

보 이론에 의한 PSC 슬래브 교량의 해석

Analysis of Prestressed Concrete Slab Bridge by the Beam Theory

한 봉 구* 김 덕 현**
Han, Bong-Koo Kim, Duk-Hyun

Abstract

A prestressed concrete slab bridge is analyzed by the specially orthotropic laminates theory. Both the geometry and the material of the cross section of the slab are considered symmetrical with respect to the mid-surface so that the bending extension coupling stiffness, $B_{ij}=0$, and $D_{16}=D_{26}=0$. Each longitudinal and transverse steel layer is regarded as a lamina, and material constants of each lamina is calculated by the use of rule of mixture. This bridge with simple support is under uniformly distributed vertical and axial loads. In this paper, the finite difference method and the beam theory are used for analysis. The result of beam analysis is modified to obtain the solution of the plate analysis.

Keywords : prestressed concrete slab bridge, finite difference method, beam analysis, specially orthotropic laminate theory

1. 서 론

건설 분야에서 구조용 재료로는 철근콘크리트 및 강재 등이 주로 사용되어져 왔다. 그러나 최근 산업이 급속도로 발전함에 따라 구조물이 대형화되고, 중량과 부식, 내구성 문제 및 구조 수명 증가로 인한 유지 보수가 중요한 문제로 대두됨에 따라 신소재인 복합재료를

를 건설 분야에 응용하기 위한 노력들이 활발하게 진행되고 있다.

복합재료는 이방성이므로 휨-인장, 인장-전단 및 휨-비틀림 연계(coupling)효과 등으로 고전이론에 비해 너무 어렵다는 단점이 있으므로 일반 기술자들이 건설 분야에 응용하기에는 많은 어려움이 있다.

* 정희원, 서울산업대학교 구조공학과 교수, 공학박사

** 서울산업대학교 구조공학과 겸임교수, 공학박사

E-mail : bkhan@snut.ac.kr 011-210-4611

• 본 논문에 대한 토의를 2003년 6월 30일까지 학회로 보내주시면 2003년 10월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

이러한 문제점들은 건설구조물처럼 단면이 커질 경우 특별직교 이방성 판이론으로 해석이 가능하다는 결과가 제시됨에 따라 해석에 따른 어려움이 점차 해결되고 있다.^{(1),(5),(10),(11)}

그러나 대부분의 건설구조물은 그 경계조건이 복잡함을 갖고 있으며, 이러한 구조물에 관한 정확한 해를 구한다는 것은 상당한 어려움이 있다. 이러한 문제를 공학적으로 비교적 정확한 결과를 얻을 수 있는 방법이 유한요소법이나 유한차분법이다.⁽²⁾

건설구조물의 대부분은 판 구조요소로 되어 있으며 이들 중 많은 부분이 여러 소재를 합성한 복합 구조로 구성되어 있다. 그 중 대표적인 구조물이 PSC 슬래브 교량이다. 본 논문에서는 PSC 슬래브 교량을 복합적층판으로 고려하여 해석하고 그 타당성을 입증하고자 한다. 그 중 복철근으로 배근된 PSC 슬래브 교량은 각각의 층이 대칭으로 구성되어 있어 $[0^\circ, 90^\circ, 0^\circ]$ 형태의 특별직교 이방성 판과 동일하게 거동한다고 가정할 수 있다.

본 논문에서는 일단 단순, 타단 자유로 지지된 PSC 슬래브 교량을 특별직교 이방성 이론에 의한 해석 방법⁽⁷⁾과 보 이론에 의한 해석 방법⁽⁹⁾을 비교하였다. 특별직교 이방성 적층판 이론에 의하여 해석하면 정확한 값을 구할 수 있지만 이 방법은 일반 기술자들에게는 너무 어려워서 실용가치가 적다고 할 수 있다.

따라서 본 논문에서는 PSC 슬래브 교량을 일반 기술자들이 사용할 수 있는 보 이론을 사용하여 해석하는 방법을 함께 연구하고 이에 대한 타당성과 실용성을 밝히고자 한다.

2. 관련 공식과 이론

2.1 PSC 슬래브 교량의 강성계산

일반적인 구조부재의 강성(stiffness)은 다음과 같은 식(1)과 같이 표현할 수 있다.

