

## 수학적 문제해결 지도에서 교사의 역할에 대한 분석

전 평 국 (한국교원대학교)

정 인 수 (한국교원대학교)

문제 해결이 수학교육의 한 목표로 강조되고 있음에도 문제 해결 지도에 있어서 여러 가지 문제점이 지적되고 있는 것이 현실이다. 이러한 문제점 중의 하나는 문제 해결에 대한 교사들의 이해와 그 역할에 대한 인식 부족을 들 수 있다. 본 연구는 수학적 문제 해결 지도에서 교사의 역할 행동을 비교 분석하고, 교사의 역할 행동이 아동의 활동과 문제 해결에 대한 신념에 미치는 영향을 분석하는데 있다.

### I. 서 론

#### 1. 연구의 필요성과 목적

문제해결이 1980년대 학교 수학의 초점이 되어야 한다는 An agenda for action(NCTM, 1980)의 권고 이후로 문제 해결은 모든 수학 학습의 통합적인 부분으로서 수학 교육의 기본적인 목표중의 하나로 인식되고 있음에도 불구하고(NCTM, 2000), 문제해결 지도에 많은 문제점을 보이고 있다. 문제 해결은 문제를 잘 해결하는 것이라고 생각하거나, 문제 해결 수업은 Polya(1957)의 문제 해결 단계를 지도하거나 문제해결 전략을 가르치는 것으로 생각되어 왔다. 신준식(1994)은 문제 해결 전략에 대한 학생들의 경험이 부족하고 특정 단원에서만 차별적으로 학습되어 왔다는 점, 그리고 교사들의 문제 해결과 문제 해결 전략에 대한 깊은 이해가 부족한 점을 문제점으로 지적하면서 이를 극복하기 위해 일찍 문제 해결 경험을 시킬 것과 창조적인 학습이 될 수 있는 분위기, 그리고 교사 역할의 중요성에 대해 지적하고 있다.

Kantowski(1980)는 아동의 문제해결 수준에 따라 교사의 역할이 변해야 한다고 했으며, Schroeder & Lester(1989)는 수학적 이해를 강조하는 문제해결을 통한 지도를 위해서는 교사 역할에 대한 변화의 필요성을 지적했다. 또한 Lester(1994)는 1970년대부터 1994년까지의 문제해결 연구를 종합하면서 앞으로 개인보다는 문제해결 지도가 이루어지는 교실에 대한 해석과 교사의 역할, 전체 교수-학습 과정에 대한 분석에 초점을 두어야 한다고 강조하고 있다.

많은 학생들에게 있어 교사는 학생들의 수학적 발달에 영향을 주는 중심적인 역할을 한다. 그러나 지금까지 문제 해결에 대한 연구는 교사의 역할에 대한 논의와 교실 상황에서 실제로 무엇이 일어나는가에 대한 적절한 설명이 부족하여 그 역할이 애매한 것이 사실이다. 이에 따라 문제 해결 지도가 이루어지는 교실에서 교사의 역할과 실재를 분석할 필요가 있음이 강조되고 있는 것이다(Grouws,

1985; Shulman, 1986; Carpenter, 1989; Lester, 1994). 따라서 본 연구는 문제 해결 지도가 이루어지는 교실을 관찰하고 문제 해결 지도에서의 교사의 역할 행동과 그에 따른 학생들의 활동을 분석하여 수학적 문제 해결 지도에서 바람직한 교사의 역할에 대해 알아보고자 한다.

## 2. 연구 문제

1. 문제해결에 대한 교사의 관점에 따라 수학적 문제해결 지도에서 교사의 역할 행동에는 어떤 차이가 있는가?
2. 수학적 문제해결 지도에서 교사의 역할 행동은 아동의 활동과 문제해결에 대한 신념에 어떤 영향을 끼치는가?

