

## 중학생들의 유추에 의한 수학적 문제 해결 과정 : 사상의 명료화를 중심으로<sup>1)</sup>

이 중 희 (이화여자대학교)

이 진 향 (대림중학교)

김 부 미 (구월여자중학교)

수학적 문제 해결은 수학 교육에서 중요한 이슈이고 문제 해결 전략으로서의 유추를 주제로 본 연구에서는 중학생들을 대상으로 단순히 유사한 문제를 제시하는 것만으로 문제 해결에 성공을 할 수 있는지, 문제 해결에 성공을 할 수 없다면 중학생들에게 어떤 과정을 제시해야만 문제 해결 과정에서 유추를 사용하여 문제를 해결 할 수 있는지를 알아보려고 한다. 이를 위하여 본 연구에서는 유추에 의한 문제 해결과정을 표상 형성, 인출, 사상, 적합성, 스키마 형성의 과정으로 보고, 이러한 과정 중 사상 단계에서 사상 과정의 명료화를 중심으로 학생들의 유추 추론에 의한 문제해결 과정을 탐구하였다. 연구 결과, 유추 추론 과정에서 근거 문제만을 제시하는 것은 목표 문제를 해결하는데 유추 추론의 성공을 보장한다고 할 수 없었으며, 근거 문제가 제시되었는데도 목표 문제를 해결하지 못하는 경우 사상 과정을 명료화하자 목표 문제를 성공적으로 해결하였다. 또한 학생들은 목표 문제의 성공 이후 유사한 새로운 목표 문제를 푸는데 성공하였다.

### I. 서 론

유추적 사고는 일상적으로 당면하는 문제나, 수학, 물리학, 화학 등과 같은 전문 영역 문제의 해결, 창의적 사고를 할 때 중요한 심성 과정으로 알려져 있다. 어떤 새로운 문제를 해결해야 할 때 이전에 풀었던 비슷한 문제를 생각해 내서 그 해결책을 새로운 문제의 해결에 맞도록 변형시켜 새로운 문제를 해결하는 것이 유추이다. 수학 교육의 주요한 목표는 학생들이 수학적으로 사고하도록 하는 것이다. 수학적으로 사고하는 것은 학생들 스스로 수학적 아이디어에 기초한 이해를 바탕으로 새로운 문제 해결에 이를 적용하는 것이므로, 문제해결에서 새로운 지식과 기존의 지식 사이에 유사성을 인식하고 이를 새로운 아이디어에 연결하기 위해 그 구조적인 관계를 능동적으로 구성하는 학습을 강조하지 않을 수 없다. Polya는 문제 해결 전략으로 ‘친숙한 문제로 미지인 것이 같거나 유사한 문제를 생각해 보아라’, ‘관련된 문제로 전에 풀었던 일이 있는 문제가 있나, 그것을 활용할 수 있을까? 그 결과를 활용할 수 있을까? 그 방법을 활용할 수 있을까’, ‘만일 주어진 문제를 풀 수 없다면, 보다 접근하기 쉬운 관련된 문제를 생각해 낼 수 있는가?... 유사한 문제는?’을 제시하였는데, 이러한 물음

1) 이 논문은 2001년도 한국학술진흥재단의 지원에 의해 연구되었음(KRF-2001-030-D00015).

은 문제를 해결하기 위해 자연스럽게 유추적 사고 방식을 불러일으키는 것이다. 이러한 유추적인 사고 방식을 능숙하게 구사하는 것은 새로운 통찰력을 가지고 복잡한 개념을 이해할 수 있게 하고, 새로운 지식을 익숙하지 않은 영역에 적용할 수 있다.

문제 해결 과정에서 유추 사용에 대한 광범위한 연구가 행해지고 있는데, 특히 문제 해결 과정에서 학생들이 유추 사용을 어려워한다는 연구 결과는 다음과 같다. Clement & Gentner(1991)는 이전에 풀었던 비슷한 문제인 근거 문제와 풀어야 할 새로운 문제인 목표 문제의 부정확한 표상이 유추 사상을 방해할 수 있다고 하였으며, Gentner, Rattermann, Forbus(1993)는 근거 문제와 목표 문제가 정확하게 표상 되었다고 해도, 이전 경험과 관련되어 있는 표상이 인출되지 않으면 사상(mapping)으로 진행되지 않으며, 문제가 정확하게 표상이 되고 인출이 되었을 때조차도 사상 과정은 여전히 틀릴 수 있다고 하였다(Rattermann, 1997, 재인용).

Gick와 Holyoak(1980)에 의해 수행된 실험도 이러한 예 중의 하나라 할 수 있다. 이들은 피험자들에게 다음 문제를 제시했다: 뇌종양으로 수술이 불가능하기 때문에 광선으로 치료되어야 하는 환자가 있다. 그런데 종양을 죽일 만큼의 많은 광선은 또한 주변 세포를 죽일 수도 있다. 의사는 어떻게 해야 하는가? 연구 결과, 피험자인 대학생들의 10%만이 문제를 해결했다. 그러나 이 문제를 풀어 보기 이전에 제독의 군대를 몇 개의 적은 군대로 나누어 요새를 공격한 제독에 관해 들은 피험자들의 30%가 종양 문제를 해결했다. 이러한 성취도의 증가는 유추 추론의 사용을 통하여 가능했고, 군부대를 나누어 요새에 집결시키는 일반적인 해결책은 종양 문제의 해결책 -광선을 몇 개의 약한 광선으로 나누면 주변 세포는 죽이지 않고 종양을 죽일 만큼의 충분한 힘을 종양에 모으는 것- 과 유사하다고 할 수 있다(Bassok, 1997, 재인용). 그러나 Gick와 Holyoak의 연구 대상 피험자 중 30%만이 종양 문제를 성공적으로 해결한 반면에, 피험자들의 70%는 그렇지 못했다. 성공적인 피험자나 그렇지 못한 피험자나 모두 요새 문제를 읽고 이해했지만, 오직 소수만이 종양 문제를 해결했다. 왜 어떤 피험자들은 종양 문제의 해결 방법을 제시할 수 있는데 반하여 다른 피험자들은 그렇지 못한가? 그렇다면 어느 과정을 강조해야만 학생들이 문제 해결과정에서 유추를 사용하여 문제를 해결할 수 있는가? 본 연구는 이러한 문제 의식에서 출발한다.

수학적 문제 해결은 수학 교육에서 중요한 이슈이고, 문제 해결을 위한 전략으로 여러 가지가 있으나, Polya는 문제 해결 전략으로 친숙한 문제로 미지인 것이 같거나 유사한 문제를 생각해 보던가, 관련된 문제로 전에 풀어 본 일이 있는 문제가 있는지 생각해 볼 것을 권고하고 있다. 본 연구에서는 중학생들을 대상으로 단순히 유사한 문제를 제시하는 것만으로 문제 해결에 성공을 할 수 있는지, 문제 해결에 성공을 할 수 없다면 중학생들에게 어떤 과정을 제시해야만 문제 해결 과정에서 유추를 사용하여 문제를 해결 할 수 있는지를 알아보고자 한다. 이를 위하여 본 연구에서는 유추에 의한 문제 해결과정을 표상 형성, 인출, 사상, 적합성, 스키마 형성의 과정으로 보고, 이러한 과정 중 사상 단계에서 사상 과정의 명료화를 중심으로 학생들의 유추 추론에 의한 문제해결 과정을 연구해 보고자 한다. 본 연구의 연구 문제는 다음과 같다.

1. 유추 추론 과정에서 근거 문제가 제공된다면 목표 문제를 해결하는데 성공할 것인가?

2. 근거 문제가 제시되었는데도 목표 문제를 해결하지 못하는 경우 사상 과정을 명료화한다면 목표 문제의 해결에 성공할 것인가?
3. 목표 문제의 성공 이후 유사한 새로운 목표 문제를 푸는데 성공할 것인가?

## II. 이론적 배경

### 1. 유추에 의한 문제 해결 과정

유추는 새롭게 배우거나 해결해야 할 문제를 이전에 경험했던 유사한 지식과 관련시키고 이를 기초로 추론하는 것을 말한다. 즉, 유추는 유사성을 바탕으로 어떤 대상에 대하여 성립하는 성질로부터 그와 유사한 대상의 성질을 추측하는 것이다. 어떤 종류의 대상이 다른 종류의 대상과 몇 가지 점에서 서로 유사하다는 사실이 확인될 때, 첫 번째 종류의 대상이 그 밖의 다른 특성을 가지고 있으면 두 번째 종류의 대상도 그 성질을 가지고 있을 것이라고 추리하는 것이다. 유추의 기본은 서로 상이해 보이는 영역사이에서 서로 대응되는 관계를 찾고 만들어내는데 있다. 유추는 문제가 주어졌을 때 주어진 문제를 해결하기 위해서 그와 유사하다고 판단되는 이전에 풀어본 문제의 해결 과정을 적당하게 변형시키거나 하여 풀어야 하는 문제의 해결에 이용하기도 한다. 본 연구에서는 주어진 문제를 목표 문제, 목표 문제와 유사한 이전에 풀었던 문제를 근거문제라고 부르기로 한다.