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (h_k - h_{k-1})$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (h_k^2 - h_{k-1}^2) \quad (1)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (h_k^3 - h_{k-1}^3)$$

위의 강성 항 중에서 특별직교이방성 판의 경우는 $B_{ij}=0, ()_{16}, ()_{26}$ 항이 0이므로 휨강성의 항인 $D_{11}, D_{22}, D_{12}=D_{21}$, 그리고 D_{66} 만이 존재하게 된다. 여기서, 조합된 휨-연계강성 D_{11} 값을 찾아 보 이론에 적용하고 적층판 이론의 강성의 값은 전체의 휨-연계강성 값을 사용한다.

2.2 특별직교 이방성 이론에 의한 해석

등분포하중과 축방향력을 동시에 받는 특별직교 이방성 복합 적층판의 평형방정식은 다음 식(2)과 같다.^{(6),(8),(13)}

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} - N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -q(x, y) \quad (2)$$

이 때 단면력과 처짐과의 관계는 다음 식(3), 식(4), 식(5)와 같이 쓸 수 있다.

$$M_x = -D_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (3)$$

$$M_y = -D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - D_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (4)$$

$$M_{xy} = -2D_{66} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (5)$$

식(4)를 식(1)에 대입하여 정리하면 다음 식(6)와 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} - 4D_{66} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} - N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -q(x, y) \quad (6)$$

식(6)에서 유한차분법을 이용하여 처짐과 모멘트의 값을 산출 할 수 있다.

2.3 보 이론에 의한 해석

보 이론에 의하여 PSC 보를 해석하기 위하여 자유 물체도를 그리면 Fig. 1과 같다.

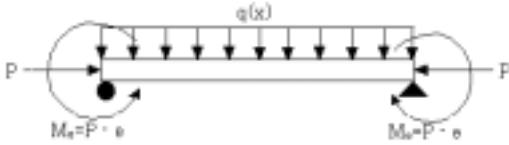


Fig. 1 Free Body of PSC Beam

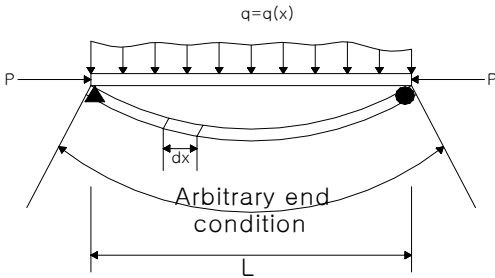


Fig. 2 Deflection Shape of PSC Beam

Fig. 2는 축방향력과 등분포하중을 받는 PSC 보의 처짐 상태를 나타내고 있다. 본 논문에서는 PSC 슬래브 교량을 단위 폭당의 보로 고려하여 해석하였다. 미소구간 dx 를 확대하여 dx 구간에 작용하는 내·외적인 힘의 상태를 나타내면 Fig. 3과 같이 나타낼 수 있다.

위의 Fig. 3에서 $\frac{dV}{dx} - P \cdot \frac{d^2y}{dx^2} = -q$ 라는 평형방정식이 성립한다. ^{(6),(9)-(10)}

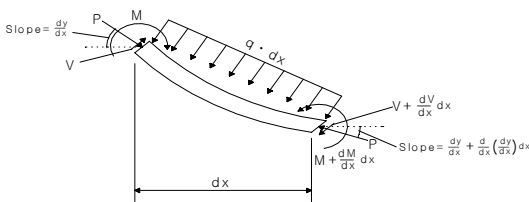


Fig. 3 Acting force of the distance dx

$$\text{이때 } v = \frac{dM}{dx} \text{ 이므로 } \frac{d^2M}{dx^2} - P \frac{d^2y}{dx^2} = -q$$

$$\text{여기서 } M = -EI \frac{d^2y}{dx^2} \text{ 이므로}$$

$$EI \frac{d^4y}{dx^4} + P \frac{d^2y}{dx^2} = q \quad (1),(6),(9) \quad (7)$$

식(7)에서 처짐 방정식을 다음과 같이 산출한다.

