

유연생산시스템에서 절삭공구 비용절감을 위한 가공시간과 경로배합 최적화

김정섭[†]

대구대학교 경영학과

Saving Tool Costs in Flexible Manufacturing Systems: Optimal Processing Times and Routing Mix

Jeong seob Kim

Department of Business Administration, Daegu University, Daegu, 712-714

Tool costs can comprise a significant part of the total operating costs of Flexible Manufacturing Systems. We address the problem of determining the optimal processing times of individual operations and routing mix in FMSs with multiple routes for each part type in order to minimize tool cost, subject to meeting a throughput constraint for each part type. The problem is formulated as a nonlinear program superimposed on a closed queueing network of the FMSs under consideration. Numerical examples reveal the potential of our approach for significant saving in tool costs.

Keywords: flexible manufacturing system, tool cost, processing time, routing mix, closed queueing network

1. 서론

유연생산시스템(Flexible Manufacturing System; FMS)은 수치제어기계(NC), 운반장치(Material Handling System; MHS), 자동보관장치(Automatic Storage/Retrieval System; AS/RS) 등을 컴퓨터를 이용하여 제어하는 고도의 통합생산시스템으로서 낮은 공정재고를 유지하면서 유연성과 고생산성 그리고 고품질을 확보할 수 있는 장점을 지니고 있다(Gamila and Motavalli, 2003). 그러나 유연생산시스템은 도입비용이 높고 고도의 통합시스템이므로 이러한 장점을 최대한 살리기 위하여서는 매우 정교한 운영시스템을 필요로 한다(Buzacott and Shanthikumar, 1993; Seidmann, 1993).

FMS는 그 구성요소들이 자동화되어 있으며 자본집약적이어서 일단 설치되고 나면 운영비용 중 고정비의 비중이 매우

높다. 따라서 변동비는 운영비 절감의 일차 대상으로 삼을 필요가 있다. FMS의 비용 중 변동비 성격이 강한 것으로 치구(fixtures)와 절삭공구(cutting tools) 비용을 들 수 있다(Ayres, 1988). 기계가공은 날카로운 절삭공구를 이용하여 공작물의 일부를 깎아 제거함으로써 원하는 모양의 부품을 생산한다. 절삭시 가해지는 힘이나 생겨나는 마찰과 열로 인하여 공구는 마모하며 이에 따른 공구수명의 단축이나 연마(calibration) 등은 비용을 수반하게 된다. 이러한 공구의 수명단축과 연마 등으로 인한 비용이 가공속도에 매우 민감하므로(Drozda and Wick, 1983) 가공속도의 조절을 통한 비용절감 노력은 매우 의미 있는 시도이다. 사실 기계가공에서 가공시간과 가공조건의 경제적인 설정은 제조공학(Manufacturing Engineering)의 고전적 문제(Taylor, 1907; Chang *et al.*, 1982; Primrose and Leonard, 1986; Boucher, 1987; Hitomi *et al.*, 1989; Koulamas *et al.*, 1987)이지만

이 논문은 2001년도 대구대학교 학술연구비 지원에 의한 논문임

[†] 연락처: 김정섭 교수, 712-714 경북 경산시 진량읍 내리리 대구대학교 경영학과, Fax : +82-53-850-6239, E-mail : jeongkim@daegu.ac.kr
2004년 4월 접수, 2004년 9월 수정본 접수, 2004년 9월 게재 확정.

FMS에 관한 대부분의 연구(특히, 수리계획법을 이용한 연구)는 가공시간을 상수로 취급하고 있다. 그러나 절삭공구의 가공속도는 절삭공구 자체 및 공작물의 경도와 같은 물리적 성질에 관한 공학적 근거에 의한 일정한 범위 내에서 설정하는데 이러한 범위는 대개 공구 생산자들이 제공한다(Gray *et al.*, 1993).

FMS에서 절삭속도의 조정을 통한 공구비용의 절감은 Schweitzer and Seidmann (1991)이 최초로 시도하였다. 그들은 단일 제품을 생산하는 FMS에서 종래의 단일기계에서의 가공시간 최적화 방법을 이용하는 것보다 기계들 간의 상호작용을 고려한 자신들의 방법이 훨씬 더 우수한 결과를 줄 수 있음을 보였다. Askin and Krisht (1991)은 대기행렬망(Queueing Network)으로 모형화할 경우 승법형(product-form)을 따르는 유연생산시스템에서 단일 제품을 생산할 때 공정재고와 가공시간을 적절히 조정하여 비용을 최소화하는 문제를 다루었다. 하지만 이러한 단일 제품 모형은 여러 제품을 생산하는 경우에 바로 적용할 수 없다. 그 이유는 제한된 자원을 여러 가지 제품이 서로 사용하려고 경쟁하기 때문에 제품 및 자원 간 상호연관성이 매우 복잡해지기 때문이다. 예를 들어 다품종생산의 경우 승법형 대기행렬망은 일반적으로 성립하지 않는다. Kim *et al.* (1996)은 Schweitzer and Seidmann (1991)을 확장하여 복수 제품을 생산하는 FMS에서 일정 기간 동안의 생산목표를 달성하면서 미리 정해진 생산경로상의 각 공작기계에서 공구비용을 최소화하기 위하여 각 공작물의 가공시간을 결정하는 문제를 다루었다. Kim(1998)은 한 걸음 더 나아가 가공시간과 더불어 복수 부품들이 제한된 팰릿을 두고 경쟁할 경우 각 부품에 배분할 팰릿의 수도 결정변수로 취급하여 공구비용의 최소화를 시도하였다. 하지만, 이들에서는 모두 한 부품은 단일 생산경로만 가지는 것으로 가정하고 있다.

FMS에서 생산준비의 중요한 단계로 머신로딩(machine loading) 과정이 있는데, 이 과정에서 각 부품별로 수행되어야 할 일련의 기계가공 작업들을 여러 워크스테이션에 배분하고 각 작업에 필요한 절삭공구들을 이들 워크스테이션에 배치한다(Stecke, 1983; Stecke and Solberg, 1981; Liu and MacCarthy 1996). 이렇게 하면 부품별로 가능한(복수)경로가 결정되고 작업물은 운반장치가 해당 경로상의 워크스테이션들로 운반하면 할당된 작업들이 수행되어서 하나의 부품으로 완성된다.

