

트러스 모델을 이용한 철근콘크리트 부재의 전단철근 및 전단균열폭의 변형 예측

Prediction of Deformation of Shear Reinforcement and Shear Crack Width of Reinforced Concrete Members using Truss Models

김 상 우* 이 정 윤**
Kim, Sang - Woo Lee, Jung - Yoon

요 약

본 논문은 철근콘크리트 건물의 전단해석을 위하여 변환각 트러스 모델(TATM)을 사용하여 전단철근변형률과 전단균열폭과 같은 철근콘크리트 부재의 전단변형을 예측하였다. 철근콘크리트 부재의 전단변형에 대한 TATM의 타당성을 검토하기 위하여, 서로 다른 전단경간비를 가지는 4개의 RC 보를 제작하고 전단 실험하였으며, 이 실험결과를 MCFT(Response- 2000), RA-STM, FA-STM 및 TATM에 의한 해석결과와 비교하였다. 제안된 모델 TATM은 다른 트러스 모델보다 전단응력-전단철근변형률 관계와 전단응력-전단균열폭 관계를 더 잘 예측하였다.

Abstract

This paper predicted the shear deformation, such as strain of shear reinforcement and shear crack width, of reinforced concrete (RC) members using Transformation Angle Truss Model (TATM) in order to apply to the shear analysis of RC buildings. To check the validity of TATM for the shear deformation of RC beams, four RC beams with different shear span-to-depth ratios were cast, instrumented and tested. Observed results were compared with theoretical results by MCFT(Response-2000), RA-STM, FA-STM, and TATM. The proposed model, TATM, better predicted the relationships of the shear stress-strain of shear reinforcement and the shear stress-shear crack width than other truss models.

키워드: 전단변형, 트러스 모델, 철근콘크리트 보
keywords: shear deformation, truss models, reinforced concrete beams.

1. 서 론

최근 국내에서는 69층의 도곡동 타워팰리스Ⅲ와 목동 하이페리온이 건설된 후, 107층의 부산 제2롯데월드가 건설되고 있으며 잠실에 112층의 C2 프로젝트가 계획단계에 있는 등 초고층 건축물에 대한 설계와 시공사태가 급증하고 있다.

이러한 초고층 건물에는 지진 및 바람에 의한 수평하중과 고정 및 적재하중에 의한 연직하중이 저층부에서 크게 작용한다. 따라서 저층부 구조 부재

는 전단력과 휨모멘트 및 축력과 같은 하중 상호간의 복합적인 관계에 의하여 중·저층 철근콘크리트 건물과 상이한 거동을 나타낸다.

초고층 건물의 저층부 구조 부재를 안전하면서도 경제적으로 설계하기 위하여 부재와 이를 구성하는 재료의 변형상태를 정확히 예측할 수 있어야 한다. 특히 전단파괴가 취성적이며 위험한 파괴모드임을 감안할 때 이를 예측할 수 있는 해석법은 반드시 필요하며, 최근 전단강도와 전단변형을 동시에 예측할 수 있는 전단 해석법으로 변형률 적합조건을 고려한 트러스 모델이 주목받고 있다.

기존에 개발된 변형률 적합조건을 고려한 트러스 모델에는 토론토 대학의 Collins 등이 제안한 수정 압축장 이론¹⁾(MCFT)과 휴스턴 대학의 Hsu 등

* 정회원, 성균관대 건축공학과 박사후 연구원

Tel : 031-290-7571, Fax : 031-290-7570

E-mail : swkim91@skku.edu

** 정회원, 성균관대 건축공학과 조교수

E-mail : jylee@yurim.skku.ac.kr

이 제안한 회전각 연화 트러스 모델²⁾(RA-STM) 및 고정각 연화 트러스 모델³⁾(FA-STM)이 있다. 그러나 이들 트러스 모델은 주근비와 전단철근비의 차이(이하 철근능력비)가 상대적으로 큰 철근콘크리트 보에 적용하기에는 몇 가지 약점을 가진다. 본 연구자는 이러한 약점을 해결한 변환각 트러스 모델(TATM)을 개발하여 보의 전단강도와 전단변형을 예측에 대한 정확성과 신뢰성을 참고문헌 4)에서 검증하였다.

본 연구에서는 TATM이 철근콘크리트 부재의 전단거동 평가에서 중요한 전단철근과 전단균열폭의 변화를 타당하게 예측하여 철근콘크리트 건물의 전단해석에 적용할 수 있는지 검토하고자 한다.

2. 변환각 트러스 모델

휨과 전단을 받는 철근콘크리트 부재는 면내응력을 받는 2차원 구조물로 가정할 수 있으며, 부재의 전단거동을 대표할 수 있는 전단위험단면에 위치한 면내응력을 받는 전단위험요소를 그림 1(c)와 같이 분리하여 전단해석함으로써 부재의 전단거동을 예측할 수 있다.

