

전단이 지배하는 RC 부재의 새로운 트러스 모델링 기법 연구 (전편) - 기본 개념 유도를 중심으로 -

김 우^{1)*} · 정제평¹⁾ · 김대중²⁾

¹⁾ 전남대학교 토목공학과 ²⁾ 전남도립남도대학

(2004년 4월 30일 원고접수, 2004년 11월 30일 심사완료)

A New Refined Truss Modeling for Shear-Critical RC Members (Part I) - Its derivation of Basic Concept -

Woo Kim^{1)*}, Jae-Pyong Jeong¹⁾, and Dae-Joong Kim²⁾

¹⁾ Dept. of Civil Engineering, Chonnam National University, Gwangju, 500-757, Korea

²⁾ Dept. of Civil Engineering, Namdo Collage, Jangheung, 529-870, Korea

(Received April 30, 2004, Accepted November 30, 2004)

ABSTRACT

This paper describes a new refined truss modeling technique derived based on the well-known relationship of $V=dM/dx=zdT/dx+TdZ/dx$ in a reinforced concrete beam subjected to combined shear and moment loads. The core of the model is that a new perspective on the shear behavior can be gained by considering the variation of the internal arm length along the span, so that the shear resistance mechanism can be expressed by the sum of two base components; arch action and beam action. The sharing ratio of these two actions is determined by accounting for the compatibility of deformation associated to the two actions. Modified Compression Field Theory and the tension-stiffening effect formula in CEB/FIP MC-90 are employed in calculating the deformations. Then the base equation of $V=dM/dx$ has been numerically duplicated to form a new refined truss model.

Keywords : arch action, arch factor, beams, reinforced concrete, truss model

1. 서 론

휨, 전단, 비틀림 및 축력 등 복합하중이 작용하는 철근 콘크리트 부재는 콘크리트의 재료적 비선형성, 균열 발생 및 철근과의 합성 작용에 의해 그 해석과 설계가 간단하지 않다. 복합 하중을 받는 철근콘크리트 부재의 거동을 규명하기 위해 지금까지 많은 연구가 수행되었으며, 많은 해석 이론 및 모델들이 제안되었다. 이에 대해 ASCE-ACI Committee 426¹⁾과 Committee 445²⁾의 보고서에 체계적으로 요약 정리되어 있다.

그러나 지금까지 사용되는 세계 모든 나라 설계기준의 전단설계방법은 탄성이론을 바탕으로 많은 실험자료에 대부분 의존하고 있는 실정이다. 이들 방법은 대체적으로 안전한 설계를 보장하지만 아직까지 많은 문제점을 내포하고 있다.

이러한 식의 대부분은 실험에 의해 유도된 것이기 때문에, 특정한 형태의 부재에만 적용 가능한 것으로서, 적용 범위의 제한을 갖고 있다. 대표적인 예로서, 미국의 ACI 설계기준³⁾의 전단 관련 공식은 1963년에 4개에 불과하던 것이 1995년에는 43개로 확대되었다.

따라서 설계 방법을 실험 결과에 주로 의존하는 것보다는 모든 경우에 일반적으로 적용할 수 있는 해석 모델을 개발하는 데 관심이 점점 집중되고 있다. 이러한 경향에 의해 현재 까지 그 합리성을 인정받고 있는 역학적 이론이 트러스모델 (truss model)이다. 이 모델은 여러 형태의 복합적인 조합 하중이 작용하는 부재에 대해서 일관성 있는 해석이 가능하며, ACI 설계기준³⁾, EC2⁴⁾ 및 CEB/FIP MC-90⁵⁾의 바탕 이론으로 적용되고 있다.

트러스모델은 60년대 변각트러스⁶⁾ 개념이 도입된 후부터 유럽을 중심으로 Schlaich⁷⁾, Thurlimann⁶⁾, Marti⁸⁾, Nielson⁹⁾ 등에 의해 소성이론 및 스트럿-타이 모델과 결합되어 그 적용성의 확장과 정확성의 확보에 대한 연구가 계속되고 있는 상태이다. 한편, 복미를 중심으로 한 수정

* Corresponding author

Tel : 062-530-1655 Fax : 062-530-1659

E-mail : wkim@chonnam.ac.kr

압축장이론(MCFT)¹⁰과 연화트러스모델(STM)¹¹로 대표되는 모어-적합 트러스모델이 심화되고 있는 실정이다.

그런데 대부분의 기존 트러스모델은 부재의 역학적 상태를 표현하는데 변형 후에도 평면이 보존된다는 베르누이 적합조건(Bernoulli compatibility condition)을 적용하기 때문에, Fig. 1(a)에 보인 것과 같이, 상하현재는 서로 평행하며 동시에 경사 압축대도 서로 평행한 형태의 트러스가 된다. 이러한 형태를 보통 표준트러스모델(standard truss model)²이라고 하는데, 보의 콘크리트 기여 전단강도를 설명할 수 없는 논리적인 한계를 갖고 있다. 이러한 결함을 보완하려는 의도로, ACI 설계기준은 45도 트러스로 가정하고 콘크리트 기여 강도를 추가시킨 형태를, MC-90은 변각 트러스에 콘크리트 기여 강도를 추가시킨 형태의 수정트러스모델(modified truss model)¹²을 채택하고 있다. 이러한 모델은 변형적합조건의 고려 없이 평형조건만 필요하기 때문에 실제 적용이 간단하다는 장점이 있다.

이와는 다르게 부재의 내력 흐름을 비교적 정확하게 기술할 수 있는 여러 형태의 모델을 기존문헌에서 볼 수 있다. 이 중에서 대표적인 것으로는 Fig.1(b)에 보인 팬트러스모델^{8,17}, Fig. 1(c)에 보인 트러스와 스트럿-타이를 결합시킨 모델^{13,14}, 그리고 Fig. 1(d)와 같은 경사상현재를 갖는 트러스모델¹⁵이 있다. 그러나 이러한 복합 트러스모델들은 내력 상태를 상대적으로 정확하게 표현할 수 있는 장점이 있으나, 부정정 구조계이기 때문에, 기하적 형상 선정과 각 요소의

적절한 강성 평가를 위해 평형조건과 변형적합조건을 동시에 고려해야 하는 복잡한 문제가 수반되어 실제 설계에 적용하는데 큰 한계를 갖는 단점이 있다.

따라서 이 연구는 위와 같은 기존 트러스모델이 갖는 한계성을 극복하기 위해서, 휨과 전단이 동시에 작용하는 철근콘크리트 부재에서 전단력 V 는 모멘트 M 의 변화율 ($V=dM/dx$)이라는 관계식이 갖는 역학적 의미를 충실히 표현할 수 있는 새로운 트러스 모델링 기법을 개발하는 것이다. 본 연구의 전편인 이 논문은 역학적 의미와 이를 표현할 수 있는 새로운 트러스모델의 기본 개념을 유도한 후, 수정압축장이론을 적용하여 정식화하는 내용을 다루고, 후반에서는 이 모델을 기존의 실험 결과와 비교하여 검증하는 내용을 다룬다.

