for Overlapped Grids," *Journal of Computational Physics*, Vol.122, (1995), p.96-106

[5] S. Lee, "Numerical Computation of Flows About an Aircraft with flow-through Inlet," *Journal of the Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol.25, No.5, (1997), p.16-23

[6] 조금원, "상대운동이 있는 3차원 비정상 유동 해석을 위한 효율적인 중첩격자계 개발," 한국과학기술원 박사학위 논문, (2000)

[7] G. Chesshire and W.D. Henshaw, "Composite Overlapping Meshes for the Solution of Partial Differential Equations," *Journal of Computational Physics*, Vol.90, (1990), p.1-64

[8] M.J. Berger, "On Conservation at Grid Interfaces," *SIAM Journal of Numerical Analysis*, Vol.24, No.5, (1987), p.967-984

[9] Z.J. Wang, "Recent Development on the Conservation Property of Chimera," *AIAA paper 98-0216*, (1998)

[10] J.H. Kuan, "Study of Time Accuracy of Flow Variables Across Discontinuous Boundaries," Ph.D Thesis, University of Colorado at Boulder, (1990)

[11] L. Martinelli, "Calculations of Viscous Flows with a Multigrid Method," Ph.D. Thesis, Princeton Univ., (1987)