

초등학교 중학년(3~4학년)에 활용할 수 있는 수학 영재교육 학습 자료 개발

김 해 규 (제주교육대학교)

강 수 경 (구엄초등학교)

현재 우리 나라에서는 과학영재교육원을 설립하여 초·중학생을 대상으로 영재 교육 프로그램을 운영하고 있다. 하지만 실제 초등학생보다는 중학생에 초점을 두고 이루어지고 있으며 프로그램의 내용 역시 일반화되어 있지 못하다. 특히 영재교육진흥법과 시행령이 통과되어 올해부터 영재 학교·학급이 운영되고 있는 현시점에서 영재들을 교육시킬 교수·학습자료의 개발이 절실히 요구되고 있다.

따라서 문제해결력중심, 수학실험중심, 수학탐구중심이면서 수학분야에 흥미가 있고 재능이 있는 아동들에게 수학적인 힘을 강화하고 자발적인 학습 태도를 배양시킬 수 있는 초등학교 중학년 영재아들을 위한 학습자료를 개발하는데 이 연구의 목적이 있다.

I. 서론

1. 연구의 필요성 및 목적

21세기는 지식 집약적 정보 사회로서 독자적이고 창의적인 지식과 기술 없이는 국가 간의 경쟁 속에서 이겨낼 수 없다. 따라서 독자적인 지식과 기술을 창조할 고급 두뇌를 확보하는 일은 국가의 미래를 결정짓는 중대한 사항으로 '미래의 지배자는 자원도 자본도 무기도 아닌 두뇌' 라는 미래학자 Toeffler의 말에서처럼 영재교육의 중요성은 점차 부각되고 있다.

영재 교육의 필요성을 한국 영재 교육의 필요성이라는 관점에서 정리해 볼 때 크게 세 가지로 요약할 수 있다.(김태영, 2001)

첫째, 고급두뇌 또는 고급 인력을 확보하기 위해서 영재교육이 필요하다. 즉, 장차 국가에서 또는 기업에서 필요로 하는 잘 교육되고 유능한 인재를 확보하기 위해서이다.

둘째, 교육의 효율성 측면에서 영재교육이 필요하다. 영재는 다른 보통 학생이나 지진학생과는 다른 프로그램과 방법으로 교육하는 것이 영재 자신을 위해서 뿐 아니라 나머지 학생을 위해서도 바람직한 것이다.

셋째, 한 개인의 자아실현이란 관점에서 영재 교육이 필요하다. 영재는 다른 사람에 비하여 보다 풍부한 잠재가능성을 가지고 있고 개인적인 포부도 원대한 편이다. 그러한 포부와 능력을 십분 발휘

하고 펼침으로써 개인적으로는 가치 있는 삶을 누릴 수 있고 사회적으로는 사회와 국가에 공헌할 수 있다.

이처럼 영재 교육은 장차 필요로 하는 고급인력을 확보하고 교육의 효율성을 높이고 학생들의 자아실현을 더욱 잘 지원해 주기 위해서 시급히 해결해야 할 과제이다.

이러한 필요성에 의해 우리 나라에서도 1995년 '5·31 교육개혁' 조치에 의하여 영재교육강화가 제안되고 논의되기 시작하였고 2000년 영재교육진흥법(2000.1.28), 2002년 영재교육진흥법시행령(2002.4.18)이 공포되었으며, 특히 2002년에는 중앙영재교육진흥위원회를 설치하고, 국·공립 초·중·고교에 1000개 이상의 영재학급을 개설해 운영한다는 계획을 발표했다. 또한 각 대학에 과학영재교육원을 설립하여 초·중학생을 대상으로 영재 프로그램을 운영하고 있지만 실제 과학영재교육원은 초등학생보다는 중학생에 초점을 두고 이루어지고 있으며 프로그램의 내용 역시 일반화되고 있지 못하다. 특히 올해부터 공교육 차원에서 영재학교·학급이 운영되고 있는 시점에서 영재들을 교육시킬 교수·학습자료의 개발은 절실하며 초등학교 영재아들을 위한 학습 자료를 개발하여 활용할 필요가 있다.

이에 본 연구는 수학영재 교육의 기본 이론과 개발된 프로그램들을 고찰해 보고 영재교육진흥법 실시에 따라 문제해결력중심, 수학실험중심, 수학탐구중심이면서 수학분야에 흥미가 있고 재능이 있는 아동들에게 수학적인 힘을 강화하고 자발적인 학습 태도를 배양시킬 수 있는 초등학교 중학년 영재아들을 위한 학습자료를 개발하는데 이 연구의 목적이 있다.

2. 연구 문제

본 연구는 위에서 제시한 연구의 필요성 및 목적에 의하여 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다.

- 가. 수학 영재의 정의, 수학 영재 교수학습 모형 등 영재교육에 관한 기본 이론을 탐색한다.
- 나. Renzulli의 3부 심화학습 모형과 Treffinger의 자기 주도적 학습 모형에 따른 초등학교 중학년에 활용할 수 있는 수학 영재교육 학습 자료를 구안한다.
- 다. 일반 교육과정을 바탕으로 속진보다는 심화를 통해 수학영재아들의 행동 특성인 '수학적인 성향'을 충족시킬 수 있는 문제해결력중심, 수학실험중심, 수학탐구중심의 학습 자료를 구안한다.

3. 연구의 제한점

본 연구의 결과를 일반화하는데 있어 고려해야 할 연구의 제한점은 다음과 같다.

- 가. 본 연구에서 제시하는 자료는 학교 교육 과정과 연계한 프로그램으로 일반 학교에서의 영재 교육을 목적으로 하고 있다. 따라서 전문적인 영재 교육을 요구하는 다른 수준의 영재 아동에게는 적합하지 않을 수도 있다.
- 나. 개발된 자료들에 대한 검증의 과정이 없다. 따라서 프로그램의 타당성을 분석하기 위해서는 적용·검증에 대한 후속적인 연구가 필요하겠다.

II. 이론적 배경

1. 수학 영재아의 이해

가. 영재의 정의

1) 1972년 미국 교육부 정의(전경원, 2002)

영재는 전문가에 의하여 뛰어난 능력으로 인하여 훌륭한 성취를 할 것으로 보이는 사람으로 판별된 아동이다. 영재들은 자신과 사회에 기여할 수 있도록 하기 위해서는 정규학교 프로그램 이상의 변별적 교육 프로그램과 서비스를 필요로 한다.