부품별로 단일 공정만 생성하는 머신로딩은 병목(bottleneck)이나 공작기계 사용의 불균형을 초래할 수 있으므로 복수 경로를 생성하는 머신로딩이 필요하고 FMS의 경우 자동화된 하드웨어와 통합 소프트웨어 덕분에 복수의 공정경로를 비교적 쉽게 생성할 수 있다. 복수 경로는 특정 기계의 고장이나 일시적 과부하에 따른 경로변경이 용이하여 운영상 이점이 있다 또한 작업물의 가공작업을 워크스테이션들에 분산함으로써 워크스

테이션 간의 부하를 고르게 분산하여 전반적으로 이용률(utilization)이 향상되고 이것은 생산성 향상으로 연결된다. 부품별로 복수 경로를 사용하는 경우 일정한 생산목표량을 가장 빨리 달성하는 것과 같은 주어진 목적을 달성하기 위하여 각 경로를 통한 생산비용을 결정하는 것은 주요한 의사결정 문제가 된다(Kouvelis, 1992). 이러한 복수경로의 이점을 살리면서 절삭공구의 비용도 더 많이 절감할 수 있을 것이라는 것이 이 논문의 동기이다. 구체적으로, 이 논문에서는 각 부품을 복수의 경로를 통하여 생산할 수 있는 경우 각 절삭작업의 속도와 더불어 경로별 생산비용도 의사결정변수로 취급함으로써 공구비용의 절감을 더욱 꾀하는 것이 목적이다.

FMS 연구에서 큰 어려움 중의 한 가지는 여러 가지 설계 및 운영상의 결정이 성과에 미치는 영향을 보여주는 단일수식(closed form expression)이 없다는 것이다. 하지만, 주어진 프로세스 플랜 하에서 반복적(iterative) 계산에 의하여 산출률(throughput)을 구할 수 있는 폐대기행렬망 모형(Closed Queueing Network Model)은 몇 가지 있다(Kim *et al.*, 1995, 그리고 이들에 소개된 참고문헌). 이 연구에서는 Kim *et al.* (1995)를 이용하여 FMS를 폐대기행렬망으로 모형화하고 가공시간 및 경로별 생산비용과 생산량과의 관계를 일련의 비선형방정식으로 나타내어 공구비용을 최소화하는 비선형계획을 수립한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장에서는 연구의 대상이 되는 유연생산시스템의 운영특성을 간략히 기술하고 문제를 정의한다. 제 3장에서는 전 절에서 정의된 문제를 폐대기행렬망에서의 비선형 최적화 문제로 모형화한다. 한 수치예제를 통하여 절삭공구비용을 상당히 절감할 수 있음을 제 4장에서 보인다. 이 논문에서 다루는 문제는 실시간문제가 아니라 시간적 여유를 가지고 수립하는 계획문제이고 또한 기존의 프로그램으로 풀이 가능하므로 풀이방법 자체는 이 논문의 관심의 대상이 아니다(본 연구에서는 GAMS/MINOS를 사용함). 마지막 장은 연구의 결론이다.

2. 문제의 정의

본 연구에서 대상으로 하고 있는 FMS는 M 워크스테이션들로 구성되어 있으며 이들을 지수(index) $i = 1, 2, \dots, M$ 로 표시한다. 편이상 Load/Unload 스테이션(L/UL)과 MHS도 워크스테이션으로 간주하며 각각 지수 1과 M으로 식별한다. 각 워크스테이션은 선착순(First-Come-First-Serve; FCFS) 서비스 원칙을 따르는 단일 서버이거나 무한 서버(ample server; AS)인 것으로 가정한다. 팰릿 대기공간은 충분하여 폐쇄(blocking)가 일어나지 않으며 모든 워크스테이션은 고장이 일어나지 않는 것으로

가정한다. FCFS 워크스테이션들과 무한 서버 워크스테이션들을 표시하기 위하여 기호 F 와 A 를 사용한다. 즉, $i \in F$ 는 워크스테이션 i 가 FCFS 서버임을 나타낸다.

대상 FMS는 지수 $r = 1, 2, \dots, R$ 로 표시되는 R 가지의 부품을 생산한다. 부품 r 의 각 공작물은 L/UL에서 팰릿에 고정된 다음 T_r 가지의 생산경로 중 한 경로 t 를 따라서 워크스테이션 i 를 V_{rt} 회 방문하며 매 방문마다 S_{rt} 시간단위 동안 해당 가공작업을 받고 마지막에 L/UL로 돌아와서 팰릿으로부터 분리된다. 이 때 워크스테이션 i 가 FCFS 서버이면 대기가 발생할 수 있고 그 평균치를 Z_{rt} 시간단위로 표시한다. 공작물의 가공 완료로 한 팰릿이 비면 즉시 동일한 부품의 새로운 공작물을 올려서 고정된 후 경로에 따라서 가공을 하게 된다. 따라서, 각 부품에 배정된 팰릿의 수(K_r)는 주어진 생산기간 동안 일정하게 유지된다. 편의상 가공작업을 삼중 첨자(부품, 경로, 워크스테이션) = (r, t, i) 혹은 rti 로 표기한다.

각 부품 r 의 목표생산량을 생산기간으로 나눈 단위시간당 생산량을 Λ_r 로 표기하고 이를 생산목표로 사용한다. 본 연구의 목적은 각 부품의 주어진 생산목표를 달성하면서 공구비용을 최소화하는 가공시간 S_{rt} 와 각 부품의 경로별 생산비율 θ_{rt} 를 결정하는 것이다. 기호 λ_r 을 부품 r 의 산출률 그리고 λ_{rt} 를 부품 r 의 경로 t 를 통한 산출률을 나타내기 위하여 사용하면 부품 r 의 경로배합은 다음 관계가 성립한다. (산출률 λ 는 의사결정변수 S 와 θ 에 영향을 받으므로 사실상 이들의 함수로 표현하는 것이 더 엄밀하지만 편의상 λ 로 표현하기로 한다.)

$$\theta_{rt} = \lambda_{rt} / \lambda_r = \lambda_{rt} / \sum_{t=1}^{T_r} \lambda_{rt}, \quad 1 \leq r \leq R, \quad 1 \leq t \leq T_r. \quad (1)$$

