

# 자동 밸런서를 갖는 세탁기 시스템의 동역학 모델링 및 해석

오혁진\* · 이우식†

(2004년 1월 26일 접수, 2004년 4월 8일 심사완료)

## Dynamic Modeling and Analysis of the Washing Machine System with an Automatic Balancer

Hyuckjin Oh and Usik Lee

**Key Words :** Washing Machine(세탁기), Automatic Balancer(자동 밸런서), Dynamic Model(동적모델), Dynamic Analysis(동적해석), Dynamic Response(동적응답)

### Abstract

The structural unbalance mass and laundry are the important sources of the severe vibrations of automatic washing machines. In this paper, a mathematical model is developed for the dynamic analysis of the vertical axis automatic washing machines of pulsator-type. In the model, the rigid body motion of tub assembly is represented by six degrees of freedom and the dynamics of automatic hydraulic balancer is represented by one degree of freedom. The fundamental elastic modes of the tub shell and four suspension bars are also taken into account in the mathematical model, based on analytical and experimental modal analysis results. The 12 degrees of freedom equations of motion are derived by using the Lagrange's equations and the present dynamic model is evaluated by comparing the numerical simulation results with experimentally measured data.

### 1. 서론

최근 생활수준의 향상으로 안락하고 쾌적한 생활 환경에 대한 욕구가 높아짐에 따라 가전제품들의 저진동 저소음에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 세탁기에 있어서도 세탁력 및 세탁물 영김의 완화, 사용의 편의성 등 세탁기의 기본 성능 이외에 저진동 및 저소음의 중요성이 더해 가고 있다. 세탁기의 진동문제는 세탁코스와 탈수코스에서 모두 발생하지만 탈수시의 구동 회전수가 상대적으로 높고 연속적이기 때문에 탈수시의 진동이 주로 문제가 되고 있다.

세탁물을 위에서 투입하는 탑 로딩(top loading) 방식의 펄세이터형(pulsator type) 세탁기의 경우, 터브(tub), 스피너 바스켓(spinner basket), 펄세이터, 모

터계(motor unit), 자동 밸런서(automatic balancer) 등으로 구성된 세탁기 내부 시스템 전체가 세탁기 케이스 안쪽에 4 개의 현가봉(suspension bar)에 매달려 있으며 3 차원 강체운동이 가능한 구조로 되어 있다. 설계 및 제작 단계에서 불가피하게 존재하는 각종 부위의 구조적 불평형 질량과 세탁물에 의한 불평형 질량이 탈수모드에서 회전운동에 의해 가진원으로 작용하게 된다. 이러한 가진원에 의한 진동은 현가봉 끝단에 설치된 진동감쇠장치 등에 의해 일부 저감될 수 있으나 이러한 진동을 보다 효율적으로 저감하기 위하여 일반적으로 세탁조의 상단부에 자동 밸런서를 설치하고 있다. 자동 밸런서는 튜브 형상의 구조물 내부에 염수와 같은 유체나 볼(ball)을 넣어 진동 형태에 따라 유체나 볼이 진동을 저감시키는 방향으로 위치를 자동적으로 이동하도록 고안되어 있는 장치이다. 따라서 세탁기 시스템의 3 차원 강체운동, 자동 밸런서의 동역학적 역할, 현가봉과 터브(tub) 셸(shell)구조의 진동모드가 종합적으로 고려된 세탁기에 대한 동역학 모델이 필요하다.

\* 인하대학교 대학원 기계공학과

† 책임저자, 회원, 인하대학교 기계공학과

E-mail : ulee@inha.ac.kr

TEL : (032)860-7318 FAX : (032)866-1434

문헌을 살펴보면 세탁기의 진동저감을 위해 그동안 많은 연구가 이루어져 왔다. 예로서, Conrad와 Soedel<sup>(1)</sup>이 펄세이터형 및 드럼형 세탁기에 대한 간단한 2 차원 동력학 모델을 제시하고 수치해석을 수행하였으며, Jo<sup>(2)</sup> 등은 드럼형 세탁기에 대한 2 차원 동력학 모델을 제시하고 볼 자동 밸런서의 효과를 이론해석 및 실험을 통해 확인하였다. 또한 Kim<sup>(3)</sup> 등은 펄세이터형 세탁기에 대한 최적 설계기법을 다루었고 실험과 ADAMS를 이용하여 검증하였다. 최근의 연구로서 Bae<sup>(4)</sup> 등이 펄세이터형 세탁기에 대해서 3 차원 강제운동 모델을 제시하였으며, 특히 자동 밸런서 내부의 염수에 대한 모델을 정상운동 상태로 가정하여 기하학적으로 유도하고 이를 동력학 해석에 적용하였다. 자동 밸런서에 대한 연구로는 Chung과 Ro<sup>(5,6)</sup>의 연구와 Turkey<sup>(7)</sup> 등의 연구가 있다. 현재까지 세탁기에 대한 연구가 많은 연구자들에 의해 꾸준히 이루어지고 있지만, 자동 밸런서의 과도운동 특성과 터브 셸이나 현가봉 등의 탄성운동에 대한 영향을 동력학 모델에 종합적으로 고려한 경우는 없었다.

본 논문에서는 자동 밸런서를 갖는 펄세이터형 세탁기에 대한 동력학 모델을 유도하고 수치해석 및 실험을 통하여 검증하였다. 세탁조의 강제운동을 6 자유도계로 모델링하였고, 터브 셸의 반경방향 진동과 현가봉의 굽힘 진동의 주요 진동모드를 동력학 모델에 추가 반영하였다. 또한, 자동 유체 밸런서 내부의 유체의 과도운동을 표현하기 위하여 1 자유도를 추가하였다. 이와 같이 전체 세탁기 시스템을 총 12 자유도계 모델로 표현하였고 이에 대한 운동방정식을 라그랑지(Lagrange) 방정식을 이용하여 유도하였다. 수치해석 시뮬레이션 결과와 실제 세탁기로부터 측정된 실험 데이터와의 비교 검토를 통하여 유도된 동력학 모델의 검증을 수행하였다.

