

# 전수검사에서 얻어진 불완전한 측정 데이터를 사용한 공정관리

권혁무<sup>†</sup>

부경대학교 시스템경영공학과

## Process Control Based on the Incomplete Measurement Data Obtained from 100% Inspection

Hyuck-Moo Kwon

Department of Systems management and Engineering, Pukyong National University, Busan, 608-739

A process control procedure is proposed when 100% inspection is performed in a process with excellent capability. Only the incomplete measurement data is assumed to be available, i.e. the specific measurement value of the quality characteristic is not available for each item but it can be determined to be smaller or larger than any prescribed value. In the suggested model, a signal limit is introduced to determine whether the process under study is in control or not. If the quality characteristic of an incoming item exceeds the upper signal or the lower signal limit, the process is determined to be stopped or not by comparing the number of consecutively accepted items with a predetermined threshold number. The procedure is designed based on the type I and II errors. The performance of the model is evaluated by the expected number of items produced under the in-control and out-of-control states until the process is stopped.

**Keywords:** process control, signal limit, incomplete measurement data

### 1. 서론

최근 공정설계기술과 자동검사장비의 발달에 힘입어 산업 현장에서는 작업이 완료된 후 실시되던 많은 검사가 공정의 내부로 옮겨지게 됨으로써 제조공정의 여러 단계에서 전수검사가 보편화되었다. 그러나 공정중의 모든 재공품에 대해 일이 품질특성을 측정하여 검사한 후 다음 공정으로 이행하게 되면 그만큼 공정의 진행이 늦어지게 되어 생산성이 낮아지는 요인이 될 수 있다. 이러한 문제를 방지하기 위해 대부분 산업현장에서는 이전 공정의 작업결과가 적합할 경우에는 품질특성을 직접 측정하여 기록하지 않고 바로 통과시키며, 이전의 작업 결과가 부적합할 경우에는 생산을 중단하지 않고 해당 재공품을 공정으로부터 빼내어 생산흐름에 지장을 초래하지 않도록 한다. 예를 들어, 전자부품 조립 시 회로연결을 위한 납땜에 앞서 필요 부위에 납을 묻혀 주는 디핑(dipping) 공정이 있다. 이 공정에서 납이 묻은 깊이(디핑 깊이)가 규격을

벗어날 경우, 해당 부품은 공정으로부터 빼내어 다음 공정에서의 불필요한 작업을 방지하는 한편, 공정의 흐름이 계속 유지되도록 한다. 이와 같은 공정에서는 매 제품마다 품질특성의 측정값이 얻어지는 것은 아니지만, 품질특성 값을 임의의 어떤 값과 비교하여 대소를 판단하는 것은 순간적으로 할 수 있다.

한편, 6시그마 전략의 도입 등으로 거의 완벽한 수준에 이른 불량률이 극히 낮은 공정의 경우, 비록 전수검사가 행해지고 있다고 하더라도 제품의 양·불량에 대한 정보만으로 공정을 관리하기는 어렵다. 왜냐하면, 확률적으로 보아 불량품이 발생했다는 사실 자체가 공정에 이상이 발생했음을 의미하므로 불량률이 발생한 후 공정을 점검하는 것은 사전 예방의 의미가 없기 때문이다. 이와 같은 공정에서 완전한 측정 데이터는 아니지만 임의의 어떤 값과의 비교 결과를 줄 수 있는 경우, 즉 불완전한 측정 데이터가 가용할 경우에는 규격 외에 적절한 기준값을 설정하여 제품의 양·불량과 함께 기준값 대비 적

이 논문은 2002년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음(KRF-2002-041-D00550).

<sup>†</sup> 연락저자 : 권혁무 교수, 608-739 부산시 남구 용당동 산 100 부경대학교 시스템경영공학과, Fax : 051-620-1546, E-mail : iehmkwon@pknu.ac.kr  
2003년 8월 접수; 2003년 12월, 2004년 2월 수정본 접수; 2004년 3월 게재 확정.

합·부적합에 대한 정보를 함께 이용한다면 생산흐름을 방해하지 않고 공정을 관리할 수 있을 것이다.

전수검사가 행해지고 있는 공정에서 적용할 수 있는 기존의 연구로서는 Bourke(1991), Hui(1991), 권혁무(1998), 권혁무(2001), Kwon *et al.*(2001)이 있으나 그 적용환경이나 방법이 전술한 상황과는 다른 경우들을 다루고 있다. Bourke(1991)는 전수검사 하에서의 불량률의 변화를 탐지하기 위해 연속된 양품의 런 길이를 이용한 관리도를 제안하였다. Hui(1991)는 품질특성에 대한 완전한 측정값으로서 연속형 데이터가 얻어지는 전수검사 환경하에서 피드백 관리한계의 사용을 제안하였다. 권혁무(1998)는 전수검사 결과 양·불량에 대한 정보만 얻어질 경우, 연속된 양품의 런의 길이를 이용하여 공정변화를 경제적으로 감시할 수 있는 모형을 제시하였다. 권혁무(2001)는 제품의 주 품질특성을 나타내는 성능변수가 연속형이고 직접 측정할 수 없을 경우, 성능변수와 양의 상관관계를 가진 대응변수를 이용하여 공정을 관리하기 위한 절차를 제안하였다. Kwon *et al.*(2001)은 제품의 주 품질특성을 나타내는 성능변수가 양·불량 중 하나의 값만 취하는 이치형이고 직접 측정할 수 없을 경우, 성능변수에 관련된 연속형 대응변수를 사용하여 공정을 감시할 수 있는 모형을 제안하였다.