공작물과 절삭공구의 재료적 성질과 공학적 이유로 가능한 가공시간은 다음과 같이 일정한 범위가 있으며 (Drozda and Wick, 1983), 이는 통상 절삭공구 생산자들이 제공한다

$$0 < S_{rt}^- \leq S_{rt} \leq S_{rt}^+ \quad (2)$$

가공작업 (r, t, i) 를 S_{rt} 시간단위 동안 가공할 경우에 발생하는 공구비용함수 $g_{rt}(S_{rt})$ 를 알고 있으며 다음을 만족한다고 가정한다.

$$\begin{aligned} 0 < g_{rt}(S_{rt}), \\ dg_{rt}(S_{rt})/dS_{rt} < 0, \\ d^2g_{rt}(S_{rt})/dS_{rt}^2 > 0. \end{aligned} \quad (3)$$

이 조건은 가공속도를 올릴 경우 비용이 가속적으로 증가함을 의미하며 매우 현실적이다. 이것은 Taylor (1907)가 발견한 실험공식 공구수명 = (상수/절삭속도)ⁿ (n은 절삭공구의 재질에 따른 양의 상수)과 일관성을 가진다.

기호 λ_{rt} 로 부품 r 이 그것의 경로 t 상에 있는 워크스테이션 i 를 단위시간당 방문한 횟수를 표시하면 다음 식(4)와 같은 관계가 성립한다. 식(4)의 우변에서 $\lambda_r \theta_{rt}$ 는 부품 r 의 산출률 중 경로 t 를 통한 산출률을 의미하고 이 값에 방문횟수(V_{rt})를 곱하였으므로 단위시간당 방문횟수가 된다.

$$\lambda_{rt} = V_{rt} \lambda_{rt} = V_{rt} \lambda_r \theta_{rt} \quad (4)$$

따라서 단위시간당 가공작업 (r, t, i) 를 수행하는 데 발생하는 공구비용(the rate of cost accumulation by an operation type)과 모든 가공작업을 하는 데 드는 총 공구비용은 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\lambda_{rt} g_{rt}(S_{rt}) = V_{rt} \lambda_r \theta_{rt} g_{rt}(S_{rt}) \quad (5)$$

$$f(S, \theta) \equiv \sum_{r=1}^R \lambda_r \sum_{t=1}^{T_r} \sum_{i=1}^M V_{rt} g_{rt}(S_{rt}) \theta_{rt} \quad (6)$$

이제 우리의 문제는 다음과 같이 개념적으로 표현할 수 있다

$$\begin{aligned} \min \{ f(\lambda, S, \theta) \\ \equiv \sum_{r=1}^R \lambda_r (S, \theta) \sum_{t=1}^{T_r} \sum_{i=1}^M V_{rt} g_{rt}(S_{rt}) \theta_{rt} \} \end{aligned} \quad (7)$$

subject to:

$$\lambda_r(S, \theta) = \Lambda_r, \quad 1 \leq r \leq R \quad (8)$$

$$S_{rt}^- \leq S_{rt} \leq S_{rt}^+, \quad 1 \leq r \leq R, \quad 1 \leq t \leq T_r, \quad 1 \leq i \leq M \quad (9)$$

$$\sum_{t=1}^{T_r} \theta_{rt} = 1, \quad 1 \leq r \leq R \quad (10)$$

여기서 식(7)의 의사결정변수 (S, θ) 에 의하여 결정되는 산출률 $\lambda(S, \theta)$ 가 목표 산출률(Λ)을 달성하여야 함을 나타낸다. 다음 장에서 산출률 $\lambda(S, \theta)$ 를 구체적으로 표현하기 위하여 앞에서 정의한 FMS를 평균치분석(Mean Value Analysis)에 의한 폐대기행렬망(Closed Queueing Network)으로 모형화한다.

3. 공구비용 최소화 모형

먼저 본문 제2장에서 정의된 기호에 추가하여 편의상 다음과

같이 두 가지 종류의 기호들을 정의한다.

W_{rti} =부품 r 이 그것의 경로 t 상의 워크스테이션 i 에 방문 시
평균 체제 시간(가공 및 대기시간)

N_{rti} =부품 r 의 경로 t 상의 워크스테이션 i 에 있는(대기 중 혹
은 가공 중) 부품 r 의 평균수량

이제 일정 생산기간 동안에 생산하여야 할 목표생산량을 달
성하면서 단위시간당 공구비용을 최소화하는 가공시간과 경
로배합을 결정하는 문제는 다음과 같은 비선형계획(Nonlinear
Programming) 문제로 수립할 수 있다.

NLP1:

$$\min \{f(\mathbf{S}, \boldsymbol{\theta}) \equiv \sum_{r=1}^R \lambda_r \sum_{t=1}^{T_r} \sum_{i=1}^M V_{rti} g_{rti}(S_{rti}) \theta_{rt}\} \quad (11)$$

s.t:

$$\lambda_{rti} = V_{rti} \lambda_r \theta_{rt}, \quad 1 \leq r \leq R, 1 \leq t \leq T_r, 1 \leq i \leq M \quad (12)$$

$$\lambda_r = K_r / \sum_{i=0}^M \sum_{t=1}^{T_r} W_{rti} V_{rti} \theta_{rt}, \quad 1 \leq r \leq R \quad (13)$$

$$W_{rti} = S_{rti}, \quad 1 \leq r \leq R, 1 \leq t \leq T_r, i \in A \quad (14)$$

$$W_{rti} = S_{rti} + Z_{ri}, \quad 1 \leq r \leq R, 1 \leq t \leq T_r, i \in F \quad (15)$$

$$Z_{ri} = \sum_{p=1}^R \sum_{t=1}^{T_p} N_{pti} S_{pti} (1 - \delta_{pr} / K_r), \quad 1 \leq r \leq R, 1 \leq t \leq T_r, i \in F \quad (16)$$

$$N_{rti} = \lambda_{rti} W_{rti}, \quad 1 \leq r \leq R, 1 \leq t \leq T_r, 1 \leq i \leq M \quad (17)$$

$$\lambda_r = A_r, \quad 1 \leq r \leq R \quad (18)$$

$$S_{rti}^- \leq S_{rti} \leq S_{rti}^+, \quad 1 \leq r \leq R, 1 \leq t \leq T_r, 1 \leq i \leq M \quad (19)$$

$$0 \leq S_{r0} \leq \infty, \quad 1 \leq r \leq R, 1 \leq t \leq T_r \quad (20)$$

$$\sum_{t=1}^{T_r} \theta_{rt} = 1, \quad 1 \leq r \leq R \quad (21)$$

$$\sum_{r=1}^R \sum_{t=1}^{T_r} \lambda_{rti} S_{rti} \leq 1, \quad i \in F \quad (22)$$

* 기호 $\delta_{..}$ 는 Kronecker delta임.