유추를 사용하여 문제를 해결할 때 포함된 여러 과정들이 있지만, 여러 연구자들(예를 들어, Gentner, 1989; Holyoak, 1985; Novick, 1988a, 1988b; Rattermann, 1997, 재인용)은 다음의 다섯 가지 과정에 초점을 맞추어 왔다. 문제가 제시되면 해결자는 주어진 문제와 문제 영역에 관한 표상을 해야 하고, 그 다음에, 현재 문제와 관련이 있을 수도 있는 과거에 본적이 있을 수도 있는 저장된 상황의 어떤 표상 혹은 문제를 인출하려고 해야 한다. 일단 근거 문제가 인출되면 문제 해결자는 근거 문제와 목표 문제에서 요소들 사이의 관계를 사상해야 한다. 만약 근거 문제에 대한 정확한 해결 과정이 인출되면 그 때 문제 해결자는 그것을 주어진 문제에 사용하기 위해 적합시켜야 한다. 마지막으로 문제 해결자는 주어진 문제의 해로부터 새로운 규칙이나 기법을 획득하거나 지식에 대한 개념적인 표상을 획득하게 된다. 이상에서 설명된 유추에 의한 추론 과정은 표상 형성, 인출, 사상, 적합, 도식 형성으로 정리할 수 있고, 이를 문제 해결과 관련지어 구체적으로 고찰해 보면 다음과 같다.

#### 1) 표상 형성 단계

인간의 인지에 대한 정보-처리 이론은 인간 정신을 컴퓨터로 생각하는 은유에 근거하고 있다. 정보가 시스템으로 입력되고, 다양한 인지 과정이 적용되고 나서 정보가 그 시스템 밖으로 나온다. 정보-처리 체계의 측면이 미치는 영향 중에서 중요한 한 가지 가정은 인지 과정이 자극과 반응 사이를 중재하는 정신 과정과 표상의 용어로 기술될 수 있다는 것이다. 문제가 제시되면 그 문제에 대한 기

본적인 요소들을 정신적으로 표상해야 한다. 예를 들면, 문제에서 주어진 조건, 목표 등을 표상 해야 한다. 이것은 일반적으로 문제 해결을 하기 위하여 필수적인 과정이다.

만약 그 영역의 표상이 정확하지 않다면, 정신 표상은 부정확한 정보에 대해 작동하게 되고, 그 출력 또한 부정확하게 될 것이라는 것이다. 유추 상황에서 만약 목표 문제의 표상이 불완전하거나 잘못 되었다면, 유추에 의한 사고를 하기 어려울 것이다. 그리고 유추는 이전의 유사한 문제에 대한 해결 방법을 목표 문제에 대한 해결방법으로 생각해 보는 것인데, 정보 처리 이론에서는 유추에 의한 문제해결에서 목표 문제는 단기 작업 기억에 포함되어 있고, 근거 문제는 장기 기억에 포함되어 있다고 본다. 따라서 유추에 의한 문제 해결에서는 표적 문제와 이와 유사한 문제에 대한 정신적 표상이 기억 속에 있어야 한다.

## 2) 인출 단계

유추에 의한 문제해결에서 기억 속에서 근거 문제를 선택해 내는 과정은 중요하다. 목표 문제와 유사한 근거 문제를 주목하고 확인하여 선택하는 것은 중요한 사항인데, 일반적으로 힌트를 주지 않았을 때 근거 문제를 확인해 내는 것은 쉽지가 않다.

## 3) 사상 단계

사상은 근거 문제와 목표 문제에서 유사한 것의 성분을 서로 대응시키는 과정이다. 성분들을 사상시킬 때 대상의 속성(예, 크다, 빨강다), 대상(예, 태양, 종양)의 유사성을 기준으로 사상시킬 수도 있고, 관계(예, ...보다 크다), 관계의 관계(예, ... 때문에 ...하게 된다) 수준의 유사성을 기준으로 사상시킬 수 있다.

Gentner(1983)는 사상 과정이 계통성의 원리에 따라 진행된다고 하였다. 이 원리는 사람들이 어떤 개별적인 술어보다 고차 관계가 지배하는 연결된 체계를 더 선호한다는 것이다. 이 원리에 따라서 사람들은 두 유사물의 성분들을 사상시킬 때 대상이나 속성 중심으로 사상시키기 보다 관계의 관계를 중심으로 사상시키며, 가능한 한 모든 성분들을 관계 구조에 포함시키는 사상을 선택하게 된다는 것이다(English & Halford, 1995, 재인용)

English & Halford(1995)는 사상된 관계들의 복잡성에 의해 구조 사상 수준을 나누었는데, 여기서 더 복잡한 사상은 나중에 발달적으로 발생하며, 고차 처리 부하를 일으킨다. 사상의 수준을 살펴보면 다음과 같다. 첫째 수준은 대상 사상이다. 구조 A의 대상을 세 가지 판별 기준인 유사성, 규약, 이전 지식중의 하나에 따라서 구조 B의 대상으로 사상한다. 즉, 유사성 판단에 따라서 구조 A에 있는 대상이 유사한 구조 B에 있는 대상으로 사상되는 것으로, 주변에 있는 대상이나 사건을 표현하는 이미지는 유사성에 근거한 구조 사상의 예가 될 수 있다 둘째 수준은 관계 사상으로, 구조 A에 있는 대상은 대상들 사이의 유사한 관계에 근거해 구조 B에 있는 대상으로 사상된다. 관계 사상은 대상 유사성이나 규약과는 독립적이다. 그래서 이것들은 대상 사상보다 많은 정도의 유연성과 추상성을 가

지고 있지만, 대상들이 쌍으로 사상되어야 한다는 것이다. 대상 사상들이 각 구조로부터 한 번에 하나의 대상들을 고려하여 만들어질 수 있는 반면에, 관계 사상은 구조 A에 있는 대상들의 쌍이 구조 B에 있는 대상들의 쌍으로 사상되기 때문에, 대상 사상보다 더 높은 정도의 구조적 복잡성을 포함한다고 할 수 있다. 셋째 수준은 계통사상으로, 계통사상은 대상 유사성과 관계 유사성, 그리고 규약들과 독립적이고, 순수하게 구조적 대응관계에 근거한다. 계통 사상의 근거가 되는 구조 대응 규칙은 각 구조에서 세 가지 대상 집합을 조사하는 것에 해당하기 때문에 관계 사상 보다 고차적이라 본다.

#### 4) 적합 단계

근거 문제와 목표 문제에 각 요소들간에 사상이 되었어도 근거 문제의 해결 방법이 목표 문제의 해결에 그대로 적용할 수 있는 경우도 있으나, 많은 경우에 이전의 방법을 적당하게 변환시켜 목표 문제의 해결에 적용시켜야 한다. 최근의 유추 연구들(예를 들면, Novick & Holyoak, 1991)에 의하면, 유사물의 성분들간의 사상만으로 성공적인 유추를 이룰 수 없고, 문제에 따라 적합 과정이 필요함을 알 수 있다. 여기서 적합이란 “한 유사한 해결책이 목표 문제의 해결에 어느 정도 잘 맞느냐”의 물음과 관련되는 과정으로서, 풀어야 할 문제에 따라서 근거와 목표 유사물이 완전히 동형구조가 아닐 경우 적합 과정이 요구된다. 예를 들어, 예제의 풀이 절차를 목표 문제에 맞게 바꾸는 것이 적합 과정이라고 할 수 있다.

#### 5) 스키마 형성 단계

위와 같은 과정을 경험하고 성공적으로 문제를 해결한다면, 학습자는 문제해결에 대한 스키마가 형성되게 된다. 유추로 목표 문제를 성공적으로 풀었을 때, 여러 연구자들 (예, Holyoak & Thagard, 1989; Holyoak & Thagard, 1995; Ross & Kennedy, 1990)은 성공적인 유추 전이는 어떤 스키마를 유도한다고 제안하였다(이영애, 1997, 재인용). 인간의 인지 레퍼토리에서 가장 강력하고 유용한 능력 중의 하나는 스키마 형성으로서, 이것은 경험의 결과로서 과제나 상황의 본질적인 관계의 표상을 구성하는 것을 포함한다. 따라서 유추에 의해 성공적으로 문제를 풀었을 때, 어떤 특정한 유형의 문제를 다루는 일반적인 전략을 갖게 된다.