전술한 각 연구에서는 제품의 품질특성에 대한 완전한 측정값이 얻어지거나, 양·불량에 대한 정보만 얻을 수 있는 경우에 대해 공정을 관리할 수 있는 방안을 제안하고 있다. 본 연구는 제품의 양·불량에 대한 정보와 함께 품질특성의 측정값을 구체적으로 알 수는 없지만 임의의 기준값과 비교한 결과는 알 수 있는 상황을 전제로 한다. 또한, 전수검사가 이루어지고 있지만 공정 불량률이 극히 낮아서 제품의 양·불량에 대한 정보만으로는 의미 있는 불량예방 차원의 공정관리가 불가능한 상황을 전제하고 있다. 본 연구에서는 공정의 흐름에 지장을 주지 않고 양·불량에 대한 정보 이외의 의미 있는 데이터를 확보하기 위해 별도의 신호선을 규격 한계선 내에 설정하여 공정을 관리할 수 있는 방안을 제시한다. 본 논문의 2장에

서는 공정관리 모형을 제안하고, 3장에서는 모형의 결정변수 값을 설정하며, 4장에서는 모형의 통계적 특성분석 결과를 제시한다.

## 2. 공정관리 모형

검사가 전체 공정의 일부로 포함되어 진행되는 공정의 경우, 일반적으로 양품에 대해서는 그대로 통과시키고 불량품은 공정으로부터 따로 빼내어 공정의 흐름을 방해하지 않도록 한다. 이것은 양·불량의 판단은 순간적으로 할 수 있지만 품질특성을 측정하여 구체적인 값을 얻는 것은 시간이 소요되므로 생산성을 떨어뜨리는 요인이 될 수 있기 때문이다. 만약 불량률이 상당히 큰 공정이라면, 양품의 비율과 함께 공정으로부터 빼낸 불량품에 대해 측정해서 얻어진 품질특성 값을 이용하여 공정의 상태를 진단할 수 있다. 그러나 불량률이 매우 낮은 공정의 경우 양품이 장기간 연속적으로 나올 것이고 확률적으로 보아 불량발생 그 자체가 공정의 이상상태임을 의미하는 것이므로, 검사결과는 공정의 변화를 신속히 탐지하여 불량을 사전에 예방하고자 하는 공정관리의 목적에 적합한, 의미 있는 정보를 주지 못하게 된다.

이와 같은 공정에서 처하게 되는 일반적인 상황을 항목별로 정리하면 다음과 같다. 첫째, 전수검사가 이루어지지만 공정의 원활한 흐름을 유지하기 위해 제품의 품질특성을 일일이 측정하지 않고 양·불량만 판정한다. 둘째, 불량률이 극히 낮아서 양·불량에 대한 정보와 불량품에 대한 측정 데이터로는 공정에 대한 신속한 해석을 할 수 없다. 셋째, 제품의 품질특성을 측정하여 구체적인 값을 얻는 데는 시간이 요구되지만 어떤 기준 값과 비교하여 대소를 판정하는 것은 순간적으로 할 수 있다. 본 연구에서는 이와 같은 상황에 부합되는 공정을 관리하는 방법으로 규격한계선 안에 별도의 신호선을 설정한 모형을 제안한다.

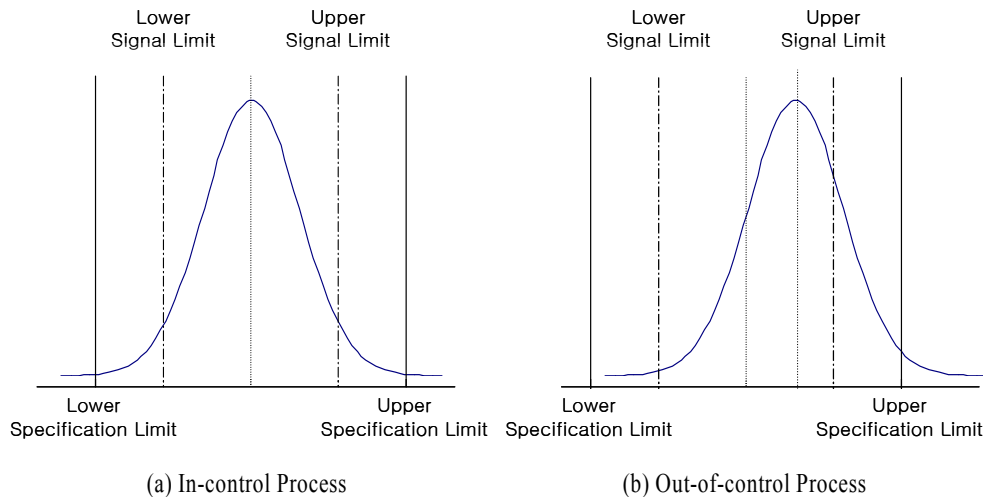


Figure 1. Specification and Signal Limits.

문제를 단순화하기 위해 제품의 주 품질특성을 나타내는 확률변수  $X$ 가 공정이 관리상태일 때는 표준정규분포를 따르고, 공정이 이상상태일 때는 평균  $\delta$ , 표준편차 1인 정규분포를 따른다고 가정한다.  $X$ 에 대한 규격 상한과 하한이  $\pm s$ 로 주어졌고 규격 한계선 내에 설정된 상하한 신호선을  $\pm k$ 라 하자. <Figure 1>은 공정이 관리상태일 경우와 이상상태일 경우에 대해 규격한계선과 신호선을 각각 도시하고 있다

공정을 효율적으로 관리하기 위해서는 생산흐름을 방해하지 않고 공정변화를 신속하게 탐지할 수 있어야 한다. 이와 같은 목적을 달성하기 위해 여기서 제안하는 공정관리 절차는 다음과 같다.

- i)  $R = 0$ 으로 설정한다.
- ii) 이전 공정을 완료한 각 부품에 대해 품질특성이 신호선 내에 속하는지, 신호선과 규격한계선 사이에 있는지 아니면 규격한계선을 벗어나 불량인지 검사한다.
- iii) 검사 결과 품질특성치가 신호선 내에 속하면 연속적으로 신호선 내에 속한 제품의 수  $R$ 을 하나 증가시키고 다음 제품을 검사한다.
- iv) 품질특성치가 신호선과 규격한계선 사이에 있으면  $R$ 의 값을  $r$ 과 비교하여  $R \geq r$ 이면  $R = 0$ 으로 설정하고 다시 시작한다.  $R < r$ 이면 공정을 중단하여 이상이 없는지 조사하고 이상이 있으면 그 원인을 찾아 조치한 후 다시 시작한다.
- v) 품질특성치가 규격한계선을 벗어나면 해당 부품을 불량품 처리한 후, 공정을 중단하여 이상 유무를 점검하고 이상이 있으면 그 원인을 찾아 조치한 후  $R = 0$ 로 설정하고 다시 시작한다.