2) 렌줄리의 정의

영재성이란 고도의 일반적인 지적 능력, 창의성, 과제집착력이라는 세 가지 요인이 개인의 인성과 주변 환경의 영향을 받아 특정 분야에서 특출한 과업 수행을 해 낼 수 있는 역량과 그 가능성이라고 정의한다.

Renzulli에 따르면 영재는 지능이 전체 학생의 상위 15~20%에 해당하는 것으로 정의하고 있으며, 특히 지적 능력, 창의성, 과제집착력의 세 영역에서 적어도 상위 15%에 속하고, 이 중 한 영역에서는 상위 2% 이내에 속하는 학생을 영재로 정의하고 있다(전병일, 2002, 재인용).

나. 수학 영재성의 정의와 행동적인 특성

“수학영재란 수학 영역에서 뛰어난 업적을 이루었거나 이를 가능성이 있는 사람으로 정규 학교 프로그램 이상의 교육프로그램과 서비스를 필요로 하는 사람”으로 정의하고 있다.(전병일, 2002, 재인용)

수학 영재성이란 수학이라는 특수 학문 분야에 국한하여 나타내는 영재성을 말하며, 영재성에서 확인된 3가지 요인 - 즉, 고도의 일반적인 지적 능력, 창의력, 과제집착력-이 수학분야에서의 영재성에도 나타나며, 수학 영재에게는 일반적인 영재의 행동특성만으로는 구분해 낼 수 없는 별도의 어떤 독특한 특성이 있다.

NCTM에서는 수학 영재들이 가지고 있을만한 가능한 행동 특성을 크게 일반적 행동특성, 학습 행동 특성, 창의적 행동 특성, 수학적 행동 특성의 4가지로 나누고 있는데 그 중 수학적 행동 특성을 살펴보면 다음과 같다.(전병일, 2002, 재인용)

- 수에 대한 조기의 호기심과 이해
- 수와 공간적 관계에 대한 논리적이고 상징적인 사고능력
- 수학적 패턴, 구조, 관계 그리고 연산에 대한 지각과 일반화하는 능력
- 분석적, 연역적, 귀납적으로 추론하는 능력
- 수학적 추론을 간략화하고, 합리적이고 경제적인 해를 찾는 능력

- 수학적 활동에서 지적 처리과정의 유연성과 가역성
- 수학적 기호, 관계, 증명, 풀이 방법 등을 기억하는 능력
- 학습한 것을 새로운 상황에 적용하는 능력
- 수학적 문제를 풀이하는 데 있어서의 활동력과 지속성
- 수학적 지각력

2. 영재 교수-학습 방법론(전경원, 2000)

가. Renzulli의 3부 심화학습 모델

Renzulli의 3부 심화학습 모델은 영재를 위한 심화 학습 모형의 가장 대표적인 이론으로 영재로 판별된 아동 외에 일반 학생에게도 적용할 수 있는 포괄적인 모형이다. 실제로 미국의 초·중·고교의 70~80%가 이 모델을 이용하여 영재들을 교육하고 있다. 이 모델은 이전의 영재 프로그램이 주 대상으로 삼았던 상위 3~5%보다는 좀 더 많은 15~20% 학생을 대상으로 다양한 형태와 수준의 심화 학습 프로그램을 제공한다.

첫째, 1부 심화단계는 탐구 활동 중심의 교육과정으로 영재로 하여금 그가 관심을 갖고 있는 문제를 연구하도록 유도하는 것이다. 이 단계에서의 활동은 토론, 조사 등으로 다양한 주제에 접하게 하며, 학생들의 아이디어를 내면화 시켜주고 이것이 확대되면 더 본격적인 연구로 이어지게 된다.

둘째, 제2부 심화는 영재로 하여금 교과를 보다 잘 학습 할 수 있도록 특별한 기능을 연마시키는 과정이다. 이 훈련 중에는 문제해결 전략, 창의적 사고 활동 등이 포함되며 게임, 토론, 실습 등이 이루어진다.

셋째, 3부 심화에서는 실제 문제를 개별적으로 또는 소단위 그룹으로 조사하는 과정으로 무엇을 배우는 단계에서 새로운 것을 생산하는 단계로 넘어간다. 또한 전문가가 문제를 해결해 나가는 과정을 그대로 경험해 보고 그 결과를 전문가들에게 발표한다.

나. Treffinger의 자기 주도적 학습 모형

자율적인 학습을 주관할 수 있는 일련의 기술을 발달시켜 주는 것을 가장 큰 목표로 하는 것으로 교사 주도 단계와 자기 주도 단계로 나눌 수 있다. 첫째, 교사 주도학습 1단계에서는 교사가 모든 교육과정(교육내용, 방법)을 개발하고 처방 실시한다. 둘째, 자기주도학습 1단계는 교사가 학습자 수준에 맞게 대안적 활동을 제시하고 학생이 반응할 수 있는 기회를 제공한다. 셋째, 자기주도학습 2단계는 교사와 학생이 함께 교육과정을 개발하고 학생들이 능동적인 의사결정을 할 수 있도록 도움을 제공한다. 마지막 자기주도학습 3단계는 학생주도 학습 3단계로 학생들이 교육과정을 스스로 개발, 선택하고 교사는 필요한 경우에 보조자로서 도움을 제공한다.

3. 다른 나라의 영재 교육과 시사점¹⁾

미국의 경우 1994년에 제정된 영재 교육법에 근거하여 영재교육을 실시하고 있으며 싱가포르의 경우는 교육부에 영재교육담당 전문부서가 설치되어 체계적으로 영재 교육을 실시하고 있다. 독일의 경우는 1988년부터 영재학술원을 운영하여 영재와 전문가의 교류를 유도하고 있다. 이스라엘의 경우는 그 어떤 나라보다도 체계적인 영재교육을 실시하고 있다. 1973년 교육부에 영재교육과가 설치되었으며, 상위 3% 이내의 모든 학생에게 초등학교 2~3학년부터 영재교육을 실시하고 있다. 중국의 경우도 1978년부터 영재아동을 위한 교육을 체계적으로 실시하고 있는데 이를 위해 전국에 50여 개의 실험학교를 설치 운영하고 있다.