2.1 평형 및 적합방정식

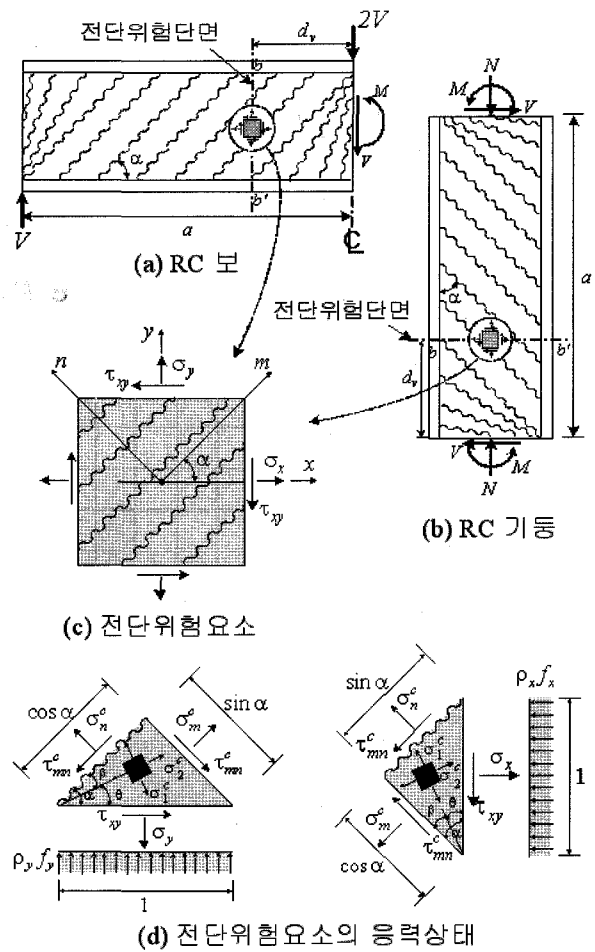
철근방향을 x 와 y 방향이라 정의하고 그림 1(d)와 같이 철근이 축하중만 전달한다고 가정하였을 때 콘크리트와 철근의 응력 중첩으로부터 응력의 평형방정식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\sigma_x = \sigma_m^c \cos^2 \alpha + \sigma_n^c \sin^2 \alpha + 2\tau_{mn}^c \sin \alpha \cos \alpha + \rho_x f_{sx} \quad (1)$$

$$\sigma_y = \sigma_m^c \sin^2 \alpha + \sigma_n^c \cos^2 \alpha - 2\tau_{mn}^c \sin \alpha \cos \alpha + \rho_y f_{sy} \quad (2)$$

$$\tau_{xy} = (-\sigma_m^c + \sigma_n^c) \sin \alpha \cos \alpha + \tau_{mn}^c (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \quad (3)$$

여기서 σ_x, σ_y 는 각각 x 와 y 방향의 수직응력, τ_{xy} 는 x - y 좌표에서의 전단응력, σ_m^c, σ_n^c 는 각각 m, n 방향의 콘크리트 주압축 및 주인장 응력, τ_{mn}^c



〈그림 1〉 전단위험요소와 요소의 응력상태

는 m - n 좌표에서의 콘크리트 전단응력, ρ_x, ρ_y 는 각각 x 와 y 방향의 철근비, f_{sx}, f_{sy} 는 각각 x 와 y 방향의 철근응력이다.

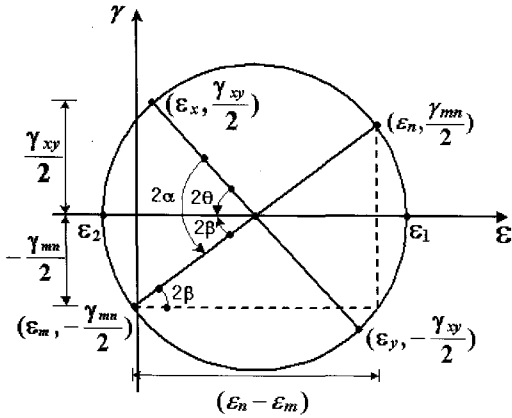
변형률의 적합방정식은 좌표변환에 의하여 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\epsilon_x = \epsilon_m \cos^2 \alpha + \epsilon_n \sin^2 \alpha + \gamma_{mn} \sin \alpha \cos \alpha \quad (4)$$

$$\epsilon_y = \epsilon_m \sin^2 \alpha + \epsilon_n \cos^2 \alpha - \gamma_{mn} \sin \alpha \cos \alpha \quad (5)$$

$$\frac{\gamma_{xy}}{2} = (-\epsilon_m + \epsilon_n) \sin \alpha \cos \alpha + \frac{\gamma_{mn}}{2} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \quad (6)$$

여기서 ϵ_x, ϵ_y 는 각각 x 와 y 방향의 평균 변형률, γ_{xy} 는 x - y 좌표에서의 평균 전단변형률, ϵ_m, ϵ_n 은 각각 m, n 방향의 콘크리트 주압축, 주인장



〈그림 2〉 모어의 변형을 원

변형률, γ_{mn} 은 m - n 좌표에서의 전단변형률이다.