<Figure 2>는 이 과정을 도시하고 있으며, 여기서 공정관리를 위한 기준  $k$ 와  $r$ 이 사전에 값을 설정해 주어야 할 결정계수이다.

### 3. 모형의 결정계수 값 설정

앞에서 제안된 모형에 따라 공정을 관리하고자 할 경우, 결정변수  $k$ 와  $r$ 을 사전에 정해주어야 한다.  $(k, r)$ 을 정해 주는 방법은 크게 나누어 경제적 관점에서 결정하는 방법과 공정상태에 대한 판정오류가 일정 값 이하가 되도록 하여 오류에 따른 위험이 제한되도록 결정하는 방법의 두 종류로 구분할 수 있으나 여기서는 후자를 택하여 제 1종 오류와 제 2종 오류가 미리 정해진 값을 초과하지 않도록 하는 방법을 이용한다.

문제의 단순화를 위하여  $R = 0$ 인 시점부터 다시  $R = 0$ 이 되는 시점까지를 하나의 주기로 정의한다. 즉, 새로운 주기는 생산이 처음 시작된 시점 또는 부품 품질특성이 신호선 혹은 규격한계선을 벗어난 다음 시점부터 시작된다. <Figure 3>은 주기의 정의를 명확하게 하기 위해 여러 가지 형태의 주기를 점선으로 된 원으로 도시한 것이다. 이제 제 1종 오류를 공정이 관리상태임에도 불구하고 한 주기만에 이상으로 판정되어 공정을 중단하게 될 오류, 제 2종 오류를 공정이 이상상태로 가동된 한 주기에서 이상상태임을 감지하지 못하게 될 오류로 정의하자.

공정이 관리상태일 경우의 불량률과 신호선을 벗어날 확률을 각각  $p_0, q_0$ 라 하고, 이상상태일 경우의 불량률과 신호선을 벗어날 확률을 각각  $p_1, q_1$ 이라 하면,

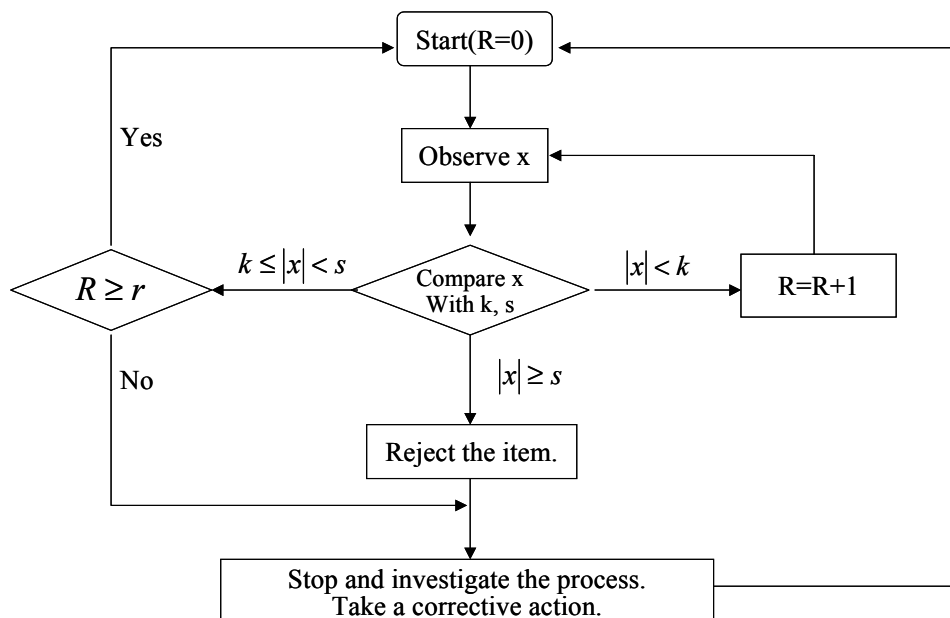


Figure 2. Process Control Procedure.

$$\begin{aligned}
 p_0 &= 2(1 - \Phi(s)), \\
 q_0 &= 2(1 - \Phi(k)), \\
 p_1 &= \{1 - \Phi(s - \delta)\} + \{1 - \Phi(s + \delta)\}, \\
 q_1 &= \{1 - \Phi(k - \delta)\} + \{1 - \Phi(k + \delta)\}. \quad (1)
 \end{aligned}$$

과 같이  $p_0, q_0, p_1, q_1$ 의 값을 얻을 수 있다. 단, 여기서  $\Phi(\cdot)$ 는 표준정규분포의 누적분포함수이다.

정의에 의하면 제 1종 오류가 발생할 수 있는 경우는 공정이 관리상태에서 품질특성 값이 규격을 벗어나거나, 품질특성 값이 신호선과 규격한계 사이에 있으면 직전까지 연속적으로 신호선 내에 있었던 부품의 수가  $r$ 보다 작을 경우에 발생한다. 따라서 제 1종 오류를 범할 확률은

$$\begin{aligned}
 \text{Pr(제 1종 오류)} &= \frac{p_0}{q_0} + (q_0 - p_0) \sum_{j=0}^{r-1} (1 - q_0)^j \\
 &= 1 - \left(1 - \frac{p_0}{q_0}\right) (1 - q_0)^r \quad (2)
 \end{aligned}$$

이며 이에 대한 유도과정은 부록 1에 수록한다. 제 2종 오류는 공정이 이상상태에서 품질특성치가 신호선과 규격한계 사이에 있고 직전까지 연속적으로 신호선 내에 있었던 부품의 수가  $r$  이상일 경우에 발생하므로

$$\begin{aligned}
 \text{Pr(제 2종 오류)} &= \sum_{j=r}^{\infty} (1 - q_1)^j (q_1 - p_1) \\
 &= \left(1 - \frac{p_1}{q_1}\right) (1 - q_1)^r \quad (3)
 \end{aligned}$$

와 같이 구할 수 있으며, 이에 대한 유도과정은 부록 2에 수록한다.