2. 개념 유도와 가정

2.1 배경 이론

휨과 전단을 받는 일반적인 철근콘크리트 부재는 사용하중 보다 훨씬 낮은 하중에서 휨균열이 발생하기 때문에, 콘크리트 휨인장응력을 무시하고, 단면의 휨모멘트 M 은 보 내부에 유발된 콘크리트 압축합력 C 와 주철근 인장력 T 의 짝힘모멘트 $M=Tz=Cz$ 로 표현한다 (여기서 z = 내부모멘트 팔길이). 이 관계를 전단력은 휨모멘트 변화율과 같다는 관계식 $V=dM/dx$ 에 대입하면 잘 알려진 다음 식이 산출된다.

$$V = z \frac{dT}{dx} + T \frac{dz}{dx}, \quad V_b = z \frac{dT}{dx}, \quad V_a = T \frac{dz}{dx} \quad (1)$$

이 식은 단면의 전단 저항력이 두 성분으로 구성되어 있다는 것을 보여 주고 있다. 첫 번째 항은 주철근 인장력 T 의 변화율에 의한 것으로 보통 “보작용 (beam action)”에 의한 전단 저항 성분 V_b 라고 하며, 두 번째 항은 팔길이 z 의 변화율에 의한 것으로 “아치작용 (arch action)”에 의한 전단 저항 성분 V_a 라고 불린다.¹⁶⁾

보작용에 의한 전단 저항 메커니즘을 살펴보기 위해 Fig. 2(a)와 같은 단순보의 경간 일부의 자유물체도를 Fig. 2(b)에 나타냈다. 철근 인장력의 차이 dT 는 음영으로 표시된 콘크리트 블록 mnp 의 밑면에 수평 전단력으로 작용하게 된다. 이 dT 는 블록 상면의 수평 압축합력의 차이 dC 와 평형을 이루면서 짝힘모멘트 $zdT(=zdC)$ 를 형성한다. 이 짝힘모멘트는 정력학적으로 수직 전단력에 의한 짝힘모멘트 $V_b dx$ 와 평형을 이뤄야 하기 때문에 단면에 유발된 전단력 V_b 는 식 (1)의 첫번째 항과 같이 표현된다.

아치작용에 의한 전단저항은, Fig. 2(c)에 나타낸 것과 같이, 경사진 압축합력의 수직 성분에 해당한다는 것을 알

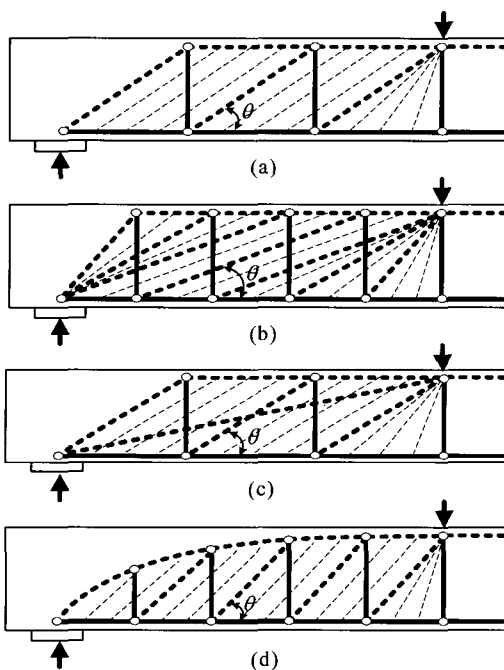


Fig. 1 Typical geometry of various truss models
(a) Standard truss model, (b) Fan truss model (Marti), (c) Truss model combined with strut-tie (Walraven and Niwa), (d) Refined truss model (Leonhardt)

수 있다. 즉, 보의 한 단면에 작용하는 경사진 압축합력의 수평 성분은 그 단면의 철근인장력 T 와 같고, 경사각은 dz/dx 로 표현되기 때문에 그 수직 성분력 V_a 는 식 (1)의 두번째 항과 같이 나타난다. 이 현상은 보의 모멘트 팔길이 z 가 단면에 따라 변해야 만이 존재하는 메커니즘이다.

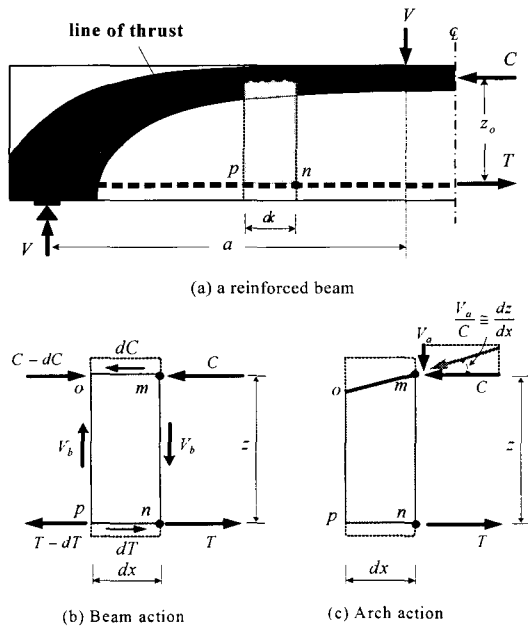


Fig. 2 Mechanical interpretation of $z \frac{dT}{dx}$ and $T \frac{dz}{dx}$

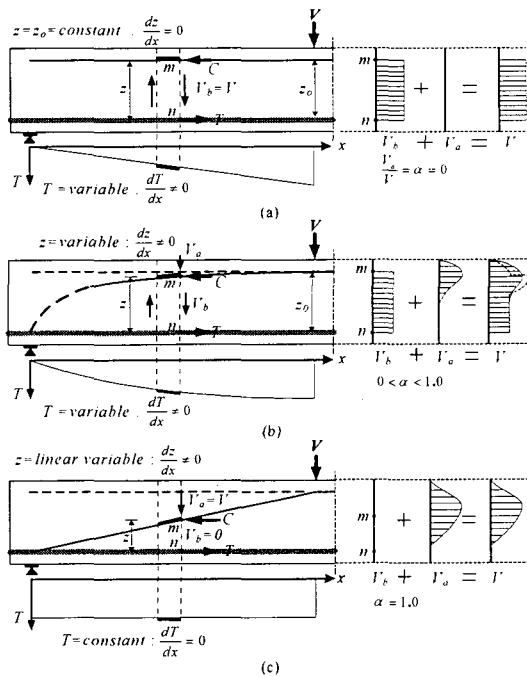


Fig. 3 Possible types of mechanical model as a function of dz/dx and dT/dx
 (a) Conventional beam theory, (b) Actual beam-the present model, (c) Simple strut-tie model

위와 같이 식 (1)이 갖는 역학적 의미에서 살펴보면, 단면의 전단력은 철근인장력의 변화율 dT/dx 뿐만 아니라 팔길이의 변화율 dz/dx 의 함수라는 것을 알 수 있다. 그런데, Fig. 3(a)에 나타난 것과 같이, 고전 보 이론은 베르누이 변형적합 가정에 의해 전 경간의 팔길이 z 가 일정하기 때문에($dz/dx=0$) 아치전단 저항 기구는 존재하지 않으며, 작용 전단력은 모두 보작용에 의해서만 저항한다는 이론에 해당한다. 반면에, 단순 스트럿-타이 모델은(Fig. 3(c)) 아치 저항 기구에 의한 전단력만을 고려하고 보작용 전단 저항 기구는 고려하지 않는 모델 ($dT/dx=0$)이라는 것을 알 수 있다. 실제로, 많은 연구자들의^{14,16)} 관찰에 의하면, Fig. 3(b)처럼 콘크리트 압축합력선의 궤적은 지점에 접근할수록 z 가 감소하는 현상이 나타난다. 이러한 현상은 곡선형의 콘크리트 압축재(아치)와 양 지점을 연결하고 있는 주철근이 인장타이 기능을 하는 “타이드-아치(tied-arch)”가 형성되어 작용 전단력의 일부를 저항한다는 물리적 의미를 뜻하는 것이다. 따라서 전단이 지배하는 부재의 전단 저항 메커니즘은 식 (1)이 나타내는 보작용 전단 저항 기구와 아치작용 전단 저항 기구를 모두 포함시켜 설명해야 할 필요가 있다고 하겠다.

