

약미분을 이용한 영상분석

김태식*

요약

영상분석을 하기 위하여 이용되는 많은 방법들은 기본적으로 잘 알려진 여러 가지 수학적 이론에 기초해 전개 된다. 예로써 영상을 이변 함수에 대응시켜 기존의 미분 또는 편미분을 통한 경도 및 에너지 함수를 이용하거나 미분기하학적 측면에서 접평면 및 곡률을 사용하는 등과 같이 전통의 수학적 기법들이 적용되기도 한다. 그러나 국소적 변화를 효과적으로 분석하기 위해 사용되는 이러한 수학적 이론은, 대상을 표현하는 함수가 충분히 연속적으로 변화하는 매우 부드러운 함수임을 가정하는 데에서 시작하게 된다. 그러므로 실제 자연의 형상 또는 현상을 구현하는 함수에 알려진 수학적 이론을 직접적으로 대입하므로 야기되는 여러 가지 불량문제를 종종 접하게 된다. 이러한 문제를 해결하기 위한 한 방법으로 본 논문에서는 보다 효율적으로 계산되고 광범위하게 적용될 수 있는 약미분을 정의하고 이를 해석하고자 하였다.

Image analysis using the weak derivative

Tae-Sik Kim*

Abstract

For the purpose of image analysis, we usually take the application method relying on the various mathematical theories. On the respect of image as two variable function, one may uses the gradient vector or several type of energy functions induced by the conventional (partial) derivative. We also have used the tangent plane or curvature vector from the concept of differential geometry [**]. However, these mathematical tools may assume that the given function should be sufficiently smoothing enough to depict every local variation continuously. But the real application of these mathematical methods to the natural images or phenomena may occur the ill-posed problem. In this paper, we have defined the weak derivative as a loose form of the derivative so that it may applied to the irregular case with less ill-posed problem.

Key words : weak derivative, edge of image

1. 서론

우리 주위에서 흔히 접하게 되는 여러 가지 자연의 형상이나 사회, 과학적 분야에서 일어나는 현상을 세심히 관찰하여 보면 거의 모두가 국소적으로 아주 불규칙적이고 복잡한 양상을 띠게 됨을 알 수가 있다. 따라서 이들을 기존의 수학적 도구로 사용되는 직선, 또는 부드러운 곡선이나 원 등과 같은 기하학적 표현으로 재현하기에 부족한 측면이 많다. 최근에 컴퓨터의 발달과 더불어 수학 및 물리학 분야에서 이러한 형상이나 현상을 프랙탈 이론으로 발전시키고 기존의 기하학 또는 수학이론과 달리 해석하는 경향이 있다[1]-[4].

한편 공학에서 실제적 응용을 위한 자료로 취급되는 음성신호 또는 영상신호를 처리함에 있어서, 이들에 대

한 일차 또는 이차 신호 분석을 위해 기존의 다양한 수학적 이론에 의존하게 된다. 그 중에는 미분을 이용하여 국부적 변동을 관찰하고 이를 근거로 미래를 예측하는 등 다양한 수학적 기법들이 응용된다. 그러나 이러한 수학적 이론은 기본적으로 대상 표현함수의 국부적 변화량이 연속적으로 움직일 수 있게 충분히 부드러움을 전제하는 데에서 시작되게 된다. 이러한 까닭에 우리가 접하게 되는 많은 실제 형상 또는 현상에 대해 기존의 수학적 이론에 근거한 여러 가지 응용을 직접적으로 적용할 경우 여러 가지 불량문제가 야기될 수 있다. 그러므로 많은 공학적 응용에서는 이러한 불규칙 또는 비정규성을 순화할 목적으로 사전에 평활화 필터를 적용하는 경우가 많다. 그리하여 신호의 입력 과정에서 첨가되는 다양한 형태의 국부적 불규칙 형태

* 제일저자(First Author) : 김태식

접수일 : 2004년 10월 22일, 완료일 : 2004년 11월 19일

* 경주대학교 컴퓨터멀티미디어학부 교수

tskim@gju.ac.kr

의 고주파 잡음을 어느 정도 제거 또는 억제 할 수 있는 한편 신호를 어느 정도 매끄럽게 할 수 있으므로 기존의 수학적 이론을 적용하기에 유리한 환경을 얻을 수 있게 되는 것이다. 하지만 만일 주어진 신호가 처음부터 많은 복잡한 구조를 가지는 자연신호에 있어서 이러한 전처리 과정이 오히려 원래의 중요한 정보를 손상시킬 수도 있다. 이러한 원신호의 복잡성을 변형시키지 않고 그대로 표현할 수 있는 수학적 계량을 위하여 프랙탈 이론에서는 프랙탈 차원을 사용하기도 한다. 이를 근거로 최근에는 이들 신호의 변화량을 연구하는 분수 차원 미적분을 이용하기도 한다 [+++]. 이를 이용하게 되면 많은 복잡한 원 신호들의 정보 손상 없이 이들의 국부적 변화량 해석이 가능하게 되어 유효성이 많을 것이다. 그러나 이 이론의 효과적 적용을 위해서는 정확한 프랙탈 차원을 계산하거나 임계 미분 가능 정도를 조사하는 것이 선행되어야 하는데 실제 많은 자료에 있어서 이의 계산은 매우 복잡하고 어려운 문제이다[4],[5].