철근능력비 η 가 대부분 작은 철근콘크리트 보의 경우, 그림 2와 같이 균열면 방향(m 축)과 콘크리트 주압축응력 방향(2 축) 사이의 각 β 가 크므로, 평형방정식과 적합방정식에 있는 m, n 방향의 응력 (σ_m^c, σ_n^c)과 변형률(ϵ_m, ϵ_n)은 콘크리트 주응력 방향의 응력(σ_2^c, σ_1^c) 및 변형률(ϵ_2, ϵ_1)과 큰 차이를 보이게 된다. 따라서, TATM에서는 다음 식과 같이 주응력 방향의 구성법칙을 β 만큼 회전하여 m, n 방향의 응력과 변형률을 구하였다.

$$\sigma_m^c = \sigma_2^c \cos^2 \beta + \sigma_1^c \sin^2 \beta \quad (7)$$

$$\sigma_n^c = \sigma_2^c \sin^2 \beta + \sigma_1^c \cos^2 \beta \quad (8)$$

$$\epsilon_m = \epsilon_2 \cos^2 \beta + \epsilon_1 \sin^2 \beta \quad (9)$$

$$\epsilon_n = \epsilon_2 \sin^2 \beta + \epsilon_1 \cos^2 \beta \quad (10)$$

여기서 σ_1^c, σ_2^c 는 각각 1과 2방향의 콘크리트 주인장, 주압축 응력, ϵ_1, ϵ_2 는 각각 1과 2방향의 주인장, 주압축 변형률이다. β 값은 그림 2로부터 다음과 같다.

$$\tan 2\beta = \frac{\gamma_{mn}}{\epsilon_n - \epsilon_m} \quad (11)$$

2.2 구성방정식

2.2.1 콘크리트의 압축 및 인장응력-변형률 관계
콘크리트 압축 및 인장응력-변형률 관계는 Collins 등이 제안한 식을 사용하였다.⁹⁾

$$\sigma_2^c = \nu f_{ck} \left[2 \left(\frac{\epsilon_2}{\nu \epsilon_o} \right) - \left(\frac{\epsilon_2}{\nu \epsilon_o} \right)^2 \right] \quad (12)$$

$$\nu = \frac{1}{0.8 + 170 \epsilon_1} \leq 1.0 \quad (13)$$

$$\epsilon_1 \leq \epsilon_{cr} \text{ 일 때, } \sigma_1^c = E_c \epsilon_1 \quad (14a)$$

$$\epsilon_1 > \epsilon_{cr} \text{ 일 때, } \sigma_1^c = \frac{f_{cr}}{1 + \sqrt{500 \epsilon_1}} \quad (14b)$$

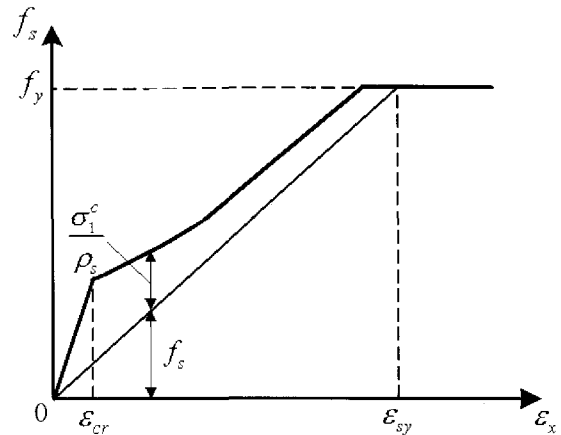
여기서 ν 는 콘크리트 연화계수, f_{ck} 는 콘크리트 압축강도, ϵ_o 는 콘크리트가 최대강도에 도달하였을 때의 변형률, ϵ_{cr} 은 콘크리트 균열발생시 변형률, E_c 는 탄성계수로서 $2f_{ck}/\epsilon_o$, f_{cr} 은 콘크리트 인장강도로 $0.33\sqrt{f_{ck}}$ 이다.

