

입자가 포함된 유체의 유동특성에 대한 직접수치해석

조상호[†] · 최형권^{*} · 유정열^{**}

(2003년 3월 18일 접수, 2003년 6월 30일 심사완료)

Direct Numerical Simulation of Flow Characteristics of the Fluid Laden with Many Particles

Sang Ho Cho, Hyoung Gwon Choi and Jung Yul Yoo

Key Words : Finite Element Method(유한요소법), Combined Formulation(결합공식화), DNS(직접수치해석), Fluid Laden with Particles(입자담재유체), Effective Viscosity(유효점도)

Abstract

Flow characteristics of the fluid laden with many particles in the two-dimensional channel are investigated using the Navier-Stokes equations coupled with the equation of motion of particles by direct numerical simulation. A four-step fractional step method with Crank-Nicolson scheme and ALE technique is used for P2P1 mixed finite element method. The motion and distribution of particles in the fluid is virtually described as a result of direct numerical simulation and the increase of viscosity is compared with theoretical equations. The effect of channel height on the relative viscosity and the tubular pinch effect are discussed.

1. 서론

뉴튼유체 또는 비뉴튼유체의 매질에 다량의 입자가 포함되어 있는 현탁액의 유변학적 특성 및 유동 해석은 오래전부터 많은 관심의 대상이 되어 왔다. 고분자화합물이 포함된 현탁액이나 미세한 모래가 포함된 원유의 유동, 적혈구가 포함된 인체 내의 혈류유동에 이르기까지 이러한 형태의 유동은 그 적용 범위가 대단히 넓다. 그럼에도 불구하고 문제의 복잡성으로 인하여 아직도 정확하게 이해되지 못하고 있으며, 보다 심층적인 연구의 여지가 있는 실정이다.

사실상 작은 입자들이 포함된 유체는 20세기 초부터 본격적으로 연구되기 시작하였다. 초기의 연구는 유체 내 입자들의 개별적인 움직임을 무시하

고 입자들에 의해 유체의 유변학적 성질이 어떻게 변하는가에 중점을 두었다. 초기의 연구자들은 이러한 유체의 유변학적 특성은 매질 유체에 포함되어 있는 입자들의 브라운운동에 의해 영향을 받는다고 생각하였다. 구형의 입자가 뉴튼 유체의 매질에 포함되어 있는 현탁액의 경우 농도가 매우 낮다면 각 입자들은 매질 유체 내에서 독립적으로 존재하며 이를 포함한 유체는 등방성이며 연속적이라고 가정되었다. Einstein⁽¹⁾은 이러한 유체의 성질을 유효점도로 표시하였고 이를 매질 유체에 대한 상대점도 (η_r)로 표시하면 다음과 같다:

$$\eta = \eta_f(1 + 2.5\Phi)$$

$$\eta_r = \frac{\eta}{\eta_f} = 1 + 2.5\Phi \quad (1)$$

여기서 η_f 는 매질 유체의 점도이다. 이 식에서 보는 바와 같이 상대점도는 매질 유체에 포함되어 있는 입자의 크기와 무관하며 오직 유체와 입자간의 부피비 (Φ)에 의해 결정된다. 이 식은 부피비가 0.1 보다 작은, 입자가 비교적 적게 포함된 물

[†] 서울대학교 BK21 기계분야사업단

^{*} 서울산업대학교 기계공학과

^{**} 책임저자, 회원, 서울대학교 기계항공공학부

E-mail : jyoo@plaza.snu.ac.kr

TEL : (02)880-7112 FAX : (02)883-0179

은 유체의 경우에 유효한 것으로 알려져 있다. 그러나 이 식에 따르면 각 입자들의 브라운운동은 유체의 속도와 응력에 영향을 미치지 아니하므로 유체의 유효점도는 브라운운동과 무관하다. 또한, 입자들간의 상호작용도 전혀 고려되지 않았다. 입자가 보다 많이 포함되면 입자들의 브라운운동 및 입자와 유체 매질간의 상호작용 효과가 유체의 속도 및 응력에 영향을 미치므로 궁극적으로 현탁액의 유효점도에 더 큰 변화를 가져 온다. 그리하여 이후 많은 연구자들은 입자와 유체매질과의 상호작용 및 브라운운동의 영향을 고려하여 ϕ^2 항을 도입하였다.

이 연구는 대체로 두가지 방향으로 진행되어 왔다. 하나는 매질 내에 포함된 입자의 크기가 비교적 커서 브라운운동을 무시할 수 있을 때 입자와 유체매질과의 상호작용에 의해 나타나는 유변학적인 변화를 연구한 것이며 다른 하나는 입자의 크기가 대단히 작아서 브라운운동이 지배적인 경우가 운동이 유체의 전체 응력에 미치는 영향을 고려함으로써 유변학적인 변화를 해석하는 것이다.