식 (12)~(17)은 제 2장에서 언급한 산출률 $\lambda(\mathbf{S}, \boldsymbol{\theta})$ 를 구
하기 위하여 대상 FMS를 평균치분석 폐대기행렬망으로 모형
화한 것이다. 식 (12)는 식 (4)를 옮겨 놓은 것이다. 식 (13)은 리
틀의 법칙(Little's Law)에 따라서 부품 r 의 단위시간당 생산량
과 시스템에 상주하는 그 부품의 작업물 수(K_r) 그리고 부품 r
의 작업물이 시스템에서 보내는 평균시간의 관계를 보여준다.
부품 r 이 한 개 생산될 때마다 그것의 경로 t 를 통하여서는 θ_{rt}
개 생산되므로 $V_{rti} \theta_{rt}$ 는 부품 r 이 한 개 생산될 때마다 그것
의 경로 t 상에 있는 워크스테이션 i 를 방문하는 횟수이다. 그러
므로 $W_{rti} V_{rti} \theta_{rt}$ 는 W_{rti} 에 대한 조금 전의 정의를 상기하면
부품 r 이 한 개 만들어 질 때마다 경로 t 상에 있는 워크스테이
션 i 에서의 평균 체제시간이다. 이것은 워크스테이션 i 가 FCFS
서버인 경우에는 대기시간도 포함한다. 따라서 부품 r 한 개가
생산되기 위하여서는 평균적으로 식 (13)의 우변의 분모만큼
시간이 걸린다. 식 (12)와 (13)은 정확하다.

식 (14)는 부품 r 의 무한 서버(AS) 워크스테이션에서의 체제
시간이 작업시간과 같음을 나타내는데, 이는 무한 서버에서는
대기시간이 없기 때문이며 이 식은 정확하다 한편, 식 (15)는
FCFS 워크스테이션에서의 체제시간을 작업시간과 평균대기
시간(Z_{ri})의 합으로 나타내고 있다. FCFS 서버에서의 평균대
기시간(Z_{ri})은 식 (16)에 의하여 산정되는데 이 식은 널리 쓰
이고 있다 (Schweitzer, 1979; Schweitzer *et al.*, 1986). 식 (17)도
리틀의 법칙으로 쉽게 이해될 수 있다 Kim *et al.*(1995)은 부품
별로 단일 경로를 가지는 FMS에 대하여 이러한 폐대기행렬망
모형을 개발하고 λ 가 존재함을 보이고 풀이 알고리즘을 개발
하였다. 복수 경로를 가지는 모형 (12)~(17)의 경우에도 방정식
의 구조가 동일하여 같은 알고리즘으로 풀 수 있다

식 (19)는 절삭시간의 범위를 나타내는 식 (12)와 동일하다.
식 (21)은 각 부품에 대하여 그것의 모든 경로별 생산비율의 합
이 1이 되어야 함을 나타낸다. 식 (22)는 FCFS 워크스테이션의
이용률(utilization)이 1을 넘을 수 없음을 나타낸다(폐대기행렬
망에서는 고객의 수가 일정하므로 100% 이용률이 반드시 시
스템의 불안정을 의미하는 것은 아니다). 식 (18)은 최적 가공
시간과 최적 경로배합하에서의 각 부품 r 의 산출률 λ_r 이 단위
시간당 목표생산량 A_r 과 일치하여야 함을 의미한다. 그런데
생산목표량 A_r 이 너무 낮아서 어떤 경우에는 모든 작업의 절
삭속도를 하한치만큼 늦추더라도 실제 생산량이 이를 초과하

여 식 (18)을 만족하지 못하는 경우가 발생할 수 있다. 이런 경우에 대비하여 가상의 무한 서버 워크스테이션을 시스템에 추가하고 모든 부품의 모든 경로에 이것을 추가하여 각 부품이 필요한 시간만큼 여기에서 머무르게 한다. 이 가상 워크스테이션을 $i=0$ 로 나타내고 이를 식 (13)과 (20)에 반영하였다. 물론 이 가상 워크스테이션의 작업은 실제 절삭작업이 아니므로 비용이 없으며, 이 때문에 목적함수 (11)에서는 이 워크스테이션 인덱스 $I=0$ 이 배제되었다.

한편 이 가상 워크스테이션에서의 작업시간이 모두 0 (영)이고 다른 (일부)가공작업은 심지어 최고속인 경우에도 비선형 계획 NLP1이 불가능이면, 주어진 머신로딩으로는 생산목표를 달성할 수 없는 경우라고 의심할 수 있으며 새로운 머신로딩의 대안을 찾아보는 것이 현명할 것이다 따라서 이 NLP1은 머신로딩 대안을 생성하는 단계에서 매우 유익한 도구가 될 수 있다.