공정관리를 위한  $(k, r)$ 의 값은 식 (2)와 (3)을 이용하여 다음 부등식을 만족하도록 정해 주면 된다.

$$\begin{aligned}
 1 - \left(1 - \frac{p_0}{q_0}\right) (1 - q_0)^r &\leq \alpha, \\
 \left(1 - \frac{p_1}{q_1}\right) (1 - q_1)^r &\leq \beta \quad (4)
 \end{aligned}$$

여기서  $q_0$ 와  $q_1$ 은 식 (1)에서 보는 바와 같이  $k$ 에 의존하는 값으로서,  $s, \delta, \alpha, \beta$ 가 주어지면 식 (4)를 이용하여  $(k, r)$ 의 값을 정해 줄 수 있다. 식 (4)를 다시 정리하면

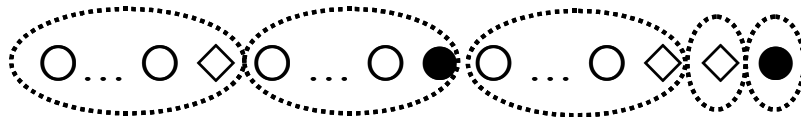
$$\begin{aligned}
 \ln\left(\frac{\beta}{1 - p_1/q_1}\right) / \ln(1 - q_1) &\leq r \\
 &\leq \ln\left(\frac{1 - \alpha}{1 - p_0/q_0}\right) / \ln(1 - q_0) \quad (5)
 \end{aligned}$$

와 같이 되므로 식 (5)를 이용하여  $(k, r)$ 의 값을 정해 줄 수도 있다. 식 (4) 혹은 (5)를 만족하는  $(k, r)$ 의 값은 IMSL, Matlab 등 통계 소프트웨어 패키지를 이용하여 쉽게 구할 수 있다. <Table 1>은  $\alpha = 0.05, \beta = 0.10, s = 5$ 일 경우의  $\delta$  값에 따른  $(k, r)$  및 제 1종 오류와 제 2종 오류의 실제 값을 예시하고 있다.

여기서  $r$ 은 연속적인 값이 아니라 정수 값밖에 취하지 못함으로 인해  $s, \delta, \alpha, \beta$  등이 여러 다른 값을 취할 경우에 대해  $(k, r)$  값을 계산하면 식 (4) 혹은 (5)를 만족하는  $r$ 의 정수 값은 보통 하나로 정해지지만  $k$  값은 여러 개 존재할 수도 있으며 이와 같은 사실은 <Table 1>로부터도 확인할 수 있다. 이 경우  $k$  값에 따라 제 1종 오류와 제 2종 오류의 실제 값이 서로 상반되는 방향으로 변하므로 각각에 수반되는 위험 혹은 비용의 크기에 따라 적절한  $k$  값을 선택하면 된다. 예를 들어, 제 1종 오류 및 제 2종 오류로 인한 손실이 각각  $C_1, C_2$ 라고 한다면 <Table 1>로부터 총 손실  $TC = (C_1)(\text{제 1종 오류를 범할 확률}) + (C_2)(\text{제 2종 오류를 범할 확률})$ 을 최소화하는  $k$  값을 선택할 수도 있다.

#### 4. 모형의 통계적 특성

이상적인 공정관리 시스템 하에서는 관리상태 하에서는 공정을 중단하지 않고 생산을 계속하며, 이상이 발생하면 즉각 생산을 중단하고 원인을 찾아 조치한 후 생산을 재개하게 된다. 그러나 현실적으로는 공정에 여러 가지 변동요인이 복합적으로 개입하고 있고, 관리상태 하의 품질특성분포와 이상상태



- : an item with  $x$  within the signal limit
- ◇: an item with  $x$  between the signal and specification limits
- : an item with  $x$  outside the specification limit

Figure 3. Various Types of Cycles.

하의 품질특성분포 사이에 중첩된 부분이 있기 마련이므로 완벽하게 이상적인 공정관리 시스템을 구현하기는 불가능하다. 그렇다고 하더라도 바람직한 공정관리 시스템의 특성으로서 관리상태 하에서는 공정을 중단하기까지 생산된 부품의 수가 되도록 많아야 하고, 이상요인이 발생된 후에는 그 사실이 탐지되어 공정을 중단하기까지 생산된 부품의 수가 되도록 적어야 한다. 이 장에서는 관리상태에서 공정을 중단하기까지 생

산되는 부품 수의 평균과 공정이 변했을 경우 이를 탐지하기까지 생산되는 부품 수의 평균을 구하여 제안된 모형의 수행도를 검토한다. 단, 불량품 발생으로 인해 공정이 중단될 경우를 함께 고려하더라도 결과에는 크게 차이가 없으므로, 여기서는 수식이 지나치게 복잡하게 되는 것을 피하기 위해 신호선을 벗어나는 시점에서 공정의 중단 여부가 결정되는 경우를 기준으로 한다.