Batchelor⁽²⁾는 현탁액에 대한 이론적인 연구를 통하여 입자들간의 브라운운동이 영향을 미치지 않는 경우에 대해 식 (2)를 제시하였으며 브라운운동이 지배적인 경우에 대해 식 (3)을 제시하였다.

$$\eta_r = 1 + 2.5\Phi + 5.2\Phi^2 \quad (2)$$

$$\eta_r = 1 + 2.5\Phi + 6.2\Phi^2 \quad (3)$$

한편, Kataoka 등⁽³⁾은 폴리머 유체에 둥근 구형의 유리구슬을 담체시켜서 현탁액의 유효점도 변화에 대한 실험을 수행하였다. 그의 연구에서는 원추-평판 점도계를 사용하여 부피비 0.5까지의 각종 입자들이 포함된 유체에 대해 상대점도를 구하였다. 그의 실험 결과에 의하면 현탁액의 상대점도는 부피비 0.4 이하에서 Maron⁽⁴⁾의 식 (4)과 Mooney⁽⁵⁾의 식 (5)에 근접한 모습을 보여주었다.

$$\eta_r = \left(1 - \frac{\Phi}{\Phi_0}\right)^{-2} \quad (4)$$

$$\eta_r = \exp\left(\frac{2.5\Phi}{1 - k\Phi}\right) \quad (5)$$

여기서 Φ_0 는 단일형상입자들의 최대밀집도에 따른 packing fraction 계수로서 구형단일입자의 경우 $\Phi_0 = 0.68$ 을, k 는 입자가 현탁액에 담체될 때 여

분의 필요여유공간을 나타내는 crowding effect 계수로서 $k=1.25$ 의 값을 적용하였다.

한편, 또 다른 연구자들은 입자가 포함된 유동의 입자 움직임에 보다 주목하였다. 입자 분포에 대한 가장 의미 있는 실험은 Segre 와 Silberberg⁽⁶⁾에 의해 행해졌다. 그들은 원형 튜브 내에 입자가 포함된 유체를 흘려 Poiseuille 유동을 만든 다음 입자가 튜브 내에서 지나가는 경로를 통계학적으로 측정함으로써 튜브 내의 입자 분포에 대한 실험적 연구를 수행하였다. 그들의 연구는 비록 농도가 매우 낮은 단순한 유체여서 입자들간의 상호작용은 거의 없었음에도 불구하고 현탁액 내부 입자들의 움직임에 관한 기본적인 운동 형태를 제시하였다는 점에서 매우 큰 의미가 있다.

이처럼 입자가 포함된 현탁액의 유동은 그동안 이론적인 해석과 실험적 연구가 수행되어 왔으나 유체 내 입자들 간 운동의 복잡성 때문에 거시적인 단순 연구에 머물러 왔으며 컴퓨터 계산 환경의 미비로 수치해석적 연구는 초보적인 수준에 머물러 있다. 한편, 최근의 유한요소기법 (FEM)의 발달은 복잡한 경계를 가지는 문제를 보다 효율적으로 해석 가능하게 하였으며 또한 컴퓨터 능력의 발달은 많은 계산시간과 기억용량을 효율적으로 처리 가능하게 하였다.

Hesla⁽⁷⁾는 비선형적이고 형상이 복잡한 입자들간의 상호작용 및 입자와 채널벽 사이의 상호작용을 내재적으로 계산할 수 있는 결합공식화 기법을 개발하였다. 이 방법은 유체에 대한 지배방정식과 입자들 사이에 작용하는 운동방정식의 해를 내재적으로 동시에 구하는 직접수치해석 방법이다. Hu 와 Joseph⁽⁸⁾는 결합공식화 기법을 사용하여 입자의 움직임과 유체 유동을 해석하였으며 Patankar 등⁽⁹⁾은 뉴튼 유체 및 점탄성 유체 매질 내에서 하나의 입자에 가해지는 양력을 해석하였다. 또, Choi 와 Joseph⁽¹⁰⁾은 채널 내에 입자들이 침전되어 있는 상태에서 압력구배가 가해질 때 입자들에 가해지는 양력에 의해 입자들의 유동화가 발생하는 유동 형태에 대해 연구를 수행하였다.

본 연구에서는 브라운운동을 무시할 수 있는 비교적 큰 입자가 포함되어 있는 뉴튼 유체에 대하여 직접수치해석을 수행하고자 한다. 2차원 채널 내부를 흐르는 현탁액의 단순 전단유동에 대한 수치실험을 통하여 입자들간, 또 입자와 유체매질간의 상호작용이 현탁액의 유변학적 성질을 어떻게 변화시키는가를 고찰한다. 이를 위하여 수치해석

결과를 과거에 수행되었던 이론적인 분석이나 실험 결과와 비교하고 나아가 입자크기와 채널 크기의 변화가 유동장에 미치는 영향을 분석할 것이다. 그리고 채널 내 입자들의 분포를 검토함으로써 입자 분포가 유동 특성에 미치는 영향을 파악하고자 한다.