## 2. 세탁기 시스템에 대한 동력학 모델링

### 2.1 강제운동에 대한 동력학 모델링

Fig. 1은 펄세이터형 세탁기의 구조를 나타낸다. 세탁기 내부 시스템의 운동을 나타내기 위하여 Fig. 2에 보인 바와 같이 기준(reference) 좌표계 R과 터브의 바닥 중심에 고정된 이동(moving) 좌표계 S를 설정하였다. 세탁기 내부 시스템의 강제운동은 이동 좌표계의 중심점 A의 병진운동  $x(t), y(t), z(t)$ 와 기준 좌표계에 대한 이동 좌표계의 회전운동  $\psi(t), \theta(t), \phi(t)$ 로 나타내었다. 따라서 기준 좌표계로부터 이동 좌표계로의 변환은 다음 식으로 표현된다.

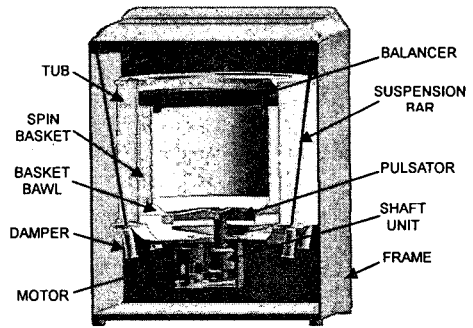


Fig. 1 A puluator-type washing machine considered in this study

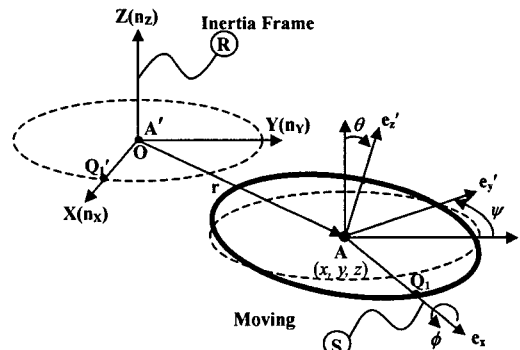


Fig. 2 The inertial reference frame R and the moving coordinates S fixed at the center of tub bottom

$$\begin{Bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & c\theta s\psi & -s\theta \\ s\theta s\phi c\psi - c\phi s\psi & s\theta s\phi s\psi + c\phi c\psi & c\theta s\phi \\ s\theta c\phi c\psi + s\phi s\psi & s\theta c\phi s\psi - s\phi c\psi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix} \quad (1)$$

여기서,

$$\begin{aligned} c\theta &= \cos\theta, c\phi = \cos\phi, c\psi = \cos\psi \\ s\theta &= \sin\theta, s\phi = \sin\phi, s\psi = \sin\psi \end{aligned} \quad (2)$$

윗 식에서  $\psi(t)$ 는  $n_z$ 축을 중심으로 회전하는 요잉(yawing)운동,  $\theta(t)$ 는  $e_y$ 축을 중심으로 회전하는 피칭(pitching)운동,  $\phi(t)$ 는  $e_x$ 축을 중심으로 회전하는 롤링(rolling)운동을 나타낸다.

세탁기 내부 시스템은 Fig. 3과 같이 터브계, 스피너 바스켓계, 펄세이터계, 모터계, 불평형 질량의 다섯개의 부분계(sub-systems)로 구분하여 나누고 이들을 각각 하나의 질점으로 다루었다. 또한 Fig. 4에 보인 바와 같이 자동 유체 밸런서 내부의 유체는 하나의 균형 질량(balancing mass)으로 모델링하였으며 균형 질량의 위치는 빨래를 포함한 총 불평형 질량의 위치에 대한 상대 각도인  $\xi(t)$ 로 나타내었다. 각 부분계의 질량 중심과 균형 질량의 위치는 다음의 위치벡터로 주어진다.

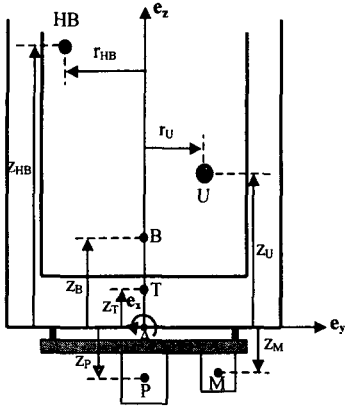


Fig. 3 Schematics of the sub-systems of washing machine

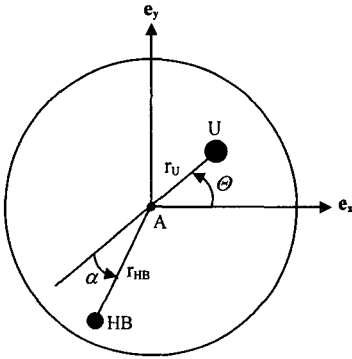


Fig. 4 Kinematics of the unbalance mass (U) and the hydraulic balancing mass (HB)

$$\begin{aligned}
 \mathbf{r}_T &= \mathbf{r} + z_T \mathbf{e}_z \\
 \mathbf{r}_B &= \mathbf{r} + z_B \mathbf{e}_z \\
 \mathbf{r}_P &= \mathbf{r} + z_P \mathbf{e}_z \\
 \mathbf{r}_M &= \mathbf{r} + x_M \mathbf{e}_x + y_M \mathbf{e}_y + z_M \mathbf{e}_z \\
 \mathbf{r}_U &= \mathbf{r} + r_U \cos \theta \mathbf{e}_x + r_U \sin \theta \mathbf{e}_y + z_U \mathbf{e}_z \\
 \mathbf{r}_{HB} &= \mathbf{r} - r_{HB} \cos(\theta + \alpha) \mathbf{e}_x \\
 &\quad - r_{HB} \sin(\theta + \alpha) \mathbf{e}_y + z_{HB} \mathbf{e}_z
 \end{aligned} \tag{3}$$

여기서,

$$\mathbf{r} = x\mathbf{n}_x + y\mathbf{n}_y + z\mathbf{n}_z \tag{4}$$

$\mathbf{r}$ 은 기준 좌표계의 원점 O을 기준으로 한 이동 좌표계의 원점 A의 위치벡터이고,  $\mathbf{r}_T, \mathbf{r}_B, \mathbf{r}_P, \mathbf{r}_M, \mathbf{r}_U, \mathbf{r}_{HB}$ 는 각각 터브계, 스피너 바스켓계, 펄세이터계, 모터계, 불평형 질량, 균형 질량의 위치벡터를 나타낸다. 또한, 식 (3)에 사용된 각 기호의 정의는 Fig. 3과 Fig. 4에 나타내었다.