2.2.2 철근의 평균 인장응력-변형률 관계

TATM에서는 그림 3과 같이 균열과 균열사이의 콘크리트 인장강성 효과를 고려하되, 콘크리트와 철근의 인장응력 합이 항복강도를 넘지 않는 다음 식을 사용하였다.

$$f_{sx} = E_s \epsilon_x \leq f_{yx} - \frac{\sigma_1^c}{\rho_x} \quad (15)$$

$$f_{sy} = E_s \epsilon_y \leq f_{yy} - \frac{\sigma_1^c}{\rho_y} \quad (16)$$



〈그림 3〉 철근의 평균 인장응력-변형률 관계

2.2.3 균열면 방향의 콘크리트 평균 전단응력-전단변형률 관계

균열면 방향의 콘크리트 전단응력을 직접적으로 고려하기 위하여, TATM은 축력이 작용하지 않는

경우 Li 등⁶⁾이 제안한 다음 식을 사용하였다.

$$\tau_{mn}^c = 3.83 (f_{ck})^{\frac{1}{3}} \frac{\delta^2}{(w^2 + \delta^2)} \quad (17)$$

여기서 w 는 전단균열폭이고 δ 는 전단변위로서 s_c 를 전단균열 간격이라 정의할 때 다음과 같이 구할 수 있다.

$$w = s_c \varepsilon_n \quad (18)$$

$$\delta = s_c \gamma_{mn} \quad (19)$$

식(17)의 전단균열폭에 따른 전단응력-전단변위 관계는 그림 4와 같으며, s_c 는 Kupfer 등^{7,8)}이 제안한 다음 식을 사용하였다.

$$\frac{1}{s_c} = 5 \frac{\rho_v}{d_{sy}} + \frac{2}{d_v} \quad (20)$$

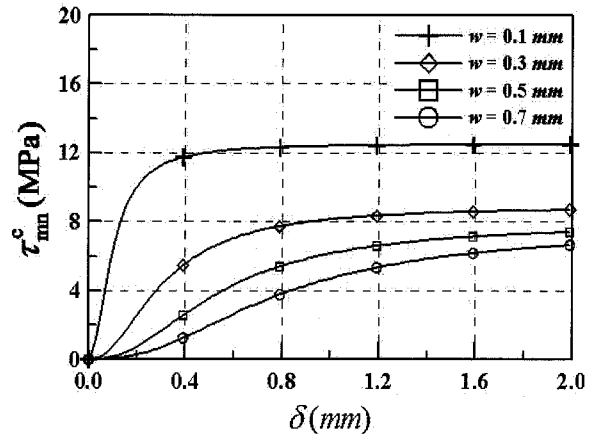
여기서 d_{sy} 는 전단철근의 직경이며 d_v 는 전단 유효깊이로 $0.9d$ 이다.

3. 휨모멘트 효과의 고려 및 균열각의 산정

TATM에서는 철근콘크리트 부재의 전단거동을 평가하기 위하여 전단위험요소가 위치하는 전단위험단면을 먼저 결정하여야 한다. TATM에서 철근콘크리트 보의 전단위험단면은 최대전단력이 발생하는 위치에서 d_v 만큼 떨어진 곳으로 하되, 그림 1(a)와 같이 전단력이 일정한 경우 최대 휨모멘트 발생 위치에서 d_v 만큼 떨어진 곳으로 하였다.⁴⁾

압축철근이 전단강도에 미치는 영향에 대하여 대부분의 연구자들⁹⁻¹²⁾은 그 영향을 무시하고 있다. 따라서 TATM에서는 전단에 저항하는 x 방향 철근비를 압축철근을 무시한 인장철근만으로 고려하였다. 이 가정은 참고문헌 4)에서 170개 보에 대한 전단강도 예측으로부터 검증되었다.

TATM은 휨모멘트의 영향을 고려하기 위하여, 보의 인장철근비(ρ_{sx})에서 휨모멘트 저항부담분



〈그림 4〉 전단균열폭의 변화에 따른 평균 전단응력-전단변위 관계

(ρ_{sxM})을 제외한 나머지(ρ_{sxV})가 전단에 저항한다고 가정하였다. 따라서 전단위험요소의 x 방향 철근비 $\rho_x (= \rho_{sxV})$ 는 다음과 같다.

$$\rho_x = \rho_{sxV} = \rho_{sx} - \rho_{sxM} \quad (21)$$

여기서 휨모멘트 저항에 사용된 철근비 ρ_{sxM} 은 단면에 작용하는 모멘트 M_s 를 응력중심간 거리 jd 로 나누어 구할 수 있으며, jd 는 식의 간략화를 위하여 d_v 로 가정할 수 있다.

$$\rho_{sxM} = \frac{M_s}{d_v \cdot f_{yx} \cdot b d} \quad (22)$$

본 논문에서는 TATM을 철근콘크리트 부재에 적용하기 위하여, 휨은 인장철근과 콘크리트 압축영역에서 부담하고 전단력은 웨브에서 부담하되, 웨브의 x 방향 철근비는 인장철근 중에서 휨모멘트 저항에 사용되지 않은 철근 A_{sxV} 가 전단위험단면에 균등하게 배근되어 전단력에 저항한다고 가정하였다. 이 가정으로부터 축력이 없는 경우 전단위험요소의 σ_x 와 σ_y 는 0이므로 x 축과 균열방향인 m 축 사이의 각 α 는 45도가 된다.