이처럼 우리 나라에 비해 일찍 시작된 다른 나라의 영재 교육을 살펴봄으로써 이제 막 걸음마를 시작하는 우리의 영재교육에 많은 시사점을 얻고자 하며 여기에서는 영재교육의 교수-학습 방법 및 교육과정에 대해서만 살펴보려고 한다.

<표 1> 주요 외국의 초등 영재교육과정 현황

나라명	교육방법	주요 내용	운영 방법	운영 형태
미 국		<ul style="list-style-type: none"> 창의성, 문제 해결력을 강화하기 위한 기술 습득에 중점 다양한 교육과정과 풍부한 교재 	심화학습, 속진학습	<ul style="list-style-type: none"> 영재학교 영재학급 영재교육센터
이스라엘		<ul style="list-style-type: none"> 간학문적 접근방법 사용(과학과 예술의 접목) 	속진도 있지만 주로 심화학습에 초점	<ul style="list-style-type: none"> 방과 후 심화학습 영재교육센터 주중 1일 영재교육 센터 일반 학교 내의 영재학급 영재학교
러 시 아		<ul style="list-style-type: none"> 아동의 흥미와 적성을 고려하여 씨클별 개별지도 	심화학습, 속진학습	<ul style="list-style-type: none"> 영재학교 영재학급(능력별 학급 편성제도)
중 국		<ul style="list-style-type: none"> 창의력 신장과 1인 1재능 신장에 중점 	속진을 기본으로 창의적 문제해결력 신장을 위해 심화학습도 실시	<ul style="list-style-type: none"> 학교 단위의 영재학급
싱가포르		<ul style="list-style-type: none"> 심화를 기본으로 하여 교육과정의 개별화를 도모 	정규교과 내용을 기본으로 한 심화학습	<ul style="list-style-type: none"> 일반 학교 안에서 상설 영재학급

외국의 영재교육 모습에서 우리는 다음과 같은 시사점을 얻을 수 있다.

첫째, 교육 내용면에서 간학문적이고 통합적인 접근을 하고 있다는 점이다. 수학, 과학 등의 영역

1) 구자익외 5인(2002), 동서양 주요국가들의 영재교육, 문음사 내용을 요약, 보완한 것임

에 대한 깊이 있고 전문적인 지식뿐만 아니라 수학, 과학, 인문, 사회, 예술 등을 연결하는 간학문적이고 통합적인 접근을 강조해야 할 필요가 있다.

둘째, 초등 영재교육 방법 면에서 지식을 주입하기보다는 창의성과 문제 해결력 신장을 위한 교육 프로그램을 실시하고 있다. 개인 조사연구, 현장 조사, 프로젝트 등을 통해 학생 주도적인 학습을 강조하고 있다. 지식을 배우게 하는 것만이 아니라 스스로 지식을 습득할 수 있는 능력을 길러주기 위해 교수-학습 방법들을 하고 있다.

셋째, 운영 방법면에서 심화학습이나 속진 학습이나 분명하게 구분되지는 않지만 대부분 나라에서 심화학습에 초점을 두고 있으며 지적 능력이 매우 뛰어난 학생인 경우나 일부 영역에 있어서는 속진을 허용하기도 한다. 하지만 무엇보다 중요한 것은 속진과 심화의 조화로운 운영일 것이다.

4. 연구 개발된 우리 나라 영재 교육 프로그램

가. 한국교육개발원에서 2002년 이전까지 개발된 프로그램(전병일, 2002)

개발연도	주제명	대상학년	개발기관
1992년	확률의 신비	3-6학년	한국교육개발원
	측정의 세계	3-6학년	
1993년	생각하는 수학 공부	4, 5, 6학년	한국교육개발원
	문제 해결의 지혜	4, 5, 6학년	대한 교과서(주)
1996년	수의 세계 탐구 I	고학년용	한국교육개발원
1998년	통계와 우리 생활	고학년용(4-6학년용)	한국교육개발원
	도형이의 수학 여행	고학년용(4-6학년용)	
1999년	생활 속의 기하	저학년용(2-3학년용)	한국교육개발원
	수학 만들기	저학년용(2-3학년용)	
2000년	바다갈기를 통한 수학적 미의 탐구	고학년용(4-6학년용)	한국교육개발원

나. 영재 학교·학급용 프로그램

작년부터 영재교육진흥법이 발효됨에 따라 전국적으로 시·도 교육청 주관으로 영재학급이 편성 운영되기 시작했다. 하지만 기존의 자료는 학년별로 개발되지 않고 몇 개 학년이 통합된 형태로 개발되었기 때문에 학년별로 영재교육이 이루어지는 현장에서는 사용하기에 불편한 점이 있었다. 따라서 학년별로 영재교육이 이루어지는 현장에서 손쉽게 활용할 수 있는 자료가 요구되어진다는 필요성에 의해 서울을 제외한 전국 15개 시·도 교육청에서 한국교육개발원에 개발을 위탁하여 2003년 4·5·6학년 수학, 과학 자료가 개발되어 나왔다. 따라서 이 개발된 자료를 분석하여 그 결과를 자료개발의 방향에 놓고자 하며 여기에서는 4학년 대상의 수학 프로그램을 대상으로 분석하였다.

1) 시·도 교육청 주관의 영재학교·학급용으로 개발된 프로그램은 4, 5, 6학년용으로 학년별로 개발되었다. 하지만 영재교육을 유치원 단계에서부터 도입하는 외국의 경우에서 볼 수 있듯이 초등학

교 저학년에서부터 실시하는 것이 좋다고 했을 때 초등학교 6년의 과정을 완전히 구분하는 것 보다 발달 단계가 비슷한 저·중·고학년으로 나누는 것이 더 효율적일 것이다. 따라서 4학년 만을 위한 자료가 아닌 중학년(3~4학년) 자료 개발이 필요하다.

2) 영재 학교·학급용 프로그램은 제7차 수학과 교육과정에 준하여 6개 영역을 포함하려고 하고 있으나 미흡한 부분도 나타나고 있다. 개발된 자료를 보면 아래 표와 같이 수와 연산, 도형, 문자와 식 영역에 치우쳐 있는 것을 볼 수 있다. 물론 초등학교 수학 3, 4 단계에서 교육과정은 수와 연산, 도형 부분이 비중을 많이 차지하고 있는 것은 사실이다. 하지만 4-나 단계에서 확률과 통계가 도입되고 있기 때문에 이에 대한 자료 개발도 필요하며 규칙성과 함수 영역에 대한 개발도 이루어져야 할 것이다. 또한 수와 연산 영역에 있어 교육과정 3-나 단계에서 도입되고 있는 소수에 대해 한국교육개발원 자료 '나는 야, 계산도사!'에서 잠시 다루고 있지만 소수에 대한 자료가 좀더 보충될 필요가 있다. 그리고 도형 영역에 있어 역시 3-나 단계에서 도입되는 원에 대한 자료와 4-나 단계에서 도입되는 어림수에 대한 내용이 없다.

