

구형 압력용기의 초소성 성형 공정에서 두께변화 예측에 관한 이론해석

윤종훈*, 이호성**, 장영순***, 이영무****

Theoretical Analysis for Prediction of Thickness Variation in Superplastic Forming Process of Spherical Pressure Vessel

Jong-Hoon Yoon*, Ho-Sung Lee**, Young-Soon Jang***, Yeong-Moo Yi****

Abstract

When superplastic forming process is employed in manufacturing spherical pressure vessel, the thickness and spherical profile are not constant and varies during the forming process. In the current study, theoretical analysis for the prediction of thickness change was carried out under the consideration of membrane theory which has been employed in Kuglov et. al.'s study. Then the thickness of initial blank to obtain the required thickness at the final forming step, the time vs. pressure profile which yields uniform deformation in blank, and the thickness distribution according to the position at each forming step have been determined. The employed model and the developed analytical code were verified throughout comparing the theoretical predictions at each forming stage with the experimental results shown in literature.

초 록

초소성 공정을 이용하여 구형 압력용기를 제작하는 경우 두께와 구형의 형상은 일정하지 않고 성형공정이 진행함에 따라 변하게 된다. 본 연구에서는 공정과정 동안 발생하는 초기 블랭크의 두께변화 예측을 이론적으로 해석하였다. 두께변화 예측을 위한 이론적인 모델은 Kuglov 등이 적용한 막막이론을 사용하였으며 요구되는 최종 두께를 얻기 위한 초기 블랭크의 두께, 블랭크의 균일한 변형을 얻기 위한 시간에 따른 압력 프로파일, 각 성형단계에서 위치에 따른 두께분포 및 시간에 따른 두께분포를 결정하였다. 공정 단계 전반에 걸쳐서 적용 모델 및 해석 프로그램의 적합성을 문헌의 시험 결과와 비교하여 검증하였다.

키워드 : 초소성 (superplasticity), 초소성성형(superplastic forming), 압력용기(pressure vessel), 막막이론(membrane theory), 두께(thickness)

* 구조그룹/yjh@kari.re.kr

** 구조그룹/hslee@kari.re.kr

*** 구조그룹/ysjagn@kari.re.kr

**** 우주발사체기술실/ymy@kari.re.kr

1. 서 론

대형 발사체에 사용되는 압력용기는 연료와 액체산소 등과 같이 액체성분을 저장하는 추진제 탱크와 자세제어 등을 위한 고압의 가스를 저장하는 고압탱크의 두 가지 종류로 크게 구분할 수 있다. 전자의 경우는 대형 구조물의 형태를 가지며 후자의 경우는 상대적으로 소형이라고 할 수 있다.

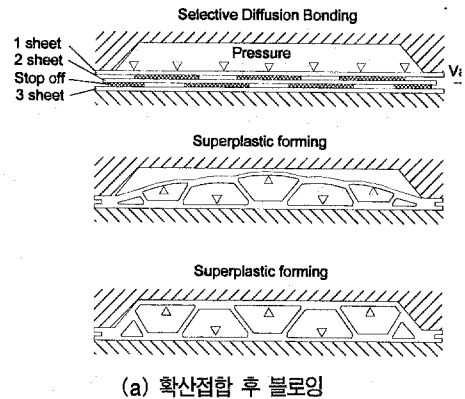
이와 같이 발사체에 사용되는 압력용기는 형상의 최적화 혹은 비강도와 비강성이 높은 경량 소재를 적용하는 두 가지 방법에 의해 구조 경량화를 실현하는 편이다. 추진제 탱크의 경우에는 주로 대형 구조물이기 때문에 경량소재의 적용과 형상 최적화 두 가지 방법이 모두 적용되는 반면, 고압탱크 같은 경우는 상대적으로 소형일 뿐만 아니라 구형상이 주를 이루고 있기 때문에 형상 설계의 최적화를 통한 경량화 효과는 얻기 어렵고 단지 경량소재를 이용한 경량화에 많이 의존하고 있다.