식 (12)와 식 (18)을 이용하여 λ_r 과 λ_{rti} 를 소거하고 식 (14)와 식 (15)를 이용하여 식 (17)에 대입하여 NLP1을 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

NLP2:

$$\min \{f(\mathbf{S}, \boldsymbol{\theta}) \equiv \sum_{r=1}^R \Lambda_r \sum_{t=1}^{T_r} \sum_{i=1}^M V_{rti} g_{rti}(S_{rti}) \theta_{rt}\} \quad (23)$$

s.t.:

$$\Lambda_r (\sum_{i=0}^M \sum_{t=1}^{T_r} W_{rti} V_{rti} \theta_{rt}) = K_r, \quad 1 \leq r \leq R \quad (24)$$

$$N_{rti} = \begin{cases} \Lambda_r V_{rti} S_{rti} \theta_{rt}, & i \in A \\ \Lambda_r V_{rti} (S_{rti} + Z_{rti}) \theta_{rt}, & i \in F \end{cases} \quad 1 \leq r \leq R, 1 \leq t \leq T_r, 1 \leq i \leq M \quad (25)$$

$$\sum_{r=1}^R \Lambda_r \sum_{t=1}^{T_r} V_{rti} S_{rti} \theta_{rt} \leq 1, \quad i \in F \quad (26)$$

$$(16), (19), (20), (21). \quad (27)$$

최적화 문제 NLP1과 NLP2는 원래 문제의 대기행렬망적 특성으로 인한 결정변수들 사이의 상호관련이 매우 높아서 (highly coupled) 문제를 분해하여 워크스테이션별, 경로별, 혹은 제품별로 풀 수도 없다. 본 논문의 주 목적이 문제의 해법

개발에 있는 것이 아니므로 문제의 풀이에는 이미 널리 쓰이고 있는 패키지인 GAMS/MINOS를 이용한다.

4. 수치예제

이 장에서는 한 가지 예를 통하여 가공시간과 경로배합의 조정을 통하여 상당한 공구비용의 절감을 이룰 수 있음을 보인다. <Table 1>은 이 예제에 사용된 입력자료로서 8개의 워크스테이션으로 구성된 FMS에서 세 가지의 부품을 각각 2가지의 경로를 통하여 생산하려는 계획을 나타낸다. 워크스테이션 1 ($r=1$)은 load/unload 스테이션이고 워크스테이션 7은 고압세척기(washing station)이며 워크스테이션 8은 측정기(contour measure machine)로서, 이들에서의 작업시간은 상수로서 최적화의 대상이 아니다. 워크스테이션 9는 AGV인데 물론 FCFS서버로 모형화할 수 있지만 이것은 공구비용을 직접적으로 발생시키지 않으므로 편의상 여러 대가 있어서 결코 병목이 되지 않는 무한 서버로 간주한다. <Table 1>에서 처음 여섯 열은 앞에서 정의된 것들이고 여섯 번째 (α_{rti})와 일곱 번째 (β_{rti}) 열은 다음과 같이 공구비용함수를 결정하는 파라미터이다

$$g_{rti}(S_{rti}) = \alpha_{rti} S_{rti}^{-\beta_{rti}}$$

둘째 열은 경로를 나타내는데 $t=1, 2$ 는 해당 워크스테이션이 두 가지 경로에 모두 포함되고 가공조건이 동일한 경우이다 예를 들어, L/UL, 세척기, 측정기들은 모든 경로에 포함된다.

각 부품별로 각각 9조의 펠릿을 배정하고 단일경로 (경로 1)만 있으며 <Table 1>의 마지막 열 (S_{rti}^{base})을 가공시간(단위: 분)으로 하는 경우를 기준안(base case)으로 정의한다. 기준안의 경우 시간당 생산량은 Kim *et al.*(1995)의 방법으로 풀었을 때 $\Lambda=(7.653, 4.251, 4.035)$ 이었다. 본 예제에서는 이 생산량을 생산목표로 가정한다.

이 예제에서 생산비율과 가공시간을 모두 최적화하는 경우 CPU가 1.6GH Pentium이고 512MB의 RAM을 가진 PC에서 GAMS 2.25/MINOS5.3 (Brook *et al.*, 1992)를 이용하여 풀었을 때 0.11초 걸렸다. 문제의 크기에 따른 CPU 시간의 변화는 주로 풀이 루틴이 채택하고 있는 알고리즘과 그 구현의 효율성에 좌우된다. 본 논문에 사용한 MINOS의 경우, 그 실행시간은 그것이 기초하고 있는 확장 라그란지(Augmented Lagrange) 알고리즘의 일반적인 성능(performance)에 따른다 (Powell, 1969; Fletcher, 1974; Gill and Murray, 1974; Murtagh and Saunders, 1982).

Table 1. Input Data for the Example

r	t	i	V_{rti}	S_{rti}^-	S_{rti}^+	α_{rti}	β_{rti}	S_{rti}^{base}
1	1,2	1	1.0	1.0	1.0	0	0.000	1.000
1	1	2	1.0	1.7	4.0	771	1.860	2.139
1	1,2	3	1.0	3.8	6.1	2871	2.000	3.800
1	1,2	4	1.0	3.5	6.5	3871	2.000	3.507
1	1,2	7	1.0	1.0	1.0	0	0.000	1.000
1	2	6	1.0	1.7	4.0	771	1.860	2.139
1	1,2	8	0.2	5.0	5.0	0	0.000	5.000
1	1,2	9	5.2	1.0	1.0	0	0.000	1.000
2	1,2	1	1.0	1.0	1.0	0	0.000	1.000
2	1	3	1.0	4.5	7.5	1347	2.860	6.137
2	2	4	1.0	3.5	6.5	3871	2.800	3.507
2	1	5	1.0	4.5	7.8	1118	2.368	6.530
2	2	6	1.0	4.7	8.5	3198	2.125	8.000
2	1,2	7	1.0	1.0	1.0	0	0.000	1.000
2	1,2	8	0.1	5.0	5.0	0	0.000	5.000
2	1	9	4.1	0.5	0.5	0	0.000	0.500
2	2	9	5.2	0.5	0.5	0	0.000	0.500
3	1,2	1	1.0	1.0	1.0	0	0.000	1.000
3	2	2	1.0	3.9	7.8	3576	3.575	3.900
3	1	4	1.0	4.0	7.4	2531	2.015	6.216
3	2	3	1.0	4.5	7.5	1347	2.860	6.137
3	1,2	5	1.0	4.3	8.0	2078	2.215	7.534
3	1	6	1.0	4.7	8.5	3198	2.125	8.000
3	1,2	7	1.0	1.0	1.0	0	0.000	1.000
3	1,2	8	0.2	5.0	5.0	0	0.000	5.000
3	1,2	9	6.2	0.5	0.5	0	0.000	0.500

기준안(대안 I), 부품별로 경로 1만 사용하고 가공시간만 최적화한 경우(대안 II), 그리고 가공시간과 경로비율을 동시에 최적화 경우(대안 III)에 대하여 다음과 같은 지표를 도구로 하여 분석한다.