Table 1.  $(k, r)$  and Type I and II Errors for  $\alpha = 0.05, \beta = 0.10, s = 5$

$\delta$	$k$	$r$	Type I Error	Type II Error
1.5	3.45	89	0.0497	0.0987
1.6	3.29	50	0.0494	0.0967
1.7	3.13	29	0.0498	0.0993
1.8	3.02	20	0.0496	0.0940
	3.03	20	0.0480	0.0980
1.9	2.91	14	0.0496	0.0921
	2.92	14	0.0481	0.0958
	2.93	14	0.0466	0.0996
2.0	2.81	10	0.0486	0.0953
	2.82	10	0.0471	0.0988
2.1	2.73	8	0.0496	0.0852
	2.74	8	0.0482	0.0882
	2.75	8	0.0468	0.0914
	2.76	8	0.0454	0.0946
	2.77	8	0.0441	0.0979
2.2	2.64	6	0.0488	0.0898
	2.65	6	0.0474	0.0927
	2.66	6	0.0460	0.0957
	2.67	6	0.0447	0.0988
2.3	2.57	5	0.0499	0.0813
	2.58	5	0.0485	0.0839
	2.59	5	0.0471	0.0865
	2.60	5	0.0458	0.0893
	2.61	5	0.0445	0.0920
	2.62	5	0.0433	0.0949
	2.63	5	0.0420	0.0978
2.4	2.50	4	0.0488	0.0841
	2.51	4	0.0475	0.0866
	2.52	4	0.0462	0.0891
	2.53	4	0.0449	0.0917
	2.54	4	0.0437	0.0943
	2.55	4	0.0424	0.0970
2.5	2.39	3	0.0497	0.0939
	2.40	3	0.0484	0.0963
	2.41	3	0.0471	0.0988

관리상태 하에서 한 주기만에 공정을 중단하게 될 확률은  $\alpha$  과 같이 얻어진다.  
 이므로 공정을 중단하게 될 때까지의 주기 수  $N$ 의 확률함수는

$$P_N(n) = (1 - \alpha)^{n-1} \alpha, \quad n = 1, 2, \dots \quad (6)$$

이고,  $N$ 의 기대 값은

$$E(N) = \frac{1}{\alpha} \quad (7)$$

이다. 한편, 관리상태인 공정에서 한 주기 동안 생산되는 부품 수  $Y$ 의 확률함수는

$$P_Y(y) = (1 - q_0)^{y-1} q_0, \quad y = 1, 2, \dots \quad (8)$$

이고, 그 기대 값은

$$E(Y) = \frac{1}{q_0} \quad (9)$$

이다.  $Y_i$ 를  $i$ 번째 주기에서 생산된 부품의 수라고 할 때, 관리 상태에서 공정을 중단할 때까지의 생산 부품 수  $W$ 는

$$W = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_N \quad (10)$$

이 된다. 따라서 관리상태에서 공정을 중단할 때까지 생산하게 되는 평균 부품 수는

$$E(W) = E[E(W | N)] = \frac{1}{\alpha q_0} \quad (11)$$

이다.

한편 공정이 이상상태로 바뀐 후 공정을 중단할 때까지의 주기 수  $M$ 의 분포는 관리상태와 이상상태로 구성되는 첫 주기로 인해 다음과 같이 다소 복잡한 형태를 가지게 된다.

$$P_M(m) = \begin{cases} 1 - \beta^*, & m = 1 \\ \beta^* (1 - \beta)^{m-2}, & m = 2, 3, \dots \end{cases} \quad (12)$$

$$\text{단, } \beta^* = \frac{1}{q_1 - q_0} \{q_1(1 - q_0)^{r+1} - q_0(1 - q_1)^{r+1}\}.$$

식 (12)의 유도과정은 부록 3에 수록한다. 따라서  $M$ 의 기대 값은

$$E(M) = 1 + \frac{\beta^*}{1 - \beta} \quad (13)$$

와 같이 구할 수 있으며, 유도과정은 부록 4에 수록한다.

$V_i$ 를 공정이 이상상태로 변화된 후  $i$ 번째 주기에서 생산된 부품의 수라 하면 공정변화 시점으로부터 이상상태를 탐지하여 중단할 때까지 생산되는 부품 수  $T$ 는

$$T = V_1 + V_2 + \dots + V_M \quad (14)$$

로서  $E(T)$ 는

$$E(T) = \left(1 + \frac{\beta^*}{1 - \beta}\right) \left(\frac{1}{q_1}\right) \quad (15)$$

## 5. 수치적 예제

이 장에서는 간단한 예를 들어 결정변수 값을 구하고 모형의 수행도를 평가하여 기존의 연구 결과와 비교해 보기로 한다.

**[예]** 전자부품 조립을 위한 납땜공정의 한 단계로서 디핑 공정이 있다. 납땜이 제대로 되기 위해서는 디핑 깊이(쓰거운 납 용액을 적셔주는 깊이)가 잘 관리되어야 하며 그 규격이  $2 \pm 0.5\text{mm}$ 로 주어져 있다고 한다. 디핑 깊이의 표준편차는  $0.1\text{mm}$ 로 안정되어 있으며 공정이 관리상태일 때는 평균 디핑 깊이가 목표 값  $2\text{mm}$ 에 맞추어져 있고, 평균 디핑 깊이가 목표 값으로부터  $0.15\text{mm}$  이상 벗어나지 않도록 관리하고자 한다. 이제 공정이 관리상태일 때 이상으로 잘못 판단할 확률이  $0.05$ , 이상 상태(평균 디핑 깊이가 목표 값과  $0.15\text{mm}$  이상 차이나는 상태)일 때 검출력이  $0.9$  이상 되도록 결정변수  $(k, r)$ 을 정해 보자.

**[풀이]**  $s = 0.5/0.1 = 5$ ,  $\alpha = 0.05$ ,  $\beta = 0.10$ 이므로 <Table 1>로부터  $(k, r) = (3.45, 89)$ 를 얻을 수 있다.

이제, 이 예를 바탕으로 모형의 수행도를 평가하고 기존의 연구 결과와 비교해 보자. 먼저  $q_0 = 2(1 - \Phi(3.45)) = 0.0005606$ 이므로, 공정이 관리상태일 경우 이상상태로 잘못 판단하여 공정을 중단하게 되기까지 평균 생산 부품의 수는 식 (11)로부터

$$E(W) = \frac{1}{(0.05)(0.0005606)} \cong 356.76$$

이 된다. 또, 공정에 이상이 발생한 경우는

$$q_1 = \{1 - \Phi(3.45 - 1.5)\} + \{1 - \Phi(3.45 + 1.5)\} = 0.0255884,$$

$$\begin{aligned} \beta^* &= \frac{1}{0.0255884 - 0.0005606} \\ &\times \{(0.0255884)(1 - 0.0005606)^{90} \\ &- (0.0005606)(1 - 0.0255884)^{90}\} \\ &= 0.9699080 \end{aligned}$$

이므로, 이상상태를 감지하여 공정을 중단할 때까지 생산되는 평균 부품의 수는 식 (15)로부터

$$E(T) = \left(1 + \frac{0.9699080}{1 - 0.10}\right) \left(\frac{1}{0.0255884}\right) \cong 81$$

이 된다.