기준 좌표계에 대한 이동 좌표계의 각속도는 터브의 각속도와 동일하며 다음 식으로 주어진다.

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{\omega}_T &= \dot{\phi} \mathbf{e}_x + \dot{\theta} \mathbf{e}'_y + \dot{\psi} \mathbf{n}_z \\
 &= (\dot{\phi} - \dot{\psi} s \theta) \mathbf{e}_x + (\dot{\theta} c \phi + \dot{\psi} c \theta s \phi) \mathbf{e}_y \\
 &\quad + (\dot{\psi} c \theta c \phi - \dot{\theta} s \phi) \mathbf{e}_z
 \end{aligned} \tag{5}$$

세탁기 내부 시스템의 각 부분계에 대한 각속도는 터브의 각속도에 터브에 대한 해당 부분계의 상대 각속도를 더하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{\omega}_B &= \boldsymbol{\omega}_T + \dot{\theta} \mathbf{e}_z, \quad \boldsymbol{\omega}_P = \boldsymbol{\omega}_T + a \dot{\theta} \mathbf{e}_z \\
 \boldsymbol{\omega}_S &= \boldsymbol{\omega}_T + b \dot{\theta} \mathbf{e}_z, \quad \boldsymbol{\omega}_{MS} = \boldsymbol{\omega}_T + c \dot{\theta} \mathbf{e}_z
 \end{aligned} \tag{6}$$

여기서  $\boldsymbol{\omega}_B, \boldsymbol{\omega}_P, \boldsymbol{\omega}_S, \boldsymbol{\omega}_{MS}$ 는 스피너 바스켓계, 펄세이터계, 구동 전달축, 모터 축의 각속도이다.

세탁기 내부 시스템의 강체운동에 대한 운동에너지와 중력에 의한 포텐셜 에너지(potential energy)는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 T &= \frac{1}{2} (m_T \dot{\mathbf{r}}_T^T \dot{\mathbf{r}}_T + m_B \dot{\mathbf{r}}_B^T \dot{\mathbf{r}}_B + m_P \dot{\mathbf{r}}_P^T \dot{\mathbf{r}}_P + m_M \dot{\mathbf{r}}_M^T \dot{\mathbf{r}}_M \\
 &\quad + m_U \dot{\mathbf{r}}_U^T \dot{\mathbf{r}}_U + m_{HB} \dot{\mathbf{r}}_{HB}^T \dot{\mathbf{r}}_{HB}) \\
 &\quad + \frac{1}{2} \{ \boldsymbol{\omega}_T^T (\mathbf{I}_T + \mathbf{I}_{DM} + \mathbf{I}_{MB}) \boldsymbol{\omega}_T + \boldsymbol{\omega}_B^T (\mathbf{I}_B + \mathbf{I}_F) \boldsymbol{\omega}_B \\
 &\quad + \boldsymbol{\omega}_P^T \mathbf{I}_P \boldsymbol{\omega}_P + \boldsymbol{\omega}_S^T \mathbf{I}_S \boldsymbol{\omega}_S + \boldsymbol{\omega}_{MS}^T \mathbf{I}_{MS} \boldsymbol{\omega}_{MS} \} \\
 V_g &= g (m_T r_{T3} + m_B r_{B3} + m_P r_{P3} + m_M r_{M3} \\
 &\quad + m_U r_{U3} + m_{HB} r_{HB3})
 \end{aligned} \tag{7}$$

여기서 운동에너지의 첫 번째 괄호 항은 병진운동 에너지, 두 번째 괄호 항은 회전 운동에너지를 나타낸다. 또한  $m_T, m_B, m_P, m_M$ 는 각각 터브계, 스피너 바스켓계, 펄세이터계, 모터계의 질량을 나타내며  $m_U$ 는 불평형 질량,  $m_{HB}$ 는 균형 질량을 나타낸다.  $\mathbf{I}_T, \mathbf{I}_{DM}, \mathbf{I}_{MB}, \mathbf{I}_B, \mathbf{I}_F, \mathbf{I}_P, \mathbf{I}_S, \mathbf{I}_{MS}$ 는 각각 터브계, 다이모터계, 모터 몸체, 스피너 바스켓계, 플랜지 축(flange shaft), 펄세이터계, 구동력 전달축, 모터 축의 질량 관성모멘트를 나타낸다. 불평형 질량과 균형 질량은 하나의 질점으로 취급하여 이들의 회전 운동에너지는 무시하였다.

### 2.2 탄성변형에 대한 동역학 모델링

Table 1은 세탁기 내부 시스템에 존재하는 구동 주파수(driving frequency)를 나타내고 Table 2는 실험 또는 해석적인 방법으로 도출한 주요 부분계의 고유진동수를 나타낸다. 세탁기 내부 시스템 부분계의 진동이 세탁기의 동역학에 미치는 중요도는 시스템 각 부분계의 고유진동수와 세탁기의 구동 주파수와와의 차이에 따라 판정할 수 있다. 따라서 Table 1과 2의 고유진동수를 상호 비교하여 최대 구동주파수의 3배수 범위에 존재하는 터브 셀의 1차 진동모드(vibration mode)와 현가봉의 1차 굽힘