2.2 트러스 모델링기법 도입

앞 절에서 기술한 전단 저항 메커니즘은, 단면의 휨인장력은 주철근이 모두 저항하고, 콘크리트 휨압축 영역을 압축 합력이 작용하는 1축 압축부재(uni-axial compression member)로 이상화하는 트러스 모델링 기법을 적용한다면, Fig. 4에 나타난 것과 같이 경사 상현재(inclined top chord), 하현재(bottom chord)와 면전단 요소(membrane shear element)의 3요소로 구성된 분산트러스(smearred truss)로 이상화 할 수 있다. 이러한 모델링의 특징은

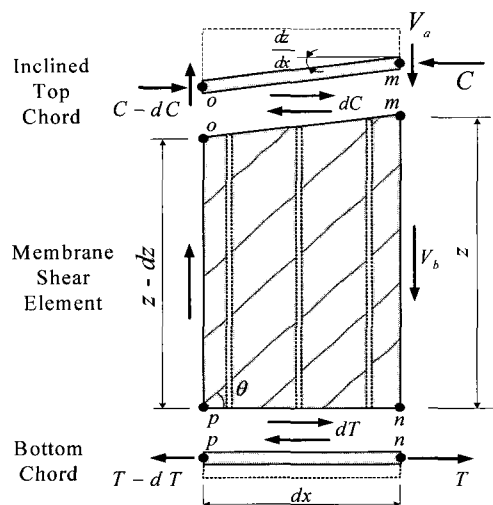


Fig. 4 Truss modeling with inclined top chord

상현재의 경사각을 조절하여 아치전단력 V_a 의 크기를 표현할 수 있으며, 복부의 면전단 요소는 등분포 전단응력이 작용하는 상태로 간주할 수 있어서 응력과 변형을 해석이 간단해 진다.

23 상호변형적합조건 of 설정

앞에서 설명한 두 전단 저항 메커니즘은 서로 명료하게 구별되는 작용이며, 그 변형 특성이 크게 다르다는 것을 알 수 있다. 아치작용은 보 내부에 형성된 타이드-아치에 의한 것으로서, 하중이 작용하면 아치(상현재)와 타이(하현재)는 축변형을 한다. 한편, 보작용은 면전단작용에 해당하는 것으로서, 복부 평면이 전단 변형하는 현상이다. 그런데 이 두 종류의 변형은 서로 독립적이지 않고 변형적합조건에 의해 구속되어 있다.

Fig. 5(a)는 Fig. 4의 경사 상현재를 갖는 트리스모델을 보의 전체 전단경간에 적용한 상태를 보인 것이다. 이 그림에 보인 것과 같이 타이와 아치의 수평 변위량에 적합하도록 복부 전단 변형이 발생해야 한다. 따라서 보의 단면에서 변형전의 평면은 변형 후에도 유지된다는 베르누이 적합조건이 성립되지 않는다는 것을 알 수 있다.

타이드-아치가 형성된 보(Fig. 5(a))의 전체적인 변형적합 상태는 Fig. 5(b)와 같이 곡선형 아치 부분을 직선형의 1축 부재로 표현해 보면 쉽게 파악할 수 있다. 이처럼 1축 부재로 이상화한 상/하현재에는 각각 dC/dx 와 dT/dx 가 분포 축력으로 작용하는 상태가 된다. 받침점 s 와 하중점 i 는 각각 구속과 대칭성에 의해 변형 후에도 수평변위가 발생하지 않는다. 따라서 이 점을 기준으로 받침점에서 x 만큼 떨어진 위치의 타이와 아치의 상대적 수평 변위량 u_m 과 u_n 은 각 부재의 축 변형량에 해당하며, 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$u_m = \int_x^a \frac{1}{(EA)_{tc}} \left(\int_0^x dC \right) dx \quad (2a)$$

$$u_n = \int_0^x \frac{1}{(EA)_{bc}} \left(\int_x^a dT \right) dx \quad (2b)$$

여기서, a 는 보의 전단경간 (또는 분포하중이 작용하는 경우 $l/2$)이고, $(EA)_{tc}$ 와 $(EA)_{bc}$ 는 각각 아치와 타이의 축강성이다. 이 수평 변위량은 복부 요소 $mmop$ 의 상/하부 수평 변위량과 각각 같아야 한다는 변형적합조건에 의해, Fig. 5(b)의 단면 $m-n$ 에 나타낸 것과 같이, 복부의 평균 전단 변형률 γ_w 와 수평 변위량 u_m 과 u_n 은 다음과 같은 상호변형적합 조건식(gross compatibility condition)을 만족해야 한다.

$$\gamma_w = \frac{u_m + u_n}{z} \quad (3)$$

이 적합조건식에 의해, 타이와 아치의 축강성과 복부전단강성의 상대적 크기에 따라 아치 전단력 V_a 와 복부전단력 V_b 의 분담 비율이 결정될 것이다. 예를 들면, 동일한 보에서 주철근량을 증가시키면 타이의 축강성 증가로 변위량 u_m 이 감소하며, 이에 따른 복부의 전단 변형량이 작게 되므로 V_b 는 감소하는 반면에, V_a 는 증가될 것이다.

반면에, 복부철근량을 증가시키면 복부의 전단강성이 향상되기 때문에, 동일한 변형에서 V_b 는 더 크게 될 것이다.

24 아치형상함수의 도입

식 (3)의 적합조건식의 세 변형량 u_m , u_n 과 γ_w 를 알 수 있다면, 두 전단 저항 성분의 구성비를 구할 수 있을 것이다. 이러한 접근을 위해 본 연구에서는 두 전단 저항 구성비로써 전체 전단력 V 대한 아치 전단력 V_a 의 비를 아치계수- α 라고 정의하여 새롭게 도입하였다.

$$\alpha = \frac{V_a}{V} \quad (4)$$

위와 같이 정의하면, 계수- α 는 0에서 1.0 범위의 값을 갖게 되며, 아치전단 저항 성분의 분담율을 의미하게 된다. 만약, 전체 전단경간에서 $\alpha=0$ 인 경우가 Fig. 3(a)와

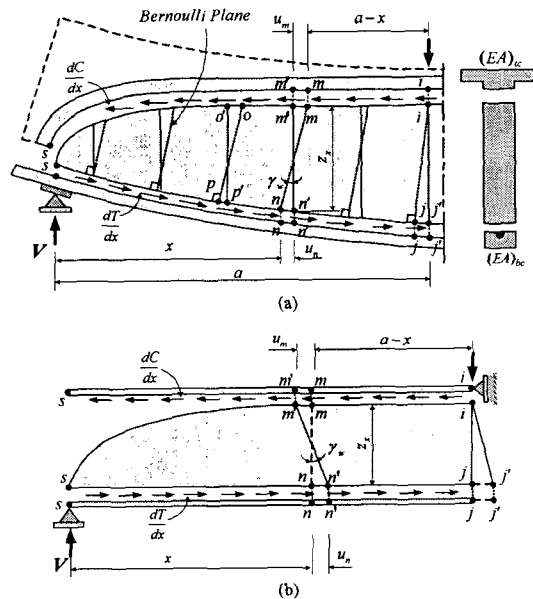


Fig. 5 Gross deformation compatibility between beam action and arch action

같은 고전 보 이론에 해당하는 반면에, $\alpha = 1.0$ 인 경우는 Fig. 3(c)와 같은 단순 스트럿-타이에 해당한다는 것을 알 수 있다. 일반적인 부재의 계수- α 값은 Fig. 3(b) 처럼 0에서 1.0사이의 값에 해당할 것이며, 또한 동일 보에서 단면에 따라 값이 변할 수도 있다.