발사체용 압력용기를 티타늄 합금을 이용하여 제작할 경우 많이 사용되는 가공방법은 스퍼닝과 초소성 성형이라고 할 수 있다.

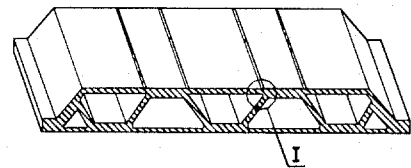
초소성 공정에 대한 간략한 소개는 다음과 같다[1]. 결정립이 매우 미세한 합금(보통 10~15 μ m 이하)은 특정온도 및 낮은 변형률 속도에서의 초소성 거동으로 매우 큰 연신률(최대 2000%)을 얻을 수 있게 되는데, 우주항공용 알루미늄 합금이나 티타늄 합금이 이러한 특성을 갖고 있다. 이를 이용하여 판재 가공시에는 열성형, 진공성형, 블로성형 등으로 복잡한 형상을 손쉽게 일체화 성형할 수 있으므로 경량화가 요구되는 우주항공용 부품 제작에 사용되고 있다.

그림 1은 초소성 성형공정으로 샌드위치 판넬을 제작하는 공정에 대한 개략적인 설명을 나타내는 것이다. 그림 1(b)와 같은 형상의 샌드위치 판넬을 제작하기 위해 그림 1(a)와 같이 먼저 필요한 수량만큼의 판재를 적층하고 판재와 판재 사이에 stop-off를 둔 후 진공챔버에서 적절한 온도와 압력을 판재에 가하게 되면 원하는 부위만

확산접합 되며 이후, 비접합 부위의 내부에 적절한 압력을 가함으로써 최종 형상을 얻게 된다.



(a) 확산접합 후 블로잉



(b) 최종 성형된 샌드위치 판넬

그림 1. 확산접합 및 초소성 성형공정에 의한 샌드위치 판넬 제작의 개략도.

발사체 제작기술을 보유한 미국, 일본, 러시아 및 유럽 등과 같은 나라에서는 고압용기의 경량화를 위하여 티타늄 합금을 많이 사용하고 있다. 티타늄 합금은 철강재에 비해서 밀도는 절반정도 인 반면 비강도와 비강성이 크기 때문에 항공우주용 뿐만 아니라 자동차 산업, 일반 생활용품에 이르기까지 다양하게 응용되고 있다. 하지만 티타늄 합금은 난가공성 소재이며, 특히 초소성가공을 이용하여 부품을 성형 할 경우 공정변수의 세심한 조절이 필요하다. 본 성형방법은 초소성 특성으로 인하여 유동응력이 아주 낮으므로 가스 압력 만으로도 성형이 가능하고, 아주 얇은 두께까지 제작이 가능한 장점이 있다.

본 연구에서는 티타늄이 갖는 초소성 성질을 이용하여 구형의 압력용기를 제작할 목적으로 공정을 최적화하기 위한 이론적 해석을 수행하였다.

2. 블로포밍 공정의 이론적 모델

2.1 기본가정

초소성 성형 공정의 이론적인 모델은 Kuglov 등[2]이 제안한 박막이론(membrane theory)을 이용하여 유도하기로 하며 이론해석을 위한 기본적인 가정은 다음과 같다.

- (1) 초소성 성형에 이용되는 판재는 등방성이며 소성변형동안 비압축성을 유지한다.
- (2) 초소성 성형공정은 등온공정이다. 즉, 초소성 공정은 재료가 초소성 변형거동을 나타내는 온도범위의 특정 온도에서 수행되므로 온도의 영향은 고려하지 않는다.
- (3) 블랭크의 초기 두께 s_0 는 초기 반지름 R_0 에 비해서 매우 작다고 본다.
즉, $s_0/R_0 \ll 1$ 을 충분히 만족한다고 가정하며 이로부터 박막이론의 적용이 가능해진다.
- (4) 유동응력식(flow stress)은 변형률 속도(strain rate)의 함수이다. 즉, 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$\bar{\sigma} = K \dot{\epsilon}^m \quad (1)$$

여기서 $\bar{\sigma}$ 는 재료의 유동응력, K 는 강도계수(strength coefficient), m 은 변형률 속도 민감지수(strain rate sensitivity)이다.