한편, 런 길이를 이용한 슈하르트 관리도에서  $\alpha = 0.05$  인 관리한계선을 설정하면  $p_0 = 2(1 - \Phi(5)) = 0.00000057$  이므로, 연속된 양품의 수(런 길이)에 대한 관리 하한선과 상한선은 각각

$$LCL = \frac{\ln(1 - 0.05/2)}{\ln(1 - 0.00000057)} \cong 44417,$$

$$UCL = \frac{\ln(0.05/2)}{\ln(1 - 0.00000057)} \cong 6471720$$

이 된다(Bourke, 1991)). 비교를 위하여 이 경우에도 관리상태에서 공정에 이상이 발생한 것으로 잘못 판단하여 생산을 중단하게 될 때까지 생산된 부품 수의 평균을  $E(W)$ , 공정의 이상을 감지할 때까지 생산되는 평균 부품의 수를  $E(T)$ 로 각각 나타내기로 하자.

공정이 관리상태일 때 연속된 양품들로 구성된 하나의 런의 평균 길이는  $1/0.00000057 \cong 1754386$ 이다. 한편, 각 런이 관리한계선을 벗어날 확률은 0.05이므로 평균  $1/0.05 = 20$  번째 런에서 관리한계선을 벗어나게 된다. 따라서

$$E(W) = (1,754,386)(20) = 35,087,720$$

이 된다. 공정이 이상상태일 때는  $p_1 = \{1 - \Phi(5 - 1.5)\} + \{1 - \Phi(5 + 1.5)\} = 0.00023263$  이므로 평균 런의 길이는  $1/0.00023263 \cong 4299$  이고, 하나의 런이 관리한계선을 벗어날 확률은 기하분포를 이용하여

$$\sum_{x=0}^{44417} (0.99976737)^x (0.00023263) + \sum_{x=6471720}^{\infty} (0.99976737)^x (0.00023263) = 0.9999675$$

이 됨을 알 수 있다. 따라서

$$E(T) = (4299) / (0.9999675) \cong 4299$$

이 된다.  $\delta = 2.0$  및  $\delta = 2.5$  일 경우에도 같은 방법으로 계산하여 <Table 2>에 정리하였다. 제시된 모형은 런 길이를 이용한 슈하르트 관리도에 비해 관리상태인 공정을 중단시킬 위험이 큰 반면, 공정의 이상상태를 보다 신속하게 감지할 수 있음을 알 수 있다. 이는 슈하르트 관리도는 제 2종 오류를 고려하지 않고 설계되는 반면, 제안 모형은 제 2종 오류도 함께 고려하므로 당연한 결과로 볼 수 있다. 위 예에서는 비교를 위하여  $\alpha = 0.05$ 로 하여 결과를 제시하였으나, 실제 응용 시에는 공정능력이 탁월한 공정에서 경고오류(false alarm)로 인하여 지나치게 빈번하게 공정을 중단하는 것은 바람직하지 않으므로 제안 모형에서  $\alpha$ 를 충분히 작게 설정함으로써 생산자 위험을 원하는 수준 이하로 줄일 필요가 있다. 한편, 대고객 품질보증을 완벽하게 하고자 할 경우라면  $\beta$ 값을 충분히 작게 하여 소비자 위험을 만족스러운 수준까지 줄이는 것이 바람직할 것이다.

제안모형의 단점의 하나로서 신호선 내의 제품이  $r$ 개 연속적으로 관측되고 다음 제품이 신호선을 벗어나는 형태가 반복될 경우 공정의 이상을 탐지할 수 없게 된다. 이와 같은 경우에는 슈하르트 관리도의 패턴 해석과 비슷한 방법으로 신호선을 벗어나는 제품 출현의 주기성을 판정할 수 있는 기준을 설정하여 검출력을 향상시킬 수 있는 방안을 생각해 볼 수 있다.

Table 2.  $E(W)$  and  $E(T)$

Cases		Proposed Model	Run Length Chart
$\delta = 1.5$	$E(W)$	35,676	35,087,720
	$E(T)$	81	4,299
$\delta = 2.0$	$E(W)$	4,037	35,087,720
	$E(T)$	10	741
$\delta = 2.5$	$E(W)$	1187	35,087,720
	$E(T)$	4	161

## 6. 결론

본 연구에서는 공정능력이 탁월한 공정에서 전수검사가 행해지고 있을 경우, 공정의 흐름을 방해하지 않고 공정을 관리할 수 있는 방안을 제시하였다. 검사과정에서 특정 기준치와 비교하는 것은 순간적으로 할 수 있으나 품질특성을 측정하여 구체적인 측정값을 얻는 것은 어느 정도의 시간이 요구되는 상황을 전제로 하고 있다. 공정능력이 탁월하여 불량품에 대한 측정값이 극히 드물게 얻어지므로 공정에 대한 의미 있는 정보를 충분히 확보하기 위해 규격한계 내에 신호선을 설정하는 모형을 제안하였다. 공정의 관리를 위해서 각 부품의 품질특성이 규격한계 혹은 신호선 내에 있는지의 여부와 연속적으로 신호선 내에 있는 부품의 수에 대한 정보를 이용하였다.