2. 수치해석 기법

2.1 차분화 기법

본 연구에서 고려하는 입자가 담재된 2상유체의 채널 유동에 대한 지배방정식은 매질 유체의 경우 2차원 Navier-Stokes 방정식과 연속방정식이다.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (5)$$

$$\rho_f \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \rho_f \mathbf{f} + \nabla \cdot \tilde{\boldsymbol{\sigma}} \quad (6)$$

여기서 \mathbf{u} 는 유체의 속도벡터, ρ_f 는 매질유체의 밀도, \mathbf{f} 는 체적력, $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$ 는 응력텐서로서

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = -p\tilde{\mathbf{I}} + \tilde{\boldsymbol{\tau}} = -p\tilde{\mathbf{I}} + 2\eta[\nabla\mathbf{u} + (\nabla\mathbf{u})^T] \quad (7)$$

이다. 여기서 $\tilde{\mathbf{I}}$ 와 $\tilde{\boldsymbol{\tau}}$ 는 항등텐서와 전단응력 텐서이다. 한편, 유체 내의 입자들은 채널 내를 자유롭게 움직이므로 입자의 움직임에 따른 격자의 이동을 서술하기 위하여, 이동하는 경계면 형상을 추적하는 Eulerian 방법과 유체 입자를 따라가며 속도장에 대해 해석이 가능한 Lagrangian 방법이 조합된 ALE 방법⁽¹¹⁾을 Navier-Stokes 방정식에 적용하면,

$$\rho_f \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \{(\mathbf{u} - \mathbf{u}_m) \cdot \nabla\} \mathbf{u} \right) = \rho_f \mathbf{f} + \nabla \cdot \tilde{\boldsymbol{\sigma}} \quad (8)$$

이다. 여기서 \mathbf{u}_m 은 격자의 이동속도로써 라플라스 방정식을 해석하여 구해진다. 이 방정식에 Galerkin 유한요소법을 적용하면 다음의 식이 얻어진다.

$$\int_{\Omega} [W \cdot \rho_f \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \{(\mathbf{u} - \mathbf{u}_m) \cdot \nabla\} \mathbf{u} \right) + \nabla W \cdot \tilde{\boldsymbol{\sigma}}] d\Omega - \int_{\Gamma} W(\tilde{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n}) d\Gamma = 0 \quad (9)$$

$$\int_{\Omega} (\mathbf{x} - \mathbf{X}_n) \times [W \cdot \rho_f \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \{(\mathbf{u} - \mathbf{u}_m) \cdot \nabla\} \mathbf{u} \right) + \nabla W \cdot \tilde{\boldsymbol{\sigma}}] d\Omega - \int_{\Gamma} W(\mathbf{x} - \mathbf{X}_n) \times (\tilde{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n}) d\Gamma = 0$$

for $n = 1, 2, \dots, N$.

여기서, W 는 형상함수, Ω 와 Γ 는 각각 입자가 차지하고 있는 공간을 제외한 유체영역과 그 경계, \mathbf{x} 는 위치벡터이고, 하첨자 'n'는 n번째 입자, N 은 입자의 개수를 나타낸다.

한편, 입자의 밀도와 유체매질의 밀도가 동일하다고 가정하므로 중력을 고려하지 아니한 뉴턴의 운동방정식과 입자의 회전에 대한 오일러방정식은 아래 식으로 표시된다.

$$m_n \frac{d\mathbf{V}_n}{dt} = \mathbf{F}_n = - \int_{\Gamma_n} \tilde{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n} dS \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (\tilde{\mathbf{I}}_n \boldsymbol{\omega}_n) &= \tilde{\mathbf{I}}_n \frac{d\boldsymbol{\omega}_n}{dt} + \boldsymbol{\omega}_n \times (\tilde{\mathbf{I}}_n \boldsymbol{\omega}_n) = \mathbf{T}_n \\ &= - \int_{\Gamma_n} (\mathbf{x} - \mathbf{X}_n) \times (\tilde{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n}) dS \end{aligned}$$

여기서, \mathbf{V}_n 는 n번째 입자의 속도벡터, $\boldsymbol{\omega}_n$ 는 각속도벡터, \mathbf{F}_n 는 입자 'n'에 작용하는 유체력, \mathbf{T}_n 는 입자의 중심에 관한 모멘트, \mathbf{n} 은 유체경계에 수직인 단위법선벡터, Γ_n 은 n번째 입자만을 포함하는 경계이다. 또, 입자의 속도와 각속도는 입자의 위치벡터 (\mathbf{X}_n)와 입자 중심에 관한 방위각 (Θ_n)의 시간미분값이다.

$$\frac{d\mathbf{X}_n}{dt} = \mathbf{V}_n, \quad \frac{d\Theta_n}{dt} = \boldsymbol{\omega}_n$$

\mathbf{F}_n 과 \mathbf{T}_n 은 입자의 표면에 가해지는 유체응력을 적분해서 구할 수 있으므로 유한요소법으로 표현되는 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_n &= - \int_{\Gamma_n} W(\tilde{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n}) d\Gamma \\ \mathbf{T}_n &= - \int_{\Gamma_n} W(\mathbf{x} - \mathbf{X}_n) \times (\tilde{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n}) d\Gamma \end{aligned} \quad (11)$$