- (5) 초소성 변형과정에서 블랭크의 변형 형상은 구형상의 일부를 갖는다고 본다. 즉, 시간에 따른 변형 형상은 그림 2와 같다. 여기서 s_t 와 R_t 는 최종 형상의 두께와 최종 형상의 반경을 각각 나타낸다.
- (6) 확산 접합된 부위의 두께 변화는 없고 단지 반경방향 변위만 존재한다.

이상의 가정 중에서 확산 접합된 부위의 반경 방향 변위를 허용치 않을 경우[3] 즉, 구속조건으로 처리할 경우, 최종 성형된 구형 압력용기의 반경이 초기 블랭크의 반경과 동일하게 되기 때문에 최종 성형품의 두께 분포 예측에 실패할 가능성이 높게 된다.

2.2 블랭크의 반경 및 두께분포 예측

그림 3과 같이 초기 블랭크에 위치한 점 A, B, M, O와 반경 R_0 가 시간 t 에서는 A', B', M', O' 및 R 로 변했을 때, metric tensor는 다음과 같이 표현된다.

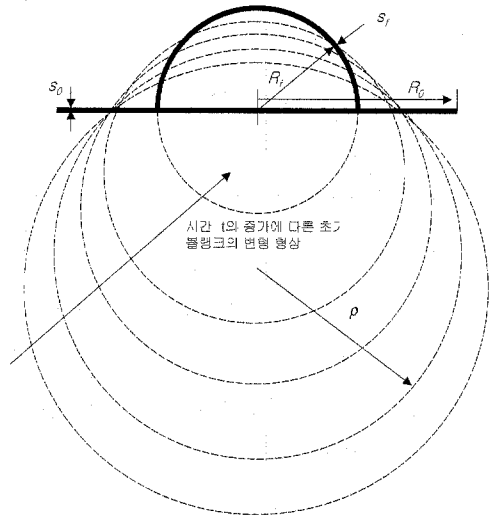


그림 2. 초기 블랭크의 시간에 따른 변형 형상.

$$\hat{g}_0 = \begin{pmatrix} \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \left(\frac{\alpha}{\sin\alpha}\right)^2 & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{R}{R_c}\right)^2 \left(\frac{\alpha}{\sin\alpha}\right)^2 \left(\frac{\sin\phi}{\phi}\right) & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{s}{s_0}\right)^2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

임의의 성형단계에서 소재의 두께분포는 가정 (1)의 비압축성 조건으로부터 다음과 같이 구해진다.

$$\det \hat{g}_{ij} = \det \hat{g}_{ij}|_{t=0} = \det \delta_{ij} = 1$$

$$\therefore s(\phi, \alpha, R) = s_0 \left(\frac{R}{R_0} \right)^2 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \left(\frac{\phi}{\sin \phi} \right) \quad (3)$$

가정 (6)은 다음과 같은 경계조건을 생성한다.

$$s = s_0 \text{ at } \phi = \alpha \quad (4)$$

식 (4)의 경계조건을 식 (3)에 대입하면 임의의 성형단계에 대한 다음의 관계식을 구할 수 있다.

$$R = R_0 \sqrt{\frac{\sin \alpha}{\alpha}} \quad (5)$$

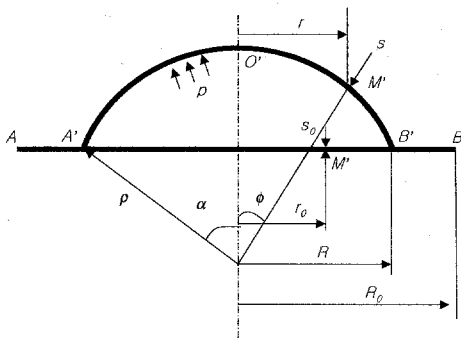


그림 3. 구형 셸 성형공정에 있어서 블랭크 변형상태의 개략적 표현.