경계조건 :

- 1) 경계조건 $x = 0, M = -P \cdot e$
- 2) 경계조건 $x = 0, y = 0$
- 3) 경계조건 $x = l, M = -P \cdot e$
- 4) 경계조건 $x = l, y = 0$

위의 경계조건에 의해서 아래의 처짐방정식과 모멘트 방정식이 산출된다.

$$y = \frac{e(1 - \cosh kl)}{2 \sinh kl} \sinh kx + \frac{e}{2} \cosh kx + \frac{e(\cos kl - 1)}{2 \sin kl} \sin kx - \frac{e}{2} \cos kx + \frac{1}{D} \left(\frac{1}{24} qx^4 - \frac{1}{12} qlx^3 + \frac{1}{24} ql^3x \right) \quad (8)$$

$$M = -D_{11}y'' = -\frac{Pe(1 - \cosh kl)}{2 \sinh kl} \sinh kx - \frac{Pe}{2} \cosh kx + \frac{Pe(\cos kl - 1)}{2 \sin kl} \sin kx - \frac{Pe}{2} \cos kx - \left(\frac{1}{2} qx^2 - \frac{1}{2} qlx \right) \quad (9)$$

여기서,

D 는 복합재료의 적층판에서 구한 D_{11} 값이다.

3. 수치해석

본 연구의 해석방법에 대한 예제로서 Fig. 4, Fig. 5 및 Fig. 6을 고려하고 이때 사용한 특성값은 다음과 같다.

콘크리트 설계기준강도 : $f_{ck}=240\text{kgf/cm}^2$

종방향 철근 : D25-20cm 간격으로 배치

횡방향 철근 : D13-20cm 간격으로 배치

상하철근 피복두께 : 3cm

철근의 탄성계수 : $E_s=15,000 \times \sqrt{f_{ck}}$
 $=232,379 \text{ kgf/cm}^2$

철근의 포아슨비 : $\nu_s=0.3$

콘크리트의 포아슨비 : $\nu_c=0.18$

위의 특성값을 이용하여 계산된 PSC 슬래브 교량의 휨강성은 Table 1에 나타내었다.

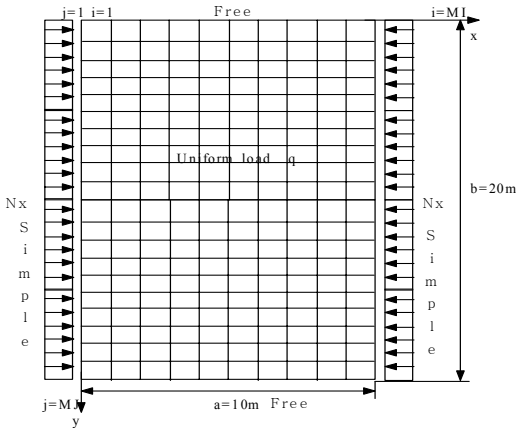


Fig. 4 Modeling of Bridge Deck

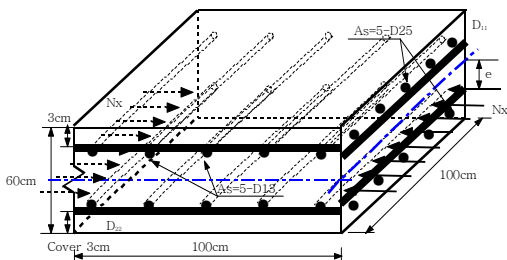


Fig. 5 Cross Section of Slab

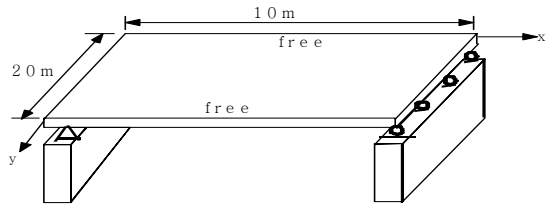


Fig. 6 Boundary Condition of Slab

Table 1 PSC 슬래브교의 휨강성

휨강성(N·m)	
D11	483,909,280
D12	78,999,832
D22	443,173,824
D66	177,517,632

본 연구에서는 mesh의 크기를 1.0m로 하고 슬래브 중심으로부터 편심거리가 0.2m 일 때를 고찰하였으며, 편심거리가 0.05m, 0.1m인 경우에도 고찰하였다.

수직방향 하중조건 :

자중 : $0.6\text{m} \times 2.5\text{tonf/m}^3 = 1.5\text{tonf/m}^2$

총하중 : $1,500 + 1,250 = 2,770\text{kgf/m}^2 = 27,700\text{N/m}^2$

축방향 하중을 100kN, 200kN, 400kN, 700kN, 1,000kN으로 증가시키면서 판의 축방향 하중별 단면력과 처짐에 대한 해석을 수행하였다.

4. 비교분석 및 고찰

판의 자중과 등분포 수직하중을 고려하고 편심은 0.2m, 0.1m, 0.05m로하여 축방향 하중을 100kN, 200kN, 400kN, 700kN, 1,000kN으로 변화를 주고, 단위폭을 가진 보의 처짐과 모멘트 값을 구하였다.