<표 2> 영재 학교·학급용 프로그램에 반영된 제7차 수학과 교육과정

영역	주제	교육과정					
		수와 연산	도형	측정	확률과 통계	문자와 식	규칙성과 함수
1 영역	• 내가 만드는 새로운 곱셈과 나눗셈	○					
	• 멋있는 타일 붙이기		○				
	• 평면도형에서 각도의 크기 구하기		○				
	• 거북이와 함께하는 도형 그리기		○				
	• 무게의 단위는 어떤 것이 있을까?			○			
	• 계산기 보다 빠르게!	○					
	• 나는 야, 계산 도사!	○					
	• 반은 어떻게 나타낼까요?	○					
	• 프로야구 경기수를 알아보세요						○
	• 앓, 곱셈구구에도 이런 규칙이?	○					
2 영역	• 성냥개비와 함께 가는 도형 나라 탐험(1)		○			○	
	• 성냥개비와 함께 가는 도형 나라 탐험(2)		○			○	
	• 콘도형이라고 부르면 어떨까요?		○				
	• 계산기와 함께하는 수의 나라 탐험	○					
	• 달력에 들어 있는 수학 규칙(1)					○	
	• 달력에 들어 있는 수학 규칙(2)					○	
	• 100수표 속에 숨어 있는 규칙을 찾아라					○	
	• 그림을 이용하여 문제를 해결하기					○	
3 영역	• 수학 기네스북 만들기	○		○			

Ⅲ. 학습자료의 개발

1. 제7차 초등 수학과 교육과정 분석(교육부, 1997)

가. 수와 연산 영역

내용 단계		내용	심화과정	단원
3	가	<ul style="list-style-type: none"> • 1000까지 수 • 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈 • 나눗셈의 도입 • 곱셈과 나눗셈 • 곱셈과 나눗셈의 활용 • 분수의 이해 	주어진 조건을 이용하여 곱셈, 나눗셈이 관련된 문제 만들고 해결하기	<ul style="list-style-type: none"> • 10000까지 수 • 덧셈과 뺄셈 • 나눗셈 • 곱셈 • 분수
	나	<ul style="list-style-type: none"> • 네 자리 수의 덧셈과 뺄셈 • 곱셈과 나눗셈 • 단위분수와 진분수 • 소수의 이해 	분수나 소수에 관련된 문제 해결하기	<ul style="list-style-type: none"> • 덧셈과 뺄셈 • 곱셈 • 나눗셈 • 분수와 소수

내용 단계		내용	심화과정	단원
4	가	<ul style="list-style-type: none"> • 다섯 자리 이상의 수 • 자연수의 사칙계산 • 여러 가지 분수 • 분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈 	큰 수와 관련된 자료를 모아 문제 만들고 해결하기	<ul style="list-style-type: none"> • 큰 수 • 곱셈과 나눗셈 • 혼합 계산 • 분수
	나	<ul style="list-style-type: none"> • 비와 몫으로서 분수 • 소수 세 자리 수의 이해 • 분수, 소수의 크기 비교 • 소수의 덧셈과 뺄셈 	분수와 소수가 관련된 실생활 문제 해결하기	<ul style="list-style-type: none"> • 분수 • 소수 • 소수의 덧셈과 뺄셈

나. 도형 영역

내용 단계	내용	심화과정	단원
3	가 <ul style="list-style-type: none"> • 각과 평면도형 • 평면도형의 이동에서 공간 감각 기르기 	움기기, 뒤집기, 돌리기 등의 활동을 통하여 제시된 평면도형이나 무늬가 어떤 과정을 거쳤는지 설명하기	<ul style="list-style-type: none"> • 평면도형 • 도형 움직이기
	나 <ul style="list-style-type: none"> • 원의 구성 요소 • 거울을 통한 공간 감각 기르기 	지름과 반지름을 이용한 문제 해결	<ul style="list-style-type: none"> • 도형
4	가 <ul style="list-style-type: none"> • 각과 여러 가지 삼각형 • 삼각형과 사각형에서 내각의 크기 	삼각형의 각과 관련된 여러 가지 문제 해결하기	<ul style="list-style-type: none"> • 각도 • 삼각형
	나 <ul style="list-style-type: none"> • 여러 가지 사각형 • 수직과 평행 • 간단한 다각형과 정다각형 • 여러 가지 모양 만들기 	실생활에서 여러 가지 사각형이 활용된 예 찾기	<ul style="list-style-type: none"> • 수직과 평행 • 사각형과 도형 만들기

다. 측정 영역

내용 단계	내용	심화과정	단원
3	가 <ul style="list-style-type: none"> • 길이(mm, km) • 시간(시, 분) • 분 단위까지 시간의 덧셈과 뺄셈 	생활에서 사용되는 여러 가지 시간표를 수집하여 문제 만들고 해결하기	<ul style="list-style-type: none"> • 길이와 시간
	나 <ul style="list-style-type: none"> • 길이 • 길이의 덧셈과 뺄셈 	생활에 자주 사용되는 그릇의 길이를 알고 활용	<ul style="list-style-type: none"> • 길이재기
4	가 <ul style="list-style-type: none"> • 시간(분, 초) • 초 단위까지 시간의 덧셈과 뺄셈 • 각도 • 무게 • 무게의 합과 차 	우리 나라 고유의 무게 단위 조사	<ul style="list-style-type: none"> • 시간과 무게
	나 <ul style="list-style-type: none"> • 어렵하기(반올림, 올림, 버림) 	어렵으로 나타난 실생활의 통계 자료를 수집하고 그 의미 이해하기	<ul style="list-style-type: none"> • 어렵하기