이에 본 논문에서는 기존의 미적분학에 이용되는 미분의 정의를 완화시키므로 조건이 약화된 약미분을 정의하였다. 특히 기존의 미분가능한 함수에 대해서 정의된 약미분이 기존의 정의와 동일한 결과를 가질 뿐만 아니라, 미분 불능인 함수에 대해서도 이를 적용하여 기존의 미분법에서 구할 수 있는 결과와 유사한 목적을 수행할 수 있음을 보였다.

그리하여 이를 실제 실험 영상에 적용시켜 봄으로 영상의 경계 영역을 추출하고 이를 바탕으로 영상 자료의 특징벡터를 정의하여 내용기반으로 영상을 검색할 때 효과가 있음을 살펴보았다.

2. 근접함수에 근거한 약 미분

일반적으로 우리가 취급하는 도함수는 거리함수 (metric)가 정의되는 실수 상 또는 유클리드 공간 상에 정의된 함수에 대해 극한값을 이용하여 정의되게 된다. 그러나 주어진 함수가 매우 불규칙적으로 변화할 때, 그 변화량에 대한 극한값이 정의되기가 어렵고 따라서 정상적인 도함수가 존재하지 않을 수 있다. 한편 실제 응용의 측면에서 취급되는 많은 대상 함수들에 대해 기존의 유클리드 기반 거리를 중심으로 하는 도함수를 가정하기 어려운 경우가 많다. 이러한 비정상적인 상황에서 도함수를 정의하기 위해 기존의 도함수의 의미를 간직한 채 그 존재 조건이 약화된 새로운 형태의 도함수를 정의 할 필요가 있다. 이를 위해 먼저 유사 거리함수로서 근접함수를 생각하기로 한다. 대소 관계가 정의된 집합 X 에서 두 집합 $P^+(x) = \{y \in X: x < y\}$ 와 $P^-(x) = \{y \in X: -y \in P^+(x)\}$ 를 생각해 보자. 이때 임의의 $x \in X$ 에 대해 함수 $N(x, \cdot): P^+(x) \rightarrow [0, 1]$ 가 $x < y < z$ 에 대해 $N(x, y) \geq N(x, z)$, $|y - x| \rightarrow \infty$ 인 x, y 에 대해 $N(x, y) \rightarrow 0$, 그리고 $y < x$ 에 대해 $N(x, y) = N(x, 2x - y)$ 를 만족할 때 이를 (대칭)근접

함수라 부르기로 한다. 이렇게 정의된 근접 함수 $N(x, \cdot)$ 와 임의의 $s \geq 0$ 에 대해 s -근방 (s -neighborhood set)을 $L^s(x) = \{y | N(x, y) \geq a, x \neq y\}$ 로 한다. 또 X 상에서 정의된 함수 f 와 s -등면 $L^s(x)$ 로부터 두 값 $\overline{D}^{a, N} f(x)$ 와 $\underline{D}^{a, N} f(x)$ 을

$$\overline{D}^{a, N} f(x) = \sup \{N(x, y)[f(x) - f(y)]: y \in L^s(x)\},$$

$$\underline{D}^{a, N} f(x) = \inf \{N(x, y)[f(x) - f(y)]: y \in L^s(x)\}$$

로 정의하기로 한다.

0 과 1 사이에 있는 $a \leq \beta$ 에 대해 $L^\beta(x) \subset L^a(x)$ 이 성립하므로 두 부등식 $\overline{D}^{a, N} f(x) \geq \overline{D}^{\beta, N} f(x)$ 와 $\underline{D}^{a, N} f(x) \leq \underline{D}^{\beta, N} f(x)$ 을 유도할 수 있다. 그러므로 f 의 상 약미분 (upper weak derivative)을

$$\overline{D}^N f(x) = \liminf_{a \rightarrow 1} \overline{D}^{a, N} f(x)$$

로 정의하고, f 의 하 약미분 (lower weak derivative)을

$$\underline{D}^N f(x) = \limsup_{a \rightarrow 1} \underline{D}^{a, N} f(x)$$

로 정의 할 수가 있다. 함수 f 의 일반적인 약 미분을 위에서 정의된 상, 하 두 약 미분 값의 사이 구간으로, 즉,

$$D^N f(x) = [\underline{D}^N f(x), \overline{D}^N f(x)]$$

로 정의하기로 한다. 상, 하 약 미분 값이 같을 때, 즉 $\underline{D}^N f(x) = \overline{D}^N f(x) = a$ 일 때 $f(x)$ 를 x 에서 약미분 가능이라 하고 이 값을 함수 f 에 대한 약미분 값으로 하고 $D^N f(x) = a$ 로 나타내기로 한다. 한편 두 함수 f 와 g 에 대하여 부등식