## II. 연구 방법 및 절차

### 1. 연구 대상 선정을 위한 예비 관찰

본 연구를 위해 서울지역 초등학교 5학년 9개 교실을 5월 31일부터 6월 21일에 걸쳐 예비 관찰을 실시하였다.

### 2. 연구 대상

예비 관찰을 통해, 문제해결 접근 중심의 수업을 하고 있다고 판단된 교사는 D, E, F, G 교사였다. 이 중에 G교사는 개인 사정상 연구에 계속 참여할 수 없었다. 그래서 D, E, F 교사를 대상으로 비구조적 면담과 설문지를 실시하였으며 이것을 바탕으로 교실 녹화 자료와 비교 분석하여 D, E, F 교사의 문제 해결에 대한 관점을 파악하였다; D교사(문제해결을 위한 지도), E교사(문제해결을 통한 지도), F교사(문제해결에 관한 지도).

### 3. 자료 수집

#### 1) 교실 비디오 촬영

연구자는 각 교사의 시간에 따라 3회의 연속된 수업을 비디오로 촬영하였다. 1대의 비디오로 교사 중심일 때는 교사 위주로, 학생 활동이 중심일 경우에는 학생 위주로 촬영을 실시하였다. 비디오 자료는 분석을 위해 전사(transcript)되었다.

#### 2) 아동 면담

한 차시가 끝난 후, 쉬는 시간을 이용하여 수업 중에 분석을 요하는 행동이나 특징을 보인 아동을 대상으로 간단한 비형식적 면담을 실시하였다

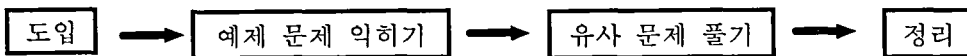
#### 3) 신념 조사

Margaret(1988)의 분류에 따라 (1) 수학적 문제 해결의 본질에 관한 신념, (2) 문제 해결 수행 능력의 귀인에 관한 신념 (3) 문제 해결의 교수-학습에 관한 신념으로 나누어 문항을 작성하였고 지도 교수와의 논의를 거쳐 수정·보완하여 문항을 선정하였다.

### III. 결과 분석

#### 1. 교사의 역할 행동과 학생들의 활동

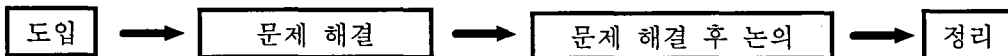
D교사의 문제 해결 지도 초점은 다양한 문제를 빠르게 해결할 수 있는 능력을 신장시키는데 있다. 이를 위해 문제 유형에 따라 필요한 해결 전략을 이해시키고 그 전략을 이용하여 능숙하게 문제를 해결할 수 있도록 지도하고 있다. 따라서 각 문제를 제시한 후에 이 문제를 해결하는데 필요한 전략을 미리 알려주고 그 전략을 사용하여 어떻게 문제가 해결되는지를 설명한 다음에 그와 유사한 연습 문제를 풀어보게 했다(그림 III-1).



<그림 III-1> D교사의 문제해결 지도 과정

D교사는 <예제 문제 익히기>에서 제시된 문제를 해결하는데 필요한 전략을 미리 제시하고 문제 해결하는 과정을 설명해 주었고 학생들은 이 과정에서 별다른 역할 없이 교사가 설명하는 내용을 잘 듣거나 간단한 질문에 답하기만 했다. <유사 문제 풀기>에서 D교사는 <예제 문제 익히기>에서 다룬 해결 전략을 사용해야만 해결할 수 있는 문제들을 제시하고 풀어보도록 했으며 해결한 다음에 정답과 해결 과정을 검토하였다.