라. 확률과 통계 영역

내용 단계	내용	심화과정	단원
3	가	.	.
	나	• 자료의 수집, 정리, 막대그래프로 나타내기	같은 자료를 두세 가지의 표나 그래프를 사용하여 나타내고 비교, 설명하기
4	가	.	.
	나	• 꺾은선 그래프 • 여러 가지 그래프로 나타내기	실생활에서 필요한 자료를 수집하고 정리하여 표로 작성하고 그 자료의 특성을 나타내는 그래프로 표현하기

마. 문자와 식 영역

내용 단계	내용	심화과정	단원	
3	가	.	.	
	나	• 문제를 규칙찾기, 예상과 확인 등 여러 가지 방법으로 해결하기 • 문제 해결의 과정 설명하기	하나의 문제를 다양한 전략으로 해결	• 문제 푸는 방법 찾기
4	가	• 문제를 단순화하기 등 여러 가지 방법으로 해결하기	간단한 혼합계산과 관련된 문제 만들어 해결하기	• 문제 푸는 방법 찾기
	나	• 다양한 문제를 적절한 방법으로 해결하기	하나의 문제를 두세 가지 방법으로 해결하고 그 방법 비교하기	• 문제 푸는 방법 찾기

바. 규칙성과 함수

내용 단계	내용	심화과정	단원	
3	가	.	.	
	나	• 규칙에 따라 여러 가지 무늬 꾸미기	두 가지 종류의 도형으로 여러 가지 무늬 꾸미기	• 도형
4	가	• 다양한 변화의 규칙을 수로 나타내고 설명하기 • 규칙을 추측하고 말이나 글로 표현하기	수로 나타낸 다양한 변화의 규칙을 다시 구체물로 배열하기	• 문제 푸는 방법 찾기
	나	• 규칙과 대응	두 양 사이에서 대응 규칙을 찾아 이를 활용하여 문제해결하기	• 문제 푸는 방법 찾기

2. 학습 자료 개발의 기본 방향

본 연구에서는 영재교육진흥법과 Renzulli의 정의를 기초로 하여 “수학영재라 함은 수학적 재능이 뛰어난 사람으로서 타고난 잠재력을 계발하기 위하여 각 개인의 능력과 소질에 맞는 특별한 교육을 받아야 할 필요가 있는 사람”으로 정의하고자 하며 수학적인 창의성이 평균 이상으로 높으며 전체 아동의 상위 15~20% 범위에 해당한다.

가. 자료의 성격

- 1) 개발된 자료는 3~4학년 정규 교육 과정과 관련을 맺으며, 심화할 수 있는 내용과 활동으로 구성하였으며 필요한 경우에는 속진도 허용하였으나 속진의 비율을 최소화 하고자 하였다.
- 2) Renzulli의 3부 심화학습 모형과 Treffinger의 자기 주도적 학습 모형에 따라 자료가 구성되었으며 학생들의 창의적 문제해결력과 자기 주도적 학습력을 신장을 목적으로 하고 있다.
- 3) 수학 영재아들의 행동특성인 ‘수학적인 성향’을 충족시킬 수 있는 문제해결력중심, 수학실험중심, 수학탐구중심의 활동으로 구성하였다.

나. 학습 자료의 구성 형태

도형 1-1	주제	잃어버린 반쪽을 찾아서	관련 교육과정	3-나-도형
	학습목표			
	학습지문			
개관				
학습단계	교수·학습 활동		시간	유의점
씨뿌리기				
싹틔우기				
꽃피우기				
활동지(1)				
참고자료				

다. 개발된 프로그램의 활용 방안

본 연구에서 개발한 자료는 초등학교 중학년(3~4학년) 영재아를 위한 프로그램으로 일반 학교에서의 영재교육을 목적으로 하고 있으며, 현재 시·도 교육청 주관으로 실시되고 있는 영재학급에서도 활용 가능한 자료이다. 그리고 일반 학교 단위 학급에서 활용 시에는 수준별 교육과정으로 운영

되고 있는 7차 교육과정 수학과에서 심화자료로 활용될 수 있으며 특별활동의 수학반, 방과후 특기·적성 활동에서 충분히 활용이 가능하다.

3. 연구된 자료의 실제

본 연구에서 개발한 자료는 초등학교 중학년(3~4학년) 영재아를 위한 프로그램으로 각 프로그램에 대하여 영역별 주제, 활동 내용, 관련 교육과정 단원과 학년을 연결하여 제시하였으며 앞서 살펴본 영재학교·학급용 4학년 프로그램 중에서 미흡한 영역을 중심으로 개발하였다.

가. 개발된 자료 목록

영역	번호	주제	활동 내용	관련 교육과정 단원	시간
수와 연산	1-1	소수의 탄생	<ul style="list-style-type: none"> 소수가 등장하게 된 이유 소수의 의미 소수의 사칙연산 	• 4-나-소수	3
	1-2	일상에서 접하는 수	<ul style="list-style-type: none"> 수의 탄생 세계 여러 곳의 수 큰 수와 작은 수 컴퓨터에 활용되는 수 	<ul style="list-style-type: none"> • 3-가-1000까지 수 • 4-가-큰 수 	3
도형	2-1	잃어버린 반쪽을 찾아서	<ul style="list-style-type: none"> 원은 왜 완전한 도형일까 원의 중심을 찾아라. 생활에 유용하게 쓰이는 원 원을 이용한 무늬 꾸미기 	• 3-나-도형	3
	2-2	탱그램	<ul style="list-style-type: none"> 탱그램 만들기 여러 가지 도형 만들기 탱그램을 이용한 피타고라스 정리증명 다양한 모양 만들기 	<ul style="list-style-type: none"> • 3-나-도형 • 4-가-각도 • 4-가-삼각형 • 4-나-사각형과 도형만들기 • 9-나-피타고라스 정리 	3
측정	3-1	길이와 시간	<ul style="list-style-type: none"> 길이의 단위 시간의 단위 프렉탈 	<ul style="list-style-type: none"> • 3-가-길이와 시간 • 4-가-시간과 무게 	3
	3-2	눈으로 보고 머리로 계산하기	<ul style="list-style-type: none"> 암산 전략 어림산 전략 계산기로 풀어보자. 	<ul style="list-style-type: none"> • 3-가, 나-덧셈과 뺄셈 • 3-가, 나-나눗셈, 곱셈 • 4-가-곱셈과 나눗셈 • 4-가-혼합계산 • 4-나-소수의 덧셈과 뺄셈 	3
확률과 통계	4-1	통계 타임머신	<ul style="list-style-type: none"> 신문, 광고지, 인터넷 상의 각종 그래프 탐색 그래프의 해석 및 탐구 그래프를 그려보자 	<ul style="list-style-type: none"> • 3-나-자료 정리하기 • 4-나-꺾은선 그래프 	3
	4-2	나는 통계학자	<ul style="list-style-type: none"> 실제 자료를 수집하고 그래프를 그려 보고 해석하기(보고서) 	<ul style="list-style-type: none"> • 3-나-자료 정리하기 • 4-나-꺾은선 그래프 	3