Table 1 Driving frequencies

Driving parts	Washing course	Spin and spray course
Motor shaft	29.83 Hz (1760 rpm)	29.83 Hz (1760 rpm)
Motor driving shaft	11.83 Hz (710 rpm)	11.83 Hz (710 rpm)
Flange shaft unit	2 Hz (120 rpm)	11.83 Hz (710 rpm)
Pulsator unit	2 Hz (120 rpm)	11.83 Hz (710 rpm)

Table 2 Natural frequencies of the sub-systems

Sub-structures	Method	Natural frequency (Hz)	
		1st mode	2nd mode
Tub	Experiment	70.0	80.0
Basket	Experiment	99.0	246
Bar	axial	Theory	1940
	bending	Experiment	88.5

진동모드(bending vibration mode)의 영향을 동력학 모델에 추가하였다. 따라서, 세탁기 내부 시스템의 동력학 모델링에 사용된 자유도는 기존의 강체 운동에 대한 6 자유도에 터브 셸의 1차 진동모드에 대한 자유도  $q_1$ 와 4개 현가봉의 각 굽힘 진동모드에 대한 자유도  $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4$ 를 포함해 총 12개이다.

Fig. 5는 터브 셸의 탄성변형을 나타낸다. 터브 셸의 임의의 미소질량에 대한 탄성변형 이후의 위치벡터  $r_{ET}$ 는 다음과 같다.

$$r_{ET} = r_r + r_e \quad (9)$$

여기서  $r_r$ 은 강체운동에 의한 변위벡터이고  $r_e$ 는 탄성변형에 의한 변위벡터로서 다음과 같다.

$$r_r = x n_x + y n_y + z n_z + r_r e_r + \zeta e_z \quad (10)$$

$$r_e \equiv w(\mu, \zeta, t) e_r$$

위에서 원통 셸의 축 방향 및 원주 방향의 탄성변형은 상대적으로 작다고 가정하여 반경 방향의 변위만을 고려하였다. 미소질량의 속도는 식 (9)를 미분하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$v_{ET} = \dot{r}_{ET} = v_p + v_e \quad (11)$$

여기서,

$$v_p = \dot{r}_p = v_1 n_x + v_2 n_y + v_3 n_z \quad (12)$$

$$v_e = \dot{r}_e = v_{e1} n_x + v_{e2} n_y + v_{e3} n_z$$

Table 1과 Table 2로부터 반경 방향 변위는 주로 첫 번째 진동모드에 의해 지배되는 것으로 판단하여 다음과 같이 근사화할 수 있다.

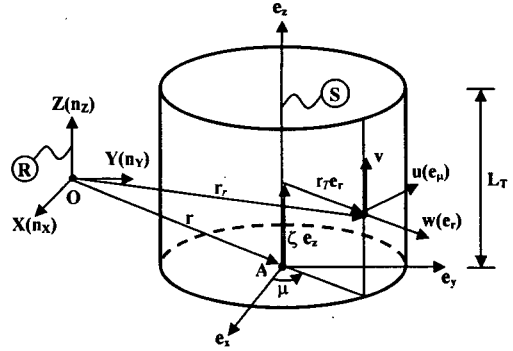


Fig. 5 Kinematics of the tub shell subject to the rigid-body and elastic motions

$$w(\mu, \zeta, t) = \sum_{n=1}^N W_n(\mu, \zeta) q_n(t) \equiv \zeta \cos 2\mu q_1(t) \quad (13)$$

여기서  $\zeta \cos 2\mu$ 는 실험 및 유한요소해석을 통해 확인한 터브 셸의 1차 반경 방향 진동모드 형상이다.

터브 셸의 탄성변형에 의한 운동에너지와 포텐셜 에너지는 다음과 같다.

$$T_T = \frac{\rho_T h r_T}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^{L_T} \left\{ v_{ET}^T v_{ET} - (v_1^2 + v_2^2 + v_3^2) \right\} d\zeta d\mu \quad (14)$$

$$= \int_0^{2\pi} \int_0^{L_T} (v_{e1}^2 + v_{e2}^2 + v_{e3}^2 + 2v_1 v_{e1} + 2v_2 v_{e2} + 2v_3 v_{e3}) d\zeta d\mu$$

$$V_{eT} = \frac{Eh}{2(1-\nu^2)} \int_0^{2\pi} \int_0^{L_T} U(\zeta, \mu) r_T d\zeta d\mu$$

여기서  $\rho_T$ 는 터브 셸의 밀도이고  $h$ 는 터브 셸의 두께이며,  $U$ 는 다음 식으로 주어진다.

$$U(\zeta, \mu) \equiv \frac{w^2}{r_T^2} + \frac{h^2}{12} \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial \zeta^2} + \frac{1}{r_T^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \mu^2} \right] \quad (15)$$

$$- 2(1-\nu) \left\{ \frac{1}{r_T^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \zeta^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \mu^2} - \left( \frac{1}{r_T} \frac{\partial^2 w}{\partial \zeta \partial \mu} \right)^2 \right\}$$

Fig. 6은 현가봉의 운동을 나타낸다. 현가봉 끝에 설정한 이동 좌표계와 기준 좌표계 사이의 관계는 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -c\beta_1 s\Lambda_1 & s\beta_1 s\Lambda_1 & -c\Lambda_1 \\ -s\beta_1 & -c\beta_1 & 0 \\ -c\beta_1 c\Lambda_1 & s\beta_1 c\Lambda_1 & s\Lambda_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix} \quad (16)$$

여기서,

$$s\beta_1 = \sin \beta_1, c\beta_1 = \cos \beta_1 \quad (17)$$

$$s\Lambda_1 = \sin \Lambda_1, c\Lambda_1 = \cos \Lambda_1$$

전체 세탁기 내부 시스템은 4개의 현가봉에 매달려 3차원 강체운동을 하며 현가봉에 의해 강체

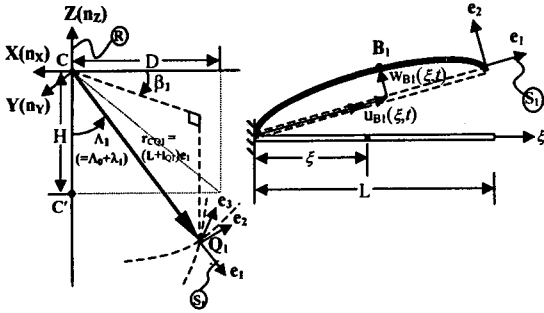


Fig. 6 Kinematics of the suspension bar # 1 subject to the rigid-body and elastic motions