본 연구에서는 단순화를 위해 계수- α 는 전단경간 내의 모든 단면에서 일정하다는 “일정 분담비 가정 (assumption of constant contribution ratio over shear span)”을 새로이 도입할 필요가 있다. 이 가정은 식 (1)의 각 항 V_b 와 V_a 의 상대적 크기가 전단경간의 위치 x 에 따라 변하지 않고 일정하다고 간주한다는 의미이다. 이 가정은 설계하려는 보에 하나의 α 값만이 필요하게 되는 단순성 이점뿐만 아니라, 미분방정식인 식 (1)의 일반해 (general solution)를 구할 수 있게 해준다.

집중하중이 작용하는 등단면 단순보의 경우에(Fig. 2(a)) 이 가정을 적용한다면, 단면의 모멘트 $M_x = V \cdot x$ 이고, 철근인장력 $T_x = M_x / z_x = V \cdot x / z_x$ 가 되는 관계와 식 (1)의 첫 번째 항을 $(1 - \alpha)V$ 로 표현할 수 있기 때문에 식 (1)은 $\alpha z / dz = x / dx$ 로 변환된다. 이 식의 양변을 적분하고, $x = a$ 에서 $z = z_0$ (여기서 z_0 는 순수 휨구간의 내부 팔길이)라는 경계조건을 적용하면, 팔길이 z_x 로 표현된 콘크리트 압축합력선의 궤적이 다음과 같은 지수함수의 형태로 산출된다.

$$z_x = z_0 \left(\frac{x}{a} \right)^\alpha \quad (5)$$

Fig. 6(a)에 보인 바와 같이, 이 식은 집중하중을 받는 단순보에서 발생 가능한 아치 형상을 표현하고 있다. 즉, α 값을 0에서 1까지 변화시킴에 따라 압축력선의 곡률이 변화한다. 만약 $\alpha = 0$ 이면 보의 전 경간에서 $z_x = z_0$ 가 되며 동시에 아치전단력이 없다는 의미가 된다.(Fig. 3(a)) 반면에 $\alpha = 1$ 이 되면, 압축력이 하중점에서 받침점으로 연결한 경사 압축대를 통해 전달되는 단순 스트럿-타이(Fig. 3(c))에 해당한다는 것을 알 수 있다.

다른 형태의 하중 경우에 일정 분담비 가정을 적용하여 구한 압축력선의 궤적을 살펴보면, 지수 α 의 밑수(base)가 M_x / M_{max} 와 같다는 것을 알 수 있다. 이러한 사실로부터 모든 하중 형태의 경우에 적용할 수 있는 압축력선의 궤적은 다음과 같은 일반 형태로 표현할 수 있으며, 이 식을 본 연구에서 아치형상함수(arch shape function)라고 정의하였다.

$$z_x = \left(\frac{M_x}{M_{max}} \right)^\alpha z_0 \quad (6)$$

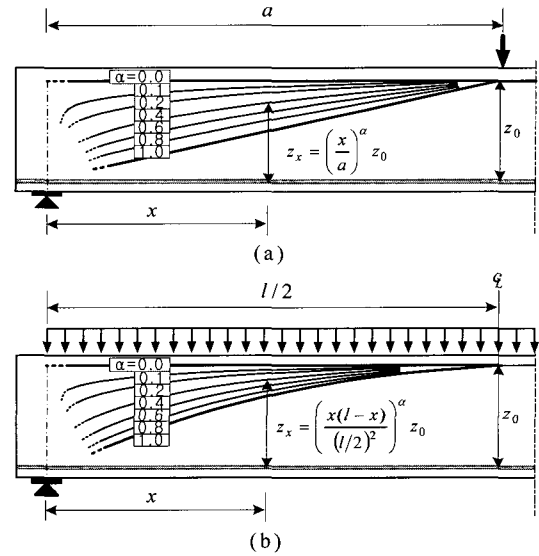


Fig. 6 Arch shape functions
(a) Point loaded beam, (b) Uniformly loaded beam

여기서, M_{max} 는 경간의 최대 모멘트이고, M_x 는 0 모멘트 단면으로부터 x 위치 단면의 작용 모멘트이다. 식 (6)을 살펴보면, 지수인 α 는 아치전단 저항성분비 V_a/V 이고, 밑수는 단면의 모멘트비 M_x/M_{max} 라는 명료하고 간단한 물리적 의미를 갖고 있다는 것을 알 수 있다.

이러한 아치형상함수의 특징을 이용하면 여러 형태의 부재와 하중인 경우의 아치형상을 쉽게 파악할 수 있다. Fig. 6(b)는 등분포하중이 작용하는 단순보의 아치형상을 나타낸 것인데, 형상함수의 밑수($\alpha = 1.0$ 인 경우)가 포물선 형태로 모멘트도와 동일한 형태를 갖게 된다.

이처럼 아치형상함수를 정의하면, 식 (1)이 갖는 전단저항 메커니즘을 표현할 수 있는 새로운 트러스모델은 식 (3)의 상호변형적합 조건식과 식 (6)의 아치형상함수에 의해 수치적 기술이 가능하게 된다. 다음 절에서는 이 과정을 다룬다.

3. 정식화

3.1 보작용

3.1.1 기본 가정

앞 절에서 정의한 바와 같이, 보작용은 단면 전단력 V 중에서 $V_b = (1 - \alpha)V$ 만이 복부에 작용하는 등분포 전단응력 상태이다. 수직스터럽이 배치된 부재의 복부에 경사진 형태의 전단균열이 발생한 이후 하중단계의 내력계 (internal force flow)는, Fig. 7(a)에 나타난 것과 같이, 전단균열에 의해 구획된 콘크리트 경사 압축대 (diagonal strut)에 작용하는 평균 압축 주응력 f_2 와 이에 직각 방향

으로 작용하고 있는 평균 인장 주응력 f_1 이 경사각 θ 방향으로 작용하는 2축 인장-압축장 (biaxial tension-compression field)으로 이상화되며, 철근은 축력만 저항하는 링크 부재 기능을 한다고 간주하여 해석하는 것이 일반적이다. 이러한 상태의 해석 방법으로 MCFT¹⁰ 또는 STM¹¹이 있으며, 이들 이론을 적용하면 상당히 정확한 거동을 예측할 수 있다는 것도 잘 알려진 사실이다. 여기서 Fig. 7(a)의 복부 요소 mop 의 응력과 변형 해석을 위해 상대적으로 간편한 MCFT를 적용하였다.