## 2. 선행 연구의 고찰

앞서 고찰한 바와 같이, 표상 형성, 인출, 사상, 적합, 도식 형성의 과정으로 유추에 의한 문제 해결 과정을 살펴보았다. 이중에서, 근거 영역의 인출, 사상과정, 스키마 형성 과정은 유추 과정에서 중요하다. 이를 중심으로 선행연구를 살펴보고자 한다.

첫째, 인출 단계에서는 인출 과정에 영향을 미치는 다양한 요소들을 중심으로 연구되었다.

English(1997)는 유추 추론시의 인출에 관한 대상 유사성의 효과에 관하여 연구했는데, 그는 실험 대상 아동들이 특별히 근거 문제와 목표 문제를 짝지은 이유를 설명할 때 공통 속성을 자주 언급한다는 것을 발견했다. 이 결과는 대상 유사성이 잘못된 근거 영역을 인출시키게 하고, 구조 유사성은 인출과 유추 전이에 결정적 영향을 주지 못할 수 있다라는 것을 알 수 있게 한다.

한편, Holyoak과 Koh(1987)는 근거 문제의 인출에 영향을 주는 유사성을 표면 유사성과 구조 유사성으로 나누고 이에 따라 근거 문제를 다르게 만든 결과, 유추 문제의 해결에 있어 근거 유사물과 목표 유사물간에 두 유사성 수준이 모두 작용하며, 그 효과가 가산적이라고 하였다. 근거 유사물의 인출 과정을 다룬 최근의 연구들은 표면 유사성과 구조 유사성으로 양분해서 인출과정을 다루는데서 더 나아가 표면 대상의 속성이나 대상이 구조 유사성보다 더 강력한 인출 변인이며, 인출 과정이 표면 유사성과 구조 유사성 효과의 가산적 결과만은 아니라는 것을 보여준다(이영애, 1997; 재인용). 그리고 Gick & Holyoak(1983)은 자발적으로 근거 문제를 인출해 내기가 어렵다는 결과를 얻었다.

둘째, 근거 문제와 표적 문제간의 사상은 근거 문제와 표적 문제 각각의 구조 유사성에 의한 명료한 표상을 만들기 어렵기 때문에 두 문제간의 사상이 어렵다. Gick과 Holyoak(1983)은 두 문제간의 명료한 사상을 촉진시키는 방법 등을 제시하였다. 김진화(2003)는 대수 문장제를 사용하여 힌트 조건, 그림·도표 조건, 원학습의 양을 조작하였을 때, 학습문제와 검사문제의 유사성에 따른 동치, 동형, 유사 문제 해결에서 유추적 전이의 효과를 검정하였다. 연구 결과, 힌트의 유무에 관계없이, 동치 문제를 동형 문제보다 더 잘 해결하였고, 동치/동형 문제에 비해 해결절차를 변형시켜야 하는 유사 문제의 수행이 상당히 저조하였다. 그리고 그림·도표의 영향은 힌트가 없을 때 동치/동형 문제와 유사 문제의 해결에 향상을 가져왔고, 힌트가 있을 때는 그림·도표의 영향이 없었다.

셋째, 스키마 형성에 의한 일반화 가능성이다. 이 점에 대해서는 서로 다른 결과가 얻어졌다. 유추 추론에 의한 추상적 스키마의 형성을 둘러싼 실험들은 대체로 스키마의 형성을 지지하는 증거를 많이 보고하고 있다(이영애, 1997). 예를 들면, Novick과 Holyoak(1991)은 최소공배수를 이용해서 근거 문제와 목표 문제를 피험자들이 해결한 후 두 문제의 유사성, 그 해법의 유사성을 글로 보고하게 하였다. 그들은 피험자들이 최소공배수를 사용하는 절차를 단계로 나누어 분석해서 도식 유도 유무와 유추 전이의 관계를 검토하였다. 그 결과 스키마의 질과 유추 전이의 강도간에 정적 상관성이 있었다. 이 연구는 유추에 의한 문제 해결 후에 추상적 스키마가 형성됨을 보여준다.

그러나 Reed(1989)는 소리내어 말하는 과제나 문제에서 유사성을 쓰게 하는 과제를 사용하지 않고 비슷한 문제들의 개념을 짝짓는 과제를 사용해서 추상적 스키마가 형성되는지를 검토하였다. 유추에 의해 추상적 스키마가 형성된다는 가설이 타당하다면 목표 문제를 풀기 전 어떤 두 문제의 개념들을 성공적으로 사소한 피험자들은 그렇지 못한 피험자들보다 목표 문제를 더 잘 풀었어야 한다. 구조적으로 동형인 문제들을 자세히 비교하도록 하고 대수 문제의 해결 원리를 언급했는데도, 목표 문제 해결에 어떤 도움이 되지 않았다. 이는 유추에 의한 개념 학습이 추상적 스키마의 형성과 무관함을 시사하는 결과라고도 할 수 있다.

이상에서 살펴본 유추 추론 과정과, 자발적으로 근거 문제를 인출해 내기가 어렵다는 Gick &

Holyoak(1983)의 결과를 토대로, 본 연구에서는 중학교 2학년 학생들이 유추에 의한 문제 해결과정에서 근거 문제가 제시되었을 경우 목표 문제의 해결에 성공할 것인가, 근거 문제가 제시되었음에도 목표 문제의 해결에 성공하지 못하는 경우 사상 과정을 명료화하면 목표 문제의 해결에 성공할 것인가, 그리고 목표 문제의 성공이 새로운 유사한 문제의 해결에 이르게 할 것인지를 알아보고자 한다. 또한, 유추는 문제 상황 사이의 관계적 성질에 주목하여 패턴이나 법칙을 다루는 수학 학습에 매우 필요한 강력한 사고 도구로서 인간의 인지 활동에 중요한 역할을 하므로, 보다 확실한 결과를 얻고자, 같은 연구 방법과 절차를 같은 학년의 학생이지만, 지역이 다른 연구 대상과 지도 교사로 변화시켜 반복 연구를 실시하였다.

### III. 연구 방법 및 절차

#### 1. 연구 대상

본 연구는 서울 D중학교의 2학년 학생들을 대상으로 하여 2002학년도 1학기에, 인천 G여자중학교의 2학년 학생들을 대상으로 2003학년도 1학기에 반복 연구를 실시하였다. 두 가지 검사지와 설문지가 제시되었으며, D중학교에서는 첫 번째 검사지와 설문지(검사지 A와 설문지 B)는 138명, 두 번째 검사지(검사지 C와 설문지 D)는 173명의 학생이 응답하였고 G여자 중학교에서는 두 검사 모두에서 120명의 학생들이 응답하였다. 단, D중학교에서는 검사와 설문조사 과정에서 부분적으로 답을 하지 않은 학생들의 자료는 제외하여 처음 검사에서는 총 129명을 분석 대상으로 하였고, 두 번째 검사에서는 169명을 분석 대상으로 하였다.

#### 2. 검사도구

본 연구에서 실시된 검사지A와 검사지C는 학생들이 문제 해결에서 단순히 유사한 문제를 생각해보는 것만으로도 유추에 의한 문제 해결에 성공할 것인지 아니면 사상 과정의 명료화가 유의미한 영향을 미치는지를 알아보기 위해 사상 과정을 중심으로 사상 명료화의 효과를 보고자 하였다. 본 연구에서 사용된 검사지의 문제는 이론적 배경에서 논의한 English & Halford(1995)가 제시한 관계사상이 필요한 문제이다.

검사지A와 설문지 B는 연구자가 학생들의 학습단원을 고려하여 직접 제작한 검사지와 설문지로서, 3명의 교과 전문가에게 본 검사지가 유추 추론의 과정 중 인출, 사상 도식형성 및 전이의 과정을 포함하고 있는지와 설문지가 이에 대응하여 학생들의 반응을 측정할 수 있는지를 검증 받았다. 검사지C는 학생들의 문장제 해결에 대한 유추 추론의 과정을 고찰하기 위해 Novick & Holyoak (1991)이 만든 근거 문제, 목표 문제 및 일반화 문제를 본 연구의 목적에 적합하도록 번안하여 사용하였고,

설문지D는 설문지B와 같은 방식으로 문장제의 해결에서 유추 추론의 과정에 대한 학생들의 반응을 고찰하고자 하였다.

### 1) 검사지

검사지A는 총 5문항으로 구성되어 있으며, A1번 문항을 목표 문제로 제시하였으며, A2번 문항은 A1번에서 제시된 목표 문제를 해결하기 위한 근거 문제로 제시하였다. A3번 문항은 A2번의 근거 문제를 제시받은 다음 처음의 목표 문제를 얼마나 잘 해결하는지를 보기 위해 다시 제시하였다. A3번 문항의 해결에 성공하지 못한 학생들을 대상으로 하여 A4번 문항을 해결하도록 하였다. A4번 문항은 근거 문제를 제시했음에도 유추 추론이 성공하지 못한 경우 사상의 명료화 과정이 유추 추론의 성공을 가져오는지를 알아보기 위한 문항이다. A5번 문항은 처음 제시된 목표 문제의 해결이 이와 유사한 새로운 문제로 유추 전이가 될 것인지를 알아보기 위한 것이다. 검사지A는 <부록 1>에 제시되어 있다.