운동의 변위와 각도가 구속된다. 먼저 첫 번째 현가봉을 생각한다. 기준 좌표계의 원점 O에서  $Q_1$ 점까지의 위치벡터는 두 가지 방법으로 나타낼 수 있고 이렇게 나타낸 두 벡터는 다음과 같이 서로 일치해야 한다.

$$\mathbf{r} + \mathbf{r}_{Q1} = \mathbf{r}_{OC} + \mathbf{r}_{CC} + \mathbf{r}_{CQ1} \quad (18)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= x\mathbf{n}_x + y\mathbf{n}_y + z\mathbf{n}_z \\ \mathbf{r}_{Q1} &= r_r\mathbf{e}_x = r_r c\psi c\theta \mathbf{n}_x + r_r s\psi c\theta \mathbf{n}_y - r_r s\theta \mathbf{n}_z \\ \mathbf{r}_{OC} + \mathbf{r}_{CC} + \mathbf{r}_{CQ1} &= \{r_r + D - (L + l_{Q1})k\beta_1 s\Lambda_1\} \mathbf{n}_x \\ &\quad + \{L + l_{Q1}\} \beta_1 s\Lambda_1 \mathbf{n}_y + \{H - (L + l_{Q1})k\Lambda_1\} \mathbf{n}_z \end{aligned} \quad (19)$$

Fig. 6에 보인 바와 같이  $D$ 는 운동이 있기 전 현가봉 끝점에서  $CC'$ 선분까지 직선거리이고  $H$ 는  $CC'$ 선분의 길이이며  $L$ 은 현가봉의 길이이다. 식 (14)로부터 다음의 구속 조건식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \tan \beta_1 &= \frac{y + r_r s\psi c\theta}{D + r_r - x - r_r c\psi c\theta} \\ l_{Q1} &= \frac{1}{2L} \left\{ (x + r_r c\psi c\theta - r_r - D)^2 + (y + r_r s\psi c\theta)^2 \right. \\ &\quad \left. + (z - r_r s\theta - H)^2 \right\}^{1/2} - \frac{L}{2} \\ \cos(\Lambda_0 + \lambda_1) &= \frac{H - z + r_r s\theta}{L + l_{Q1}} \end{aligned} \quad (20)$$

첫 번째 현가봉과 마찬가지로 나머지 현가봉에 대해서도 식 (20)과 유사한 구속 조건식을 유도할 수 있다.

Fig. 6을 통해  $i$ 번째 현가봉의 미소질점  $B_i$ 의 변위벡터와 기준 좌표계  $R$ 에 대한 이동 좌표계  $S_i$ 의 상대 각속도를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{B_i} &= \xi \mathbf{e}_1 + u_{B_i}(\xi, t) \mathbf{e}_1 + w_{B_i}(\xi, t) \mathbf{e}_2 \\ \omega_{S_i} &= \dot{\beta}_i c\Lambda_i \mathbf{e}_1 - \dot{\lambda}_i \mathbf{e}_2 - \dot{\beta}_i s\Lambda_i \mathbf{e}_3 \end{aligned} \quad (21)$$

여기서  $u_{B_i}$ 는 현가봉의 축 방향 탄성변위,  $w_{B_i}$ 는 종방향의 굽힘 탄성변위이며,  $\xi$ 는 현가봉의 축 방

향으로 설정한 국부 좌표계(local coordinate)를 나타낸다. 따라서,  $i$ 번째 현가봉의 미소 질점의 속도 벡터는 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{B_i} = \dot{\mathbf{r}}_{B_i} &\cong \dot{\beta}_i w_{B_i} s\Lambda_i \mathbf{e}_1 + (\dot{w}_{B_i} - \dot{\beta}_i x s\Lambda_i) \mathbf{e}_2 \\ &\quad + (\dot{\beta}_i w_{B_i} c\Lambda_i + \dot{\lambda}_i) \mathbf{e}_3 \end{aligned} \quad (22)$$

식 (22)를 이용하여 4개의 현가봉이 갖는 총 운동 에너지는 다음 식으로 주어진다.

$$T_{Bar} = \sum_{i=1}^4 \frac{m_{Bar}}{2} \int_0^L \mathbf{v}_{B_i}^T \mathbf{v}_{B_i} dx \quad (23)$$

여기서  $m_{Bar}$ 는 현가봉의 단위 길이당의 질량이다. Table 2에 보인 바와 같이 현가봉의 축 방향 1차 고유진동수가 세탁기 구동 주파수에 비하여 상당히 높기 때문에 축 방향 탄성변위에 의한 운동에너지는 무시하였다. 현가봉의 종 방향 굽힘 탄성 변위는 Table 1과 Table 2의 결과로부터 1차 굽힘 진동모드에 의해 지배되는 것으로 판단하여 다음과 같이 정의하였다.

$$w_{B_i}(\xi, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi\xi}{L} \eta_{in}(t) \cong \sin \frac{\pi\xi}{L} \eta_i(t) \quad (24)$$

4개의 현가봉이 갖는 총 포텐셜 에너지는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} V_{Bar} &= \sum_{i=1}^4 \frac{1}{2} k (l_{Q1} - u_{B_i})^2 + \sum_{i=1}^4 \frac{1}{2} \int_0^L E_B I_B (w_{B_i}'')^2 d\xi \\ &\cong \sum_{i=1}^4 \frac{1}{2} k l_{Q1}^2 + \sum_{i=1}^4 \frac{1}{2} \int_0^L E_B I_B (w_{B_i}'')^2 d\xi \end{aligned} \quad (25)$$

여기서, 첫 번째 항은 에어댐퍼(air damper) 케이스 내부에 있는 스프링에 저장되는 포텐셜 에너지 두 번째 항은 현가봉 자체의 탄성변형에 의한 포텐셜 에너지이다. 현가봉의 축 방향 탄성변형은 스프링의 변형에 비하여 작다고 가정하여 무시하였다.

