

## 교사 양성기관에서의 기하교육

박 혜 숙 (서원대학교)

현재 각 대학의 사범대학에서는 저마다의 교과과정에 의하여 기하교육을 하고 있다. 해석학이나 대수학에 비하여 매우 다양하게 운영되고 있는 기하학 강좌 내용에 대하여 우선 몇 군데 대학에서의 기하학 개론 및 미분기하학 강좌 내용을 비교하고, 교사 양성기관에서의 기하학 개론과 미분기하학 강좌에서 다루어야 할 필수 요소를 알아보고자 한다.

### 1. 서론

현재 각 대학의 사범대학에서는 저마다의 교과과정에 의하여 기하교육을 하고 있다. 기하학은 유클리드기하, 타원기하, 쌍곡기하, 아핀기하, 사영기하, 위상기하, 미분기하, 해석기하, 프랙탈기하, 택시 기하 등 여러 종류로 이루어져 있다. 이 중 위상기하와 미분기하를 제외한 나머지 기하에 대한 포괄적인 내용이 기하학 혹은 기하학개론이라는 강좌에서 다루어지고 있으므로 각 대학마다 특색을 지니고 있음을 알 수 있다. 실제로 기하학 강좌는 해석학이나 대수학에 비하여 매우 다양하게 운영되고 있으므로 중등 교사로서 필수적으로 갖추어야 할 기본 지식이 소홀히 다루어질 우려도 있고, 교사 임용시험의 출제에서도 어려움을 겪고 있다.

따라서 본고에서는 교사 양성기관에서의 기하 교육의 표준을 제시하기 위하여, 우선 몇 군데 대학에서의 기하학 및 미분기하학 강좌 내용에 대하여 비교하고, 교사 양성기관에서의 기하학 개론과 미분기하학 강좌에서 다루어야 할 필수 요소를 알아보고자 한다.

### 2. 일부 대학에서의 기하교육

#### 1. 기하학 강좌

14개 대학의 기하학 강좌(일반기하학, 기하학개론, 현대기하학 등)를 살펴본 결과 6개 대학에서는 2개 학기로 운영하여 유클리드 기하와 해석기하 또는 유클리드 기하와 아핀기하, 사영기하 등을 다루고 있었으며, 7개 대학에서는 1학기 강좌로 하여 주로 유클리드 기하를 다루고 있었고, 나머지 1개 대학에서는 3학기로 운영되고 있었다. 유클리드 기하를 전혀 다루지 않는 대학도 2개 대학이 있었는데, 이곳에서는 해석기하를 다루고 있었다. 한편, 프랙탈 기하를 한 학기 강좌 또는 기하학 강좌에 포함된 내용으로 다루고 있는 대학도 2군데가 있었다.

몇 개 대학의 강좌 개요를 소개하면 다음과 같다.

## A대

### 2-1(일반기하학1)

평면상의 좌표, 직선, 2차곡선과 그 성질, 2차곡선의 분류 등 평면 해석기하학에 관련된 내용과 공간에서의 좌표, 평면, 직선, 2차곡면의 성질, 2차곡면의 분류 등 공간 해석기하학에 관련된 주요 내용을 다룬다.

### 2-2(일반기하학2)

유클리드 기하학의 공리군과 이에 관련된 저명한 정리들과 합동, 닮음, 아핀, 사영변환 등 기하학적 변환을 다룬다. 다면체, 구면 삼각형 등의 공간 기하학과 비유클리드 기하학을 소개하며, 평면 사영 기하학의 주요 내용을 다룬다.

## B대

### 3-1(기하교육연구)

비유클리드 기하(쌍곡기하, 타원기하), 사영기하, 아핀기하 등을 다루고 이를 바탕으로 중등학교 기하 내용을 재조명해 본다. 비유클리드 기하는 중등학교 수학에서 다루고 있는 유클리드 기하와 비교하여 다루고, 중등 수학에서의 평면도형, 공간도형, 일차변환, 벡터단원과 관련지어 이해하도록 한다. 이를 바탕으로 학교 기하를 수준별로 계획 실행할 수 있는 방법을 탐색한다.

### 3-1(프랙탈기하와 혼돈)

20세기 과학의 주목할 만한 발견 중 하나인 혼돈, 즉 불규칙하고 예측 불가능한 작용을 일으키는 역학 체계의 현상을 중·고등학교 수학에 접목시킬 수 있는 방법에 대해 연구한다. 선형함수, 이차함수, 함수의 변환, 사상 기하학적 규칙, 수열, 급수, 수렴, 극한의 개념을 그래프 계산기 등을 통해 시각화함으로써 줄리아 집합과 Mandelbrot 집합을 이해하고, 또한 혼돈 이론을 중·고등학교 교육과정과 연계할 수 있는 방안을 연구한다.