$$\begin{aligned} \sup \{N(x, y)[f(x) - f(y) + g(x) - g(y)]: y \in L^s(x)\} \\ \leq \sup \{N(x, y)[f(x) - f(y)]: y \in L^s(x)\} \\ + \sup \{N(x, y)[g(x) - g(y)]: y \in L^s(x)\} \end{aligned}$$

이 성립하므로

$$\overline{D}^{a, N} (f(x) + g(x)) \leq \overline{D}^{a, N} f(x) + \overline{D}^{a, N} g(x)$$

이 된다. 따라서

$$\begin{aligned} \inf \{N(x, y)[f(x) - f(y) + g(x) - g(y)]: y \in L^s(x)\} \\ \geq \inf \{N(x, y)[f(x) - f(y)]: y \in L^s(x)\} \\ + \inf \{N(x, y)[g(x) - g(y)]: y \in L^s(x)\} \end{aligned}$$

이 되어 부등식

$$D^{\alpha, N}(f(x)+g(x)) \geq D^{\alpha, N}(f(x)) + D^{\alpha, N}(g(x))$$

을 얻을 수 있다. 그리하여

$$D^{\alpha, N}(f+g)(x) \subset [D^{\alpha, N}(f)(x) + D^{\alpha, N}(g)(x)]$$

이 성립하게 된다. 결론적으로 미분공식

$$D^N(f+g)(x) \subset [D^N(f)(x) + D^N(g)(x)]$$

을 얻을 수 있다. 한편

$$\begin{aligned} D^{\alpha, N}(-f(x)) &= \inf \{ N(x, y) \cdot [-(f(x)-f(y))] : y \in L^{\alpha}(x) \} \\ &= - \sup \{ N(x, y) \cdot [(f(x)-f(y))] : y \in L^{\alpha}(x) \} \\ &= - \bar{D}^{\alpha, N}(f(x)) \end{aligned}$$

이고

$$\begin{aligned} \bar{D}^{\alpha, N}(-f(x)) &= \sup \{ N(x, y) \cdot [-(f(x)-f(y))] : y \in L^{\alpha}(x) \} \\ &= - \inf \{ N(x, y) \cdot [(f(x)-f(y))] : y \in L^{\alpha}(x) \} \\ &= - D^{\alpha, N}(f(x)) \end{aligned}$$

이므로

$$\begin{aligned} D^N(-f(x)) &= [-\bar{D}^N(f(x)), -D^N(f(x))] \\ &= - [D^N(f(x)), \bar{D}^N(f(x))] = -D^N(f(x)) \end{aligned}$$

이 성립한다.

위 성질과 더불어 임의의 양수 $c > 0$ 와 집합 A 에 대하여 $\inf(cA) = c \inf A$ 와 $\sup(cA) = c \sup A$ 이 성립하므로 $D^N(cf(x)) = c D^N(f(x))$ 가 성립한다.

약미분에 있어서 특히 근접 함수 $N(x, \cdot)$ 를 $N(x, y) = \frac{1}{1+|x-y|^k}$, ($k > 0$) 로 정의 할 때 (그림 1 참조) $D^N(f(x))$ 를 $D^k f(x)$ 라 두고, 이를 f 의 k -위 (k -th order) 약 미분이라 한다. 또 $L^{\alpha}(x) = L^{\alpha, k}(x)$ 라 두기로 하자. 이외에도 여러 가지 유형의 근접 함수 $N(x, \cdot)$ 가 정의될 수 있고 이에 따라 여러 유형의 약 미분이 정의될 수 있으나 편의상 본 논문에서는 k -위 약 미분만 고려하기로 한다. 그러면 정의를 통하여 기본 함수들에 대한 이들의 k -위 약 미분 값을 생각해 보기로 한다. 먼저 상수함수 $f(t) = c$ 에 대한 약 미분 값을 구해보면, 임의의 $\alpha > 0$ 에 대하여

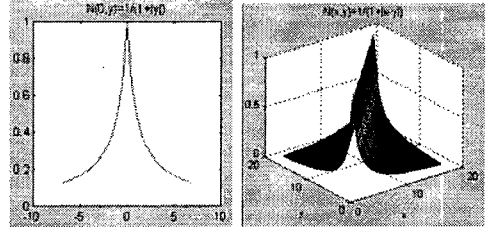


그림 1. (a)0에서 근접함수, (b)두 변수 사이의 근접함수

$D^{\alpha, k} f(x) = \bar{D}^{\alpha, k} f(x) = \{0\}$ 이므로 $D^{\alpha, k}(c) = \{0\}$ 이 된다.