그러므로 식 (9)와 식 (11)에 의해,

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F}_n &= -\sum_{i \in \Gamma_n} \int_{\Omega} [W_i \cdot \rho_f \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \{(\mathbf{u} - \mathbf{u}_m) \cdot \nabla\} \mathbf{u} \right) \\
 &\quad + \nabla W_i \cdot \tilde{\sigma}] d\Omega \quad (12) \\
 \mathbf{T}_n &= -\sum_{i \in \Gamma_n} \int_{\Omega} (\mathbf{x} - \mathbf{X}_n) \times [W_i \cdot \rho_f \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \{(\mathbf{u} - \mathbf{u}_m) \cdot \nabla\} \mathbf{u} \right) \\
 &\quad + \nabla W_i \cdot \tilde{\sigma}] d\Omega
 \end{aligned}$$

이다. 이 식을 입자의 운동방정식에 대입하여 결합공식화를 행하면 다음 식이 얻어지며 이것은 유체에 대한 지배방정식과 입자들 사이에 작용하는 운동방정식의 해를 내재적으로 동시에 구하는 직접수치해석 방법이다.

$$\begin{aligned}
 m_n \frac{d\mathbf{V}_n}{dt} &= \\
 -\sum_{i \in \Gamma_n} \int_{\Omega} &\left[W_i \cdot \rho_f \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \{(\mathbf{u} - \mathbf{u}_m) \cdot \nabla\} \mathbf{u} \right) + \nabla W_i \cdot \tilde{\sigma} \right] d\Omega \\
 \frac{d}{dt} (\tilde{\mathbf{I}}_n \omega_n) &= -\sum_{i \in \Gamma_n} \int_{\Omega} (\mathbf{x} - \mathbf{X}_n) \times \\
 &\left[W_i \cdot \rho_f \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \{(\mathbf{u} - \mathbf{u}_m) \cdot \nabla\} \mathbf{u} \right) + \nabla W_i \cdot \tilde{\sigma} \right] d\Omega \quad (13)
 \end{aligned}$$

수치해석 방법으로는 Choi 등⁽¹²⁾에 의해 제시되었으며, 압력항이 속도와 분리되어 유한요소법을 이용한 비압축성 Navier-Stokes 방정식 해석에 유용한 4단계 분리계산법을 사용하였다. 또한, 시간적분 방법으로는 2차 정확도를 가지는 Crank-Nicolson 스킴을 사용하며, 공간차분 방법으로는 속도가 중간 노드를 포함한 6개의 노드에서 근사되고 압력이 vertex 노드인 3개의 노드에서 근사되는 P2P1 격자계⁽¹¹⁾를 사용한 중심차분기법에 해당하는 Galerkin 방법을 사용하였다. 사용된 코드의 상세한 내용은 Choi⁽¹³⁾에 언급되어 있다.

2.2 격자계 및 계산 조건

Fig. 1에 개략도로 제시된 바와 같이 2차원 채널 내부에 다량의 입자들이 포함된 뉴튼유체가 채워져 있으며 채널 양단에 규정된 압력구배가 가해지는 환경에서 유체의 유동을 해석한다. 채널 내부를 흐르는 뉴튼유체와 입자는 밀도가 동일하여 입자는 자유롭게 유체 내부를 떠다닌다.

구형 입자들은 2차원 유동에서 동일 직경의 원형 실린더로 표현된다. 또한 2차원 계산이므로

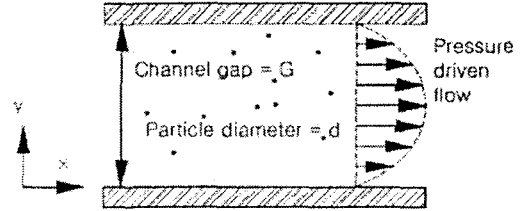


Fig. 1 Computational domain and the flow conditions

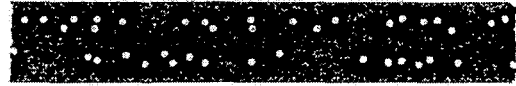


Fig. 2 The computational mesh when the fluid contains 40 particles ($G/d = 10$, $\Phi = 0.05$)

입자의 부피비는 면적비와 동일하다. 수치실험은 부피비 0.05에서 0.4까지 수행하였으며, 부피비가 0.4일 때 입자수는 최대 5120개까지 포함되어 있다. 채널 간격과 입자 직경비 (G/d)는 5, 10, 40인 경우에 대하여 고찰하였다.

계산 영역은 출구에서 사라진 입자와 유체가 입구쪽에서 동일 조건으로 다시 나타나는 현상이 무한히 반복되며 채널 간격 대 유동 방향 길이 비가 10 : 63인 무한스팬의 평면채널이다. 예를 들면, $G/d = 10$ 일 경우 계산 영역의 유동 방향 길이는 63이다. 이것은 Choi & Joseph⁽¹⁰⁾의 연구에서와 유사한 형상이다. 그들의 연구 결과에 의하면 이 길이는 3주기 이상의 유동 패턴을 포함하고 있어 채널 유동을 해석하기에 충분한 길이이다.