첫째, 식 (2.5)에서 정의한 시간당 특정 작업의 공구비용 발생률(the rate of cost accumulation by an operation type; C_{rti})을 사용하는 데 이것은 그 작업이 총 비용에 기여하는 정도를 나타낸다 따라서, 어떤 작업의 시간당 공구비용 발생률이 높으면 그것은 “비싼”작업으로 볼 수 있고 최적화 과정에서 감소되거나 그 작업이 속한 경로의 비율이 낮아질 것으로 예상해 볼 수 있다

둘째, FCFS 서버 워크스테이션의 경우 가용 이용률은 1로서 유한한 자원이다. 따라서 FCFS 워크스테이션에서 수행되는 어떤 작업 (r, t, i)의 시간당 공구비용 발생률을 그것이 워크스테이션 i 의 이용률(utilization) 기여도로 나눈 값 $m_{rti} = \lambda_{rti} g_{rti}(S_{rti}) / (\lambda_{rti} S_{rti})$ 은 작업(r, t, i)가 발생하는 워크스테이션 이용률의 한계비용(marginal cost of operation against utilization)이다. 이것은 함수

$g_{rti}(S_{rti})$ 가 오목 감소함수(concave decreasing function)이므로 공구비용을 줄이려면 가공시간을 연장할수록 유리하지만 이 때 유한한 이용률의 사용을 높게 되므로 교환(trade-off)이 필요하며 최적화 과정에서 이것이 반영될 것으로 예상할 수 있다 또한 관계 $\lambda_{rti} g_{rti}(S_{rti}) / (\lambda_{rti} S_{rti}) = g_{rti}(S_{rti}) / S_{rti}$ 에 의하여 이 값은 어떤 작업의 공구비용을 그것의 실제 가공시간으로 나눈 값이므로 이 비율이 높을수록 감속을 시도하는 것은 좋은 휴리스틱이 될 가능성이 있다.

시간당 가공작업별 공구발생률과 부품당 공구비용을 <Table 2>에, 산출률 및 최적 가공시간 (S_{rti}^*)과 단위시간당 실제 가공작업으로 인한 공구비용 (m_{rti})을 <Table 3>에 정리하였다. 대안 III의 경우 경로별 최적 생산비율은 ($\theta_{11}=1.000, \theta_{12}=0.000$), ($\theta_{21}=0.099, \theta_{22}=0.901$), ($\theta_{31}=0.000, \theta_{32}=1.000$)이었는데 이는 부품 1의 경우는 경로 1만 사용하고, 부품 2는 경로 1과 2를 모두 사용하되 경로별 생산비율을 약 1:9로 유지하고, 부품 3의 경우는 경로 2만 사용하는 것을 의미한다.

Table 2. Hourly cost accumulation rate (C_{rti}) of operations and unit tool cost

Part Type (r)	Plan	Route (t)	Workstation (i)					Total	Unit Tool Cost (Saving, %)
			2	3	4	5	6		
1	I	1	1434.65	1521.53	2408.68			5364.85	701.04
	II	1	447.75	1086.38	1264.22			2798.36	365.67
	III	1	459.91	1199.83	1234.39			2894.13	378.18
2	I	1		31.93		55.87		87.80	20.66
	II	1		77.57		64.70		142.27	33.47
	III	1		7.70		3.64		11.33	26.88
		2				338.03		129.71	467.74
	Subtotal		7.70		338.03	3.64	129.71	479.08	112.70
3	I	1			257.21	95.69	155.49	508.39	125.98
	II	1			574.56	86.56	136.69	797.82	197.71
	III	2	111.23	73.63		10.47		195.34	48.41
Total	I	1	1434.65	1553.46	2665.89	151.57	155.49	5961.05	373.99
	II	1	447.75	1163.95	1838.78	151.27	136.69	3738.44	234.55 (37.29%)
	III	1	459.91	1207.53	1234.39	3.64		2905.46	
		2	111.23	73.63	338.03	10.47	129.71	663.08	
	Subtotal	571.14	1281.15	1572.43	14.11	129.71	3568.54	223.89 (40.1%)	

각 부품별로 부품당 공구비용은 각 행의 합을 <Table 3>에 있는 상응하는 산출로 나누어서 계산한다. 예를 들어 부품 1의 경우 대안 1에서는 경로 1만 사용하며 이 경로를 따라서 시간당 7.653개를 생산하면서 5364.85만큼의 공구비용을 초래하므로 후자를 전자로 나누어서 (즉, 5364.85/7.653) 얻는다. 여기서 소수 부분에서 정확히 일치하지 않는 것은 각 관련 숫자들의 반올림에 의한 오차이며, 표들의 다른 값들에서도 합이나 나눗셈에 의한 값들의 오차도 이와 같은 과정에서 초래된 것이다. 대안 III의 경우는 부품별로 각각 두 가지의 경로를 사용하는 것이 어느 한 가지만을 사용하는 것보다 좋은 것으로 나타났으며 이에 따라 경로별 산출도 계산되어 있다(<Table 3>). 그러므로 대안 III의 부품 당 공구비용은 두 가지 경로별 비용의 합을 두 가지 경로를 통한 산출의 합으로 나누어야 한다. 예를 들어 부품 2의 대안 III의 경우 총 시간당 비용발생률은 479.08이고 시간당 산출은 4.251이므로 후자를 전자로 나누면 112.70이 된다. 하지만 경로별 부품단위당 공구비용 발생률의 합과는 다르다. 경로별 산출률이 다르므로 경로별 부품당 공구비용을 산출률의 가중평균치로 계산하면 동일하다.

전체적인 공구비용 절감은 <Table 2>의 “Total” 행과 “Unit Tool Cost” 열의 교차영역에 괄호 속에 표시되어 있는데, 가공 시간만을 최적화하였을 경우 기준 대비 약 37%의 절감이 있으며 가공시간과 생산비용을 동시에 최적화하였을 경우에는 약 40%의 절감이 있음을 보여주고 있다.