4.1 특별직교이방성 판 이론에 의한 경우

Table 2는 x방향이 단순지지 되고 y방향이 자유단인 경계조건을 갖는 경우(SF)의 $x=1\text{m}, 3\text{m}, 5\text{m}, 7\text{m}, 9\text{m}$ 에서의 100kN, 200kN, 400kN, 700kN, 1,000kN의 축하중을 변화시킬 때의 처짐을 나타낸 것이다.

Table 2 Deflection with Increase of Axial Load (m) (e=0.2m)

(Nx) x(m)	100kN	200kN	400kN	700kN	1000kN
1m	0.00220	0.00202	0.00165	0.00109	0.0005
3m	0.00575	0.00532	0.00446	0.00315	0.0018
5m	0.00708	0.00657	0.00555	0.00400	0.0024
7m	0.00575	0.00532	0.00446	0.00315	0.0018
9m	0.00220	0.00202	0.00165	0.00109	0.0005

동일한 축하중을 가했을 경우 중앙부에서 5m에 가장 크게 처짐이 발생하는 것을 알 수 있으며 축하중을 증가시키면서 처짐이 감소되는 경향을 나타내었다.

Fig. 7은 경간 방향의 거리에 따른 처짐을 그래프로 나타내었다.

Table 3은 축하중 증가에 따른 슬래브 중심선상 지점으로부터 위치별 모멘트 값을 나타낸 것이다.

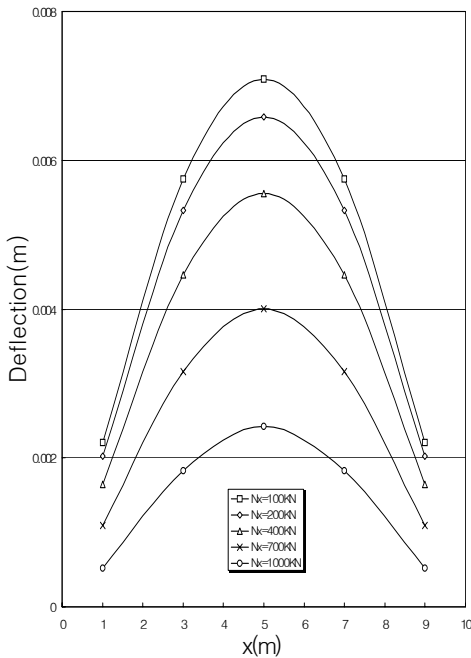


Fig. 7 Deflection Distribution (e=0.2m)
Fig. 8은 경간 방향의 거리에 따른 모멘트를 그래

Table 3 Mx with Increase of Axial Load (N · m) (e=0.2m)

(Nx) x(m)	100kN	200kN	400kN	700kN	1000kN
1m	10573461	85866.30	46009.48	-14063.2	-74491.1
3m	273397.25	254029.0	214464.0	154434.1	9351.18
5m	329762.06	310188.6	270730.7	210737.5	149744.5
7m	273390.03	254034.6	214461.7	154425.2	9352.28
9m	105735.21	85864.21	46009.19	-14062.3	-74490.5

프로 나타낸 것이다.

Table 4는 축하중 증가에 따른 슬래브 중심선상 지점으로부터 위치별 모멘트 값을 나타낸 것이다.

Table 4에서 y방향으로의 모멘트 값이 매우 작음을 알 수 있다.

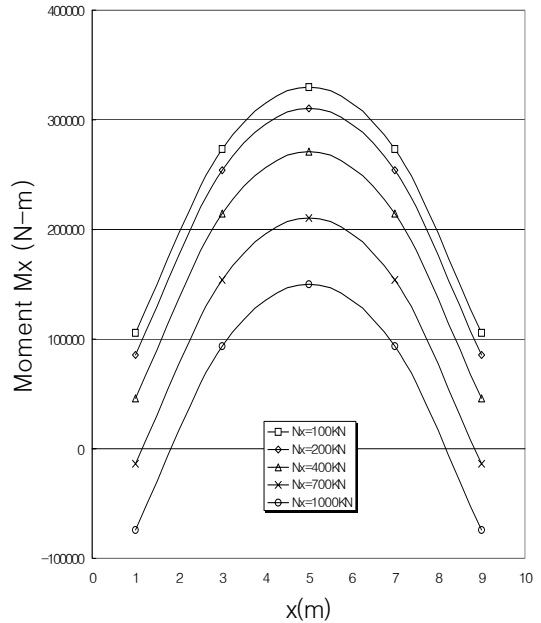


Fig. 8 Mx Distribution (e=0.2m)