## C대

### 2-1(기하학개론)

기하학의 역사와 함께 비유클리드 기하를 모델 등을 통하여 이해하고 기본 정리를 연구하며, 프랙탈 기하와 유클리드 기하를 포함하여 기하학 전반에 관한 객관적 안목을 갖도록 한다.

## D대

### 2-2(기하학개론2)

기하학의 독립된 한 분야로서 아핀변환, 사영변환, 쌍대성과 기본도형, 조화도형, 배경성과 사영성,

원추곡선 등을 다룬다.

E대

### 2-1(기하학개론)

중등학교 수학교과과정에서 취급하고 있는 좌표기하의 이론적 배경이 되는 평면과 입체 해석기하학에 관해서 보다 광범위하고 심도 있는 내용을 강의한다.

### 2. 미분기하학 강좌

10개 대학의 미분기하학 강좌를 살펴본 결과 8개 대학에서 2학기 강좌로 운영하고 있었으며, 2개 대학에서는 1학기 강좌로 운영하고 있었다. 미분기하학은 교재의 선택에 따라서 개념의 도입 및 전개가 복잡할 수도 있으며, 2개 학기로 운영되는 경우에는 상당히 많은 양을 다루고 있는 경우도 있음을 알 수 있다.

몇 개 대학의 강좌 개요를 소개하면 다음과 같다.

A대

### 3-1(미분기하학1)

미적분학과 선형대수학의 이론을 바탕으로 공간곡선론의 주요 내용과 초보적인 곡면론을 다룬다. 그 주요 내용으로는 접벡터, 방향미분, 공간에서의 곡선, 미분형식, 사상 등의 유클리드 공간에서의 Calculus와 Frenet 공식, Frame field, 공변미분, 접속형식, 구조 방정식, 합동변환, 곡선론의 기본정리 등의 공간곡선론 및 곡면의 정의, 곡면의 정리, 곡면상의 미분형식, 미분형식의 적분, 곡면의 위상적 성질 등 곡면론의 초보적인 부분을 다룬다.

### 3-2(미분기하학2)

미분기하학1에 이어서 곡면론을 주요 내용으로 하여 곡면의 shape 연산자, 법곡률, 가우스 곡률, 가우스 곡률의 계산법, 곡면상의 특수 곡선, 회전면 등과 곡면상의 내재적 기하학, 직교 좌표, 곡면상의 적분 및 향, 곡면의 합동, 극소곡면 등을 다룬다.

B대

### 2-1(미분기하학)

곡선과 곡면의 국소적 성질과 대역적 성질을 다룬다. 그 내용으로 Frenet-Serre 정리, 4정점 정리, 가우스 사상, 가우스곡률, 평균곡률, 측지선, 곡면의 Riemann 계량, 곡면의 구조방정식, Gauss-Bonnet 정리 등 수학교사가 알아야 할 기본적인 성질을 다룬다. 그리고 평면 곡선의 대역적 이론 중 등주부동식 등 중등수학의 내용과 연결시켜본다.

## C대

## 3-1(미분기하학1)

고등학교 수학교과에서 취급하고 있는 벡터공간을 보다 높은 차원에서 다루고, 공간의 형태를 파악하기 위한 요소인 곡선론과 곡면론의 기초개념을 알아본다.

## 3-2(미분기하학2)

미분기하학I의 후속 강의로서 주로 곡면의 제1 및 제2 기본형과 곡면의 모양과의 관계를 고찰하고, 곡면의 여러 가지 곡률의 정의, 측지선 등의 기하학적 의미를 파악함으로써 공간의 개념을 이해한다.

## D대

## 3-1(미분기하학1)

유클리드 공간, frame field, 유클리드 기하학, 곡면론, shape operator, 곡면상의 기하학 등을 다룬다.

## 3-2(미분기하학2)

기하학적 곡면, 측지선, Gauss-Bonnet 정리, 위상다면체, 미분다양체 등을 다룬다.

## E대

## 3-1(미분기하학1)

다양체 이론을 이해하고 그 이론을 적용할 수 있게 한다.