구형 입자의 표면에는 모두 15개의 격자가 심어져 있다. 이것은 구형 입자 후면의 복잡한 유동 해석을 위하여 다소 적은 격자수라고도 할 수 있으나, 본 연구처럼 채널 내부의 총체적인 유동 형태를 파악하기에는 충분한 격자 조밀도라 판단된다. Fig. 2에 채널 간격과 입자 직경비가 10이고, 부피비가 0.05로서 비교적 성긴 격자계를 가지는 경우의 계산 영역을 제시하였다.

모든 경우에 입자에 대한 전단 레이놀즈수는 다음과 같이 동일한 값을 가진다:

$$Re = \rho_f U d / \eta_f = \rho_f \dot{\gamma}_w d^2 / \eta_f = 10 \quad (14)$$

$$\dot{\gamma}_w = \left. \frac{du}{dy} \right|_{wall} \quad (15)$$

$$U = \dot{\gamma}_w d \quad (16)$$

여기서 $\dot{\gamma}_w$ 는 입자가 없이 매질유체만의 유동을 가정할 경우에 벽에서의 전단율을 의미한다.

압력구배는 해당 레이놀즈수에 일치하도록 채널 간격 (G) 별로 아래의 식에 의해 주어졌다.

$$\frac{\Delta P}{\Delta x} = \text{Re} \frac{2\eta_f}{G} \cdot \frac{\nu}{d^2} \quad (17)$$

여기서 ν 는 동점성계수이다.

3. 수치해석 결과

3.1 부피비에 따른 속도의 변화

초기의 입자들은 채널내에 임의로 분포하였으며, 압력구배가 가해져 유동장이 형성되면서 입자들은 채널 내부에서 매질 유체와 함께 떠다닌다. 일정 시간이 지나 완전발달유동이 채널 내부에 형성되었을 때 유동장 내 입자 위치와 국소 압력 분포를 Fig. 3에 나타내었다. 채널 내부에 나타난 국소 압력분포는 유동장이 상당히 복잡함을 보여주며 일정한 패턴을 찾기는 어려웠다.

2차원 채널 유동에서 유동장 내부에 균일한 압력차가 가해지는 단순전단유동의 경우 뉴튼유체는 포물선 형태의 속도 분포를 가지는 것으로 알려져 있다. 유체 내부에 입자가 존재하는 현탁액의 경우 입자가 유체의 응력에 영향을 미쳐 유효점도가 증가하고 이것은 속도의 감소로 나타난다. 입자의 개수가 증가하여 부피비가 커질수록 속도감소는 더욱 심해진다.

채널과 입자의 크기비가 10인 경우에 대해 각각의 부피비에 따른 속도장의 변화를 Fig. 4에 보였다. 여기에 표시된 유체 속도는 완전발달된 유동 상태에서 시간과 공간에 대해 모두 평균하여 다차원방정식으로 근사하였으며, 상대기준속도인 U_c 는 입자가 포함되지 아니한 매질 유체만의 경우에 대한 채널 중심선 상의 속도이다. 그림에서 보는 바와 같이 부피비가 커질수록 속도는 현저하게 줄어들고 있으며 채널 중심부의 속도 분포가 점점 평탄한 형상이 되고 있음을 확인할 수 있다.

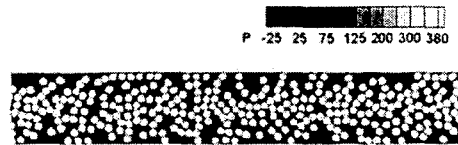


Fig. 3 Snapshot of the particles' motion and pressure distribution when the fluid contains 320 particles ($G/d = 10, \Phi = 0.4$)

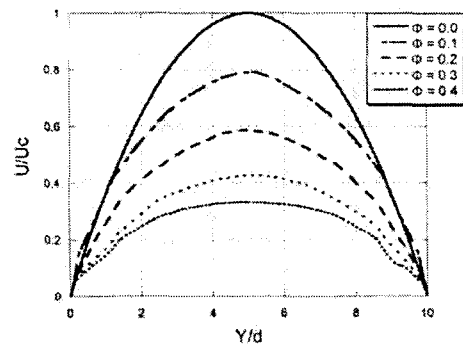


Fig. 4 Velocity profiles of the suspension with respect to the gapwise position for various volume fractions at $G/d = 10$

3.2 뉴튼 유체와 입자의 속도장 비교

채널 내부에 떠 다니는 입자들은 채널 내부로 흐르는 유체 매질과의 상호작용, 채널 벽에서의 전단력, 입자들간의 상호작용 등에 영향을 받아 매우 복잡한 운동을 한다.

이들 입자들은 채널 내부에 고르게 분포하는 것이 아니라, 유체 유동에 의해 그 분포가 영향을 받으며 이는 유체의 유변학적 특성의 변화를 초래하여 유체의 속도장에 다시 영향을 미치게 된다.