식 (5)에서 $\alpha = \pi/2$ 를 대입하면

$$R_0 = R_f \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cong 1.25 R_f \quad (6)$$

즉, 반경 R_f 를 갖는 구형 셸을 성형하기 위해 서 초기 블랭크의 반경은 최종 형상이 갖는 반경 의 약 1.25배가 되어야 함을 알 수 있다.

또한, 식 (5)를 식 (3)에 대입하면 두께분포는 단지 α 와 ϕ 만의 함수가 되며 다음과 같이 정리 된다.

$$s(\phi, \alpha) = s_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right) \left(\frac{\phi}{\sin \phi} \right) \quad (7)$$

한편, 초소성 성형공정동안 일정한 가스 압력 을 적용할 경우 성형공정동안 변형률 속도의 상 당한 변화를 유발하게 된다. 따라서 변형률 속도 가 균일하도록 가스 압력의 조절이 요구되며, 최 적의 변형률 속도를 얻게 하는 가스 압력의 시간 에 따른 프로파일은 다음 절에서 계산하며, 본 절에서는 우선 변형률 속도가 균일하다고 전제하 다.

또한, 두께변화가 가장 심한 곳은 통상적으로 구형 셸의 정점에서 나타나게 되며, 다음의 조건 을 적용하면,

$$\dot{\epsilon}^a = \dot{\epsilon}_{opt} = constant \quad (8)$$

여기서, $\dot{\epsilon}^a$ 는 구형 셸의 정점에서의 유효 변형 률 속도이며, 상첨자 a 는 구형 셸의 정점(apex)을 의미한다. 한편, 비압축성 조건은 다음과 같다.

$$\dot{\epsilon}_m + \dot{\epsilon}_t + \dot{\epsilon}_n = 0 \quad (9)$$

여기서, 하첨자 m 은 자오선을 따르는 방향, t 는 자오선에 수직인 방향으로의 접선방향, n 은 두께방향을 의미한다.

유효변형률 속도의 정의로부터

$$\dot{\epsilon} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_i \dot{\epsilon}_j} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\dot{\epsilon}_m^2 + \dot{\epsilon}_t^2 + \dot{\epsilon}_n \dot{\epsilon}_t} \quad (10)$$

구형 셸의 정점에서는 $\dot{\epsilon}_m = \dot{\epsilon}_t^a$ 이므로 식 (9)는 다음과 같이 된다.

$$\dot{\epsilon}_m^a = \dot{\epsilon}_t^a = -0.5 \dot{\epsilon}_n^a \quad (11)$$

식 (11)을 식 (10)에 대입하고 정리하면 정점 에 서의 유효 변형률 속도는

$$\dot{\epsilon}^a = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_i^a \dot{\epsilon}_j^a} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\dot{\epsilon}_m^{a2} + \dot{\epsilon}_t^{a2} + \dot{\epsilon}_n^a \dot{\epsilon}_t^a}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{1}{4} \dot{\epsilon}_n^{a2} + \frac{1}{4} \dot{\epsilon}_n^{e2} + \frac{1}{4} \dot{\epsilon}_n^{o2}} \\
 &= \left| \dot{\epsilon}_n^a \right| = -\frac{\dot{s}_a}{s_a}
 \end{aligned} \quad (12)$$

식 (7)에서 정점에서의 두께 s^a 는 다음과 같다.

$$s^a = \lim_{\phi \rightarrow 0} s_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right) \left(\frac{\phi}{\sin \phi} \right) = s_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right) \quad (13)$$

한편, 확산 접합된 부위의 두께방향 변형률 속도는 가정 (6)으로부터 $\dot{\epsilon}_n^b = 0$ 이므로 비압축성 조건에 의해서 $\dot{\epsilon}_t^b = -\dot{\epsilon}_m^b$ 이 성립하고 식 (10)에 대입하면 확산 접합된 부위의 유효 변형률 속도 $\dot{\epsilon}^b$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \dot{\epsilon}^b &= \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_t^b \dot{\epsilon}_m^b} = -\frac{2}{\sqrt{3}} \dot{\epsilon}_m^b \\
 &= -\frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\dot{R} d\theta}{R d\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\dot{R}}{R}
 \end{aligned} \quad (14)$$