## 3-2(미분기하학2)

다양체의 정의 및 성질을 배우고 다양체 상의 벡터장의 Lie 곱, 가미분함수와 부분다양체 등을 연구하며 평행이동과 측지선을 연구하고 그들을 도구로 다양체를 조사, 연구한다. 또, 다양체상에 거리와 곡률을 정의하고 다양체를 분류한다.

## 3. 교사 양성기관에서의 기하교육

위에서 살펴본 바와 같이 대학에 따라서 운영되고 있는 학기와 내용이 다양함을 알 수 있다. 물론 기하학 분야에 많은 시간이 할당되어서 보다 많은 내용을 다룰 수 있다면 주어진 교재의 처음부터 끝까지 다 다룰 수 있겠지만, 교과과정의 운영 및 사범대학의 특성을 고려하면 모든 내용을 다 다룰 수는 없을 것이다. 따라서 본고에서는 사범대학의 특성을 고려하여 기하학 강좌와 미분기하학 강좌에서 다루어야 할 필수 요소를 다음과 같이 제안하고자 한다.

## 1. 기하학 강좌(1~2학기)

기하학 강좌에서는 힐베르트가 제시한 유클리드 기하의 공리적 접근을 다루고 이를 바탕으로 비유클리드 기하의 종류에 대하여 알아본다(Greenberg, 1988; 구광조·오병승, 1991; 엄상섭, 1978 참조). 이 때, 유클리드 기하에서의 세부적인 증명 내용 등은 자세히 다루지 않고, 강좌의 후반부에서는 클라인에 의한 기하학의 분류(백용배, 1982 참조)와 아핀평면과 사영평면에 대하여 다룬다(박승안, 1993 참조).

기하학 강좌에서 다루어야 할 기본 요소를 나열하면 다음과 같다.

- 유클리드 기하의 기본 공리
- 유클리드 기하의 기본 성질
- 평행선 공리와 비유클리드 기하
- 결합기하와 중립기하
- 타원기하
- 쌍곡기하
- 아핀기하와 사영기하의 기본정리
- 아핀평면과 사영평면
- 유한 체 위에서의 아핀평면
- 유한 체 위에서의 사영평면
- 클라인에 의한 기하학 분류
- 원추곡선의 분류

## 2. 미분기하학 강좌(1~2학기)

미분기하학 강좌에서는 3차원 유클리드 공간 속에서의 곡선과 곡면에 대한 미분기하의 기본적인 개념과 이론을 다루도록 하며 너무 깊게 다루지 않도록 한다. 우선 곡선에 대한 기초 개념을 다루고 곡면에서의 기본 형식과 가우스 곡률 등에 대하여 다루도록 한다(O'Neill, 1996; Lipschutz, 1993; Hsiung, 1981 참조).

미분기하학 강좌에서 다루어야 할 기본 요소를 나열하면 다음과 같다.

- 정칙곡선의 정의
- 호의 길이 구하기
- 접선과 법평면
- 곡률과 비틀림
- 주법선과 접촉평면
- 단순곡면
- 제1기본형식과 제2기본형식
- 호의 길이와 곡면의 넓이

- 법곡률
- 주곡률과 주방향
- 가우스 곡률과 평균곡률
- 가우스 본네의 정리

## 참 고 문 헌

- 구광조·오병승 (1991). 기하학 개론, 서울: 경문사
- 박승안 (1993). 사영평면과 아핀평면, 서울: 청문각
- 백용배 (1982). 현대 기하학, 서 : 교학연구사
- 엄상섭 (1978). 일반 기하학, 서울: 교학연구사
- Greenberg(이우영 역) (1988). 유클리드 기하학과 비유클리드 기하학, 서울: 경문사
- Hsiung (1981). *A first course in Differential Geometry*, Wiley
- Lipschutz(전재복 편역) (1993). 미분기하학 개론, 서울: 경문사
- O'Neill(이동훈·한동승 옮김) (1996). 미분기하학, 서울: 경문사
- <http://www.cheju.ac.kr>
- <http://www.chosun.ac.kr>
- <http://www.chungbuk.ac.kr>
- <http://www.dongguk.ac.kr>
- <http://www.ewha.ac.kr>
- <http://www.gsnu.ac.kr>
- <http://www.kangwon.ac.kr>
- <http://www.konkuk.ac.kr>
- <http://www.korea.ac.kr>
- <http://www.kvungpook.ac.kr>
- <http://www.pusan.ac.kr>
- <http://www.seowon.ac.kr>
- <http://www.skku.ac.kr>
- <http://www.snu.ac.kr>
- <http://www.yeungnam.ac.kr>