Table 4 My with Increase of Axial Load (N · m) (e=0.2m)

(Nx) x(m)	100kN	200kN	400kN	700kN	1000kN
1m	15817.12	12674.17	6372.048	-3119.86	-12662.23
3m	40896.21	37959.12	32032.12	23052.29	13964.50
5m	49158.26	46290.01	40513.36	31740.91	22831.57
7m	40899.72	37955.18	32033.68	23055.57	13965.23
9m	15817.12	12674.27	6372.567	-3120.39	-12662.46

4.2 보 이론에 의한 경우

Table 5는 특별직교이방성의 경우와 같이 x방향이 단순지지 되고 y방향이 자유단인 경계조건을 갖는 단 순보의 x=1m, 3m, 5m, 7m, 9m에서 축하중을 100kN, 200kN, 400kN, 700kN, 1000kN의 축 하중을 변화시킬 때의 처짐을 나타낸 것이다.

Fig. 9는 지간 방향의 거리에 따른 처짐을 하중의 변화에 따라 나타내었다.

Table 5는 축방향력 증가에 따른 슬래브 중심선상 지점으로부터 위치별 모멘트 값을 나타내었다.

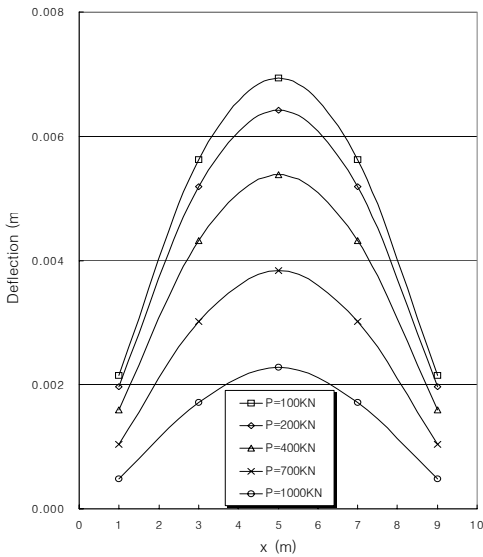


Fig. 9 Deflection Distribution (e=0.2m)

Table 5 Deflection with Increase of Axial Load (m)(e=0.2m)

(Nx) x(m)	100kN	200kN	400kN	700kN	1000kN
1m	0.00215	0.00196	0.00159	0.00103	0.0004791
3m	0.00562	0.00519	0.00432	0.00302	0.0017189
5m	0.00693	0.00642	0.00538	0.00383	0.0022848
7m	0.00562	0.00519	0.00432	0.00302	0.0017189
9m	0.00215	0.00196	0.00159	0.00103	0.0004791

Table 6 Mx with Increase of Axial Load (N · m) (e=0.2m)

(Nx) x(m)	100kN	200kN	400kN	700kN	1000kN
1m	10485.37	8504.55	4288.31	-1462.6	-74870.80
3m	27142.65	25188.5	21257.8	15295.4	9258.962
5m	32943.67	30753.0	23840.7	20835.3	14853.480
7m	27142.65	25188.5	21257.8	15295.4	9258.962
9m	10485.37	8504.55	4288.31	-1462.6	-74870.80

Fig. 10은 경간 방향의 거리에 따른 모멘트를 그래 프로 나타내었다.

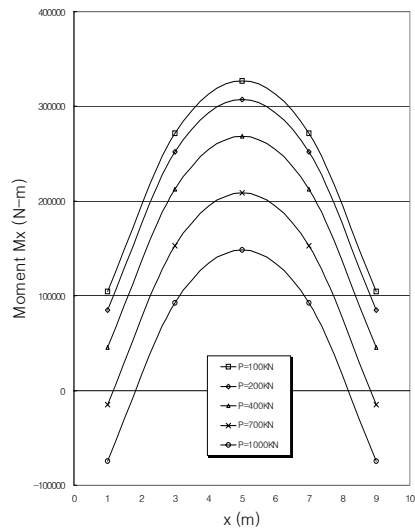


Fig. 10 Mx Distribution (e=0.2m)

4.3 편심 $e=0.05m$, $e=0.1m$ 인 경우의 고찰

위 방법의 신뢰성을 검증하기 위해 편심(e)을 바꾸어 해석한 결과이다.