식 (8)을 식 (12)와 (14)에 적용한 다음 시간에 대해서 각각 적분하면 구형 쉘의 정점에서 시간에 따른 두께 $s^a(t)$ 와 반경변화 $R(t)$ 를 다음처럼 구할 수 있게 된다.

$$s^a(t) = s_0 \exp(-\dot{\epsilon}_{opt} t) \quad (15)$$

$$R(t) = R_0 \exp\left(\frac{-\dot{\epsilon}_{opt} t}{\sqrt{2}}\right) \quad (16)$$

2.3 응력상태

박막이론에 의하면 초소성 변형동안 재료내부의 응력성분은 자오선 방향 응력성분 σ_m 과 접선 방향 응력성분 σ_t 두께가 존재하게 된다. 따라서 미소요소에 대한 평형방정식은 다음과 같다.

$$\frac{s \sigma_m}{\rho_m} + \frac{s \sigma_t}{\rho_t} = p \quad (17)$$

여기서, ρ 는 미소요소의 곡률반경을 나타낸다. 한편, 축방향 힘의 평형을 고려하면 $\sigma_m (2\pi r s) \sin \alpha = p \pi r^2$ 의 관계가 성립하므로 σ_m 을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$s \sigma_m = p \rho / 2 \quad (18)$$

따라서 σ_t 는 다음과 같다.

$$\sigma_t = \left(\frac{p \rho_t}{s} \right) \left(1 - \frac{\rho_t}{2 \rho_m} \right) \quad (19)$$

또한, 유효 응력 $\bar{\sigma}$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \bar{\sigma} &= \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_m - \sigma_t)^2 + (\sigma_t - \sigma_n)^2 + (\sigma_n - \sigma_m)^2]} \\
 &= \sqrt{\sigma_m^2 + \sigma_t^2 - \sigma_m \sigma_n}
 \end{aligned} \quad (20)$$

셸 정점에서의 대칭성으로부터 정점에서의 응력성분 및 유효 응력은 다음과 같다.

$$\sigma_m^a = \sigma_t^a = \bar{\sigma}^a = \frac{p R}{2 s s \sin \alpha} \quad (21)$$

2.4 시간-압력 프로파일

가정 (4)와 식 (8)로부터 다음의 관계가 성립한다.

$$\bar{\sigma}^a = \sigma_{opt} = constant \quad (22)$$

여기서, σ_{opt} 은 최적 변형률 속도 $\dot{\epsilon}_{opt}$ 에 해당하는 응력이다.

식 (21) 및 (22)로부터 $p(t) = 2 s \sigma_{opt} \sin \alpha(t) / R$ 의 관계가 성립하며 식 (15)와 (16)을 고려하면 시간에 따른 압력은 다음과 같이 표현된다.

$$p(t) = \sigma_{opt} \frac{2 s_0}{R_0} \sin \alpha \exp\left(-\frac{\dot{\epsilon}_{opt} t}{2}\right), \quad 0 \leq t \leq t_1 \quad (23)$$

여기서, t_1 은 구형 셸 성형에 요구되는 시간이며, 식 (6)과 (16)에 의해서 이론적으로 다음과 같이 계산된다.

$$t_1 = \ln(\pi/2)/\dot{\epsilon}_{opt} \quad (24)$$

한편, 식 (13)과 (15)로부터

$$\frac{\alpha}{\sin \alpha} = \exp(\dot{\epsilon}_{opt} t) \quad (25)$$

이 되며, $\alpha(t)$ 의 추천식

$$\alpha(t) = \sqrt{6\dot{\epsilon}_{opt} t} \quad (26)$$

을 적용하면 최종적으로 식 (23)은 다음과 같다.

$$p(t) = \sigma_{opt} \frac{2s_0}{R_0} \sqrt{6\dot{\epsilon}_{opt} t} \exp\left(-\frac{3\dot{\epsilon}_{opt} t}{2}\right), \quad 0 \leq t \leq t_1 \quad (27)$$

3. 공정해석

3.1 Case 1

이상에서 유도된 식들을 코딩한 후, 아래의 공정조건[1]을 갖는 초소성 성형공정을 해석해 보았으며, 참고문헌 [1]의 결과와도 비교해 보았다.