3.1.2 평형조건

Fig. 7(a)의 복부 요소에는 전단응력 $v_b = (1-\alpha)v = (1-\alpha)V/(b_w z)$ 이 작용하고 있다. 이 응력에 의해 복부 콘크리트에 유발되는 압축주응력 f_2 , 횡방향응력 f_i 와 축방향응력 f_x 의 크기는 Fig. 7(d)의 Mohr원을 이용하여 다음과 같이 표현된다.

$$f_2 = (1-\alpha)v (\tan \theta + \cot \theta) - f_1 \quad (7)$$

$$f_i = (1-\alpha)v \tan \theta - f_1 \quad (8)$$

$$f_x = (1-\alpha)v \cot \theta - f_1 \quad (9)$$

식 (8)의 횡방향응력 f_i 는 수직스터립력 $\rho_v f_v$ 와 평형을 이뤄야한다(여기서 $\rho_v = A_v/(b_w s)$ 이고, A_v 와 f_v 는 각각 스텝 단면적과 응력이고, s 는 간격)는 조건에 의해 수직스터립 인장력은 다음과 같게 된다.(Fig. 7(e))

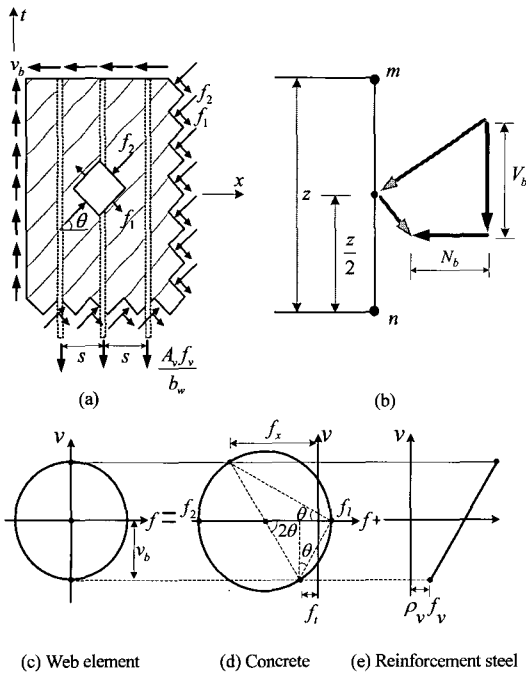


Fig. 7 Force equilibrium in web element.

$$\rho_v f_v = (1-\alpha)v \tan \theta - f_1 \text{ for } f_v \leq f_{vy} \quad (10a)$$

$$\rho_v f_v = (1-\alpha)v \tan \theta - f_1 \text{ for } f_v > f_{vy} \quad (10b)$$

$$0 = (1-\alpha)v \tan \theta - f_1 \text{ for } \rho_v = 0 \quad (10c)$$

위와 동일한 방법에 의해, 식 (9)의 축방향응력 f_x 는 복부 수평철근력과 평형을 이뤄야 한다. 그런데, 수평철근이 없는 경우에는 복부 자체로는 평형을 이룰 수 없기 때문에 상/하현재에 재분배되는 축력에 해당한다. 이 축력을 단면 합력으로 표현하면 Fig. 7(b)와 같게 되며, 그 작용점은 $z/2$ 가 될 것이다.

$$N_b = (1-\alpha)V \cot \theta - f_1 b_w z \quad (11)$$

3.1.3 적합조건

평형조건에 의해 주응력 f_1, f_2 와 경사각 θ 가 주어진다면, 재료의 응력-변형률 관계를 이용하여 복부의 변형상태를 알 수 있다. Fig. 8(a), (b)는 Vecchio and Collins¹⁰가 제안한 콘크리트의 인장과 압축 응력-변형률 관계를 각각 보인 것이다. 이 평균 인장응력-변형률 관계식을 이용하여 균열 발생 이후 하중단계의 주인장변형률 ϵ_1 을 유도하면,

$$\epsilon_1 = 0.002 \left(\frac{0.33 \sqrt{f_{ck}}}{f_1} - 1 \right)^2 \text{ for } \epsilon_{cr} \leq \epsilon_1 \quad (12)$$

여기서 f_{ck} 는 콘크리트 압축강도(MPa)이다. Fig 8(b)는 2축 응력 상태의 콘크리트 압축응력-변형률 관계를 나타낸 것이다. 응력 정점의 변형률 ϵ_{co} 의 값으로 일반적으로 알려진 0.002를 적용하면 주압축변형률 ϵ_2 는

$$\epsilon_2 = 0.002 \left(1 - \sqrt{1 - (0.8 + 170 \epsilon_1) \frac{f_2}{f_{ck}}} \right) \text{ for } 0 \leq \epsilon_2 \leq \epsilon_{co} \quad (13)$$

식 (10)에 의해 수직스터립 응력 f_v 가 주어진다면, 복부의 평균 횡방향 변형률 ϵ_i 는 Fig. 8(c)에 보인 CEB/FIP MC-90의 인장강화효과(tension stiffening effect) 공식을 적용하여 근사적으로 평가할 수 있다. 즉, 이 식의 f_s 에 식 (10)의 f_v 를 대입하여 정리하면, 철근의 평균 변형률 ϵ_{sm} 이 복부의 변형률 ϵ_i 에 해당한다고 할 수 있다.

$$\epsilon_i = \frac{1}{E_s \rho_v} \left[(1-\alpha)v \tan \theta - (f_1 + 0.132 \sqrt{f_{ck}}) \right] \quad (14)$$

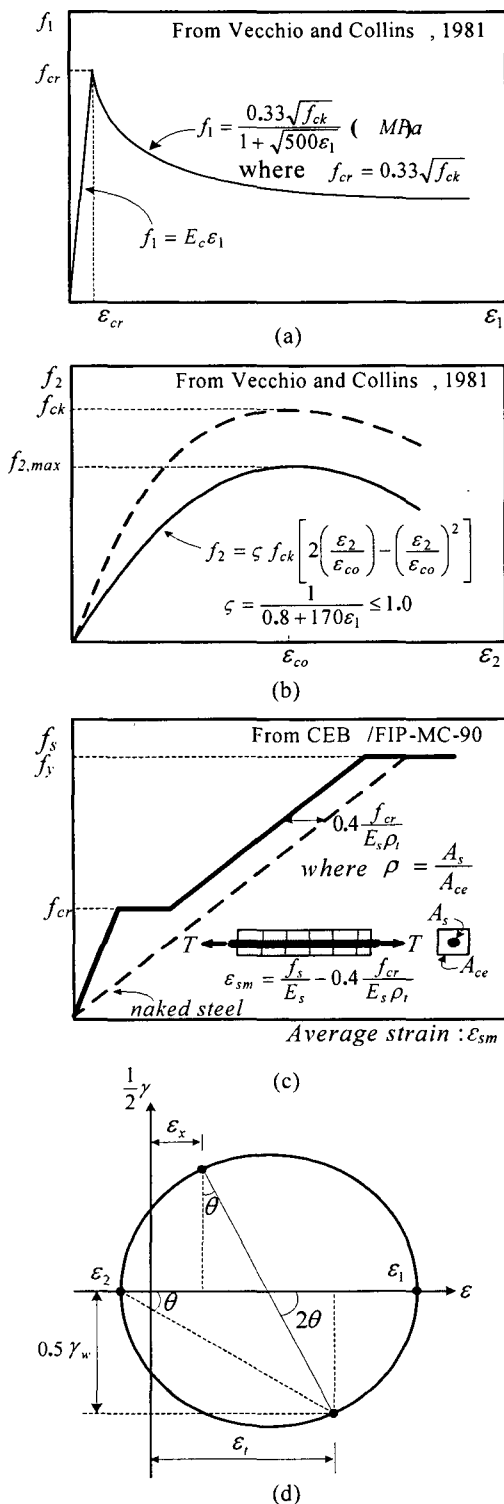


Fig. 8 Concrete material laws proposed by Vecchio and Collins(1981)