다음으로 개별 작업들의 가공시간과 비용의 변화를 살펴보자. <Table 2>를 보면 기준안(대안 I)의 경우 시간당 비용 중 약 90% (=100*5364.85/5961.05)는 부품 1로 인하여 발생하며 특히 워크스테이션 2, 3, 4에서 높은 비용을 발생하고 있다. <Table 4>에서 이들 작업들의 실제 가공작업 시간당 발생 공구비용(m_{rti})은 각각 87.651, 52.322, 89.750으로 다른 작업들에 비하여 매우 높다. 다시 말하면 이들은 매우 고비용 작업이다. 최적화 과정에 의하여 대안 II에서는 이들이 감소되어서(2.139 → 4.000, 3.800 → 4.497, 3.507 → 4.841) 상응하는 값들이 14.627, 31.567, 34.127로 낮아졌다. 특히 작업 (1, 1, 2)는 최대한 감소되었다. 이렇게 감소되어서 워크스테이션 2, 3, 4에서의 시간당 공구비용이 각각 1434.65 → 447.75, 1521.53 → 1086.38, 2408.68 → 1264.22로 감소하였다. 이에 따라서 부품 1의 개당 공구비용도 701.04에서 365.67로 현저히 낮아졌다. 하지만 부품 2는 대안 I에 비하여 대안 II에서 오히려 가속(S_{213} : 6.137 → 4.500; S_{215} : 6.530 → 6.138)되었지만 이들 작업의 실제 가공시간당 공구비용 발생률(m_{rti})가 낮아서 부품당 공구비용은 20.66에서 33.47로 약간 증가되었다. 부품 3의 경우 대안 I과 대안 II를 비교하면, 대안 II에서 작업 (3, 1, 4)는 가속되어서 (S_{314} : 6.216 → 4.171) 시간당 공구비용 발생률이 257.21에서 574.56으로 늘어났고 작업 (3, 1, 5)는 약간 감소되었으며 작업 (3, 1, 6)은 최저속에서 변함이 없다.

대안 III을 보면 대안 II에서의 이용률이 51.0%와 57.17%로 상

Table 3. Optimal processing times (S^*_{rt}) and marginal cost of operation against workstation utilization (m_{ri})

Part Type(r)	Plan	Route(t)	Throughput	Workstation (i)				
				2	3	4	5	6
1	I	1	7.653	2.139 (87.651)	3.800 (52.322)	3.507 (89.750)		
	II	1	7.653	4.000 (14.627)	4.497 (31.567)	4.841 (34.127)		
	III	1	7.653	3.943 (15.242)	4.279 (36.639)	4.899 (32.927)		
2	I	1	4.251		6.137 (1.224)		6.530 (2.013)	
		1	4.251		4.500 (4.055)		6.138 (2.480)	
	II	1	0.422		4.500 (4.055)		7.800 (1.106)	
		2	3.829			3.859 (22.878)		8.500 (3.985)
3	I	1	4.035			6.216 (10.254)	7.534 (3.147)	8.000 (4.816)
	II	1	4.035			4.171 (34.134)	7.883 (2.721)	8.000 (3.985)
	III	2	4.035	3.90 (7.068)	4.50 (4.055)		8.00 (0.324)	

대적으로 낮은 워크스테이션 2와 6을 사용함으로써 부하를 분산 시켜서 워크스테이션들은 이용률 균형을 개선시키고(표준편차가 적어짐, <Table 4>) 추가적 비용절감을 거두었다. 그러나 이 때 부품 1의 워크스테이션 3에서의 작업은 오히려 가속(S_{113} :4.497 → 4.279)되어서 시간당 공구비용 발생률이 1086.38에서 1199.83으로 늘어나고 실제 가공시간당 공구비용 발생률도 31.567에서 36.639로 늘어났다. 부품 1의 워크스테이션 3에서의 이러한 가속은 워크스테이션 4에서 추가감속(S_{114} :4.841 → 4.899)을 가능하게 하였다(워크스테이션 2에서는 이미 최저속이었으므로 추가감속은 일어날 수 없었다).

마지막으로 <Table 4>에 정리된 워크스테이션 이용률(utilization)의 변화를 보기로 하자. 기준안(대안 I)에 비하여 대안 II와 대안 III의 평균 이용률이 증가하였음을 볼 수 있는데 이는 전체적으로 볼 때 감속되었음을 의미한다. 더 의미 있는 현상은 이용률의 표준편차가 최적화에 의하여 현저하게 줄어들어서 워크스테이션들을 균형 있게 사용하게 됨을 알 수 있다. 특히 복수경로를 사용하는 대안 III의 경우 단일 경로를 사용하는 대안 I이나 대안 II에 비하여 표준편차가 현저히 줄어들음을 알 수 있다.

Table 4. Workstation utilization(%)

Plan	Route(t)	Workstation (i)					Average	Standard deviation
		2	3	4	5	6		
I	1	27.28	91.95	86.53	96.93	53.81	71.30	26.68
II	1	51.02	89.24	89.79	96.51	57.17	76.75	18.77
III	1	50.29	57.74	62.48	5.48			
	2	26.23	30.27	24.63	53.81	54.25		
	Subtotal	76.52	88.01	87.11	59.29	54.25	73.04	13.97

앞의 관찰을 보면 최적화에 의한 결과는 직관이나 휴리스틱으로 미리 예측하기가 매우 어려움을 알 수 있다. 이것은 FMS 처럼 상호연결성이 매우 복잡한 시스템에서 한 요소의 작은 변화가 매우 복잡한 양상으로 다른 요소들에 파급효과를 미치므로 의외적인 현상은 아니다. 따라서 본 연구의 모형은 FMS의 생산준비를 위한 매우 유익한 의사결정지원 도구가 될 수 있다.