영역	번호	주제	활동 내용	관련 교육과정 단위	시간
문자와 식	5-1	암호를 찾아라	<ul style="list-style-type: none"> • 암호의 역사 • 암호와 수학 • 암호를 찾아라. 	<ul style="list-style-type: none"> • 3-나-문제푸는 방법찾기 • 4-가-문제푸는 방법찾기 • 4-나-문제푸는 방법찾기 	3
	5-2	퍼즐과 친구되기	<ul style="list-style-type: none"> • 성냥개비 퍼즐 • 복면산 • 마방진 	<ul style="list-style-type: none"> • 3-나-문제푸는 방법찾기 • 4-가-문제푸는 방법찾기 • 4-나-문제푸는 방법찾기 	3
규칙성과 함수	6-1	연필을 떼지 않고 그리기	<ul style="list-style-type: none"> • 한붓그리기란? • 한붓그리기 원리 찾기 • 페니히스베르크의 다리 건너기 • 한붓그리기와 미로찾기 	<ul style="list-style-type: none"> • 3-나-문제푸는 방법찾기 • 4-가-문제푸는 방법찾기 • 4-나-문제푸는 방법찾기 	3
	6-2	규칙을 찾아라	<ul style="list-style-type: none"> • 반복적 규칙 • 디자인을 만들자. • set 게임하기 	<ul style="list-style-type: none"> • 3-나-도형 • 4-가-문제푸는 방법찾기 • 4-나-문제푸는 방법찾기 	3

나. 학습 자료의 실제

	주제	잃어버린 반쪽을 찾아서	관련 교육과정	3-나-도형
도형 1-1	학습 목표	<ul style="list-style-type: none"> • 원을 그리는 여러 가지 방법을 알고 원을 작도할 수 있다. • 원의 구성 요소인 반지름과 지름을 알고 원의 중심을 찾을 수 있다. • 원이 실생활에서 활용되는 예를 알고 그 원리를 알 수 있다. • 원을 이용하여 무늬를 꾸밀 수 있다. 		
	학습 자료	<ul style="list-style-type: none"> • 자, 컴퍼스, 모눈종이 		
개관	<p>수학에서 가장 완전한 도형은 원이다. 원은 자연과 인간이 만들어낼 수 있는 가장 실용적이고 효율적인 기하학적 공간을 나타낸다. 모든 모양 중에서 최소의 길이로 최대의 공간을 가둘 수 있는 것도 원이다. 원은 지름을 지나는 무수히 많은 직선에 대하여 대칭이며, 중심에서 몇 도를 회전해도 여전히 처음 원이 된다. 태양이나 달과 같은 자연계의 대부분은 원의 형태를 지니고 있으며 비눗방울이 구인 것에서 알 수 있듯이 원이 회전하여 만들어지는 구는 외부의 힘으로부터 가장 안정적인 형태이다.</p> <p>따라서 이 프로그램에서는 이러한 원을 직접 작도하는 활동을 통해 원의 개념 및 성질을 이해하고자 한다. 또한 생활에서 유용하게 쓰이는 원을 찾아보고 그 원리를 찾고 다시 생활에 적용·활용하고자 한다.</p>			

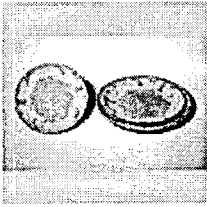
학습 단계	교수 · 학습 활동	시간	유의점
씨뿌리기	【탐구1】 주변에서 원 찾기 【탐구2】 원 그리기 【탐구3】 부엌에서 사용하는 물건들의 특징	30'	• 원에 대한 사전지식을 확인하며 실생활에서 동기유발을 한다.
씩퓌기	【탐구1】 원이 완전한 도형인 까닭 【탐구2】 원의 중심 찾기 • 활동1. 원의 중심 찾기 • 활동2. 원의 중심 찾기를 이용한 실생활 문제 【탐구3】 접시에 원 모양을 많이 쓰는 이유	90'	• 속진되는 개념이나 용어에 대해서 교사의 자세한 설명이 요구된다.
꽃피우기	【탐구1】 원을 이용한 무늬 그리기 【탐구2】 수막새를 복원하라	60'	• 수학이 실생활에 어떻게 유용하게 쓰이고 있는지 체험하게 한다.

활동지(1)	단계	♣ 씨뿌리기
---------------	-----------	---------------

탐구1 우리 주변에서 원을 찾아보자.

탐구2 원을 그려보자. 물론, 자와 컴퍼스가 있으면 가능하지요. 하지만 원을 그릴 수 있는 방법을 가능한 한 많이 찾아보자.

탐구3 부엌에서 사용하는 물건들을 자세히 살펴보자. 어떤 특징이 있는가?



대부분 둥근 모양이라는 특징이 있다. 특히 접시는 대부분 원 모양이다. 왜, 사각형 모양의 접시 보다 원 모양의 접시가 더 많은 걸까? 접시가 원 모양이면 어떤 점이 좋은가?

활동지(2)	단계	싹틔우기
---------------	-----------	-------------

탐구1 원은 왜 완전한 도형일까?

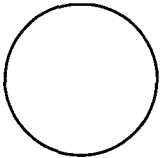
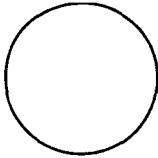
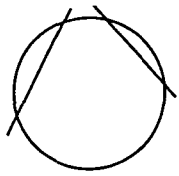
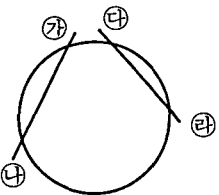
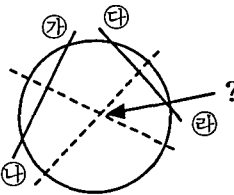
색종이에 원을 그려서 자른 후 원을 접어봅시다. 어떻게 접을 때 포개어 질까요? 완전히 포개어 지게 접는 방법은 몇 가지가 있는지 알아보시다. 그리고 정삼각형, 정사각형, 정팔각형의 경우에서도 몇 가지가 있는지 알아보시다.