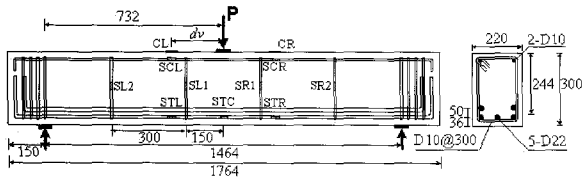
지금까지 유도된 식과 미지수는 참고문헌 4)에 있는 계산 알고리즘으로 간단하게 구할 수 있다.

〈표 1〉 실험체 상세와 실험결과

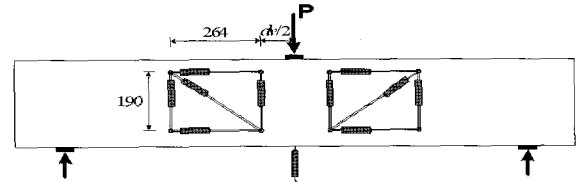
단위 : MPa, mm

실험체명	d	a/d	인장철근			전단철근			실험결과	
			철근 및 배근	철근비	f_{xy}	철근 및 간격	철근비	f_{yy}	P_u (kN)	$\tau_{u, exp.}$
B2.0	264	2.0	4-D22, 1단 배근	0.0267	402.0	D10 @200	0.00323	357.8	435.3	3.75
B3.0	244	3.0	5-D22, 2단 배근	0.0360	402.0	D10 @300	0.00215	357.8	372.5	3.47
B3.5	244	3.5	5-D22, 2단 배근	0.0360	402.0	D10 @300	0.00215	357.8	327.5	3.05
B4.0	244	4.0	5-D22, 2단 배근	0.0360	436.3	D10 @300	0.00215	357.8	284.3	2.65

b=220 mm, f_{ck} =42.2 MPa, 압축철근 : 2-D10



〈그림 5〉 실험체 배근상세와 게이지 위치(B3.0)



〈그림 6〉 실험체 세팅현황

4. 보의 전단변형 예측

본 장에서는 TATM이 철근콘크리트 보의 전단 응력에 대한 전단철근변형률과 전단균열폭의 변화를 타당하게 예측할 수 있는지를 검증하였다. 검증에 사용된 해석모델에는 MCFT(Response-2000), RA-STM 및 FA-STM이 있으며, 4개의 철근콘크리트 단순보 실험결과⁴⁾와 비교하였다. 실험체 일람표는 표 1에 기술하였으며, 실험체 배근상세와 세팅현황은 각각 그림 5와 6에 나타내었다.

4.1 전단응력-전단철근변형률 관계

철근콘크리트 보의 전단거동 평가에서 전단철근의 변형상태를 정확히 예측하는 것은 경제적이고 안전한 전단설계를 위하여 중요하다. TATM은 힘의 평형조건 뿐만 아니라 변형률 적합조건도 고려하기 때문에 사인장 균열 이후 전단강도에 도달하기까지의 전단철근의 변형률(ϵ_y)을 예측할 수 있다. 전단철근변형률에 대한 실험결과는 그림 6과 같이 평균변형률을 측정하는 부재측에 직각방향으로 설치된 LVDT에서 측정된 값으로 하였다.

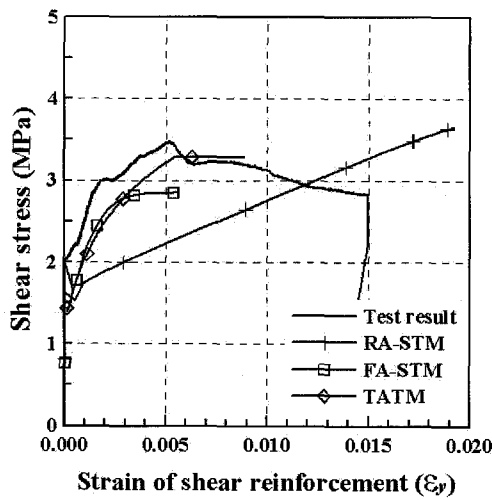
LVDT 변형률이 전단철근의 항복변형률에 도달하였을 때의 전단응력(이하 항복전단응력)과 전단 변형률(이하 항복전단변형률) 값은 표 2에 기술하였으며, 전단강도에 도달할 때까지의 전단응력-전

단철근변형률 관계를 대한 실험결과와 각 트러스 모델에 의한 해석결과는 그림 7에 나타내었다. 여기서 Response-2000은 전체 하중이력에 대한 전단 응력-전단철근변형률 관계를 프로그램에서 제공하지 않으므로 그림 7에서 실험결과와 비교하지 못하였으며, B2.0 실험체의 전단변형 측정용 LVDT의 데이터는 취득하지 못하였다.