Fig. 5에서 입자가 포함된 현탁액 및 이 현탁액과 동일 길보기점도를 가지는 뉴튼유체의 속도장 및 입자의 속도 분포를 비교하였다. $\Phi = 0.4$ 인 현탁액의 유체 속도 (굵은 실선) 와 각각의 입자들의 속도 (+로 표시) 를 비교해보면, 입자들은 대체적으로 현탁액의 속도와 유사한 분포를 가진다. 또, $\Phi = 0.4$ 인 현탁액의 유체 속도와 현탁액과 동일 유효점도를 가지는 $\eta = 2.78$ 의 뉴튼유체의 속도 (점선)를 비교하면, 채널 중앙부에서는 현탁액의 속도가 뉴튼유체에 비해 느림을 알 수 있으며 벽 부근으로 갈수록 현탁액의 속도가 뉴튼유체에 비해 더 빨라짐을 확인할 수 있다. 이러한 속도 분포의 차이는 현탁액이 거시적 측면에서도 뉴튼유체와 다른 거동을 보이고 있음을 알려주며 이

는 입자간의 상호적 영향이 유체 유동에 영향을 미치고 있음을 의미한다.

3.3 입자들의 채널 내 분포

단순 Poiseuille 유동에서 유체 내의 입자는 벽 부근에서 채널의 중심부로 밀어올려지는 힘을 받는다. 이로 인하여 대부분의 입자들은 다소 벽과 간격을 두고 분포함이 일반적이다. 이러한 현상이 발생하는 이유는 벽 부근에서 전단응력에 의한 힘이 입자에 작용하기 때문으로 설명된다. Segre 와 Silberberg⁽¹⁴⁾의 실험에서 구해진 결과도 원형 단면의 튜브에서 0.6 r 부근에 입자들이 많이 분포하며 벽으로 갈수록 입자수가 급격히 줄어드는 것으로 보고하고 있다.

본 연구에서의 경우 그 실험에 비해 입자 수가 대단히 많아 입자들간의 빈번한 상호작용이 일어나므로 실험에서처럼 단순한 분포도를 구할 수는 없다. 다만, 부피비가 0.4 인 경우에 대하여 채널 간격과 입자 직경 비 (G/d) 가 10인 경우와 40인 경우에 대하여 입자들의 분포도를 구하였다. 입자 분포는 N/N_{total} 로 표시하였으며 N_{total} 은 채널 내 전체 입자의 수이고, N은 해당 구간내 포함된 입자수이다. 구간은 채널 간격을 10등분 하여 계산하였다.

Fig. 6에서 보는 바와 같이 입자분포는 G/d = 10 인 경우 벽 부근에서 현저히 떨어지는 결과를 보였으며 채널 중심부로 갈수록 입자 분포비는 더욱 높아지는 결과를 보였다. 반면 G/d = 40 인 경우 그 차이는 그리 크게 나타나지 않았다. 이것은 레이놀즈수가 대단히 낮은 유동이기 때문에 입자가 많은 경우 벽의 영향이 그리 크지 않음을 뜻한다.

G/d = 10 인 경우의 결과는 Gavin⁽¹⁵⁾ 이 전기변성유체와 자기변성유체의 정상유동에서 벽 부근에서 입자들의 분포가 다른 부분에 비해 현저히 낮아 항복응력 저하를 발생시키게 될 것이라고 예측한 것과 동일한 결과이다.

이처럼 입자 분포가 불균일해지면 채널 내부 위치 별로 유효점도가 달라지고 속도분포에서도 차이가 발생한다. 즉, 중심부 부근에 밀집된 입자분포는 벽부근에 비해 유효점도를 향상시켜 중심부의 속도를 상대적으로 감속시키는 결과를 가져오며 이로 인하여 유체의 속도 분포 모습은 채널 중심부분이 포물선 형이 아니라 상대적으로 편평한 모습을 보여준다.

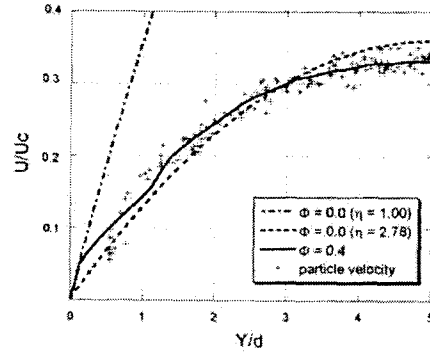


Fig. 5 Comparison of the velocity distribution of the suspension with that of the Newtonian fluid and the respective velocities of the particles with respect to the gapwise position at G/d = 10

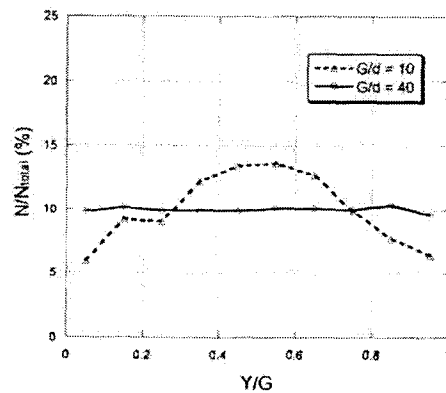


Fig. 6 Distribution of particles with respect to the gapwise position for G/d = 10 and 40

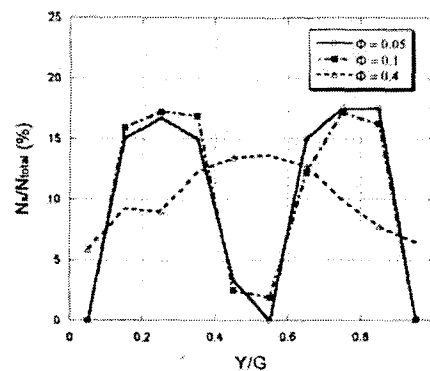


Fig. 7 Distribution of particles with respect to the gapwise position for various volume fractions at G/d = 10