- (a) Average tension stress-strain relationship,
- (b) Compression stress-strain relationship,
- (c) Load-deformation relation for a direct tensile members(CEB/FIP MC90),
- (d) Mohr's strain circle

그런데 이 ϵ_t 는 Fig. 8(d)의 Mohr원을 이용하여 주변형률과 경사각 θ 의 함수로 표현한 변형률과 같아야 한다. 이러한 변형률을 기준으로 복부의 전단변형률 $\gamma_w (= \gamma_{xt})$ 를 나타내면,

$$\gamma_w = (\epsilon_1 + \epsilon_2) \sin 2\theta \quad (15a)$$

$$= 2(\epsilon_t + \epsilon_2) \tan \theta \quad (15b)$$

결국, 위 식에 식 (12), (13) 및 (14)을 대입하면 γ_w 는 f_1, f_2 및 θ 의 함수로 나타낼 수 있다.

3.2 아치작용

3.2.1 기본 가정

아치작용에 의한 전단력 $V_a (= \alpha V)$ 는 아치 압축력의 수직 성분에 해당되기 때문에 그 작용점은 최종적으로 압축합력선의 위치인 z 이어야 한다. 실제 부재에서 아치작용과 관련된 단면 응력 분포 상태는 Fig. 3(b), (c)에 나타난 것과 같이 압축합력선 위치에 집중된 부등분포 형태이다. 이 응력은 단면 전체 응력장에서 보작용 관련 응력 성분을 제외한 나머지 성분에 해당하는 것으로 Fig. 9(a)와 같이 작용하고 있는 상태이라고 할 수 있다. 이러한 불규칙 응력 상태는 크기와 작용점으로 정의한 합력으로 표현하는 것이 편리하다. 따라서 여기서는 Fig. 9(b)와 같은 합력 형태로 그 수직 분력이 아치 전단력 V_a 가 되어야 하며, 다음과 같은 수평 분력이 축력 N_a 를 동반하는 것으로 표현하였다.

$$N_a = \alpha V \cot \theta \quad (16)$$

이 합력의 작용점은 잠정적으로 z_a 라고 정의 하였다. 이 합력은 휨모멘트에 의해 유발된 압축력 C_0 와 합성되어 최종적으로 아치 압축합력선이 형성되어 휨압축력과 아치전단력을 동시에 저항하게 된다. 이러한 배경에서 아치전단 메커니즘을 Fig. 9(b)와 같이 경사각 θ 를 갖는 합력으로 표현하였다. 이것은 단면 모멘트가 매우 작고($C_0 \approx 0$) 전단력은 단순 스트럿에 의해 모두 저항하는 짧은 보의 경우($\alpha = 1.0$)에 스트럿에 작용하는 힘의 상태를 표현할 수 있는 기능을 포함시키기 위한 기술적인 방법에 해당한다. 반면에 α 값이 적거나 0에 근접하면 Fig. 9(b)의 아치 합력은 작아지거나 소멸된다.

3.2.1 단면력의 재분배

복부에 2축 인장-압축장이 형성된 후의 하중 단계에서 전단 저항 메커니즘을 두 기본 성분으로 분리하여 다루었는데, 각 전단 작용에 의해 단면에 축력이 새롭게 유발된다는 것을 알았다. 이 축력의 유발은 단면 휨모멘트에 의한 C_0 와 T_0 를 크게 변화 시키는 전단-모멘트 상호작용(shear-moment interaction)이 발생한다.

Fig. 10은 보의 한 단면 작용하는 축력만을 나타낸 것이다. 단면 휨모멘트 M 에 의한 C_o 와 T_o 가 작용점 z_o 와 철근 중심에, 두 전단작용에 의한 축력 N_a 와 N_b 가 점 z_a 와 $0.5z$ 에 작용하고 있는 상태가 된다. 이 중에서 불평형 축력 N_a 와 N_b 는 휨모멘트에 의한 초기 합력 C_o 와 T_o 를 각각 ΔC 와 ΔT 만큼 변화시키는 내력재분배에 의해 단면의 평형조건을 만족한다. 이 때 두 축력의 재분배량은,

$$\Delta C = \frac{1}{z_o} (N_a z_a + 0.5 N_b z) \quad (17a)$$

$$\Delta T = \frac{1}{z_o} [N_a (z_o - z_a) + N_b (z_o - 0.5z)] \quad (17b)$$

Fig. 10(a)와 같이 재분배된 축력들은 단면의 평형조건을 모두 만족하는 상태가 된다. 이 상태의 단면력은 다시 Fig. 10(b)와 같이, 감소된 휨모멘트 압축력 $C_o - \Delta C$ 와 아치작용에 의해 유발된 축력 N_a 는 새로운 작용점 z 에 한 합력 C 로 합성되어 아치 압력선을 구성한다고 할 수 있다. 이 압축력 C 의 새로운 작용점 z 는,

$$z = \frac{(C_o - \Delta C)z_o + N_a z_a}{(C_o - \Delta C) + N_a} \quad (18)$$

여기서 단순화를 위하여, N_a 의 작용점 z_a 와 합력 작용점 z 는 동일($z_a = z$)하다고 간주할 수 있을 것이다. 이렇게 재배치되면서 작용 단면력과 평형을 유지하기 위해 각 축력의 크기는 Fig. 10(b)에 나타낸 것과 같이 수정되어야 한다. 이 때의 최종 압축력 C 와 인장력 T 의 크기는

$$C = (C_o - \Delta C) \frac{z_o}{z} + N_a = \frac{M}{z} - \frac{N_b}{2} \quad (19a)$$

$$T = T_o + \Delta T + (C_o - \Delta C) \frac{z_o - z}{z} = \frac{M}{z} + \frac{N_b}{2} \quad (19b)$$

이처럼 단면력 재분배에 의해 형성된 새로운 모멘트 팔 길이 z 는, 인장-압축장이 형성되기 전의 팔길이 z_o 보다 작아지면서 아치 압축력선을 형성한다. Fig. 11은 단면의 최종 수직 합력과 수평 합력을 정리한 것인데, 이 형태는 Fig. 4에 이상화한 경사 상현재를 갖는 트러스모델의 단면력에 해당한다는 것을 알 수 있다. 여기서 아치 압축력선 상의 한 점에 작용하고 있는 수평력 C 와 전단력 V_a 를 표시하였는데, 그 기울기 V_a/C 가 dz/dx 에 해당하는 값이라는 것을 알 수 있다. 따라서 전단경간에서 휨모멘트가 변화하면 수평력 C 가 변하기 때문에, 그 기울기가 달라지며 이에 따라 아치 압력선이 곡선형태가 된다. 이러한 현상이 아치 작용이 발생하는 근본 원인이라고 할 수 있다.

3.2.1 타이와 아치의 수평 변위량

앞 2.3절에서 언급한 것과 같이, 보 내부에 형성된 타이

와 아치는 식 (2)로 정의된 수평 변위량이 발생한다. 이 변위를 유발시키는 힘 $dT/dx (=dC/dx)$ 는 식 (1)의 첫번째 항에 의해 V_b/z 에 해당하는데, 여기에 식 (4)와 식 (6)을 대입하면 α 와 V 의 함수로 나타난다.

$$dT_x = dC_x = \frac{(1-\alpha)V_x}{z_o(R_x)^\alpha} dx \quad (20)$$

여기서, $R_x = M_x / M_{\max}$ 라고 정의한 최대 모멘트에 대한 x 단면 모멘트 비이다.