제안된 모형에 대해 신호선  $k$ 와 연속적으로 신호선 내에 있는 부품 수의 한계값  $r$ 을 구하는 방법을 제시하였고, 모형의 수행도를 평가할 수 있는 척도를 제공하였다.  $k$ 와  $r$ 은 기본적으로 제 1종 오류와 제 2종 오류가 작게 유지되도록 정하였으며, 요구조건을 만족하는 값이 둘 이상 있을 경우는 제 1종 오류와 제 2종 오류에 따른 위험이나 비용부담의 크기를 고려하여 최적 값을 선정하도록 하였다. 기존의 연구와 비교하기 위해  $\alpha = 0.05$  및  $\beta = 0.10$  일 경우에 대해 검토한 결과 제안 모형은 일반적으로 런 길이를 이용한 슈하르트 관리도에 비해 관리상태인 공정을 중단시킬 위험이 큰 반면, 공정의 이상상태를 보다 신속하게 감지할 수 있었다. 그러나 실제 응용 시에는 능력이 탁월한 공정에서 경고오류로 인해 지나치게 공정을 빈번하게 중단하는 것이 바람직하지 않으므로  $\alpha$ 를 충분히 작게 설정함으로써 생산자 위험을 원하는 수준 이하로 줄이는

것이 바람직할 것으로 판단된다.

본 연구는 자동화를 바탕으로 전수검사가 행해지고 있는 능력이 탁월한 공정에 대해, 생산흐름을 방해하지 않고 공정을 관리하는 데 응용할 수 있다. 제안모형을 적용할 때 신호선 내의 제품이  $r$ 개 연속적으로 관측되고 다음 제품이 신호선을 벗어나는 형태가 반복될 경우 공정의 이상을 탐지할 수 없게 되는데, 추후 이와 같은 문제를 보완할 수 있는 연구가 필요하다. 또한, 공정 평균과 산포를 각각 고려할 경우와 검사오류가 있을 경우에 대한 연구도 기대된다.

**부록 1. 식 (2)의 유도**

$X_i$ 를 한 주기에서  $i$ 번째 부품의 품질특성을 나타내는 확률 변수라 하고  $A_i = \{x_i; |x_i| < k\}$ ,  $B_i = \{x_i; k \leq |x_i| < s\}$ ,  $C_i = \{x_i; |x_i| \geq s\}$ 라 두자. 제 1종 오류가 발생할 확률은  $r$  값에 따라 다음과 같이 구할 수 있다.

i)  $r=0$  일 경우

제 1종 오류는 관리상태( $H_0$ )인 공정에서  $A_1^c C_1$  혹은  $(\cap_{i=1}^j A_i) C_{j+1}$ ,  $j = 1, 2, \dots$  일 경우에 발생하므로

$$\begin{aligned} \text{Pr(제 1종 오류)} &= \text{Pr}(A_1^c C_1 | H_0) + \text{Pr}[\cup_{j=1}^{\infty} (\cap_{i=1}^j A_i) C_{j+1} | H_0] \\ &= \text{Pr}(|X| \geq s | H_0) + \sum_{j=1}^{\infty} \text{Pr}[(\cap_{i=1}^j A_i) C_{j+1} | H_0] \\ &= p_0 + \sum_{j=1}^{\infty} (1 - q_0)^j p_0 \\ &= p_0 \sum_{j=0}^{\infty} (1 - q_0)^j \\ &= \frac{p_0}{q_0} \end{aligned}$$

ii)  $r = 1$  일 경우

제 1종 오류는 관리상태( $H_0$ )인 공정에서  $A_1^c$  혹은  $(\cap_{i=1}^j A_i) C_{j+1}$ ,  $j = 1, 2, \dots$  일 경우에 발생하므로

$$\begin{aligned} \text{Pr(제 1종 오류)} &= \text{Pr}(A_1^c | H_0) + \text{Pr}[\cup_{j=1}^{\infty} (\cap_{i=1}^j A_i) C_{j+1} | H_0] \\ &= \text{Pr}(|X| \geq k | H_0) + \sum_{j=1}^{\infty} \text{Pr}[(\cap_{i=1}^j A_i) C_{j+1} | H_0] \\ &= q_0 + \sum_{j=1}^{\infty} (1 - q_0)^j p_0 \\ &= q_0 + p_0(1 - q_0)/q_0 \\ &= \frac{p_0}{q_0} + (q_0 - p_0) \end{aligned}$$

iii)  $r \geq 2$  일 때

제 1종 오류는 관리상태( $H_0$ )인 공정에서  $A_1^c$ ,  $(\cap_{i=1}^j A_i) C_{j+1}$ ,  $j = 1, 2, \dots$ , 혹은  $(\cap_{i=1}^j A_i) B_{j+1}$ ,  $j = 1, 2, \dots, r-1$  일 때 발생하므로 그 확률은 다음과 같이 구할 수 있다.

Pr(제 1종 오류)

$$\begin{aligned} &= \text{Pr}(A_1^c | H_0) + \text{Pr}[\cup_{j=1}^{\infty} (\cap_{i=1}^j A_i) C_{j+1} | H_0] \\ &\quad + \text{Pr}[\cup_{j=1}^{r-1} (\cap_{i=1}^j A_i) B_{j+1} | H_0] \\ &= \text{Pr}(|X| \geq k | H_0) + \sum_{j=1}^{\infty} \text{Pr}[(\cap_{i=1}^j A_i) C_{j+1} | H_0] \\ &\quad + \sum_{j=1}^{r-1} \text{Pr}[(\cap_{i=1}^j A_i) B_{j+1} | H_0] \\ &= q_0 + \sum_{j=1}^{\infty} (1 - q_0)^j p_0 + \sum_{j=1}^{r-1} (1 - q_0)^j (q_0 - p_0) \\ &= q_0 + \frac{p_0(1 - q_0)}{q_0} + (q_0 - p_0)(1 - q_0) \left( \frac{1 - (1 - q_0)^{r-1}}{q_0} \right) \\ &= \frac{p_0}{q_0} + \left( 1 - \frac{p_0}{q_0} \right) (1 - (1 - q_0)^r) \end{aligned}$$

그런데 i), ii)의 결과는 iii)의 결과에 모두 포함되므로 제 1종 오류를 범할 확률은 iii)의 결과, 즉 식 (2)와 같이 쓸 수 있다.