검사지C 역시 총 5문항으로 구성되어 있으며, 각 문항들은 검사지A 문항과 같은 목적으로 사용되었다. 검사지C는 <부록 3>에 제시되어 있다

### 2) 설문지

본 설문지는 학생들이 검사지를 해결하는 과정에 대한 설문조사이다. B1번과 B2번은 인출 과정에 관하여, B3번, B4번은 사상 과정에 관하여, B5번, B6번, B7번은 도식형성과 유추 전이에 관하여 알아보하고자 했다. 설문 조사 역시 검사지에 대응하여 검사지A의 A1번 문항을 해결한 학생은 설문 B1번 문항을 했으며, 검사지 A3번 문항을 한 학생에 한하여 설문지 B2번을 하도록 하였다. 그리고 설문지 B5번 문항은 모든 학생들이 하도록 하였다. 설문지B는 <부록 2>에 제시되어 있다.

설문지D는 학생들이 검사지C를 해결하는 과정에 대한 설문조사로서 D1은 모든 학생들이 하였으며, D2, D3은 검사지C의 C1문항을 해결하지 못한 학생들이 하였다. 마찬가지로 D4번 문항은 C4문항을 한 학생들이 하도록 하였으며, D5번 문항은 모든 학생들이 하도록 하였다. 설문지D는 <부록 4>에 제시되어 있다.

## 3. 검사 실시 및 자료 수집

본 검사의 시간 및 검사상의 미비한 점을 알아보고자 예비검사를 실시하였다. 예비 검사는 2002년 4월 20일에 서울 영등포구 소재 D 중학교 2학년 1개반 (34명)을 대상으로 실시하였다. 예비검사지는 본 검사와 유사한 검사지(예비 검사에서는 A5문항이 없었다)와 설문지 (B5번, B6번, B7번 문항이 없었다)를 사용하였다. 예비 검사의 목표 문제는  $3^{31} + 3^{31} + 3^{31}$ 이었으나, 학생들이 지수 법칙을 배운지 얼마 안 된 다음이라 많은 수의 학생들을 목표 문항을 쉽게 풀었다. 그리하여 본 검사에서는



중학교 2학년 학생들에게는 어려운 문항으로 대체하였다.

D중학교에서는 2002년 5월 초에 연구 대상으로 선정된 4개 학급의 138명을 대상으로 검사지A는 20분 동안, 설문지B는 15분 동안 실시하였다. 두 번째 검사는 2002년 6월 20일, 21에 걸쳐 5개 학급의 173명을 대상으로 검사지C는 20분 설문지D는 10분 동안 실시하였다. 인천의 G여자중학교에서는 예비 검사는 실시하지 않았으며, 2002년에 실시된 검사지를 사용하여 첫 번째 검사는 2003년 5월 초에, 두 번째 검사는 6월 20일에 2학년 3개 학급의 120명을 대상으로 D중학교와 같은 방법으로 실시하였다. 검사와 설문에 따라 반응한 학생 수는 다음 <표 1>과 같다.

<표 1> 검사 순서와 그에 따른 반응 수

검사지A	설문지B	반응수		검사지C	설문지D	반응수	
		D중학교	G여중			D중학교	G여중
A1	B1	129명	120명	C1	D1	169명	120명
A3	B2	125명	115명	C3	D2, D3	163명	115명
A4	B3, B4	114명	103명	C4	D4	154명	108명
A5	B5	129명	120명	C5	D5	169명	120명
	B6	114명	103명		D6	154명	108명

#### IV. 연구 결과 및 논의

##### 1. 연구 문제 1 - 근거 문제가 제시된 경우 목표 문제의 해결에 성공할 것인가?

목표 문제인 문항 A1을 해결하는데 성공한 학생은 D중학교에서는 총 학생수 129명중 4명, G여중에서는 120명중 5명이었다. 앞서 언급한 바와 같이 이는 상당히 어려운 문항을 목표 문항으로 선택했기 때문이라고 할 수 있다. 근거 문제로 A2가 제시된 후 문항 A3을 해결한 학생은 D중학교에서는 전체 연구 대상 129명에서 A1번 문항에서 성공한 학생들을 제외한 125명중에서 11명이었다. G여중의 경우도 A1번 문항에서 성공한 학생들을 제외한 115명중 12명으로, 두 학교 모두에서 근거 문제를 제시받은 학생 중 8.8%, 10.4%의 소수만이 목표 문제의 해결에 성공했다. 검사지A의 A1, A3번 문항에 대한 피험자의 반응 결과는 <표 2>와 같다.

<표 2> 검사지A의 문항 A1, A3에 대한 학생들의 수행 결과

검사지A	D중학교		G여자중학교	
	성공한 학생수	성공율(%)	성공한 학생수	성공율(%)
A1	4명/129명	3.1%	5명/120명	4.1%
A3	11명/125명	8.8%	12명/115명	10.4%

<표 3> 설문지 문항 B1, B2 의 각각에 대한 학생들의 반응

설문지B		전혀 그렇지 않다	별로 그렇지 않다	보통이다	약간 그렇다	아주 그렇다	계(명)
B1	D중학교	65 (50.4%)	40 (31.0%)	10 (7.8%)	12 (9.3%)	2 (1.6%)	129
	G여중	70 (58.3%)	25 (20.8%)	15 (12.5%)	8 (6.4%)	2 (1.7%)	120
B2	D중학교	63 (50.4%)	42 (33.6%)	9 (7.2%)	11 (8.8%)		125
	G여중	68 (59.1%)	21 (18.2%)	14 (12.2%)	11 (9.6%)	1 (0.9%)	115

<표 3>에서 볼 수 있는 바와 같이, 본 연구에서 근거 문제로 제시한 A2번 문항과 목표 문제인 A1번 문항이 유사한가라는 질문(B1 문항)에서 그렇지 않다는 부정적인 반응을 나타낸 학생들이 D중학교에서는 81.4%, G여중에서는 79.1%라는 것을 볼 때 학생들은 A2번 문항과 A3번 문항이 서로 유사하지 않다고 생각함을 알 수 있다. 즉, 학생들은 A2번 문항과 A1번 문항이 비록 동형인 구조를 가지고 있지만 두 문항간의 구조적인 유사성을 쉽게 인식하지 못하는 것으로 해석할 수 있다. 그리고 A3번을 해결하는데 A2번이 도움이 되었다고 대답한 D중학교와 G여중의 학생 비율이 각각 8.8%, 10.5%로서 이는 근거 문제가 제시된 경우 목표 문제를 해결한 두 학교의 학생이 8.8%, 10.4%인 비율과 일치한다.

검사지C의 C1, C3 문항에 대한 피험자의 수행한 결과는 <표 4>와 같다

<표 4> 검사지C의 문항 C1, C3에 대한 학생들의 수행 결과

검사지C	D중학교		G여자중학교	
	성공한 학생수	성공율(%)	성공한 학생수	성공율(%)
C1	6명/169명	3.6%	5명/120명	4.1%
C3	9명/163명	5.5%	7명/115명	6.1%

C1번 문항인 목표 문제에 성공한 학생들의 수는 D중학교에서는 총 169명중에서 6명, G여중의 경우는 120명중 5명이었다. 이는 사실 최소 공배수의 개념을 알고 있으면 해결 가능하지만, 연구 대상인 학생들은 중학교 2학년 학생들로 최근에 최소공배수의 개념을 특별히 학습한 적이 없고 중학교 1학년 때 최소 공배수의 개념을 학습하였으므로 학습한 시기가 매우 많이 경과했기 때문에 해석된다. D중학교와 G여중 모두 C1 문항을 해결한 6명을 제외한 163명, 5명을 제외한 115명을 대상으로 C2 문항을 근거 문제로 제시하였다. 각각의 학교에서 근거 문제를 제시받은 163명의 학생들 중 9명, 115명중 7명의 소수만이 C3 문제를 해결하였다.