세탁기 내부 시스템에 부가된 주요 진동 감쇠원(damping sources)으로는 에어댐퍼의 축 방향 운동에 대한 에어댐퍼 감쇠와 에어댐퍼 케이스와 터브가 접촉하는 힌지 부위에 부가된 점성 유액에 의해 발생하는 상대 회전운동에 대한 점성감쇠이다. 이들에 대한 등가 Rayleigh Dissipation 함수를 다음과 같이 나타내었다.

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 C_T (i_{Q1} - \delta_i)^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 (C_x \omega_{xi}^2 + C_y \omega_{yi}^2 + C_z \omega_{zi}^2) \\ &\cong \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 C_T i_{Q1}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 (C_x \omega_{xi}^2 + C_y \omega_{yi}^2 + C_z \omega_{zi}^2) \end{aligned} \quad (26)$$

여기서  $C_T$ 는 에어댐퍼에 대한 등가 점성감쇠계수이고  $C_x, C_y, C_z$ 는 힌지부에서의 회전 점성감쇠에 대한 등가 점성감쇠계수를 나타낸다. 또한  $\omega_{xi}, \omega_{yi}$

$\omega_{zi}$  는 터브를 기준으로 한 현가봉의 상대 각속도의 성분이다.

2.3 세탁기 시스템에 대한 운동방정식

세탁기 시스템의 운동방정식을 유도하기 위하여 다음의 라그랑지 방정식(Lagrange's equations)을 이용하였다.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i} = F_i \quad (27)$$

여기서  $q_i$ 는 일반화 좌표(generalized coordinates)이며  $F_i$  는 각  $q_i$  대응하는 비보존력(non-conservative forces)이다. 식 (7), (8), (14), (22), (24), (25)을 식 (27)에 대입하면 총 12 개 자유도로 모델링 된 세탁기 시스템에 대한 운동방정식을 다음과 같은 형태로 유도할 수 있다.

$$M \ddot{q} + (C + G) \dot{q} + (K_p + K_T) q = f(q, \dot{q}) \quad (28)$$

여기서,

$$\begin{aligned} q &= \{x, y, z, \psi, \theta, \phi, \alpha, \eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4, q_1\}^T \\ f &= \{f_1, f_2, \dots, f_{12}\}^T \\ M &= M^T, C = C^T, G = -G^T \\ K_p &= K_p^T, K_T = K_T^T \end{aligned} \quad (29)$$

위에서  $M$  은 질량행렬,  $C$  는 감쇠행렬,  $G$  는 자이로스코픽(gyroscopic) 행렬이다.  $K_p$ 와  $K_T$ 는 모두 강성행렬로서 각각 포텐셜 에너지와 운동에너지로부터 도출되었다.

3. 수치해석 및 실험을 통한 검증

본 연구에서 유도한 세탁기 시스템의 동력학 모델을 검증하기 위하여 수치해석을 통한 동력학 시뮬레이션과 실험을 수행하였다. 수치해석 기법으로는 Runge-Kutta 법을 이용하였으며 동력학 시뮬레이션에 사용된 기본 데이터는 Table 3 과 같다.

Table 3 Geometric and inertia properties of the sub-structures of washing machine

	Tub and die motor	Basket and flange shaft unit	Pulsator unit	Motor	
Mass (kg)	6.985	6.780	4.085	4.358	
Mass center	x (m)	0	0	0.098	
	y (m)	0	0	0.098	
	z (m)	0.087	0.207	0.017	-0.128
Mass moment of inertia	$I_x$ (kg·m <sup>2</sup> )	0.299	0.378	0.019	0.009
	$I_y$ (kg·m <sup>2</sup> )	0.318	0.402	0.019	0.010
	$I_z$ (kg·m <sup>2</sup> )	0.355	0.408	0.038	0.010

먼저 가장 단순화된 경우로서, 불평형 질량과 평형 질량이 모두 없다고 가정하고 초기 요잉 속도 0.01 rad/s 을 제외한 다른 모든 자유도의 초기 값을 영으로 가정하여 동력학 시뮬레이션을 수행하였다. Fig. 7은 이러한 조건에서 스프링 상수값의 변화에 따라 얻은 터브의 상하방향 운동  $z(t)$ 와 요잉 각도  $\psi(t)$ 에 대한 동적 응답을 보인다. Fig. 7에서 보듯이 스프링 상수 값이 커질수록  $z(t)$ 가 점차 양의 값으로 증가해감을 볼 수 있으며, 요잉 각도  $\psi(t)$ 는 스프링 상수의 변경에 따른 영향을 받지 않으므로 변화가 거의 없음을 관찰할 수 있다. 이는 스프링의 강성이 커질수록 세탁기 시스템이 마치 강체 현가봉에 매달려 운동하는 것과 같은 양상을 보이기 때문이다.

다음으로, 실제 세탁 운전조건과 유사한 운전조건에서의 동력학 시뮬레이션을 수행하기 위하여 0.8 kg의 불평형 질량을 반경 0.25 m, 높이 0.31 m의 위치에 설치하고 모든 자유도의 초기조건을 영으로 설정하였으며, 탈수 회전 각속도를 17 초 동안 선형적으로 증가하여 17 초 이후에는 최대 회전 각속도 7.768 Hz를 유지한다고 가정하였다.