5. 결론

유연생산시스템에서 절삭공구비용은 총 운영비용의 상당한

부분을 차지한다. 본 연구는 이의 절감을 위하여 FMS에서 복수 경로를 계획하는 경우를 폐대기행렬망으로 모형화한 후 가공시간과 경로배합을 변수로 하는 비선형 계획모형을 수립하여 최소공구비용을 초래하는 복수 경로 선정과 생산비율 및 가공시간을 구하는 방안을 제시하였다. 한 가지 수치예제를 통하여 이 방안의 가치를 보였으며 경우에 따라서는 상당한 효과를 볼 수 있음을 입증하였다. 이 방안의 또 다른 매우 중요한 유용성은 주어진 생산량목표를 달성하기 위하여 공정계획을 수립할 때 사용될 수 있다는 것이다. 생산경로는 머신로딩 단계에서 치구나 팰릿의 배분과 워크스테이션에 작업을 할당에 의하여 생성되므로 이들 자원배분의 문제로도 볼 수 있다. 본질적으로 FMS에서 생산계획을 수립할 때 수행하는 의사결정들은 FMS 자체의 통합성으로 인하여 복잡한 양상의 상호의존적이므로 직관이나 휴리스틱의 효과성은 매우 제한적일 수밖에 없다. 따라서 본 연구의 최적화 방법은 생산계획 단계에서 매우 유용한 의사결정지원 도구가 될 수 있을 것이다. 이러한 맥락에서 현실적인 과제로 여기서 개발된 방법을 기존의 공정계획 소프트웨어와 결합하는 노력은 매우 의미가 있을 것이다.

참고 문헌

- Kim, J. (1998), Saving Tool Cost in Flexible Manufacturing Systems: Joint Optimization of Processing Times and Pallet Allocation, *Journal of the Korean Operations Research and Management Science Society*, **23**(4), 1998, 75-86.
- Askin, R.G. and Krisht, A.H. (1991), Optimal Operation of Manufacturing Systems with Controlled Work-in-Process Levels, Working Paper, Department of Systems & Industrial Engineering, The University of Arizona, Tucson, AZ 85721.
- Ayres, R.V. (1988), Future Trends in Factory Automation, *Manufacturing Review*, **1**(2), 93-103.
- Boucher, T.O. (1987), The Choice of Cost Parameters in Machining Cost Models, *The Engineering Economist*, **32**(3), 217-230.
- Brooke, A, Kendrick, D., and Meeraus, A. (1992), *GAMS 2.25: A User's Guide*, The Scientific Press, San Francisco, CA.
- Buzacott, J.A. and Shanthikumar, J.G. (1993), *Stochastic Models of Manufacturing Systems*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Chang, T., Wysk, R.A., Davis, R.P., and Choi, B. (1982), Milling Parameter Optimization Through a Discrete Variable Transformation, *International Journal of Production Research*, **20**(4), 507-516.
- Drozda, T.J. and Wick, C. (Eds.) (1983), *Tool and Manufacturing Engineers Handbook I*, Dearborn, MI, Society of Manufacturing Engineers.
- Fletcher, R. (1974), Methods Related to Lagrangian Functions, in *Numerical Methods for Constrained Optimization*, P.E. Gill and Murray, W. (Eds.), Academic Press, London, 219-239.
- Gamila, M.A. and Motavalli, S. (2003), A modeling technique for loading and scheduling problems in FMS, *Robotics and Computer Integrated Manufacturing*, **19**, 45-54.
- Gill, P.E. and Murray, W. (Eds.) (1974), *Numerical Methods for Constrained Optimization*, Academic Press, London.
- Gray, A.E., Seidmann, A., and Stecke, K.E. (1993), A Synthesis of Tool-Management Issues and Decision Problems in Automated Manufacturing, *Management Science*, **39**(5), 549-567.
- Hitomi, K., Yoshimura, M., and Ohashi, K. (1989), Design and Scheduling for Flexible Manufacturing Cells with Automatic Set-Up Equipment, *International Journal of Production Research*, **27**(7), 1137-1147.
- Kim, J., Schweitzer, P.J., and Seidmann, A. (1995), Analysis of Flexible Manufacturing Systems with Distinct Repeated Visits: DrQ, *International Journal of Flexible Manufacturing Systems*, **7**, 319-338.
- Kim, J., Schweitzer, P.J., and Seidmann, A. (1996), Processing Time Optimization for Flexible Manufacturing Systems with Multiple Part Types, Distinct Operations, and Repeated Workstation Visits, Working Paper, William E. Simon Graduate School of Business Administration, University of Rochester, Rochester, NY.
- Koulamas, C.P., Lambert, B.K., and Smith, M.L. (1987), Optimal Machining Conditions and Buffer Space Size for the Two-Stage Case, *International Journal of Production Research*, **25**(3), 327-336.
- Kouvelis, P. (1992), Design and Planning Problems in Flexible Manufacturing Systems: A Critical Review, *Journal of Intelligent Manufacturing*, **3**, 75-99.
- Liu, J. and MacCarthy, M.B.L. (1996), The Classification of FMS Scheduling, *International Journal of Production Research*, **34**(3), 647-56.
- Murtagh, B.A. and Saunders, M.A. (1987), MINOS 5.1 User's Guide, Report SOL 83-20R, December 1983, revised January 1987, Stanford University.
- Powell, M.J.D. (1969), A Method for Nonlinear Constraints in Minimization Problems, in *Optimization*, R. Fletcher (Ed.), Academic Press, New York, NY.
- Primrose, P.L. and R. Leonard (1986), Reappraising Cutting Tool Economics Within the Bounds of Accountancy Theory, *International Journal of Production Research*, **24**(2), 269-278.
- Schweitzer, P.J. (1979), Approximate Analysis of Multiclass Closed Networks of Queues, *Proceedings of the International Conference on Stochastic Control and Optimization*, Free University, Amsterdam, Netherlands, 5-6.
- Schweitzer, P.J., Seidmann, A., and Shalev-Oren, S. (1986), The Correction Terms in Approximate Mean Value Analysis, *Operations Research Letters*, **4**, 197-200.
- Schweitzer, P.J. and Seidmann, A. (1991), Optimizing Processing

- Rates For Flexible Manufacturing Systems, *Management Science*, **37**(4), 454-466.
- Seidmann, A. (1993), Performance Management Issues in Flexible Manufacturing Systems: An Analytic Perspective, in *Perspectives in Operations Management*, R.K. Sarin (Ed.), Kluwer, New York, 301-320.
- Stecke, K.E. (1983), Formulation and Solution of Nonlinear Integer Production Planning Problems for Flexible Manufacturing Systems, *Management Science*, **29**, 273-288.
- Stecke, K.E. and Solberg, J.J. (1981), Loading and Control Policies for a Flexible Manufacturing System, *International Journal of Production Research*, **19**(5), 481-490.
- Taylor, F.W. (1907), On the Art of Cutting Metals, *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, **28**, 310-350.