한편, 타이와 아치의 축강성 평가에는 상당한 공학적 판단이 필요하다. 아치의 축강성 $(EA)_{tc}$ 는 단면 위치와 응력 크기에 따라 다르며, 그 정확한 평가는 상당히 복잡하다.

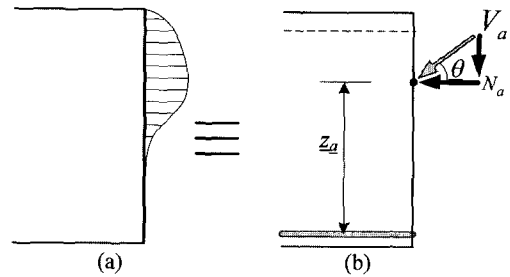


Fig. 9 Force state of arch action
(a) Non-uniform stress distribution,
(b) Resultant forces

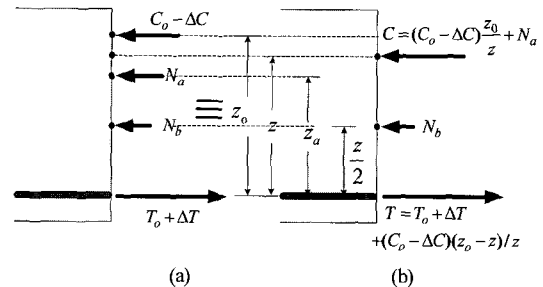


Fig. 10 Shear-moment interaction

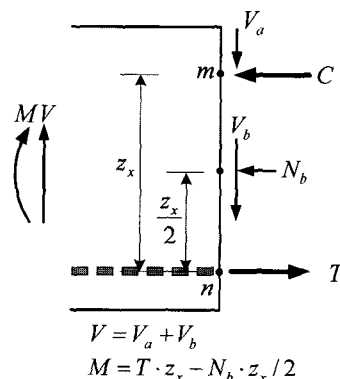


Fig. 11 Final expression of sectional resultants

여기서는 현실적 평가를 위해 Fig. 12에 나타난 것과 같이 아치의 유효깊이는 전단경간을 따라 일정한 것으로 단순화시키고, 그 깊이는 직사각형 응력블록의 깊이와 같다고 가정하여 구한 단면적 A_{bc} 를 적용하여 식 (2a)의 아치 수평 변위량 u_m 을 근사적으로 평가 할 수 있다.

$$u_m = \int_x^a \frac{(1-\alpha)}{E_c A_{bc} z_o} \left(\int_b^x \frac{V_x}{(R_x)^\alpha} \right) dx \quad (21)$$

식 (2b)의 타이 수평 변위량 u_n 은 Fig. 8(c)에 나타난 CEB/FIP MC-90의 공식을 이용하여 쉽게 평가할 수 있다. 이 기준에 의한 인장 타이의 유효깊이는 Fig. 12에 나타난 바와 같이 $2.5(h-d)$ 가 되며, 이에 해당하는 면적을 A_{bc} 라 하여 Fig. 8(c) 보인 식을 식 (2b)에 대입하면,

$$u_n = \frac{(1-\alpha)}{E_c A_{bc} z_o} \int_{x_{cr}}^{x_{cr}} \int_b^{x_{cr}} \frac{V_x}{(R_x)^\alpha} dx dx + \frac{x}{E_s A_s} \left(\int_x^a \frac{(1-\alpha)V_x}{(R_x)^\alpha z_o} dx - 0.132\sqrt{f_{ck}} A_{bc} \right) \quad (22)$$

여기서, x_{cr} 은 휨균열이 발생하지 않는 구간을 나타내며, 첫 번째 항은 비균열 구간의 변위량이고, 두 번째 항은 균열구간의 변위량이다.

3.3 경사각 θ

지금 까지 보작용과 아치작용에 대한 각각의 평형조건과 적합조건을 다뤘다. 이 과정에서 알아야 할 중요한 값 중의 하나가 경사각 θ 이다. 이 θ 는 단면력 평형조건에 의해 정해지는 식 (18)의 z 와 아치형상함수에 의해 정해지는 식 (6)의 z 가 같아야 한다는 조건에 식(11), (16)과 (17) 대입하면, 미지수 α 와 f_1 으로 구성된 식이 된다.

$$\cot \theta_x = \frac{M_x \left(\frac{1}{(R_x)^\alpha} - 1 \right) + f_1 b_w z_o (R_x)^\alpha [1.5 - 0.5(R_x)^\alpha]}{V_x (\alpha [1 - (R_x)^\alpha] + (1-\alpha) [1.5 - 0.5(R_x)^\alpha])} \quad (23)$$

위 식에 포함된 미지수 α 는 식 (3)의 상호변형적합 조건식에 의해 결정할 수 있으며, 또 다른 미지수 f_1 은 3.1절에서 기술한 복부의 평형 조건식과 변형적합 조건식에 의해 결정할 수 있다. 이에 대한 내용은 다음 절에서 다룬다.

4. 아치계수- α 결정

앞에서 언급한 것처럼, 계수- α 의 값은 식 (3)의 상호변형적합 조건식에 의해 정할 수 있는데, 이 조건식을 완성하기 위해서는 복부, 아치 및 타이의 각 평형조건과 적합조건이 모두 포함된 상당히 복잡한 과정을 거쳐야만 한다. 부재

의 제원과 작용력이 주어졌을 보의 α 값을 반복법으로 계산하는 과정을 정리하면 Fig. 13과 같다. 계산 과정은 두 종류의 순환 회로로 구성되어 있다는 것을 알 수 있다. 첫 번째 내부 회로는 V_b 가 주어졌을 때 복부의 응력과 변형률을 알아내는 알고리즘으로써, MCFT나 STM에 의해 면전단 요소를 해석하는 방법과 동일한 것이다. 두 번째 외부 회로는 식 (3)의 상호변형적합 조건을 찾는 과정으로 내부 회로가 포함되어 있기 때문에 반복 계산 과정이 매우 길게 될 수 있다. 따라서 효율적인 계산을 위해서는 초기 단계에서부터 적절한 초기 α 값을 선정해야 할 필요가 있는데, 이 때 적절한 초기 α 값으로는 주어진 보의 전단경간-깊이 비의 역수 d/a 를 취하는 것이 가장 좋은 방법이다.