Table 7 Deflection with Increase of Axial Load (m) ($e=0.05m$)

(Nx) x(m)	100kN	200kN	400kN	700kN	1000kN
1m	0.002293	0.002246	0.002153	0.002014	0.001874
3m	0.005952	0.005843	0.005626	0.005300	0.004975
5m	0.007324	0.007195	0.006930	0.006549	0.006161
7m	0.005952	0.005843	0.005626	0.005300	0.004975
9m	0.002293	0.002246	0.002153	0.002014	0.001874

Table 8 Mx with Increase of Axial Load(N · m) ($e=0.05m$)

(Nx) x(m)	100kN	200kN	400kN	700kN	1000kN
1m	119649.99	114649.93	104649.44	8647.00	74641.26
3m	285849.97	280849.81	270848.55	25342.24	240827.38
5m	341249.97	336249.77	326248.22	311240.46	29222.18
7m	285849.97	280849.81	270848.55	25342.24	240827.38
9m	119649.99	114649.93	104649.44	8647.00	74641.26

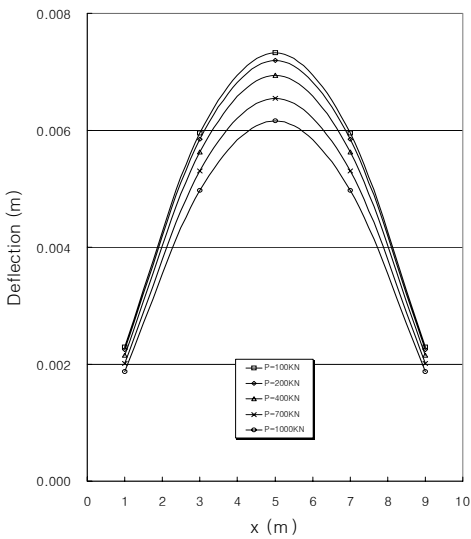


Fig. 11 Deflection Distribution ($e=0.05m$)

해석의 절차는 편심 $e=0.2m$ 인 경우와 마찬가지로이다.

Table 9 Deflection with Increase of Axial Load (m) ($e=0.1m$)

(Nx) x(m)	100kN	200kN	400kN	700kN	1000kN
1m	0.002246	0.002153	0.001967	0.001688	0.001409
3m	0.00584	0.005626	0.005192	0.004541	0.003889
5m	0.007195	0.006936	0.006420	0.005644	0.004869
7m	0.005843	0.005626	0.005192	0.004541	0.003889
9m	0.002246	0.002153	0.001967	0.001688	0.001409

Table 10 Mx with Increase of Axial Load(N · m) ($e=0.1m$)

(Nx) x(m)	100kN	200kN	400kN	700kN	1000kN
1m	114649.98	104649.86	84648.88	54644.01	24632.53
3m	280849.95	270849.63	250847.10	220834.48	190804.76
5m	336249.94	326249.55	306246.44	276230.92	246194.37
7m	280849.95	270849.63	250847.10	220834.48	190804.76
9m	114649.98	104649.86	84648.88	54644.01	24632.53

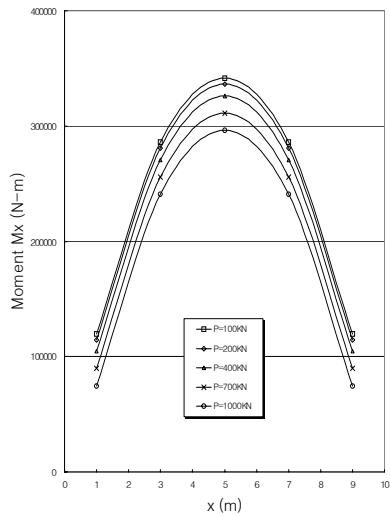


Fig. 12 Mx Distribution ($e=0.05m$)

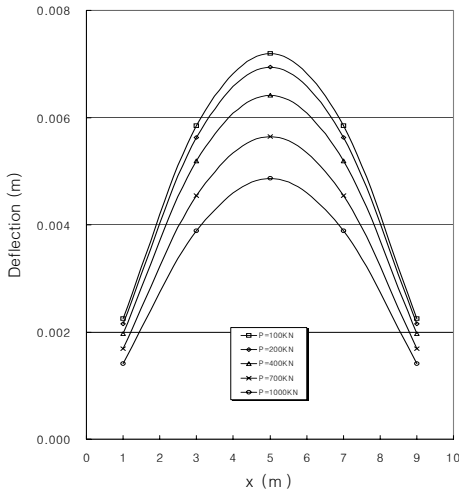


Fig. 13 Deflection Distribution (e=0.1m)