Fig. 8은 처음 22초 동안의 동력학 시뮬레이션 결과를 보인다. 세탁조의 수평방향 운동을 나타내는  $x(t)$ 에 대한 동적 응답을 살펴보면 초기 약 8초 동안은 과도응답이 지배적임을 알 수 있으며 그 이후에는 자동 밸런서의 평형 질량에 의하여 정상상태(steady-state)로 곧 안정되어 가는 것을 볼 수 있다. 정상상태 응답이 나타나면서 자동 밸런서의 평형 질량도 과도응답을 멈추고 세탁기 진동을 최소화하기 위한 최적의 각도 위치로 신속히 이동해 가는 것을 Fig. 8(d)로부터 확인할 수 있다. 세탁조의 수직 방향의 운동을 나타내는  $z(t)$ 는 수평 방향의 운동  $x(t)$ 에 비하여 상대적으로 그 크기가 작음을 Fig. 8(c)로부터 알 수 있다. 이는 세탁조가 수직방향으로는 크게 가진되지 않고 있음을 나타내는 것으로써 보다 단순화된 동력학 모델에서는 수직 방향의 강체운동은 무시할 수 있음을 말한다. Fig. 8(b)는 세탁기의 수평면 (x-y)에서의 수평운동 양상을 보인 것이다. 초기에는 과도응답을 여전히

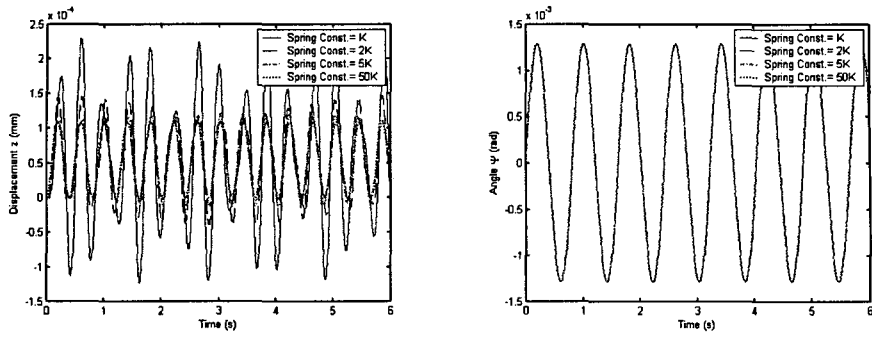


Fig. 7 Dynamic responses  $z(t)$  and  $\psi(t)$  vs. spring constant

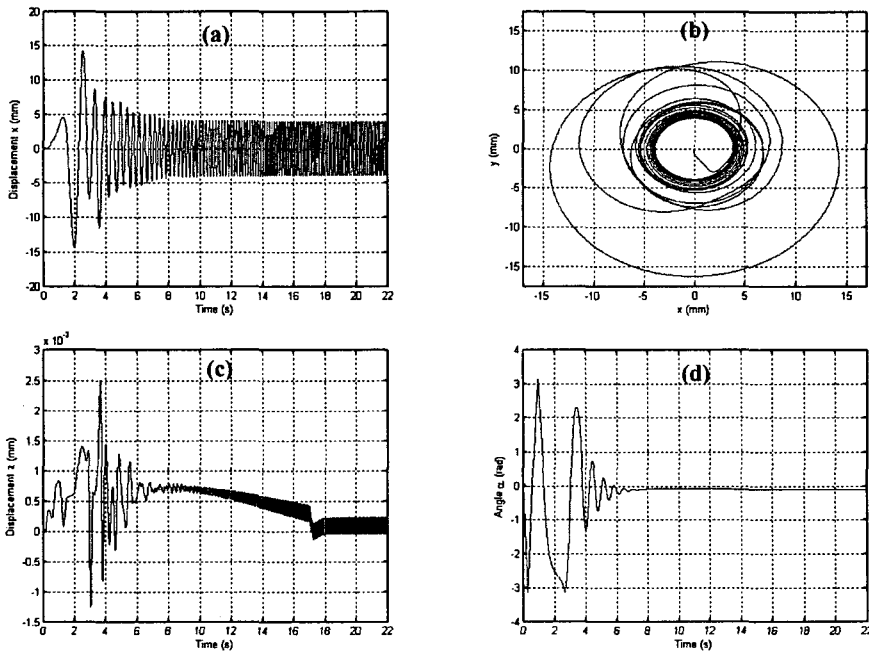


Fig. 8 Dynamic responses at the center of tub bottom: (a)  $x(t)$ , (b)  $x$ - $y$  plot, (c)  $z(t)$ , and (d)  $\alpha(t)$

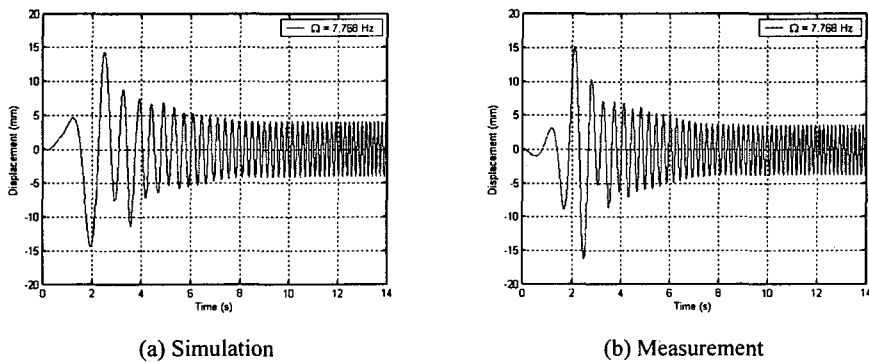
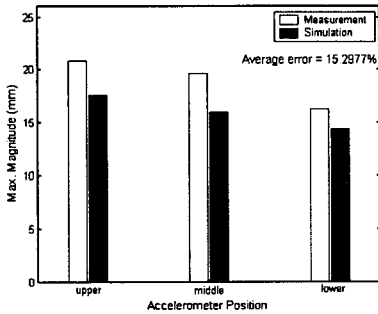
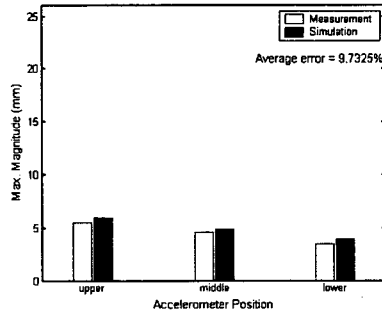