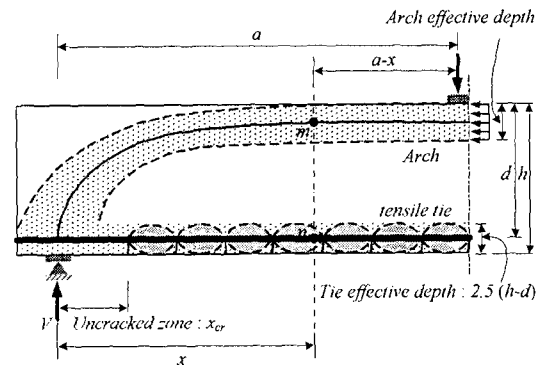


Fig. 12 Idealization of tie and arch

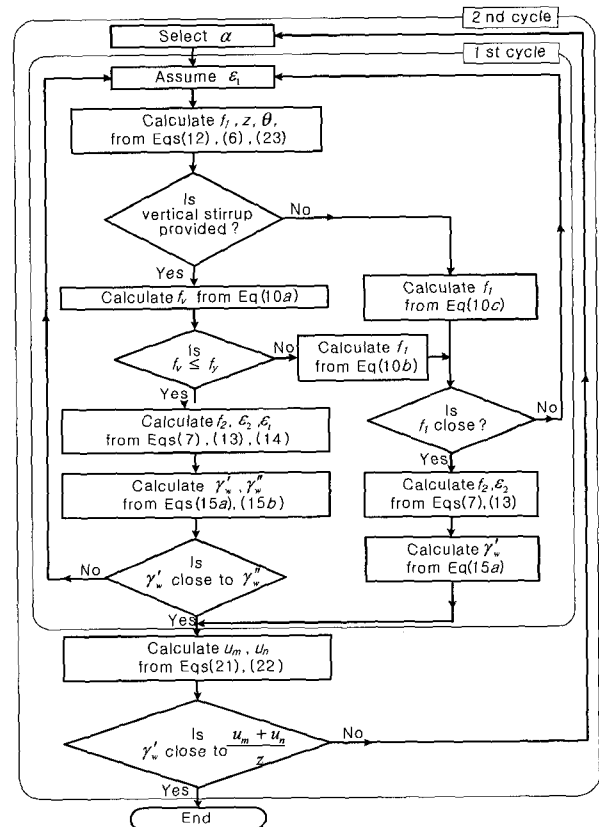


Fig. 13 Flow chart for α coefficient

5. 요약

이 논문은 휨과 전단이 작용하고 있는 철근콘크리트 부재의 해석을 더 정확하게 하기 위한 새로운 트러스 모델의 기본 개념을 유도하고 그 정식화 과정을 정리한 것이다. 이 새로운 모델은 전단력은 모멘트의 변화율이라는 관계식 $V=dM/dx+Tdz/dx$ 이 갖는 물리적 현상 바탕으로, 전단 메커니즘을 보작용과 아치작용이라는 두 기본 성분의 합으로 표현한 것이다.

이 모델의 정식화를 위해 일반적인 트러스 모델링 기법을 적용하여 단순화 하였으며, 아치계수와 아치형상합수를 새롭게 도입하였다. 두 기본 성분의 구성비인 아치계수의 값은 두 작용에 의한 변형의 상호 적합조건에 의해 결정하였다. 이 과정에서 복부의 휨과 변형 상태는 수정압축장 이론을 적용하여, 타이의 휨과 변형 상태는 CEB-FIP MC-90의 인장강화효과 식을 적용하여 파악하였다.

이러한 과정에 의해 주어진 보의 내력 상태를 근사하게 표현할 수 있는 새로운 트러스의 기하적 형태를 구성할 수 있게 된다. 이 새로운 트러스는 기본적으로 부정정 구조에 해당하는데도 불구하고, 해당 아치계수 만에 의해 그 기하적 형태를 모두 결정할 수 있을 뿐만 아니라 단면력의 상태를 모두 파악할 수 있게 되는 장점이 있다. 본 연구의 전편인 이 이 논문에서는 새로운 트러스 모델의 기하적 형태를 결정하는 부분에 해당한 것이고, 이 모델의 상세한 성능과 그 검증은 후편 논문에서 다룬다.

감사의 글

이 연구는 한국과학재단 특정기초 연구(과제번호 R01-2002-000-00592-0) 지원으로 수행된 결과의 일부이며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

1. ASCE-ACI Committee 426, "The shear strength of reinforced concrete members," *Journal of Structural Division, ASCE*, Vol.99, No.6, 1973, pp.1091~1187.
2. ASCE-ACI Committee 445, "Recent approaches to shear design of structural concrete," *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol.124, No.5, 1998, pp.1375~1417.
3. ACI Committee 318, "Building Code Requirement for

Reinforced Concrete and Commentary," ACI, Detroit, MI, 1995.

4. Eurocode 2, "Design of Concrete Structures-Part I, General Rules and Rules for Buildings," British Standard Institution, London, 1992.
5. CEB/FIP, "CEB-FIP Model Code for Concrete Structures," Bulletin d' Information No.213/214, 1993.
6. Lampert, P. and Thurimann, B., "Torsionsversuche an Stahlbetonkalken," Bericht Nr. 6506-2, ETH, Zurich, German, 1968.
7. Schlaich, J., Schafer, I., and Jennewein, M., "Towards a consistent design of structural concrete," *PCI Journal*, Vol.32, No.3, 1987, pp.74~150.
8. Marti, P., "Basic tools of reinforced concrete beam design," *ACI Journal*, Vol.82, No.1, 1985, pp.46~56.
9. Nielsen, M. P., "Limit Analysis and Concrete Plasticity," Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., USA, 1984.
10. Vecchio, F. J. and Collins, M. P., "The modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear," *ACI Journal*, Vol.83, No.2, 1986, pp. 219~231.
11. Hsu, T. T. C., "Unified Theory of Reinforced Concrete," CRC Press, Boca Raton, Fla., 1991.
12. Ramirez, J. A. and Breen, J. A., "Evaluation of a modified truss model approach for beams in shear," *ACI Structural Journal*, Vol.88, No.5, 1991, pp. 562~571.
13. Niwa, J., "Lattice Model with Concrete Tension Members for Shear Resisting Mechanism of Concrete Beams," CEB Bulletin d' Information No. 237, 1997, pp.159~170.
14. Walraven, J. and Lehwalter, N., "Size effect in short beams loaded in shear," *ACI Structural Journal*, Vol.91, No.5, 1994, pp.585~593.
15. Leonhardt, F., "Reducing the shear reinforcement in reinforced concrete beams and slabs," *Magazine of Concrete Research*, Vol.17, No.53, 1965, pp.187~198.
16. Park, R. and Paulay, T., "Reinforced concrete structures," Wiley, N. Y., 1975.
17. Barker, A. L. L. and Ahmad, S., "A statically indeterminate truss model for reinforced concrete beams failing by shear," *Bulletin d'Information No.37*, Comite Europeen du Beton, 1961, pp.208~219
18. Kani, G. N. J., "The riddle of shear failure and its solution," *ACI Journal*, Vol.61, No.4, 1964, pp. 441~467.

요약

이 논문은 휨과 전단이 동시에 작용하고 있는 철근콘크리트 보에서 전단은 휨모멘트의 변화율($V=dM/dx$)이라는 기본 관계식에 근거한 새로운 트러스모델링기법을 제안하는 것이다. 이 새로운 모델의 핵심은 보의 경간에서 내부 모멘트 팔길이의 변화를 고려함으로써, 보의 전단 저항 메커니즘을 아치작용과 보작용이라는 두 기본 성분의 합으로 표현할 수 있게 한 것이다. 이 두 작용에 의한 전단 저항 구성비는 상호 변형 적합조건을 적용하여 계산하였는데, 이 때 수정압축장이론과 CEB/FIP MC-90의 인장강화효과 공식을 이용하였다. 이렇게 함으로써 전단과 모멘트 관계식 $V=dM/dx$ 을 수치적으로 복제할 수 있는 새로운 트러스모델을 결정하였다.

핵심용어 : 아치작용, 아치계수, 철근콘크리트, 트러스모델, 전단