	정삼각형	정사각형	정팔각형	원
도형 이름				
선대칭	3가지	4가지	8가지	무수히 많다.
회전대칭				
항등대칭				

☞ 수학에서 다루는 많은 도형은 대칭적이다. 예를 들어 이등변삼각형을 생각해보자. 이 이등변삼각형은 각의 이등분선 또는 변의 수직이등분선에 대해 대칭이다. 이와 같이 도형이 어떤 선에 대해 좌우가 똑같을 때, 즉 그 선을 따라 접으면 완전히 겹칠 때 또는 그 선에 세운 거울에 비친 양쪽 모습이 똑같을 때, 이를 선대칭(반사대칭)이라고 한다. 선대칭은 ‘대칭’이라는 단어가 통상적으로 의미하는 바를 매우 잘 나타내고 있다. 정삼각형도 대칭적인 도형이다. 정삼각형은 꼭지점과 대변의 중심을 지나는 3개의 축에 대해 선대칭이다. 그런데 수학에서는 다른 종류의 대칭도 생각한다. 정삼각형의 경우, 무게중심에 관해 120° 만큼 (어느 방향으로든지) 회전시키면, 원래의 도형과 정확하게 일치한다. 이와 같이 도형을 어떤 점을 중심으로 적당한 각도만큼 회전시키면 원래의 도형과 완전히 일치할 때, 그 도형을 회전대칭* 이라고 한다. 정삼각형과 같이, 꽃과 눈송이도 선대칭과 회전대칭을 동시에 보여주는 예이다. 또한 360° 만큼의 회전대칭 변환이 있는데, 이것은 모든 점을 원래의 위치로 되돌려 놓는 것으로 항등 대칭이라 한다. 이처럼 대칭이 많을수록 완전한 도형이라고 할 수 있다.

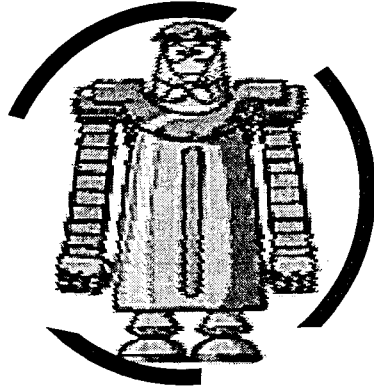
탐구2 원의 중심을 찾아보자.

▶ 활동 1. 다음 원의 중심을 찾아보자. 한 가지 이상의 방법으로 찾으세요.

	반으로 접고 다시 반으로 접은 후 생기는 호의 꼭지점이 원의 중심이 된다.		
			
	지름이 아닌 두 현을 그 그리거나 그림과 같이 접는다.	㉠과 ㉡가 겹치도록 접고, ㉢와 ㉣가 겹치도록 접는다.	겹친 후 다시 펼쳤을 때 생기는 두 선은 모두 어디를 지나는가?

*회전대칭은 무게 중심에 관해 180° 회전시킨 회전대칭을 말한다.

▶활동 2. 어느 날! 수철이는 동생 딱지를 빼앗으려고 하다가 그만 아래와 같이 찢어버렸다. 우는 동생을 달래기 위해 수철이는 찢어진 딱지 부분을 새로 그려주기로 했다. 딱지를 처음처럼 만들기 위해서는 가장 먼저 원을 그려야 하는데 어떻게 하면 될까요?



<그림 <http://www.kbs.co.kr/kbsaniworld/ultrasong/character.htm>>

답구3 접시를 만들 때 원 모양을 많이 쓰는 이유가 무엇일까?

▶활동 1. 같은 길이의 끈을 준비하고 정삼각형, 정사각형 등 정다각형을 만들어 보아라. 어느 것의 크기가 가장 큰가?

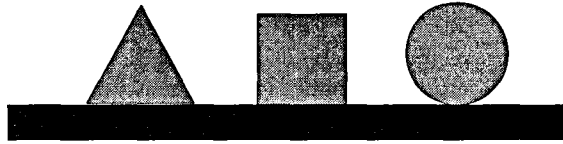
☞ 정삼각형 크기 < 정사각형 크기 < ... < 원의 크기 순 이다. 둥근 접시는 다른 모양의 접시보다 더 많은 음식을 담을 수 있으며, 테이블 가장자리로 떨어질 가능성도 가장 낮다. 둥근 모양의 피자는 최소한의 반죽을 사용해 최대의 공간을 채우게 해주며, 토핑을 얹을 수 있는 최대의 면적을 제공한다. 둥근 테이블은 같은 길이로 다른 어떤 모양보다도 더 많은 면적을 차지하기 때문에 더 많은 접시를 올려놓을 수 있다. 둥근 테이블은 사람들 사이의 평등을 나타낸다.

▶활동 2. 컵은 원기둥 모양이고 냄비의 바닥은 원 모양일까?

☞

이유 1 : 둘레의 길이가 일정할 때, 원기둥 모양의 컵은 사각기둥 모양의 컵보다 재료는 더 적게 사용하면서 더 많은 물을 담을 수 있게 해 준다.

이유 2 : 물을 마실 때에도 원모양은 훨씬 안전하고 편안하다. 네모 모양은 옆으로 흘리기 쉽고, 세모 모양은 뽀족해서 마시기에 불편하다. 삼각기둥, 사각기둥, 원기둥 모양의 컵을 눕혀서 보자. 컵을 눕혀서 보면 아래와 같이 보일 것이다. 이때 원 모양은 지면과 한 점에서만 만나지만 삼각형, 사각형 모양은 만나는 점이 많다. 따라서 삼각형과 사각형 모양일 때는 옆으로 물을 흘리기 쉽다.