학생들의 설문 조사 결과를 볼 때도, 근거 문제로 제시한 C2번 문항과 C1문항이 유사한가라는 질문(D2 문항)에서 그렇지 않다는 부정적인 반응을 나타낸 학생들이 D중학교는 59.5%, G여중은 53%라는 것을 볼 때, 상당수의 학생들이 C2번 문항과 C1번 문항이 유사하지 않다고 생각한다는 것을 알 수 있다. 그리고 검사지 A의 경우와 마찬가지로 근거 문제가 제시된 경우 목표 문제를 해결한 비율과 D3의 응답에서 도움이 되었다는 비율과 그다지 차이가 나지 않는다. 이는 해결 전략을 구성 하도록 돕는 적절한 근거 유추로부터 적절한 정보를 검색하고 전이하는데 표면적 제약을 많이 받는 것으로 생각된다. 따라서, 학습자의 구조적 지각의 깊이가 유추 추론의 문제 해결에서 중요한 역할을 할 것으로 생각되어, 복잡한 지식 기반을 넓힐 때 효율적인 문제 해결 전략을 생성할 수 있도록 구조적 관계 습득의 학습이 필요할 것으로 보인다. 설문조사의 D1번과 D2번에 대한 반응 결과는 <표 5>와 같다.

<표 5> 설문지 문항 D1, D2, D3 의 각각에 대한 학생들의 반응

설문지D		전혀 그렇지 않다	별로 그렇지 않다	보통이다	약간 그렇다	아주 그렇다	계(명)
D1	D중학교	73 (43.2%)	54 (32.0%)	21 (12.4%)	20 (11.8%)	1 (0.6%)	169
	G여중	70 (58.3%)	21 (17.5%)	20 (16.6%)	9 (7.5%)		120
D2	D중학교	27 (16.6%)	70 (42.9%)	27 (16.6%)	33 (20.2%)	6 (3.7%)	163
	G여중	29 (25.2%)	32 (27.8%)	26 (22.6%)	21 (18.3%)	7 (0.9%)	115
D3	D중학교	74 (45.4%)	64 (39.2%)	17 (10.4%)	6 (3.7%)	2 (1.2%)	163
	G여중	48 (41.7%)	33 (28.7%)	25 (21.7%)	6 (5.2%)	3 (2.6%)	115

2. 연구 문제 2 - 근거 문제가 제시되었는데도 목표 문제를 해결하지 못하는 경우 사상 과정을 명료화한다면 목표 문제의 해결에 성공할 것인가?

검사지A의 A4-1과 A4-2를 해결하게 함으로써 사상의 명료화를 한 결과를 보고자 하였다. 검사지 A의 A4번 문항에 대한 학생들의 반응은 <표 6>과 같다.

<표 6> 검사지A의 A4번에 대한 학생들의 수행 결과

검사지A	D중학교		G여자중학교	
	성공한 학생수	성공율(%)	성공한 학생수	성공율(%)
A4	64명/114명	56.1%	60명/103명	58.2%

그 결과, D중학교에서는 A1번을 해결한 학생 4명과 A3번을 해결한 학생 11명을 제외한 학생들 114명중에서 64명인 56.1%가 A4-1과 A4-2의 해결에 성공하였고, G여중에서는 A1번을 해결한 학생 5명과 A3번을 해결한 학생 12명을 제외한 학생들 103명중에서 60명인 58.2%가 A4-1과 A4-2의 해결에 성공하였다. 이는 연구 문제 1의 근거 문제를 제시했음에도 목표 문제의 해결에 성공하지 못한 학생들을 대상으로 한 결과이기 때문에, 근거 문제를 제시받았음에도 불구하고 목표 문제의 해결에 성공하지 못한 학생들은 사상 과정을 명료화하면 유추에 의해 문제해결에 성공할 수 있다는 것을 나타낸다고 할 수 있다.

설문지B의 B3, B4에 대한 학생들의 반응 결과는 <표 7>과 같다.

<표 7> 설문지 문항 B3-1, B3-2, B4의 각각에 대한 학생들의 반응 결과

설문지B		전혀 그렇지 않다	별로 그렇지 않다	보통이다	약간 그렇다	아주 그렇다	계(명)
B3-1	D중학교	9 (7.9%)	28 (24.6%)	35 (30.7%)	26 (22.8%)	16 (14.0%)	114
	G여중	7 (6.8%)	15 (14.6%)	34 (33%)	29 (28.1%)	18 (17.5%)	103
B3-2	D중학교	6 (5.3%)	19 (16.7%)	41 (40.0%)	26 (22.8%)	22 (19.3%)	114
	G여중	7 (6.8%)	10 (9.7%)	38 (36.9%)	30 (29.1%)	18 (17.5%)	103
B4	D중학교	2 (1.8%)	25 (21.9%)	32 (28.1%)	30 (26.3%)	17 (14.9%)	114
	G여중	3 (2.9%)	10 (9.7%)	38 (36.9%)	34 (33%)	18 (17.5%)	103

A4-1번과 A4-2번 문항에 답한 학생들을 대상으로 실시한 설문 조사의 결과에서도 유사한 결과를 얻을 수 있었다. 설문 조사 B3-1번과 B3-2번에서 긍정적인 반응을 나타낸 학생들은 D중학교에서 각각 36.8%과 42.1%, G여중에서는 각각 45.6%, 46.5%로, 학생들로 하여금 검사지A의 A4-1과 A4-2번에서의 사상과정에 대응되는 요소를 짚짓기를 시킨 결과 학생들은 사상을 하는데 용이하다고 생각함을 알 수 있다. 설문조사 B4번 문항에서 사상의 명료화로 검사지A의 A3번 문제인 목표 문제가 이해되었냐는 질문에 41.2%, 50.5%가 긍정적인 반응을 보였다.

검사지C의 C4 문항에 대한 학생들의 수행 결과는 <표 8>과 같다.

<표 8> 검사지C의 C4번에 대한 학생들의 수행 결과

검사지C	D중학교		G여자중학교	
	성공한 학생수	성공율(%)	성공한 학생수	성공율(%)
C4	109명/154명	70.7%	77명/108명	71.2%

검사지 C3의 풀이에 성공하지 못한 학생들에게 C4를 해결하도록 한 결과, D중학교 학생들 154명 중에서 109명인 70.7%, G여중의 경우는 108명중 77명인 72.2%가 C4의 해결에 성공하였다. 이는 근거 문제인 C2문항을 제시했음에도 불구하고 목표 문제인 C3문항을 해결하지 못한 학생들을 대상으로 한 결과이기 때문에 사상 과정의 명료화가 유추 추론에서 중요한 역할을 한다는 것을 나타낸다고 할 수 있다.

설문조사 D4에서 긍정적인 반응을 나타낸 학생들이 D중학교는 57.8%, G여중은 %인 것으로 보았을 때, C4번 문항에 대한 설문 조사의 결과인 D4의 결과 역시 C4의 표를 완성하도록 하여 사상 과정에서 대응되는 요소를 짚기 시킨 것이 학생들의 사상을 용이하게 한다는 결과를 얻을 수 있었다. 설문지D의 D4에 대한 학생들의 반응 결과는 <표 9>와 같다.

<표 9> 설문지 문항 D4에 대한 학생들의 반응 결과

설문지D		전혀 그렇지 않다	별로 그렇지 않다	보통이다	약간 그렇다	아주 그렇다	계(명)
D4	D중학교	9 (5.8%)	23 (14.9%)	33 (21.4%)	52 (33.8%)	37 (24.0%)	154
	G여중	2 (1.9%)	8 (7.4%)	21 (19.4%)	43 (39.8%)	34 (31.4%)	108

### 3. 연구 문제3 - 목표 문제의 성공 이후 유사한 문제로 전이가 용이할 것인가?

검사지A의 A5번 문항에 대한 학생들의 수행은 <표 10>과 같다.

<표 10> 검사지A의 A5번 문항에 대한 학생들의 수행 결과

A5번을 해결한 학생들 수	D중학교		G여중	
	학생수	성공율(%)	학생수	성공율(%)
A1번을 한 학생들 중	4명/4명	100%	5명/5명	100%
A3번을 해결한 학생들 중	10명/11명	91%	12명/12명	100%
A4번을 해결한 학생들 중	47명/64명	73%	45명/60명	75%
목표 문제를 해결한 학생들 중	61명/79명	77%	62명/77명	80.5%

검사지A의 A5번 문항에 대한 학생들의 수행 결과 A1번과 A3번의 단계에서 성공한 학생들의 거의 대부분은 A5번 문항에서 성공했다. 그리고 A4번 문항에서 성공한 두 학교의 학생들 중 73%, 75%가 A5번 문제에서 성공했다. 이는 A4번의 사상과정에서 짚기틀 학습한 결과와 A3번 문항과 A5번 문항의 표면적인 유사성이 크기 때문이라고도 할 수 있다. 이는 설문지B의 B5번 문항에서 검사지A의

A5번과 A3번 문항이 유사한가라는 질문에서 85.3%의 학생들이 긍정적인 반응을 보인 결과로 뒷받침된다고 할 수 있는데, 설문지B의 B5번, B6번에 대한 학생들의 반응 결과는 <표 11>과 같다.