반면에 E교사는 전략보다는 문제 해결에 대한 전반적인 논의를 통해 문제를 정확하게 파악하고 해석하는 것의 중요성과 문제 해결에 필요한 전략과 그 전략의 유용성, 해결 과정의 타당성 등을 인식하게 하여 문제 해결 과정에 대한 전체적인 이해를 높이는데 초점을 두고 있으며 기존 개념에 대한 논의와 잘못 사용된 개념에 대한 수정을 통해 수학적 지식과 개념을 바르게 인식할 수 있도록 하고 있다. 이를 위해 문제 해결 전 논의 없이 스스로 문제를 해결해보도록 했으며 문제를 해결하고 난 후에 많은 시간에 걸쳐 문제에 대한 논의를 실시하였다(그림 III-2). E교사는 정리부분에서 수업 중에 배운 전략을 사용하는 문제 만들기 활동을 하거나 수업 중에 풀어본 문제의 조건을 변경하여 풀어보게 함으로써 문제 해결에 대한 지식을 확장시키고 문제에 대한 보다 깊은 이해를 할 수 있도록 유도하고 있다.

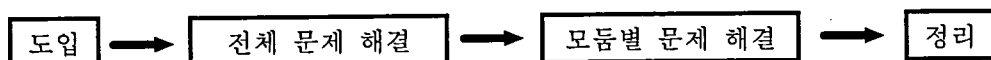


<그림 III-2> E교사의 문제해결 지도 과정

E교사는 문제 해결에 성공한 학생들에게는 문제 해결 과정에 대한 이해를, 실패한 학생에게는 문제 해결 방법을 지도하는 것이 문제 해결 지도라고 밝히고 있으며 올바른 답보다는 자신의 생각을 명료화하고 수학적 개념에 대한 올바른 이해를 높이 평가했다. 따라서 E교사는 스스로 문제를 해결하고 다양한 문제 해결 방법을 발표하도록 한 후에 문제에 대한 심도 있는 논의를 함으로써 문제 해

결에 성공한 학생들에게는 문제 해결 과정을 이해할 수 있는 기회와 다른 전략을 접할 수 있는 기회를 제공해주고 있으며 문제 해결에 실패한 학생들에게는 자신의 해결 방법에는 어떤 점이 잘못되었는지를 판단하게 하고 적절한 전략의 사용에 대해서 인식할 수 있도록 하고 있다.

F교사의 문제 해결 지도 초점은 문제 해결 과정을 인식시키는데 있다. 즉, 문제를 이해하고 필요한 전략을 선택하여 문제를 해결하고 난 후에 해결 과정에 대한 논의를 안내하여 문제 해결 과정을 인식시키는데 있다. 이를 위해 제시된 문제의 조건이나 용어 등에 대한 이해를 강조하고 있으며, 문제를 해결하기 위해서는 적절한 전략이 필요함을 인식시키고 문제를 해결하고 난 후에는 문제를 해결한 전략이 무엇인지를 알도록 하고 있다(그림 III-3).



<그림 III-3> F교사의 문제해결 지도 과정

F교사는 발문을 통해 알고 있는 바를 적용하거나 해결의 실마리를 찾도록 도와주는 것이 교사의 역할이라고 생각하고 있으며 문제 해결 절차를 인식하게 하려고 노력했다. 따라서 F교사는 학생들과 함께 주어진 문제의 조건과 상황에 대한 논의를 통해 학생들이 적절한 해결 전략을 스스로 이끌어낼 수 있도록 유도하고 있으며 문제 해결 과정에서 난관에 봉착한 학생들을 위해 적절한 정보나 힌트를 제공해주기도 했다. 교사의 이러한 적절한 안내는 학생들의 문제 해결에 도움을 주었고 문제 해결에 오류를 줄여줌으로써 교사의 안내가 있었음에도 불구하고 스스로 문제를 해결했다는 생각을 갖도록 해주었다.