- 재료 : Ti-6Al-4V
- 초기 블랭크 지름 : 200mm

식 (6)으로부터 최종 성형된 구의 반경은 다음과 같다.

$$R_f = R_0/1.25 = 100/1.25 = 80\text{mm} \quad (28)$$

또한, 최종 반경 80mm를 갖는 구를 성형하기 위해 요구되는 공정시간은 식 (24)로부터 다음과 같다.

$$t_1 = \ln(\pi/2)/\dot{\epsilon}_{opt} = 2258\text{sec} \quad (29)$$

그림 4는 구의 정점에서 균일한 변형률 속도를 얻기 위한 시간에 따른 셸 내부의 가압 압력의 변화를 나타내는 그림이며, 시간의 증가에 따라 완만한 증가를 나타내는 형상을 갖다가 약 1700sec 이후부터는 완만하게 감소해야 함을 알 수 있다.

그림 5는 초소성 성형공정 동안 즉, 시간의 증가에 따른 초기 블랭크의 반경 변화를 나타내는 그림으로서, 초기 반경 100mm가 최종 성형단계에서는 80mm로 줄어드는 결과를 나타내었다.

그림 6은 성형공정 동안 셸 정점에서의 두께 변화를 나타내는 그림으로써, 초기 두께 5.0mm가 최종 성형완료 후에는 약 3.2mm가 되는 결과를 나타내었다.

그림 7은 성형완료 후 구의 정점에서부터 표면상의 거리에 따른 두께 비를 계산한 결과로서, 문헌 [2]에서 계산된 결과와는 정확히 일치하였고, 실험 결과[2]와는 약 5~10%의 오차를 나타내었다.

3.2 Case 2

본 해석에서는 향후 제작하게 될 구형 압력용기의 설계 제원에 대해서 성형공정 해석을 수행하였다. 요구되는 구형 압력용기의 설계 사양은 다음과 같다.

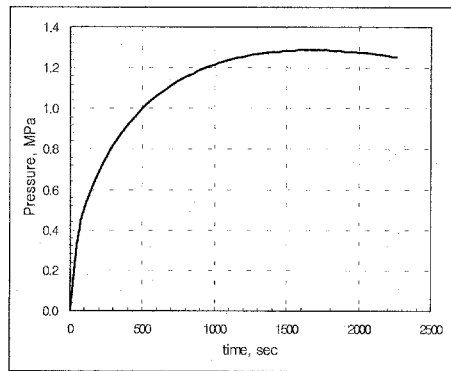


그림 4. 시간에 따른 가압 압력의 변화(Case 1).

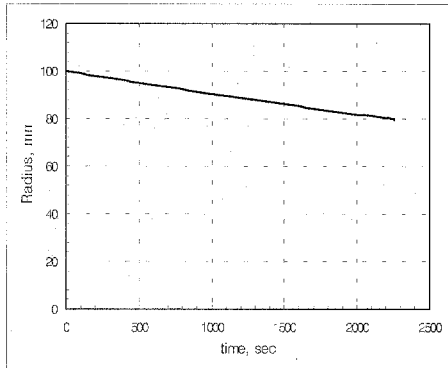


그림 5. 시간에 따른 블랭크 반경의 변화(Case 1).