<표 11> 설문지 B5번, B6번에 대한 학생들의 반응

설문지B		전혀 그렇지 않다	별로 그렇지 않다	보통이다	약간 그렇다	아주 그렇다	계
B5	D중학교	4 (3.1%)	2 (1.6%)	13 (10.1%)	40 (31.0%)	70 (54.3%)	129
	G여중	2 (1.7%)	6 (5%)	14 (11.7%)	32 (26.7%)	66 (55%)	120
B6	D중학교	12 (10.5%)	24 (21.1%)	19 (16.7%)	21 (18.4%)	38 (33.3%)	114
	G여중	7 (6.8%)	16 (15.5%)	20 (19.5%)	26 (25.2%)	34 (33%)	103

검사지C의 C5번 문항에 대한 학생들의 반응은 <표 12>와 같다. 검사지C의 C5번 문항에 대한 학생들의 수행 결과 두 학교 모두 C1번과 C3번의 단계에서 성공한 학생들의 모두가 C5번 문항에서 성공했다. 그리고 D중학교에서는 C4번 문항에서 성공한 학생들의 91%, G여중에서는 90%의 학생들이 또한 C5번 문제에서 성공했다. 이는 C4번의 사상과정에서 짝짓기를 학습한 결과 학생들이 두 문제간에 구조적인 유사성을 인식했기 때문에 C5 문항으로의 전이가 용이했음을 보여준다고 할 수 있다.

<표 12> 검사지C의 C5번 문항에 대한 학생들의 수행 결과

C5번을 해결한 학생들 수	D중학교		G여중	
	학생수	성공율(%)	학생수	성공율(%)
C1번을 한 학생들 중	6명/6명	100%	5명/5명	100%
C3번을 해결한 학생들 중	9명/9명	100%	7명/7명	100%
C4번을 해결한 학생들 중	92명/101명	91%	69명/77명	90%
목표 문제를 해결한 학생들 중	107명/116명	92%	81명/89명	91%

위의 결과는 설문지D의 D2번 문항에서는 D중학교와 G여중의 학생들의 59.5%, 53%가 D2번 문항과 D1번 문항이 유사하지 않다는 부정적인 반응을 보인데 반하여, D5번 문항에서 검사지C의 C5번과 C3(C1)번 문항이 유사한가라는 질문에서 D중학교의 65.7%와 G여중의 72.8%의 학생들이 긍정적인 반응을 보인 결과로 뒷받침된다. 설문지D의 D5번, D6번에 대한 학생들의 반응 결과는 <표 13>과 같다.

<표 13> 설문지 D5번, D6번에 대한 학생들의 반응

설문지D		전혀 그렇지 않다	별로 그렇지 않다	보통이다	약간 그렇다	아주 그렇다	계
D5	D중학교	8 (4.7%)	15 (8.9%)	34 (20.1%)	53 (31.4%)	58 (34.3%)	169
	G여중	4 (3.3%)	10 (8.3%)	20 (16.7%)	42 (35%)	46 (38.3%)	120
D6	D중학교	5 (3.2%)	16 (10.4%)	21 (13.6%)	48 (31.2%)	64 (41.6%)	154
	G여중	7 (6.8%)	15 (14.6%)	20 (19.4%)	43 (41.7%)	44 (42.7%)	103

본 연구의 결과 얻어진 결론은 다음과 같이 논의 될 수 있다.

첫째, 학생들은 유추 과정 중 정보의 인출 단계에 해당하는 근거 문제를 제시했을 때도 목표 문제의 해결에서 성공하는 비율은 높지 않았다. 이는 근거 문제와 목표 문제간의 구조적인 유사성을 인식하지 못하기 때문이라고 볼 수도 있지만, 학생들이 다음 단계인 사상 단계에서의 실패 때문이라고도 할 수 있다. 그리하여 근거 문제의 인출에도 목표 문제의 해결에 성공하지 못하는 학생들을 대상으로 사상 단계에서 직접적인 짚기 경험을 한 결과, 상당수의 학생들이 유추에 의해 문제 해결에 성공하였음을 볼 수 있었다. 학생들의 설문조사 결과를 고려해 볼 때도 사상 단계의 성공이 학생들의 목표 문제의 해결에 상당한 영향을 미친다는 것을 볼 수 있었다. 이는 유추에 의한 개념 학습을 잘 하기 위한 조건으로 사상을 명료화하는 어떤 과정이 필요하다라는 정현옥(2000), 김새로나·이영애(2001)의 결과와 맥락을 같이 하여 문제 해결에서도 사상을 명료화하는 것이 문제 해결의 성공을 용이하게 한다고 할 수 있다. 이러한 결과에 비추어 보았을 때, 학생들에게 유추 추론에 의한 문제해결 지도 시에 사상 과정을 명료화하는 것이 중요함을 시사한다.

둘째, 목표 문제와 근거 문제가 동형인 구조임에도 학생들은 같은 구조를 가지고 있는 동형 문제로 인식하지 못하고 있음을 볼 수 있는데, 이는 같은 동형 문제라도 그 문제를 표상하고 해결함에 있어서 요구되는 기억 부담이 다를 수 있다는 조아정·이영애(2000)의 결과와도 맥락을 같이 한다고 할 수 있다. 또한 학생들은 목표 문제의 성공 이후 새로운 유사한 목표 문제로의 전이에 있어서 높은 성공률을 나타냈는데, 이는 학생들이 사상 단계에서 짚기 경험을 학습한 결과와 원 목표 문제와 새로운 유사 목표 문제가 구조적으로 뿐만 아니라 표면적으로도 유사하기 때문이라고 해석할 수 있다. 이는 표면 유사성과 구조적인 유사성이 같듯이 되지 않는 상황일 때 유추가 성공하기 쉽다라는 Rattermann(1997)의 연구와도 일치한다고 할 수 있다. 그리고 유추에 의한 문제 해결 경험에 의해 스키마가 형성됨을 알 수 있으며, 이는 이론적 배경에서 스키마 형성 단계에서 Novick & Holyoak(1991)의 결과가 지지됨을 알 수 있었다. 중학교 2학년의 경우는 구조적으로 동형인 문제를 유사한 문제로 인식하는 비율이 낮음을 고려해 볼 때 특히, 구조적인 유사성만으로는 중학교 2학년의 경우는 유추 추론의 성공을 기대하기 어렵다고 할 수 있다. 따라서 중학생들의 유추 추론에 의한

문제 해결을 지도할 때 특히 구조적인 유사성과 표면적인 유사성을 모두 고려하는 것이 중요하다고 할 수 있다.

## V. 결론 및 제언

학생들이 어떤 새로운 문제를 해결해야 할 때 이전에 풀었던 비슷한 문제를 생각해 내서 그 해결책을 새로운 문제의 해결에 맞도록 변형시켜 새로운 문제를 해결하는 것은 하나의 문제 해결 전략이기도 하다. 이러한 전략인 유추는 잘 사용하면 새로운 통찰력을 불러일으키고, 복잡한 개념을 이해할 수 있게 하고, 새로운 지식을 익숙하지 않은 영역에 적용할 수 있는 장점을 가지고 있다. 이러한 장점 때문에 유추에 대한 연구가 더욱 의미가 있다고 할 수 있다. 특히, 본 연구는 문제 해결에서 유추 추론 과정을 알아보고자, 유추 추론의 과정별로 학생들의 반응을 고찰하였다. 본 연구를 통하여 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

첫째, 학생들에게 목표 문제를 제시한 뒤, 목표 문제를 해결하지 못하는 학생들에게 근거 문제를 제시하였을 때, 처음 검사에서는 D중학교와 G여중의 학생들의 8.8%, 10.4%가, 두 번째 검사에서는 각 학교의 학생들의 5.5%, 6.1%만이 목표 문제의 해결에 성공할 수 있었다. 즉 이는 학생들이 근거 문제를 인출한 경우만으로는 유추 추론의 성공을 보장한다고 할 수 없음을 시사한다고 할 수 있다. 설문조사의 결과 역시 학생들은 근거 문제와 목표 문제가 비록 동형인 구조를 가지고 있는 문제일지라도 학생들은 이 두 문제가 서로 유사하다고 느끼지 못한다는 것을 알 수 있었다.

둘째, 근거 문제가 제시되었음에도 목표 문제의 해결에 성공하지 못한 학생들을 대상으로 사상의 명료화를 시킨 결과 처음 검사에서는 두 학교 각각 연구 대상 학생들의 56.1%, 58%가, 두 번째 검사에서는 학생들의 71%, 70.2%가 목표 문제의 해결에 성공할 수 있었다. 설문조사에서도 학생들의 상당수가 사상 과정에서 대응되는 성분들을 직접적으로 짚기 한 결과 목표 문제의 해결에서 도움이 된다는 긍정적인 반응을 나타냈다. 이는 사상의 명료화가 학생들의 문제 해결의 수행에 영향을 미친다는 것을 알 수 있었다.