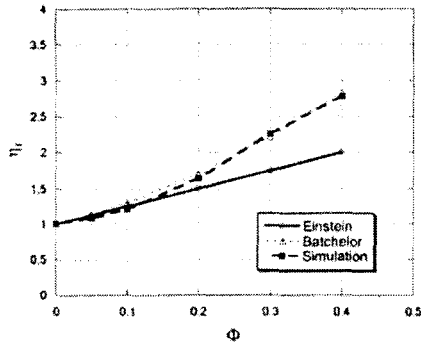


Fig. 8 Comparison of the relative viscosity of the solid particle-laden Newtonian fluid with the Einstein equation and Batchelor's equation

Fig. 7에서는 부피비에 대한 입자들의 채널 내 분포를 나타내었다. $\Phi = 0.4$ 인 경우 입자들은 채널의 중앙으로 갈수록 증가하는 경향을 보인다. 그러나 입자의 밀집도가 비교적 줄어드는 $\Phi = 0.1$ 과 $\Phi = 0.05$ 의 경우에는 입자들이 가장 밀집한 부분이 채널의 중앙부가 아닌 벽쪽으로 다소 옮겨진 특이한 분포를 보여준다. Segre와 Silberberg⁽¹⁴⁾는 구형의 입자가 흘러가는 파이프 내부유동 실험에서 입자들이 파이프의 중앙이나 벽보다 그 중간 지점에 더 많이 분포함을 발견하였고 이를 tubular pinch effect라 명명하였다. Fig. 7은 이와 부합하는 결과로서 수치해석 방법으로 현탁액 내 입자의 움직임을 해석할 수 있음을 보여준다.

3.4 부피비와 유효점도와의 상관 관계

채널 유동에서 뉴턴 유체의 경우 속도장이 포물선 분포를 가지므로 채널의 중심선상의 속도만 안다면 유체의 점도를 구할 수 있다. 하지만 뉴턴 유체 매질에서 입자가 포함되어 있는 경우 속도 분포는 입자들에 의해 영향을 받으므로 속도장은 포물선 분포와는 다른 분포를 형성하게 된다. 그러므로 현탁액의 유효점도는 뉴턴 유체처럼 단순히 구할 수 없다. 여기서는 각 채널 벽으로부터의 위치에 따라 평균 속도를 구하여 그곳에서의 속도 구배를 이용하여 각 지점의 유효점도를 구하였으며 이렇게 구해진 각 채널 간격 방향 위치에서의 점도를 평균하여 해당 유체의 평균유효점도를 구하였다.

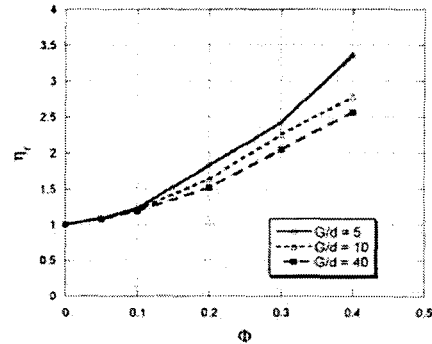


Fig. 9 Comparison of the relative viscosity of particle-laden Newtonian fluid for various channel gaps

이 연구에서 구해진 입자의 부피비별 상대점도 계산 결과와 기존 이론 연구식들을 Fig. 8에 비교하였다. 여기서 채널 간격과 입자 직경 비가 $G/d = 10$ 인 경우의 결과는 Batchelor의 식과 비교적 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 즉, 입자들간의 영향이 거의 고려되지 아니한 Einstein의 상대점도식에 비해 상당히 상대점도가 높게 나타났으며 이 결과로 볼 때 수치실험이 입자들의 상호작용을 비교적 잘 반영하고 있음을 알 수 있다.

3.5 채널 높이와 점도의 상관 관계

이 연구에서는 3개의 채널 간격에 대하여 고찰하였다. 채널 간격과 입자 직경비가 10인 경우를 표준으로 하여 보다 작은 5인 경우와 보다 큰 40인 경우에 대해 계산을 수행하였다. 만일 채널 간격에 대해 입자 크기가 상당히 커지게 되면 유체의 유동은 보다 많은 저항을 받게 되며 입자 개수가 많아질수록 그 영향은 더욱 커질 것이다.

Fig. 9에서 보듯이 채널 간격과 입자 직경의 비(G/d)가 커지면 유효점도가 낮아지는 효과가 나타난다. $\Phi = 0.1$ 이하의 부피비를 가지는 현탁액에서는 채널 간격과 입자 직경의 비가 큰 영향을 미치지 않지만 부피비가 이보다 증가하면 유효점도가 큰 폭으로 변화한다. $G/d = 5$ 인 경우 $G/d = 40$ 인 경우에 비해 $\Phi = 0.2$ 인 현탁액에서 약 20.4% 증가되며 이 증가폭은 부피비가 커질수록 더욱 커져 $\Phi = 0.4$ 인 현탁액에서는 30.7%나 증가한다.