Fig. 9 Comparison of the dynamic responses obtained by simulation and measurement when  $\Omega = 7.768$  Hz

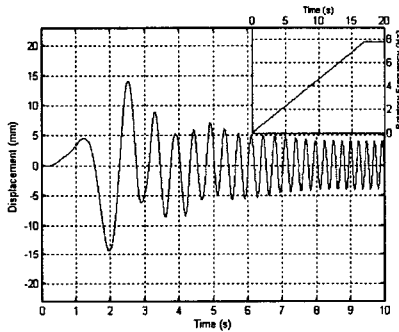


(a) Maximum transient responses

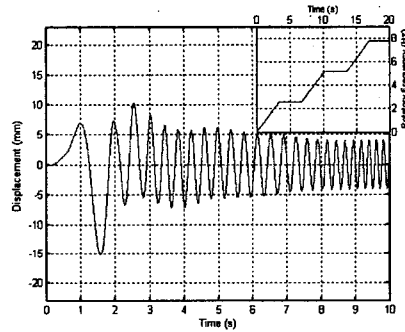


(b) Steady state responses

Fig. 10 Comparison of the maximum transient responses and the steady-state responses obtained by simulation and measurement when  $\Omega = 7.768$  Hz



(a) One-step profile of rotatory frequency



(b) Three-step profile of rotatory frequency

Fig. 11 The operation profile dependence of the dynamic response measured at the lower point of the tub

보이고 있으며 시간이 지남에 따라 정상상태에 이르면 x-y 평면에서의 운동궤적이 원을 그리는 것을 알 수 있다. 이는 세탁조가 정상상태에서 일정한 윙링(whirling)운동을 하고 있음을 의미한다.

Fig. 9는 동력학 시뮬레이션과 실험을 통하여 구한 터브의 하단에서의 동적응답을 상호 비교한 것이다. 두 결과를 비교해보면 과도상태와 정상상태에서 거의 비슷한 동적응답을 보이고 있음을 알 수 있다. 단지, 진동 초기의 과도응답에서 약간의 차이가 보이는데 이는 동력학 시뮬레이션에서 사용한 구동각속도의 프로파일과 실제 구동각속도의 프로파일이 정확하게 일치할 수 없기 때문에 발생한 차이인 것으로 판단한다.

Fig. 10은 실험과 동력학 시뮬레이션으로 얻은 터브의 상단, 중단, 그리고 하단에서의 정상상태 응답과 과도상태응답의 최대변위를 상호 비교한 것이다. 과도상태응답은 평균 15%, 그리고 정상상태응답은 평균 10% 정도의 오차를 보이고 있다. 이 결과는 세탁기 제조회사에서 일반적으로 허용하는 범위의 오차로서 본 연구에서 유도한 세탁기 시스템의 동력학 모델이 실제 시스템의 동력학 특

성을 비교적 잘 반영하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 11은 구동주파수 프로파일 변경에 따른 동적응답의 변화를 나타내고 있다. 구동주파수를 최대 구동주파수까지 1 단계로 선형적으로 증가시키는 경우보다 3 단계로 나누어 증가시키는 경우에 전체적인 동적 응답이 상대적으로 감소하는 것을 관찰할 수 있다.

#### 4. 결론

본 논문에서는 자동 밸런서의 동력학과 터브 셀 및 현가봉의 탄성운동을 고려한 세탁기 시스템의 동역학 모델을 유도하고 이를 수치해석과 실험을 통하여 검증하였다. 세탁기 시스템은 강체운동 6 자유도, 균형질량 1 자유도, 터브 및 현가봉의 탄성변형에 대한 5 자유도를 포함한 총 12 자유도로 모델링되었다. 동력학 모델에 고려된 터브 및 현가봉의 진동모드는 실험 및 해석 결과를 이용하여 결정하였다. 동력학 모델에 대한 운동방정식은 라그랑지 방정식을 이용하여 유도하였다.



본 연구에서 유도한 세탁기 시스템의 동력학 모델에 대한 타당성을 검증하기 위하여 세탁기를 다양한 운전조건으로 구동하면서 세탁기의 동적 응답을 측정하였고 이를 수치해석을 통하여 얻은 결과와 비교 검토하였다. 그 결과, 본 연구에서 유도한 동력학 모델이 실제의 운전조건에서 측정된 동적응답과 매우 유사한 시뮬레이션 결과를 제공함을 확인하였다.

### 참고문헌

- (1) Conrad, D. C. and Soedel, W., 1995, "On the Problem of Oscillatory Walk of Automatic Washing Machines," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 188, No. 3, pp. 301~314.
- (2) Jo, S. O, Lee, J. U. and Kim, T. S., 1998, "Modeling and Dynamic Analysis of a Front Loaded Washing Machine with Ball Type Automatic Balancer", *Journal of KSNVE*, Vol. 8, No. 4, pp. 670~682.
- (3) Kim, Y. C., Chae, H. K and Kim, T. S., 1998, "Optimum Design of Pulsator Type Washing Machine by Using Formal Approximation Method", *Proceeding of KSNVE*, pp. 693~699.
- (4) Bae, S., Lee, J. M., Kang, Y. J. and Kang, J. S., 2002, "Dynamic Analysis of an Automatic Washing Machine with a Hydraulic Balancer," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 257, No. 1, pp. 3~18.
- (5) Chung, J. and Ro, D. S., 1999, "Dynamic Analysis of an Automatic Dynamic Balancer for Rotating Mechanisms," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 228, No. 5, pp. 1035~1056.
- (6) Chung, J. and Ro, D. S., 2003, "Dynamic Response and Stability Analysis of an Automatic Ball Balancer for a Flexible Rotor," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 259, No. 1, pp. 31~43.
- (7) Turkey, O. S., Tugcu, A. K. and Sumer, I. T., 1995, "Formulation and Implementation of Parametric Optimisation of a Washing Machine Suspension System", *Journal of Mechanical System and Signal Processing*, Vol. 9, No. 4, pp. 359~377