셋째, 두 가지 검사에서 목표 문제의 성공 이후 새로운 유사한 문제로의 전이에서 D중학교에서는 목표 문제를 해결한 학생들의 상당수인 77%, 92%, G여중에서는 80.5%, 91%의 학생들이 새로운 목표 문제의 해결에 성공하였다. 이는 설문 조사의 결과를 고려해 볼 때, 사상 과정에서 짚기 학습한 결과 학생들은 원 목표 문제와 새로운 유사 목표 문제가 유사하다고 인식하게 되었음을 알 수 있었다.

본 연구를 통하여, 유추를 활용한 문제 해결 지도에서 사상의 명료화가 중시되어야 함을 확인할 수 있었다. 마지막으로 후속 연구를 위한 다음과 같은 제언을 하고자 한다. 첫째, 두 가지 검사지에서 3번 문항과 5번 문항이 구조적으로 유사한 동형 문제일 뿐만 아니라 표면적으로도 유사해 보이는 특징을 가지고 있다는 것을 감안해 볼 때, 검사지의 5번 문항의 성공 요인이 대상의 유사성과 구조



적인 유사성이 일치되는 결과가 주된 원인인지 아니면 학생들이 검사지의 4번 문항에서의 짝짓기를 통한 사상의 명료화 결과가 주된 원인인지에 대한 추가적인 분석이 필요하리라 생각된다. 둘째, 본 연구는 중학교 2학년을 대상으로 한 유추 추론 과정에서 적합 단계에서 학생들의 반응에 대한 분석은 고려하지 않았다. 학생들이 적합 단계에서 겪는 어려움에 대해서도 구체적인 분석이 필요하리라 생각된다. 셋째, 본 연구에서는 중학교 2학년 학생들은 구조적인 유사성만으로는 유사성을 쉽게 인식하지 못함을 고찰하였으나, 구조적인 유사성과 표면적인 유사성이 갈등 상황일 때 어느 것이 문제 해결에서 중학교 학생들에게 더 두드러진 속성으로 작용하는지에 대한 분석은 고려되지 않았다. 이에 대한 더 추가적인 분석이 필요하리라 생각된다. 넷째, 본 연구의 두 번째 검사인 문장제에서는 특별히 사상 명료화 단계를 거친 학생들은 유사 목표 문제로의 전이에서 첫 번째 검사지에 있는 문제의 경우보다 높은 성공률을 보였다. 이는 학생들이 문장제의 해결에 특히 어려움을 느낀다는 결과를 고려해 볼 때, 문장제에서 사상 명료화 과정이 구체적으로 어떠한 영향을 미치는지에 대한 추가적인 분석이 필요하리라 생각된다.

## 참 고 문 헌

- 김세로나·이영애. (2001). 사상의 명료화가 유추에 의한 개념학습에 미치는 영향: 개념의 난이도와와의 관계. 한국심리학회지: 실험 및 인지, 13, pp.41-53
- 김영채 (1995). 사고와 문제 해결의 심리학. 서울: 박영사
- 김진화 (2003). 대수 문장제 해결과정에서의 유추적 전이의 효과와 추상적 도식설의 검증. 이화여자대학교 대학원 석사학위 논문.
- 이영애. (1997). 유비사고. 인지과학 8, pp.19-36.
- 이현주·이영애. (2000). 유추가 과학 개념의 학습에 미치는 영향. 한국심리학회지: 실험 및 인지, 12, pp.95-104.
- 정현욱 (2000). 유추에 의한 과학 개념학습 : 그림제시와 사영 훈련간의 비교. 이화여자대학교 심리학과 석사학위 논문
- 조아정·이영애 (2000). 작업기억의 용량이 유추에 의한 과학 개념의 학습에 미치는 영향. 한국심리학회지: 실험 및 인지 12, pp.215-226.
- Bassok, M. (1997) "Two Types of Reliance on Correlation Between Content and Structure in reasoning About Word Problems. In L. D. English(ed), *Mathematical Reasoning-Analogies, Metaphors, and Images* pp.221-246, Lawrence Erlbaum Associates.
- English, L. D. (1997). Children's Reasoning Process in Classifying and Solving Computational Word Problems. In L. D. English(ed), *Mathematical Reasoning-Analogies, Metaphors, and Images* pp.191-220, Lawrence Erlbaum Associates.
- \_\_\_\_\_ & Halford, G. S (1995) *Mathematics Education*, Lawrence, Erlbaum Associates,

Publishers.

- Gick, M. L. & Holyoak, K. J. (1983). Schema induction and analogical transfer. *Cognitive Psychology*, 15, pp.1-38.
- Novick, L. R., & Holyoak, K. J. (1991). mathematical problem solving by analogy. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 17, pp.398-415.
- Rattermann, M. J. (1997) "Mathematical Reasoning and Analogy", L. D. English(ed), *Mathematical Reasoning-Analogies, Metaphors, and Images* pp.247-264, Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Reed, S. K (1989). Constraints on the abstraction of solutions. *Journal of Educational Psychology*, 81, pp.532-540.

### <부록 1> 검사지A

2학년 ( )반 ( )번 이름 ( )

A1. 다음을 간단히 하여라.

$$7 \times 2^{35} + 2^{35}$$

A2. 다음을 간단히 하면 아래와 같다.

①  $7x + x = 8x$

②  $2^m \times 2^n = 2^{m+n}$

A3. 다음을 간단히 하여라.

$$7 \times 2^{35} + 2^{35}$$

A4-1. 2번의 ①을 이용하고자 할 때  $x$ 에 대응되는 것을 무엇이라 하면 될 것인지를 생각하여 ( )안에 알맞은 것을 써넣어라.

$$\begin{array}{c}
 7x + x = ( ) \times x \\
 \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\
 7 \times 2^{35} + 2^{35} = ( ) \times 2^{35}
 \end{array}$$

A4-2. A4-1의 결과와 A2번의 ②를 이용하고자 할 때  $m, n$ 에 대응되는 것이 무엇인지를 생각하여 ( )안에 알맞은 것을 써넣어라.

$$\begin{array}{c}
 2^m \times 2^n = 2^{( )} \\
 \updownarrow \quad \updownarrow \\
 ( ) \times 2^{35} = 2^{( )}
 \end{array}$$

A5. 다음을 간단히 하여라.

$$8 \times 3^{32} + 3^{32}$$

## &lt;부록 2&gt; 설문지B

2학년 ( )반 ( )번 이름 ( )

◆ 다음의 설문지를 읽으시고 해당되는 항목을 고르시오.

B1. A1번의 문제를 보았을 때 A2번의 문제와 유사하다는 생각이 들었나요?

- ① 전혀 그렇지 않다    ② 별로 그렇지 않다    ③ 보통이다  
 ④ 약간 그러했다    ⑤ 아주 그러했다

☞ 다음 문항부터는 해당되는 사람만 합니다.

B2. A3번을 해결하는데 A2번이 도움이 되었나요?

- ① 전혀 그렇지 않다    ② 별로 그렇지 않다    ③ 보통이다  
 ④ 약간 그러했다    ⑤ 아주 그렇다

B3-1. A4-1번에서 A2번의 ①을 이용하고자 할 때  $x$ 에 대응되는 것을 쉽게 찾을 수 있었나요?

- ① 전혀 그렇지 않다    ② 별로 그렇지 않다    ③ 보통이다  
 ④ 약간 그러했다    ⑤ 아주 그렇다

B3-2. A4-2번에서 A2번의 ②를 이용하고자 할 때  $m, n$ 에 대응되는 것을 쉽게 찾을 수 있었나요?

- ① 전혀 그렇지 않다    ② 별로 그렇지 않다    ③ 보통이다  
 ④ 약간 그러했다    ⑤ 아주 그러했다

B4. A4-1과 A4-2를 해결한 후에 3번의 문제가 이해되었나요?

- ① 전혀 그렇지 않다    ② 별로 그렇지 않다    ③ 보통이다  
 ④ 약간 그러했다    ⑤ 아주 그러했다

B5. A5번의 문제를 처음 보았을 때 A3(또는 A1)번의 문제와 유사하다고 생각되었나요? (모두)

- ① 전혀 그렇지 않다    ② 별로 그렇지 않다    ③ 보통이다  
 ④ 약간 그러했다    ⑤ 아주 그러했다

B6. A5번의 문제를 해결하는데 A4번까지의 문제를 해결한 것이 도움이 되었나요?