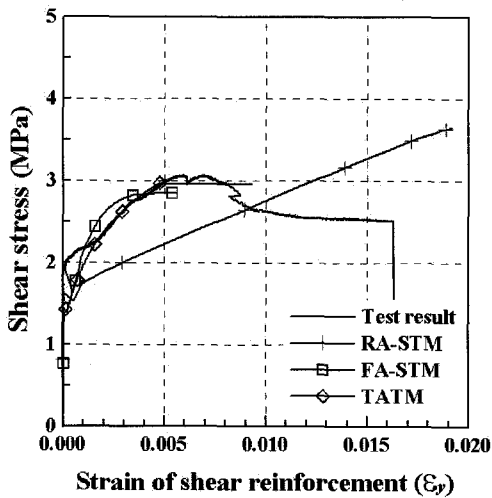
Response-2000은 표 2와 같이 항복전단응력을 평균 1.10으로 비교적 타당하게 예측한 반면, 항복 전단변형률에 대해서는 실험결과를 62% 과소평가 하였다.

RA-STM과 FA-STM은 항복전단응력과 항복전단 변형률에 대한 실험결과를 평균 10-20% 이내의 오차범위로 예측하였다. 그렇지만 그림 7에서와 같이 균열면의 응력상태를 고려하지 않는 RA-STM은 전 단강도에 도달할 때까지 전단응력을 최대 약 35% 까지 과소평가하고 전단철근변형률을 최대 약 4배 까지 과대평가하는 직선적인 거동을 보였다. 반면에, 균열면의 응력상태를 고려할 수 있는 TATM과 FA-STM은 콘크리트 기여를 고려하는 거동을 보이며 실험결과를 타당하게 예측하였다.

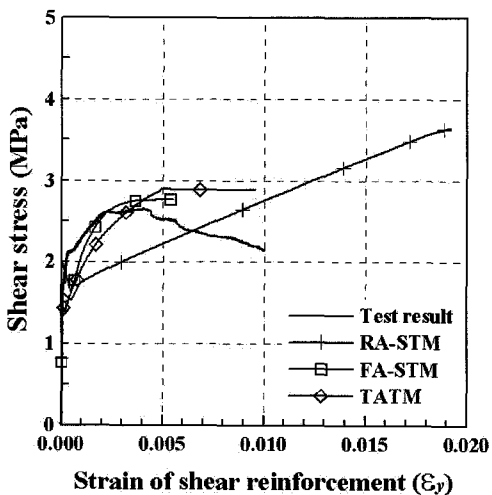
TATM은 표 2와 같이 항복전단응력에 대하여 평균 0.99, 항복전단변형률에 대하여 평균 0.89로 실험결과를 잘 예측하였으며, 그림 7과 같이 모든 실험체에서 전단강도에 도달할 때까지 콘크리트 전단



(a) B3.0



(b) B3.5



(c) B4.0

〈그림 7〉 보의 전단응력-전단철근변형률 관계에 대한 실험결과와 해석결과의 비교

〈표 2〉 전단철근의 항복전단응력과 항복전단 변형률에 대한 실험결과와 해석결과의 비교

실험체명		B2.0	B3.0	B3.5	B4.0		
실험결과	τ_{xy} (MPa)	2.57	2.45	2.16	2.27	평균	
	$\gamma_{xy} (\times 10^2)$	-	0.23	0.24	0.24		
해석결과	Resp. -2000	τ_{xy} (MPa)	2.46	2.13	2.09	1.94	
		$\gamma_{xy} (\times 10^2)$	0.19	0.15	0.15	0.14	
		$\tau_{test} / \tau_{ana.}$	1.04	1.15	1.03	1.17	1.10
		$\gamma_{test} / \gamma_{ana.}$	-	1.53	1.60	1.71	1.62
	RA-STM	τ_{xy} (MPa)	2.19	1.87	1.87	1.87	
		$\gamma_{xy} (\times 10^2)$	0.23	0.20	0.20	0.20	
		$\tau_{test} / \tau_{ana.}$	1.17	1.31	1.16	1.21	1.21
		$\gamma_{test} / \gamma_{ana.}$	-	1.15	1.20	1.20	1.18
	FA-STM	τ_{xy} (MPa)	2.78	2.53	2.53	2.49	
		$\gamma_{xy} (\times 10^2)$	0.27	0.25	0.25	0.25	
		$\tau_{test} / \tau_{ana.}$	0.92	0.97	0.85	0.91	0.91
		$\gamma_{test} / \gamma_{ana.}$	-	0.92	0.96	0.96	0.95
TATM	τ_{xy} (MPa)	2.53	2.42	2.30	2.25		
	$\gamma_{xy} (\times 10^2)$	0.27	0.26	0.26	0.28		
	$\tau_{test} / \tau_{ana.}$	1.02	1.01	0.94	1.01	0.99	
	$\gamma_{test} / \gamma_{ana.}$	-	0.88	0.92	0.86	0.89	