4. 결 론

결합공식화를 이용한 입자와 유체간의 상호작용에 대한 직접수치해석을 통하여 입자들 사이의 상호작용 및 입자와 유체 매질 간의 상호작용이 유변학적 성질에 미치는 영향을 해석하였다.

유체에 포함된 입자의 부피비가 증가할수록 유체의 속도가 감소하였으며 현탁액의 유효점도가 증가하였다. 입자의 부피비에 따른 유체의 속도 분포를 보였으며 각각의 경우에 대한 입자들의 분포를 채널 벽에서의 거리별로 나타내어 이것이 현탁액 입자의 부피비와 연관이 있음을 보였고, 실험에서 언급되었던 tubular pinch effect가 계산으로 재현될 수 있음을 확인하였다.

그리고, 현탁액의 상대점도를 계산하여 이론적인 수식과 비교하였으며 그 경향이 동일함을 확인하였다. 또, 채널의 간격과 유체에 포함된 입자의 직경 비가 커질수록 유체의 상대점도가 증가하는 경향을 보인다는 사실을 확인하였고, 이 영향은 부피비가 증가할수록 더욱 커진다는 사실을 알 수 있었다.

본 연구로 입자가 포함된 현탁액의 유변학적인 특성 해석에 대해 결합공식화를 이용한 직접수치해석법이 효과적일 수 있음을 확인하였으며, 이 방법을 이용하여 유체 내부 입자들의 분포 및 움직임이 유체의 유변학적 특성에 미치는 영향을 예측하고 미시적인 유동장 해석이 가능해질 것이라고 판단된다.

후 기

본 연구는 BK 21 사업 서울대학교 기계분야사업단과 마이크로열시스템연구센터의 지원을 받았으며 이에 감사 드립니다.

참고문헌

- (1) Einstein, A., 1906, "A New Determination of Molecular Dimensions," *Annln Phys.* Vol. 19, pp. 289.
- (2) Batchelor, G. K., 1977, "The Effect of Brownian Motion on the Bulk Stress in a Suspension of Spherical Particles," *J. Fluid Mech.* Vol. 83, pp. 97~117.
- (3) Kataoka, T., Kitano, T., Sasahara, M., & Nishijima, K., 1978, "Viscosity of Particle Filled Polymer Melts," *Rheol. Acta.* Vol. 17, pp. 149~155.
- (4) Maron, S. H., & Pierce, P. E., 1956, *J. Colloid Sci.* Vol. 11, pp. 80.
- (5) Mooney, 1951, M., *J. Colloid Sci.*, Vol. 6, pp. 162.
- (6) Segre, G., & Silberberg, A., 1962, "Behavior of

- Macroscopic Rigid Spheres in Poiseuille Flow Part 1. "Determination of Local Concentration by Statistical analysis of Particle Passages through Crossed Light Beams," *J. Fluid Mech.* Vol. 14, pp. 115~135.
- (7) Hesla, T. I., 1991, "Combined Formulation of Fluid-Particle Problem," (*unpublished note*)
- (8) Hu, H. H. & Joseph, D. D., 1992, "Direct Simulation of Fluid Particle Motions," *Theoret. Comput. Fluid Dynam.* Vol. 3, pp. 285~306.
- (9) Patankar, N. A., Huang, P. Y., Ko, T., & Joseph, D. D., 2001, "Lift-off of a Single Particle in Newtonian and Viscoelastic Fluids by Direct Numerical Simulation," *J. Fluid Mech.*, Vol. 438, pp. 67~100.
- (10) Choi, H. G., & Joseph, D. D., 2001, "Fluidization by Lift of 300 Circular Particles in Plane Poiseuille Flow by Direct Numerical Simulation," *J. Fluid Mech.* Vol. 438, pp. 101~128.
- (11) Hu, H. H., Patankar, N. A., & Zhu, M. Y., 2001, "Direct Numerical Simulations of Fluid-Solid Systems using the Arbitrary Lagrangian-Eulerian Technique," *J. of Computational Physics* Vol. 169, pp. 427~462.
- (12) Choi, H. G., Choi, H., & Yoo, J. Y., 1997, "A Fractional Four-step Finite Element Formulation of the Unsteady Incompressible Navier-Stokes Equations Using SUPG and Linear Equal-order Element Methods," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* Vol. 143, pp. 333~348.
- (13) Choi, H. G., 2000, "Splitting Method for the Combined Formulation of the Fluid-particle Problem," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* Vol. 190, pp. 1367~1378.
- (14) Segre, G., & Silberberg, A., 1962, "Behavior of Macroscopic Rigid Spheres in Poiseuille Flow Part 2. Experimental Results and Interpretation," *J. Fluid Mech.* Vol. 14, pp. 136~157.
- (15) Gavin, H. P., 1997, "The Effect of Particle Concentration Inhomogeneities on the Steady Flow of Electro-and Magneto-Rheological Materials," *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* Vol. 71, pp. 165~182.