## 2. 학생들의 문제 해결에 대한 신념

D교사는 배운 전략을 문제 해결에 적용할 것과 문제 유형을 파악하고 적절한 해결 전략을 적용하여 빠르게 문제를 해결하려면 많은 문제를 풀어야 한다는 신념을 강조했으며, 교수-학습 과정에서 D교사는 주어진 전략을 사용하여 문제를 해결하는 과정을 설명해주었고 학생들에게 배운 전략을 사용하여 문제를 풀도록 했다. 그러나 문제 해결 과정에서 E교사나 F교사처럼 서로 협력하여 문제를 해결하도록 요구하지는 않았다. 따라서 학생들은 개별적으로 문제를 풀었고 배운 전략을 사용하면 문제는 쉽게 해결된다는 신념을 가지게 되었다. 이것은 연습 문제를 해결하고 발표된 전략들이 모두 유사하다는 것으로 알 수 있었다. 결국 학생들은 문제 해결에 성공하려면 교사가 설명해준 전략을 사용해야 하며 문제를 빠르고 정확하게 해결하려면 문제의 유형을 익히기 위해서 많은 문제를 풀어야 한다는 신념을 자연스럽게 가질 수밖에 없다. 설문에서 이러한 신념이 두드러지게 나타나고 있다. 문제를 잘 풀려면 많은 문제를 풀어야 하고 공식이나 전략을 적용하면 문제를 해결할 수 있으며 모르는 문제가 나오면 전에 배운 것을 생각하여 풀면 된다는 생각들이 일반적이었으며, 교사의 역할은 문제해결 방법을 설명해 주는 것이며 학생들은 그것을 적용하여 풀면 된다는 신

념이 일반적이었다.

E교사는 해결 방법에 대한 타당한 근거를 제시하도록 한 것을 제외하고 D교사나 F교사처럼 직접적인 신념 전달은 거의 없는 편이었다. E교사는 문제 해결 전에 문제에 대한 논의 없이 서로 협력하여 문제를 스스로 해결하도록 했으며 문제 해결에 대한 심도 있는 논의를 통해 문제 이해의 중요성과 해결 전략의 타당성, 문제 해결 과정에 대한 전반적으로 이해할 수 있도록 유도하고 있다. 설문에서 학생들은 문제를 해결할 때 친구들과 토의하는 것은 도움이 되며 친구들의 문제 해결 방법을 듣는 것은 유익하다 반응이 많았는데 이것은 E교사가 서로 협력하여 문제를 해결하도록 격려한 것과 문제를 해결하고 후에 다양한 해결 전략을 발표하게 함으로써 획득된 신념이라고 생각된다. 또한 문제 해결 논의 과정에서 학생들은 한 문제에 다양한 해결 방법이 있을 수 있으며 문제 해결 방법은 타당해야 한다는 신념을 가지게 된 것으로 보이는데 이러한 신념은 설문에서도 볼 수 있다. 설문에서 E반의 학생들은 문제를 풀 때 친구들과 상의하는 것은 문제 해결에 도움이 되며 답은 같더라도 푸는 방법이 다를 수 있고 문제를 풀고 나서 정답인 이유를 검토하는 것은 중요하다는 반응을 보였다.

F교사는 문제를 정확히 읽는 것, 제시된 문장과 조건을 주의 깊게 살피는 것과 문제를 해결하는데 사용한 전략의 유용성에 대해 직접적으로 언급하였으며, 교수-학습 과정에서도 F교사는 문제에 제시된 조건을 파악하는 것이 문제 해결에서 가장 중요한 출발점임을 강조하였고 문제 해결 전 논의와 문제 해결 후 논의를 통해 문제를 해결하는 과정을 보여줌으로써 문제 해결 절차에 대해 인식하도록 해주었다. 또한 F교사는 제시된 전략을 직접적으로 강조하지 않고 스스로 해결 전략을 찾아보도록 했으며 문제 해결을 위해 서로 협력하여 활동하도록 격려했다. F교사의 학생들은 어떻게 문제를 풀어나가야 하는지 배우는 것과 문제를 잘 해결하려면 무엇보다도 문제를 잘 이해하는 것이 중요하다는 신념을 보이고 있으며 문제 푸는 과정을 알면 문제를 잘 해결할 수 있고 문제를 해결할 때 식 이외에 그림이나 표와 같은 방법으로 풀면 쉽게 해결되는 경우가 많음을 인식하고 있다. 또한 문제에 제시된 여러 가지 자료는 문제를 이해하고 해결하는데 도움이 된다는 신념을 보임으로써 F교사가 문제를 정확하게 이해하는 것이 중요하다고 강조한 것과 일치하고 있음을 보여주고 있다.