**부록 2. 식 (3)의 유도**

정의로부터 제 2종 오류는 공정이 이상상태( $H_1$ )로 가동된 한 주기에서 이상상태임을 감지하지 못하게 될 오류이고 공정이 이상상태일 때의 불량률 및 신호선을 벗어날 확률은 각각  $p_1$ ,  $q_1$  이므로,

$$\begin{aligned} \text{Pr(제 2종 오류)} &= \text{Pr}(\cup_{j=r}^{\infty} [(\cap_{i=1}^j A_i) B_{j+1}] | H_1) \\ &= \sum_{j=r}^{\infty} (1 - q_1)^j (q_1 - p_1) \\ &= \left( 1 - \frac{p_1}{q_1} \right) (1 - q_1)^r \end{aligned}$$

이다. 다른 방법으로, 제 1종 오류는 공정평균  $\mu = 0$  일 때의 검정력으로 볼 수 있으므로 식 (2)에서  $p_0$ ,  $q_0$  대신  $p_1$ ,  $q_1$  를 각각 대입하면  $\mu = \delta$  일 때의 검정력이 된다. 따라서,

$$\begin{aligned} \text{Pr(제 2종 오류)} &= 1 - (\mu = \delta \text{ 일 때의 검정력}) \\ &= 1 - \left[ \frac{p_1}{q_1} + \left( 1 - \frac{p_1}{q_1} \right) [1 - (1 - q_1)^r] \right] \\ &= \left( 1 - \frac{p_1}{q_1} \right) (1 - q_1)^r \end{aligned}$$

과 같이 된다.

**부록 3. 식 (12)의 유도**

공정변화 시점을 포함한 주기 동안 관리상태 및 이상상태에서 생산된 신호선 내의 부품 수를 각각  $U$ ,  $V$  라고 하자.  $U$ ,  $V$ 의 확률함수는 각각

$$\begin{aligned} P_U(u) &= (1 - q_0)^u q_0, & u &= 0, 1, 2, \dots, \\ P_V(v) &= (1 - q_1)^v q_1, & v &= 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$



이 된다. 따라서 공정변화 시점을 포함한 주기 동안 생산된 부품 수  $H$ 는 연속된 신호선 내의 부품 수  $U + V$ 에 신호선을 벗어나는 부품 하나가 더해져  $H = U + V + 1$ 이므로

$$\begin{aligned} Pr(H = h) &= Pr(U + V + 1 = h) \\ &= \sum_{i=0}^{h-1} Pr(U = i) Pr(V = h - 1 - i) \\ &= \sum_{i=0}^{h-1} (1 - q_0)^i q_0 (1 - q_1)^{h-1-i} q_1 \\ &= \left\{ \frac{q_0 q_1}{q_1 - q_0} \right\} \{ (1 - q_0)^h - (1 - q_1)^h \}, \\ &\quad h = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

과 같다. 이로부터 첫 주기에서 이상상태를 탐지하지 못할 확률  $\beta^*$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \beta^* &= Pr(H - 1 \geq r) \\ &= \sum_{h=r+1}^{\infty} \left\{ \frac{q_0 q_1}{q_1 - q_0} \right\} \{ (1 - q_0)^h - (1 - q_1)^h \} \\ &= \frac{1}{q_1 - q_0} \{ q_1 (1 - q_0)^{r+1} - q_0 (1 - q_1)^{r+1} \} \end{aligned}$$

따라서, 공정이 이상상태로 바뀐 후 공정을 중단할 때까지의 주기 수를  $M$ 이라 하면

$$Pr(M = 1) = 1 - \beta^*$$

이 되고,  $M$ 의 분포는 식 (12)와 같이 주어진다.

#### 부록 4. 식 (13)의 유도

$$\begin{aligned} E(M) &= (1)(1 - \beta^*) + \sum_{m=2}^{\infty} m \beta^* (1 - \beta)^{m-2} \\ &= (1 - \beta^*) + \beta^* (1 - \beta) \sum_{m=2}^{\infty} \{ (m-1) + 1 \} \beta^{m-2} \\ &= (1 - \beta^*) + \beta^* (1 - \beta) \left[ \sum_{m=2}^{\infty} (m-1) \beta^{m-2} + \sum_{m=2}^{\infty} \beta^{m-2} \right] \\ &= (1 - \beta^*) + \beta^* (1 - \beta) \left[ \sum_{l=1}^{\infty} l \beta^{l-1} + \sum_{l=0}^{\infty} \beta^l \right] \\ &= (1 - \beta^*) + \beta^* (1 - \beta) \left[ \frac{1}{(1 - \beta)^2} + \frac{1}{(1 - \beta)} \right] \\ &= 1 + \frac{\beta^*}{1 - \beta} \end{aligned}$$

#### 참고문헌

- Bourke, P. D.(1991), Detecting a Shift in Fraction Nonconforming Using Run-length Control Charts with 100% Inspection, *Journal of Quality Technology*, **23**, 225 - 238.
- Hui, Y. V.(1991), Economic Design of a Complete Inspection Plan with Feedback Control, *International Journal of Production research*, **29**, 2151 - 2158.
- Kwon, H. M.(1998), Economic Design of a Process Monitoring Procedure for Dichotomous Performance Variable under 100% Inspection, *Journal of KIIE*, **24**(3), 359 - 365.
- Kwon, H. M.(2001), A Process Control Procedure based on the Correlated Variable, *Journal of KIIE*, **27**(2), 135-139.
- Kwon H. M., Hong S. H., Lee M. K., Kim S. B.(2001), A Process Monitoring Procedure based on a Surrogate Variable for Dichotomous Performance Variable, *IIE transactions*, **33**, 1129 - 1133.