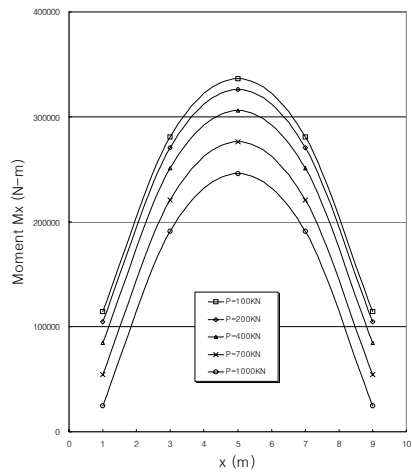


Fig. 14 Mx Distribution (e=0.1m)

4.4 결과 분석 및 고찰

정확도를 검증하기 위해 양단단순, 타단자유(SF)지 된 경우의 복합적층판 이론에 의한 처짐 결과를 비교한 결과 중앙점 5m에서의 처짐은 축방향력 100kN에서 1.937%의 차이를 나타냈으며, 1,000kN에서의 차이는 3.749%로 거의 정확함을 알 수 있다.

축하중 증가에 따른 슬래브 중앙에서의 모멘트는 축하중 100 kN에서 1.065%의 차이를 나타내었으며, 1,000 kN에서는 2.408%의 차이를 나타내었다.

양단 단순 · 타단 자유지지의 경계 조건하에서의 복합적층판 이론에 의한 PSC 슬래브 교량의 해석과 보 이론에 의한 PSC 슬래브 교량의 해석이 처짐과 모멘트에서 큰 차이를 보이지 않았다. 같은 조건의 모멘트의 차이는 가장 큰 오차가 2.408%, 처짐에서도 3.749%의 오차만이 발생됨을 알 수 있다.

위의 두 그래프 Fig. 15와 Fig 16 은 같은 조건의 보 이론에 의한 해석결과와 복합적층판 이론에 의한 결과를 중앙지점에서 비교한 모멘트와 처짐을 그래프로 나타낸 것이다. 이러한 일련의 결과로부터 복합적층판 이론에 의한 해석 결과와 고전적 이론에 의한 해석 결과로부터 PSC 슬래브 교량을 보 이론에 의해서 해석하여도 무

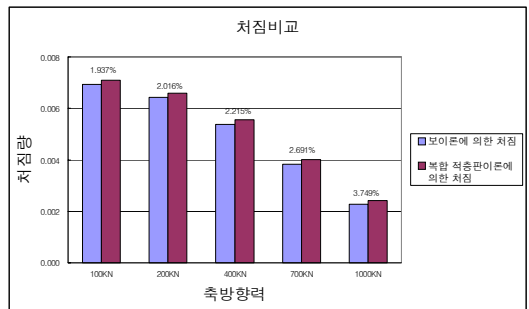


Fig. 15 Deflection Distribution

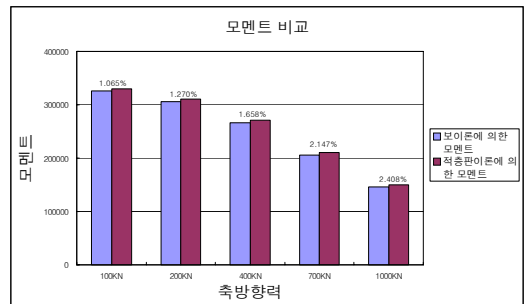


Fig. 16 Moment Distribution

방향을 입증할 수 있었다. 따라서, 본 논문에 적용된 경계조건에 의한 해석 방법은 PSC 슬래브 교량을 보다 간편하고 정확한 해석이 가능함을 제시할 수 있었다.

5. 결 론

본 논문에서는 PSC 슬래브 교량에 대하여 특별직교 이방성 적층판 이론에 의한 해석 방법과 보 이론에 의한 해석 방법을 연구하였다.

특별직교 이방성 적층판 이론에 의하여 PSC 슬래브 교량을 해석하면 정확한 값을 구할 수 있지만 이 방법은 일반 기술자들에게는 너무 어려워서 실용가치가 적다고 할 수 있다. 따라서 PSC 슬래브 교량을 일반 기술자들이 손쉽게 이해할 수 있는 보 이론을 사용하여 해석하는 방법을 연구하였으며 이에 대한 타당성과 실용성을 검증해보았다.