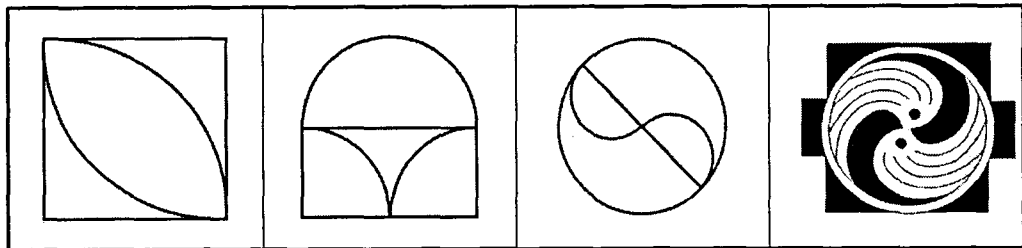
이유 3 : 삼각형, 사각형, 원의 무게 중심에서 변과 원의 둘레에 이르는 거리를 재어 보자.

무게 중심에서부터의 거리가 일정하지 않음		일 정

삼각형과 사각형은 변에 이르는 거리가 일정하지 않지만, 원은 중심에서 원의 둘레까지의 거리가 어느 방향이든지 항상 일정함을 알 수 있다. 이는 삼각형이나 사각형의 중심에서 불을 지핀다고 가정하면 에너지가 변에 도달하는 거리가 일정하지 않지만, 원은 에너지가 원의 둘레까지 도달하는 거리가 일정하기 때문에 음식물을 골고루 익힐 수 있다. 따라서 냄비는 다른 모양 도형보다는 원 모양의 바닥이 가장 효율적이다.

활동지(2)	단계	☀꽃피우기
---------------	----	-------

탐구1 원을 이용하여 무늬를 꾸며 보자.



<그림 <http://multi.edunet4u.net/DATA/08/A3/2/A320800401.jpg>>

탐구2 잃어버린 반쪽을 찾아서

유물 발굴 작업에서 다음 그림과 같이 원의 일부분 모양인 수막새의 파편이 나왔다. 이 수막새를 원래의 모습으로 그려보자.



<그림 <http://www.gibutetravel.com/domestic/kyongju/%BC%F6%B8%B7%BB%F5.jpg>>

●참고자료

- <http://www.hallailbo.co.kr/>
- <http://www.mathlove.co.kr/>
- http://www.koreavisuals.com/cyberseum/wwwroot/koreanness_cyber_park/f/f03.htm
- <http://multi.edunet4u.net/DATA/08/A3/2/A32080040I.jpg>

V. 결론 및 제언

본 연구의 목적은 수학영재 교육의 기본 이론과 개발된 프로그램들을 고찰해 보고 영재교육진흥법 실시에 따라 문제해결력중심, 수학실험중심, 수학탐구중심이면서 수학분야에 흥미가 있고 재능이 있는 아동들에게 수학적인 힘을 강화하고 자발적인 학습 태도를 배양시킬 수 있는 초등학교 중학년 영재아들을 위한 학습자료를 개발하는데 있다.

먼저 교육과정을 분석하였고 자료 개발의 방향 및 특징을 수립하기 위해 수학 영재아의 정의 및 특성, 영재 교수-학습 방법론, 다른 나라의 영재교육, 한국교육개발원에서 개발된 프로그램 및 영재 학교·학급용 프로그램들을 고찰해 보았다.

본 연구에서는 영재교육진흥법과 Renzulli의 정의를 기초로 하여 “수학영재라 함은 수학적 재능이 뛰어난 사람으로서 타고난 잠재력을 계발하기 위하여 각 개인의 능력과 소질에 맞는 특별한 교육을 받아야 할 필요가 있는 사람”으로 정의하였으며, 수학적인 능력, 수학적 과제 집착력과 수학적인 창의성이 평균 이상으로 높으며 전체 아동의 상위 15~20%에 해당되는 학생으로 그 대상의 범위를 확대하였다.

이론적 배경 및 선행연구 분석 결과를 토대로 본 연구에서 개발된 프로그램의 특징은 다음과 같이 요약해 볼 수 있다.

첫째, 개발된 자료는 3~4학년 정규 교육 과정과 관련을 맺으며, 심화할 수 있는 내용과 활동으로 구성하였으며 필요한 경우에는 속진도 허용하였으나 속진의 비율을 최소화 하고자 하였다.

둘째, Renzulli의 3부 심화학습 모형과 Treffinger의 자기 주도적 학습 모형에 따라 자료가 구성되었으며 학생들의 창의적 문제해결력과 자기 주도적 학습력을 신장을 목적으로 하고 있다.

셋째, 수학 영재아들의 행동특성인 '수학적인 성향'을 충족시킬 수 있는 문제해결력증진, 수학실험 중심, 수학탐구중심의 활동으로 구성하였다.

이상의 연구를 바탕으로 초등학교 수학 영재교육 프로그램의 개발과 운영에 관하여 다음의 몇 가지를 제언하고자 한다.

첫째, 그동안 과학영재교육원을 중심으로 운영되던 영재 교육이 2003년부터 공교육 차원에서 본격적으로 실시되고 있다. 그러나 기존의 자료들은 구체적인 학년 구분 없이 개발된 경향이 있어 일선 학교에서 활용하기에는 다소 곤란한 경우가 있다. 그래서 학년 특성을 고려한 자료개발이 요구된다.

둘째, 현행 수학과 교육과정은 수와 연산, 도형, 측정, 확률과 통계, 문자와 식, 규칙성과 함수의 6개 영역으로 구성되어 있다. 그러나 앞서 영재 학교·학급용 프로그램 <표2>의 분석에서도 살펴본 바와 같이 개발되어 있는 자료들이 일부 영역에 편중되어 있는 경향을 보인다. 따라서 미흡한 영역에 대한 자료 개발의 필요성이 요구된다.

참 고 문 헌

- 교육부 (1997). 제7차 수학과 교육과정, 교육부 고시 제1997-15호 별책 8. 서울: 교육부.
- 구자역 외 5인 (2002). 동서양 주요국가들의 영재교육, 문음사.
- 김지영 (2002). 창의성 신장을 위한 초등학교 수학 영재학급용 프로그램 개발에 관한 연구, 인천교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 김태영 (2001). 교육기회균등 관점에서 본 한국 영재교육의 문제점과 개선방향, 대구교육대학교 초등특수교육 석사학위 논문.
- 김홍원·조석희·정현철·최규홍·박윤미 (2002). 수탁연구 CR 2003-1 교육청 영재 심화 교수-학습 자료개발 연구(I), 한국교육개발원.
- 전경원 (2000). 영재교육학, 학문사.
- 전병일 (2002). 초등 수학과 영재 교육의 운영 방안 탐색, 부산교육대학교 교육대학원 석사논문.