- 재질 : Ti-6Al-4V
- 구의 외경 : 240mm
- 구의 두께 : 4mm

최종 성형단계에서 요구되는 구의 두께가 4mm이며, 구의 정점에서의 두께감소가 가장 심하게 일어난다는 점을 감안할 때 초기 블랭크의 두께와 반경은 다음과 같다.

$$s_0 = s_f^{\alpha} \times \frac{\alpha}{\sin \alpha} = 4.0 \times \frac{\pi/2}{\sin(\pi/2)} = 6.3mm \quad (30)$$

$$R_0 = R_f \times 1.25 = 120 \times 1.25 = 150mm \quad (31)$$

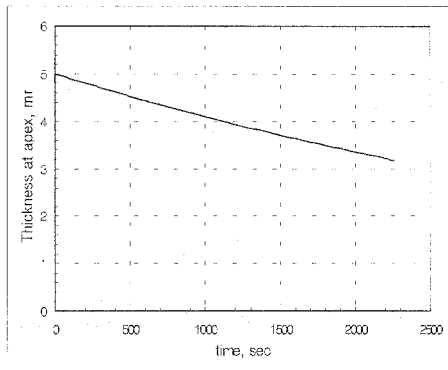


그림 6. 쉘의 정점에서의 두께 변화(Case 1).

한편, 해석에 사용된 물성치는 표 1에 나타난 것과 동일하게 적용하였으며, 최종 성형에 필요한 시간은 t_{opt} 의 함수이기 때문에 본 해석의 경우에 대해서도 case 1과 동일하다.

그림 8은 시간에 따른 가압 압력의 변화를 나타내는 그림으로서, Case 1의 경우와 동일하다. 이는 가압 압력의 계산에 사용된 식 (27)이 단지 재료 물성치의 함수이며 형상의 함수는 아니기 때문이다.

그림 9는 시간에 따른 블랭크 반경의 변화를 나타내는 그림으로서, 120mm의 최종 반경을 얻기 위한 초기 블랭크의 반경은 150mm이며, 성형 공정동안 완만하게 감소함을 알 수 있다.

그림 10은 성형공정 동안 쉘의 정점에서의 두께 변화를 나타내는 그림으로서, 초기 두께 6.3mm가 성형완료 시간인 2258sec 후에는 4.0mm로 감소하는 과정을 나타내고 있다.

그림 11은 성형 완료 후 쉘의 정점에서부터 표면상의 거리를 따르는 위치에서 두께비를 계산한 것으로서, 거리의 증가에 따라 즉, 쉘의 정점에서부터 확산접합 된 부위에 가까울수록 쉘의 두께는 초기 두께에 가까워 증가하고 있음을 알 수 있다.

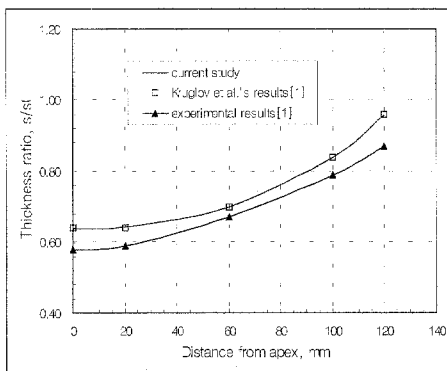


그림 7. 최종 성형 완료 후 구의 정점에서부터 거리에 따른 두께비(s/s₀, Case 1).

표 1. Ti-6Al-4V의 초소성 공정해석 관련 물성치[2].

Material	Initial thickness t_0 , mm	Average grain size d^* , μm	Optimal conditions for superplasticity				
			T_{opt} , $^{\circ}\text{C}$	$\dot{\epsilon}_{opt}$, MPa	$\dot{\epsilon}_{opt}$, s^{-1}	K , MPa s^{-m}	m
Ti-6Al-4V	5	3-5	920	15	2×10^{-4}	450	0.40

4. 결 론

본 연구의 결과로서 개발된 이론적인 해석 모델에 따라 예측한 두께 분포는 실험결과와 비교하여 양호한 범위내의 오차를 보인다는 것을 확인 하였고, 따라서 성형공정 예측에 적절히 활용할 수 있음을 알 수 있었다. 또한, 본 연구에서는 압력용기의 최종 두께를 얻기 위한 초기 블랭크의 두께와 블랭크의 균일한 변형을 얻기 위한 시간에 따른 압력 프로파일도 함께 결정하였다.