본 논문의 해석 모델은 일단 단순, 타단 자유이며 보 이론의 경우 단위 폭을 가진 보에 대해서 고려하였으며, 복합적층판 이론에 의해 처짐과 모멘트를 구하였으며 또한 보 이론에 의하여 처짐과 모멘트를 구하여 비교, 분석해본 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) PSC 슬래브 교량을 복합적층판 이론을 응용하여 해석하는 새로운 방법을 제시하였다.
- 2) 복합적층판 특별직교이방성 판 이론의 해석 결과와 보 이론에 의한 해석 결과를 비교한 결과 본 해석 방법의 정확성을 입증할 수 있었다. 축하중의 증가에 따른 처짐과 모멘트의 차이가 매우 적으므로 본 해석방법의 타당성과 정확성을 입증할 수 있었다.
- 3) 본 논문에서 제시한 축방향압축력과 단부모멘트, 그리고 등분포 수직하중을 받는 PSC 슬래브 교량을 보 이론에 의한 해석방법을 제시하였으며, 이를 이용하여 기존의 PSC 슬래브 교량 구조물 유지 및 보수, 보강 분야의 실무 설계시 적용할 수 있는 매우 유효한 자료를 제시하였다.

감사의 글

본 연구는 서울산업대학교 학술연구비 지원에 의하여 연구되었으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

1. Kim, D.H., "Simple Method of Analysis for Preliminary Design of Certain Composite Laminated Primary Structures for Civil Construction II", Journal of Materials Processing Technology, 55, Elsevier, London, 1993.
2. Kim, D.H. and Han, B.K. "The Effect of Neglecting the Longitudinal Moment Terms in Analyzing [90, 0, 90]_r Type Laminates with Increasing Aspect Ratio", Journal of KSSC, Vol 13, No. 1, pp.53-60, 2001. 2.
3. Han, B.K. and Kim D.H., "Analysis of steel Bridges by means of Specially Orthotropic Plate Theory", Journal of KSSC, Vol 13, No. 1, pp.61-69, 2001. 2
4. Kim, D.H., Han, B.K., Lee, J.H., Hong, C.W., "Simple Methods of Vibration Analysis of Three Span Continuous Reinforced Concrete Bridge with Elastic Intermediate Supports", Proceeding of the Advances in Structural Engineering and Mechanics, Seoul, Vol. 2, pp. 1279-1284, 1999.
5. Han, B.K. and Kim, J.W. (1999) "Analysis of Flexural Vibration of Rhombic Plates with Combinations Clamped and Free Boundary Conditions Including the Effect of Corner Stress Singularities" Journal of the Earthquake Engineering Society of Korea, Vol 3, No.1, pp. 9-20, 1999.
6. Kim, D.H., "Composite Structure for Civil and Architectural Engineering", E & FN SPON, 1st edition 1995.
7. Kim, D.H., Won, C. M. and Lee, J.H. "Analysis of Post-tensioned Bridge by Specially Orthotropic Laminate Theory(I) - Reinforced Concrete Slab Bridge" Proceeding of the Korea Society of Composite Materials, pp. 135-139, 2001.
8. Kim, D.H., "The Effect of Neglecting the Longitudinal Moment Term on the Natural Frequency of Laminated Plates with Increasing Aspect Ratio", Proceeding of the Korea Society of Civil Engineering (1), pp. 59-62, 1998.
9. Stephen P. Timoshenko, and S. Woinowsky-krieger, Theory of Plates and Shells, Second Edition, Mcgraw Hill Book Co, 1989.

-
10. Ashton, J.E., "Anisotropic Plate Analysis-Boundary Condition", J. of Composite Materials, pp. 162-171, April, 1970.
 11. Whitney, J.M. and Leissa, A.W., "Analysis of a Simply Supported Laminated Anisotropic Rectangular Plate", Journal of AIAA, Vol. 8, No. 1 pp. 28-33, 1970.
 12. Pagano, N.J. "Exact Solution for Rectangular Bidirectional Composites and Sandwich Plates", Journal of Composites Materials, Vol. 4, No. 1, pp. 20-34, Jan, 1970.
 13. Kim. D.H., "A Method of Vibration Analysis of Irregularly Shaped Structural Members", Proceedings, International Symposium on Engineering Problems in Creating Coastal Industrial Sites, Seoul, Korea, October, 1974.

(접수일자 : 2001년 12월 15일)