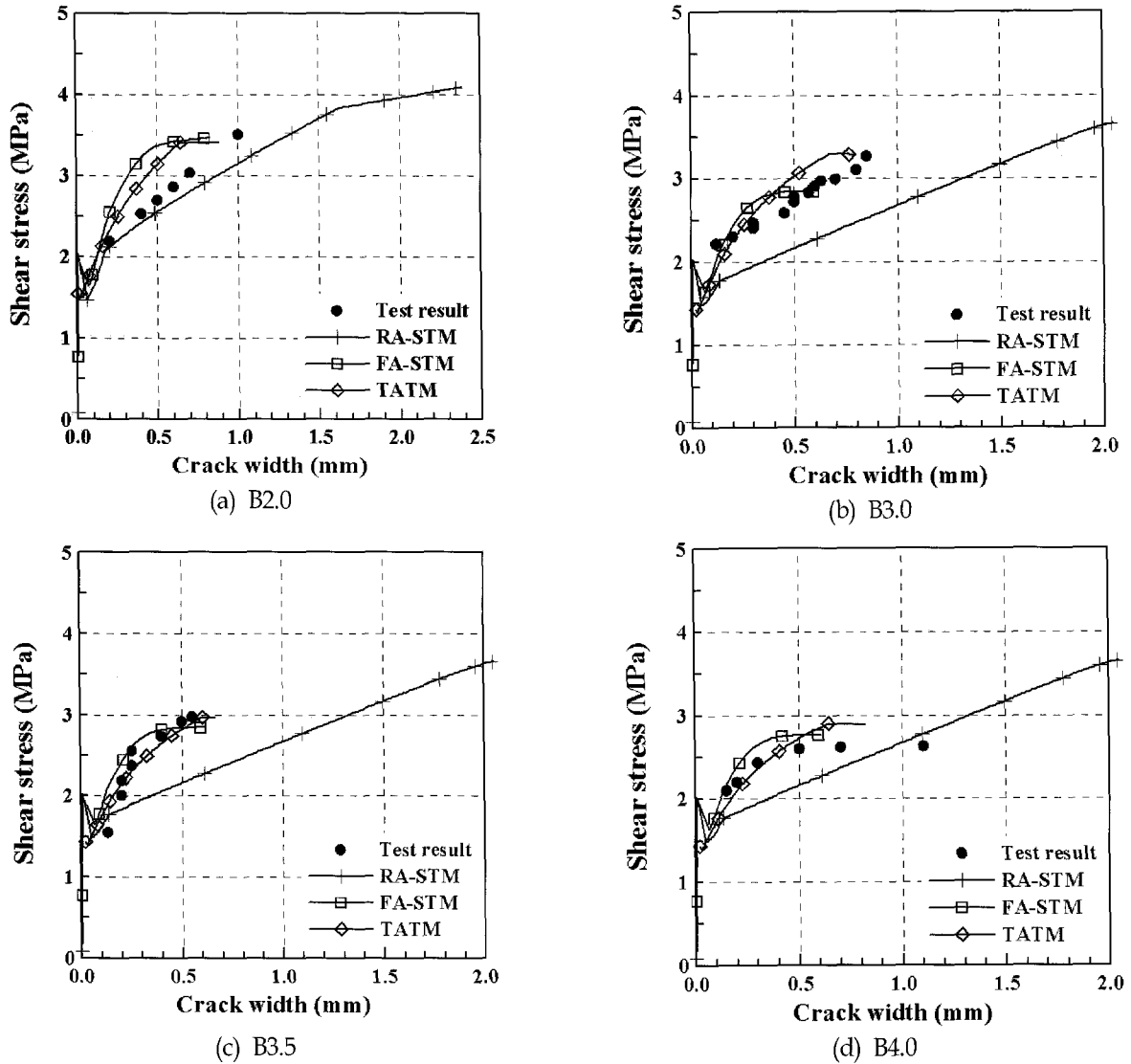
전달을 고려하는 거동을 보이며 실험결과를 다른 해석모델보다 더 타당하게 예측하였다.

4.2 전단응력-전단균열폭 관계

TATM과 FA-STM은 고정각 이론에 바탕을 두어 균열면에 직각인 방향의 변형률(ϵ_n)과 균열면에서의 전단변형률(γ_{mn})을 구할 수 있으므로, 식(18)과 식(19)로부터 전단균열폭과 전단변위를 예측할 수 있다.

회전각 이론에 바탕을 둔 RA-STM과 MCFT는 균열면의 변형률을 평가할 수는 없지만 주인장 변형률(ϵ_1)이 균열면에 직각인 방향의 변형률(ϵ_n)과 동일하다는 가정하에 전단균열폭을 근사적으로 구할 수 있다.

Response-2000에서는 전단응력-전단균열폭 관계에 대한 자료가 주어지지 않으므로, 본 연구에서는 고정각 이론에 바탕을 둔 TATM과 FA-STM 및 회전각 이론에 바탕을 둔 RA-STM의 해석결과에 대해서만 실험결과와 비교하였다. FA-STM과 RA-



〈그림 8〉 보의 전단응력-전단균열폭 관계에 대한 실험결과와 해석결과의 비교

STM의 전단균열폭 계산에 사용된 전단균열 간격은 TATM과 동일한 식(20)을 사용하였다.