현재 본 연구의 결과를 적용하여 티타늄 압력용기 시제품을 제작중이며, 초소성 성형시 공정변수의 영향을 예측하기 위하여 유한요소 해석법을 적용하여 정밀한 성형공정을 개발할 것이다.

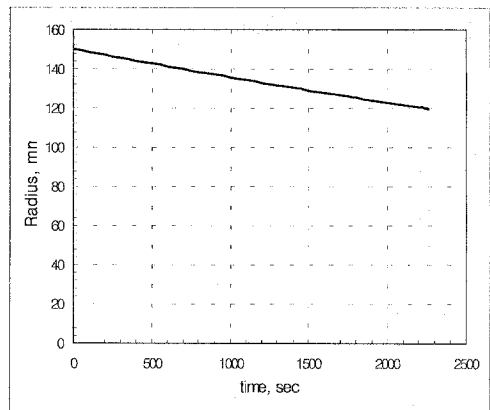


그림 9. 시간에 따른 블랭크 반경의 변화 (Case 2).

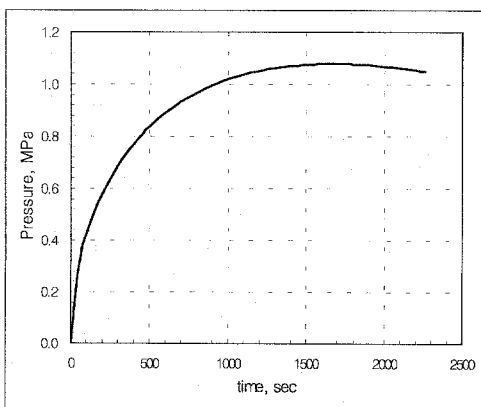


그림 8. 시간에 따른 가압 압력의 변화(Case 2).

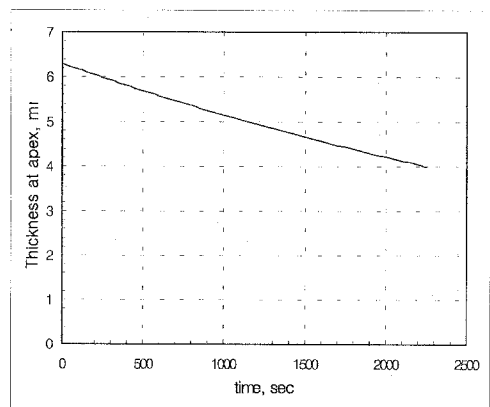


그림 10. 쉘의 정점에서의 두께변화(Case 2).

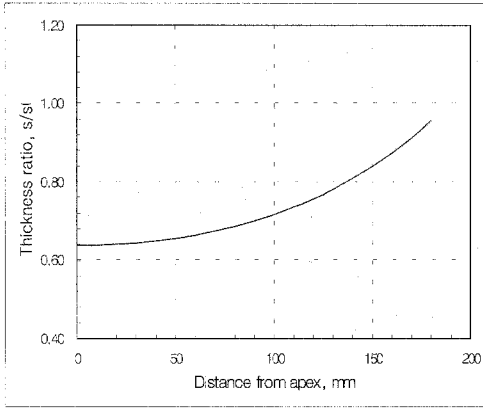


그림 11. 최종 성형 완료 후 구의 정점에서부터 거리에 따른 두께비(s/s_0 , Case 2).

참 고 문 헌

1. 김낙수, 임용택, 진종태 공역, 공업재료가공학, 피어슨 에듀케이션 코리아, p780, 2000.
2. A. A. Kruglov, F. U. Enikeev, R. Ya. Lutfullin, "Superplastic Forming of a Spherical Shell out a Welded Envelope," Materials Science and Engineering, Vol. A323, pp. 416-426, 2002.
3. F. U. Enikeev, A. A. Kruglov, "An Analysis of the Superplastic Forming of a Thin Circular Diaphragm," Int. J. Mech. Sci. Vol. 37, No. 5, pp. 473-483, 1995.