#### IV. 결 론

문제해결 지도에서 교사의 역할 행동은 교사의 문제해결에 관한 관점과 일치하고 있었으며 교사의 역할 행동은 학생들 활동에 질적인 차이를 가져오고 있었다. 또한 문제 해결에 대한 학생들의 신념은 복합적으로 나타나지만 문제해결에 대한 교사의 관점과 대체로 일치했다.

각 교사의 관점에 따라 문제해결 지도 과정과 역할 행동은 다를지라도 모두 문제 해결력 신장에 초점을 두고 있었다. 즉, 세 교사의 궁극적인 문제 해결 지도의 목표는 학생들 스스로 문제를 해결할 수 있는 능력을 길러주는 것이라고 할 수 있다. 또한 세 교사 모두 시간이 지날수록 학생들에게 더 많은 활동을 할 수 있는 기회를 제공하고 있었는데, 이는 Kantowski(1980)가 문제해결에서 교사의

역할은 문제해결 능력 수준을 맞추어 고려되어야 한다는 지적한 것과 일치함을 알 수 있다.

Schroeder & Lester(1989)가 수학을 가르치는 기본적인 이유가 수학적 개념과, 기능에 대한 학생들의 이해를 돕는 것이라고 지적하면서 문제 해결을 통한 지도를 강조하고 있지만 문제 해결을 위한 지도나 문제 해결에 관한 지도가 잘못됐음을 지적하는 것은 아니다. 내용에 따라 많은 연습이 필요한 경우에는 문제 해결을 위한 지도를, 문제 해결 수준이 낮거나 처음 도입하는 과정에서는 문제 해결에 관한 지도를 통해 문제 해결의 의미와 전략, 문제의 수학적 구조를 이해하는 초석을 마련해 줄 수 있는 것이다. 따라서 어떤 하나의 지도 방법만을 고집할 것이 아니라 상황에 맞는 문제 해결 지도를 선택하거나 때에 따라 동시에 여러 지도 방법을 사용할 필요가 있다고 하겠다.

## 참 고 문 헌

- 신준식 (1994). 문제 해결 신장을 위한 지도 실제: 고학년 학생의 지도를 중심으로, 청람수학교육 4, pp.75-84, 한국교원대학교 수학교육연구소.
- Kantowski, M.G. (1980). Some thoughts on teaching for problem solving. In Krulik., & R. E. Reys (Eds.), *Problem solving in school mathematics*, pp.195-203, Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Lester, F.K. (1994). Musing about mathematical problem-solving research: 1970-1994. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), pp.660-675.
- Margaret, I.F. (1988). *Fifth grade teachers and their students: An analysis of beliefs about mathematical problem solving*, ERIC Document Reproduction series No. ED 310-912.
- NCTM, (1980). *An agenda for action: Recommendations for school mathematics of the 1980s*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- \_\_\_\_\_ (2000). *Principles and standards for school mathematics*, Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Polya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*(2nd Ed.). 우정호(역) (1994). 어떻게 문제를 풀 것인가: 수학적 사고 방법. 서울: 천재교육.
- \_\_\_\_\_ (1962). *Mathematical discovery*. NY: John Wiley & Sons, Inc.
- Schroeder, T.L & Lester, Jr. F.K. (1989). Developing understanding in mathematical via problem solving. In P.R. Trafton, & A.P. Shulte (Eds.), *New Directions for Elementary School Mathematics* pp.31-42, Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.