회전각 이론에 바탕을 둔 RA-STM은 그림 8과 같이 최대전단균열폭을 최대 약 2배 과대평가하는 직선적인 거동을 보인 반면, 고정각 이론에 바탕을 둔 TATM은 본 실험결과와 거의 일치하였다. 그리고 FA-STM 역시 고정각 이론에 바탕을 두었기 때문에 B2.0 실험체를 제외하고는 실험결과와 서로 유사하였다.

본 실험결과를 바탕으로 TATM은 철근콘크리트 보의 전단응력-전단철근변형률 관계와 전단응력-전단균열폭 관계를 타당하게 예측할 수 있는 모델이라 판단된다.

5. 결론

본 논문에서는 트러스 모델을 이용하여 철근콘크리트 보의 전단변형을 예측하였다. 본 실험결과를 바탕으로 각 트러스 모델의 전단변형 예측결과를 분석한 결과는 다음과 같다.

- 1) TATM은 보의 전단응력-전단철근변형률 관계와 전단응력-전단균열폭 관계에 대한 실험결과를 기존의 트러스 모델보다 더 정확하게 예측하였으며, 보의 전단변형 예측에 적용할 수 있는 모델이라 판단된다.
- 2) 균열면의 응력상태를 고려하지 않는 RA-STM은 최대전단응력에 도달할 때까지 보의 실제

전단응력을 최대 약 35% 과소평가하고 최대 전단철근변형률과 최대전단균열폭에 대하여 각각 최대 약 4배와 2배 과대평가하는 직선적인 거동을 보였다. 따라서, RA-STM을 전단변형 예측에 사용할 때에는 이에 대한 고려가 있어야 할 것으로 판단된다.

감사의 글

본 연구는 건설교통부가 출연하고 한국건설교통기술평가원에서 위탁시행 한 2003년도 건설핵심기술연구개발사업(03산학연C103A1040001-03A0204-00110) 지원으로 수행되었으며, 이에 깊은 감사를 드립니다.

참고문헌

1. Vecchio, F. J. and Collins, M. P., "The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear," *ACI Structural Journal*, Vol.83, No.2, Mar.-Apr. 1986, pp.219~231.
2. Hsu, T. T. C., "Nonlinear Analysis of Concrete Membrane Elements," *ACI Structural Journal*, Vol.88, No.5, Sep.-Oct. 1991, pp.552~561.
3. Hsu, T. T. C. and Zhang, L. X., "Nonlinear Analysis of Membrane Elements by Fixed-Angle Softened-Truss Model," *ACI Structural Journal*, Vol.97, No.5, Sep.-Oct. 1997, pp.483~492.
4. 김상우, 이정윤, "휨모멘트 효과가 고려된 변환 각 트러스 모델에 의한 철근콘크리트 보의 전단 능력 예측," *한국콘크리트학회 논문집*, 제14권 6호, 2002. 12, pp.910~921.
5. Collins, M. P. and Mitchell, D., *Prestressed Concrete Structures*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1991, 766pp.
6. Li, B., Maekawa, K., and Okamura, H., "Contact Density Model for Stress Transfer Across Cracks in Concrete," *Journal of the Faculty of Engineering*, Vol.40, No.1, University of Tokyo, 1989, pp.9~52.
7. Kupfer, H. and Baumann, T., "Versuche zur Schubsicherung und Momentendeckung von profilierten Stahlbetonbalken," *Heft 218 Deutscher Ausschub fur Stahlbeton*, Ernst und Sohn, Berlin, 1972. (in German)
8. Kupfer, H. and Guckenberger, K., "Versuche zur Schubtragwirkung von Profilierten Stahlbeton- und Spannbetontragern mit uberdruckten Gurtplatten," *Heft 377 Deutscher Ausschub fur Stahlbetonbau*, Ernst und Sohn, Berlin, 1986. (in German)
9. Taub, J. and Neville, A. M., "Resistance to Shear of Reinforced Concrete Beams," *ACI Journal, Proceedings* Vol.57, Aug. 1960, pp.193~220.
10. Wilby, C. B., "The Strength of Reinforced Concrete Beams in Shear," *Magazine of Concrete Research* (London), No.7, Aug. 1951, pp.23~30.
11. Al-Alusi, A. F., "Diagonal Tension Strength of Reinforced Concrete T-Beams with Varying Shear Span," *ACI Journal, Proceedings* Vol.53, No.11, May 1957, pp.1067~1077.
12. Bernander, K. G., "An Investigation of the Shear Strength of Concrete Beams Without Stirrups or Diagonal Bars, Reinforced with High Tensile Steel with Various Rib Patterns," *RILEM Symposium on Bond and Crack Formation in Reinforced Concrete*, Stockholm, 1957, pp.211~214