- ① 전혀 그렇지 않다    ② 별로 그렇지 않다    ③ 보통이다  
 ④ 약간 그러했다    ⑤ 아주 그러했다

B7. A5번의 문제가 A3번의 문제와 유사하다고 생각이 되었는데도 A5번의 문제를 해결하지 못한 이유는 무엇이라고 생각하십니까? (B6번에서 ④, ⑤라고 답했으면서도 A5번을 해결하지 못한 경우)

- ① 5번까지 풀었는데도 3번의 문제가 이해되지 않아서  
 ② 기타 (그 이외의 경우는 이유를 써 주세요)

### <부록 3> 검사지C

2학년 ( )반 ( )번 이름 ( )

C1. 다음을 구하여라 (밴드행진 문제)

D 중학교 밴드 팀은 축제를 위해 열심히 연습 중이다. 처음에 12줄씩 행진을 하면, 장나라가 맨 뒤에 혼자서 남겨진다. 밴드 지휘자는 한 줄에 오직 한 명이 있는 것이 보기가 좋지 않아서 화가 났고, 장나라 또한 기쁘지 않았다. 이 문제를 없애기 위해, 밴드 지휘자는 밴드 구성원들에게 한 줄에 8명씩 행진하라고 말했다. 그러나 여전히 장나라 혼자 남았다. 심지어 밴드가 한 줄에 3명씩 행진할 때조차도 장나라는 혼자 남았다. 마침내 장나라가 화가 나서, 모든 줄이 맞도록 하기 위해 5명씩 행진하자고 밴드 지휘자에게 말했다. 이렇게 하면, 모든 줄이 맞았으며, 장나라는 더 이상 혼자 남지 않았다. 밴드 팀은 45명 이상이고 200명 이하일 때, D 중학교 밴드 부원은 모두 몇 명인가?

C2. 다음을 구하면 다음과 같다. (정원 문제)

김씨 부부는 새 정원에 식물을 심는 방법에 대해 계획하고 있다. 부부는 사야 할 식물의 개수에는 동의를 했으나, 각 종류를 얼마만큼 사야하는지는 동의를 하지 못했다. 김씨는 식물을 적게 사더라도 각 종류 당 10개씩 사기를 원했고, 김씨 부인은 각 종류 당 4개씩 사서 다양한 종류를 사기를 원했다. 그러자 김씨가 만약 식물들 중 일부가 죽게 되면, 각 종류가 별로 남지 않게 되기 때문에 이 의견에 별로 찬성을 하지 않았다. 그래서 김씨 부부는 각 종류 당 5개씩 사기로 했다. 그러자, 딸이 그렇게 사면 (각 종류 당 5개씩 사면) 2개를 더 심을 공간이 있고, 각 종류 당 같은 수는 되지 않는다고 말했다. 이것을 해결하기 위해서는 각 종류 당 6개씩 사면 된다고 딸이 말했다. 그러자 김씨 가족은 이 계획에 만족했다. 그러면 이러한 정보를 가지고 김씨네 정원에 심을 수 있는 식물의 최소의 개수를 구하여라.

(풀이)

김씨 부부는 사야 할 전체 식물의 개수에는 동의를 했기 때문에, 10, 4, 5는 모두 구하는 수를 나누어야 한다. 그리하여 우선 이러한 3개의 수(10, 4, 5)에 의해 모두 나누어지는 최소의 수를 구해야 한다. 즉 20이다. 그리하여 김씨네 부부가 처음 사려고 생각하고 있는 처음 식물의 개수는 20의 배수일 것이다. (즉, 20, 40, 60, 80, ...) 그러나 2개의 식물을 더 사기로 결정했기 때문에 처음 사기로 결정한 식물의 수보다 2가 더 많다 (즉, 22, 42, 62, 82, ...). 그 결과 10, 4, 5는 더 이상 구하고자 하는 수를 나누지 않는다. 그리고 문제에서 각 종류 당 6개씩을 사기로 했기 때문에, 구하고자 하는 수는 6에 의해 나누어지는 수라는 뜻이다. 6에 의해 나누어지는 최소의 식물의 수는 42이다.

C3. 다음을 구하여라. (밴드 행진 문제)

D 중학교 밴드 팀은 축제를 위해 열심히 연습 중이다. 처음에 12줄씩 행진을 하면, 장나라가 맨 뒤에 혼자서 남겨진다. 밴드 지휘자는 한 줄에 오직 한 명이 있는 것이 보기가 좋지 않아서 화가 났고, 장나라 또한 기쁘지 않았다. 이 문제를 없애기 위해, 밴드 지휘자는 밴드 구성원들에게 한 줄에 8명씩 행진하라고 말했다. 그러나

여전히 장나라 혼자 남았다. 심지어 밴드가 한 줄에 3명씩 행진할 때조차도 장나라는 혼자 남았다. 마침내 장나라가 화가 나서, 모든 줄이 맞도록 하기 위해 5명씩 행진하자고 밴드 지휘자에게 말했다. 이렇게 하면, 모든 줄이 맞았으며, 장나라는 더 이상 혼자 남지 않았다. 밴드 팀은 45명 이상이고 200명 이하일 때, D 중학교 밴드 부원은 모두 몇 명인가?

C4. 다음의 표를 완성하여 보아라. (밴드 행진 문제 부분만 하면 됩니다)

	정원 문제	밴드행진 문제	조개 문제
무엇을 구해야 하나?	식물의 수		
같은 나머지를 가지고 있는 약수는	10, 4, 5		
그 때의 나머지는	2		
나머지가 0인 약수는	6		
제한 조건은	최소의 수		
먼저 무엇의 최소공배수를 구해야 하나?	10, 4, 5		
우리가 구해야 하는 수를 말로 나타내 보면?	20의 배수에 2를 더한 수로서 6의 배수인 수		
정답은?	42		

(정원 문제를 그려보면 다음과 같다)

<p>10개 ○○○○ ○○○○</p> <p>○○○ ○○○○</p> <p>○</p> <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/> <p>○○○ ○○○○</p> <p>○○</p>	<p>4개 ○○○○</p> <p>○○○○</p> <p>○</p> <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/> <p>○○○○</p> <p>○○</p>	<p>5개 ○○○○○</p> <p>○○○○○</p> <p>○</p> <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/> <p>○○○○○</p> <p>○○</p>	<p>6개 ○○○○○○</p> <p>○○○○○○</p> <p>○</p> <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/> <p>○○○○○○</p> <p>○○</p>
---	---	--	---

C5. 다음을 구하여라 (조개 문제) - 위의 표를 이용해도 된다

지원이의 엄마는 지원이가 얼마나 많은 조개를 가지고 있는지를 물었다. 지원이는 확실하지는 않지만, 약 80에서 550개 사이일 것이라고 말했다. 그리고 이것을 7개씩 세면, 하나도 남지 않았지만, 이것을 5개씩, 6개씩, 9개씩, 10개씩 세면, 항상 4개씩이 남았다. 지원이의 엄마는 즉시 지원이가 얼마나 많은 조개를 가지고 있는지를 말했다. 지원이의 엄마가 알아낸 수는 얼마일까?

### <부록 4> 검사지D

2학년 ( )반 ( )번 이름 ( )

◆ 다음의 설문지를 읽으시고 해당되는 항목을 고르시오.

D1. C1번의 문제를 보자마자 예전에 풀어 본 유사한 문제(문장제)가 떠올랐나요?

- ① 전혀 그렇지 않다    ② 별로 그렇지 않다    ③ 보통이다  
④ 약간 그러했다    ⑤ 아주 그러했다

☞ 다음 문항부터는 해당되는 사람만 합니다.

D2. C2번을 읽었을 때 C1번의 문제와 유사하다는 생각이 들었나요?

- ① 전혀 그렇지 않다    ② 별로 그렇지 않다    ③ 보통이다  
④ 약간 그러했다    ⑤ 아주 그렇다

D3. C3번을 해결하는 데 C2가 도움이 되었나요?

- ① 전혀 그렇지 않다    ② 별로 그렇지 않다    ③ 보통이다  
④ 약간 그러했다    ⑤ 아주 그렇다

D4. C4번의 표를 완성하기는 쉬웠나요?

- ① 전혀 그렇지 않다    ② 별로 그렇지 않다    ③ 보통이다  
④ 약간 그러했다    ⑤ 아주 그러했다

D5. C5번 문제를 읽었을 때 C3번(또는 C1)의 문제와 유사하다는 생각이 들었나요? (모두)

- ① 전혀 그렇지 않다    ② 별로 그렇지 않다    ③ 보통이다  
④ 약간 그러했다    ⑤ 아주 그러했다

D6. C5번을 해결하는데 C4번의 표를 이용하는 것이 도움이 되었나요?

- ① 전혀 그렇지 않다    ② 별로 그렇지 않다    ③ 보통이다  
④ 약간 그러했다    ⑤ 아주 그러했다

D7. C5번의 문제가 C3번의 문제와 유사하다고 생각이 되었는데도 5번의 문제를 해결하지 못한 이유는 무엇이라고 생각하십니까? (5번에서 ④, ⑤라고 답한 경우만)

- ① 4번도 이해가 되지 않아서  
② 기타 (그 이외의 경우는 이유를 써 주세요)