두번째로 단위계단함수 또는 Hiver side 함수 $u(t)$, 즉 $u(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ 1, & 0 < t \end{cases}$ 를 생각해 보자.

임의의 $0 < \alpha < 1$ 에 대해, t 가 0에 충분히 가까운 근방에 놓여있을 때 $D^{\alpha, 0}(u(t)) = [-1, 1]$ 이고 t 가 0에 어느 정도 떨어져 있으면 $D^{\alpha, 0}(u(t)) = \{0\}$ 이 된다. 따라서 $t=0$ 에서 $D^0(u(t)) = [-1, 1]$ 이고 나머지 t 에서는 $D^0(u(t)) = \{0\}$ 가 된다. 반면에 양수 위수 $k > 0$ 의 약 미분을 생각해 보면 임의의 $0 < \alpha < 1$ 에 대해, t 가 0에 충분히 가까운 근방에 놓여있을 때 $\beta = \frac{1}{\alpha} - 1$ 라 두면 $D^{\alpha, k}(u(t)) = [-\frac{1}{\beta^k}, \frac{1}{\beta^k}]$ 이고 t 가 0에 어느 정도 떨어져있으면 $D^{\alpha, k}(u(t)) = \{0\}$ 이 된다. 따라서 $t=0$ 에서 $D^k(u(t)) = [-\infty, \infty]$ 이고 나머지 t 에 대해서는 $D^0(u(t)) = \{0\}$ 이 된다.

다음으로 $\beta = \frac{1}{\alpha} - 1$ 로 두고 일차 신호 $f(t) = t$ 에 대해 약미분을 생각해 보기로 한다. 모든 t 에 대해 $D^{\alpha, 0} f(t) = [-\beta, \beta]$ 이므로 $f(t) = t$ 의 영위 약 미분값 $D^0 f(t) = \{0\}$ 을 얻는다. 한편 $D^{\alpha, 0.5} f(t) = [-\sqrt{\beta}, \sqrt{\beta}]$ 이므로 $f(t) = t$ 의 0.5 위 약 미분값 $D^{0.5} f(t) = \{0\}$ 을 얻는다. 또한 $D^{\alpha, 1} f(t) = [-1, 1]$ 이므로 이의 1 위 약미분은 $D^1 f(t) = [-1, 1]$ 이 된다. 이에 반하여 $D^{\alpha, 1.5} f(t) = [-1/\sqrt{\beta}, 1/\sqrt{\beta}]$ 이 되므로 1.5위 약미분은 $D^{1.5} f(t) = [-\infty, \infty]$, 즉 존재하지 않는다. 마찬가지로 $f(t) = t$ 의 2 위 약 미분값 또한 $D^2 f(t) = [-\infty, \infty]$ 이므로 존재하지 않는다[7]-[9].

3. 약 미분을 이용한 경계 추출 및 응용

미적분학에서 취급되는 중요한 성질 중 하나는 미분을 이용한 극값 추출일 것이다. 이를 이용하기 위해서는 먼저 주어진 함수가 미분이 가능해야 한다. 주어진 점에서 미분계수가 양수이면 함수는 증가하고 미분계수

가 음수이면 함수가 감소한다는 사실로부터 증가에서 감소로 바뀌거나 감소에서 증가로 바뀌는 부분을 극점으로 두고, 이 때 이점에서 미분 값이 영이 된다는 사실을 이용하게 된다. 그러면 미분불능인 구간이 존재하는 함수에 대해서는 극값을 어떻게 추출할 것인가에 대해 고려할 필요가 있다. 이에 본 논문에서는 위에 제시된 약미분을 이용하고자 한다. 만약 함수 $f(x)$ 가 구간 $[a, b]$ 에서 증가함수이면 임의의 $0 < \alpha < 1$ 와 $y \in L^{\alpha, N}(x)$ 에 대해 $(f(y) - f(x)) / (y - x) > 0$ 이 되고 $D^{\alpha, 1}(f(x)) \geq 0$ 또는 $D^{\alpha, 1}(f(x)) \in [0, \infty]$ 이 된다. 따라서 $D^{\alpha, 1}(f(x))$ 가 오로지 양수로만 구성되어 있으므로 $D^{\alpha, 1}(f(x)) > 0$ 이 성립한다. 따라서 임의의 $\alpha > 0$ 에 대해 $D^{\alpha, 1}(f(x)) \cap (0, \infty) \neq \emptyset$ 이 된다. 그러므로 함수 f 가 x 근방에서 증가한다면 $D^{\alpha, 1}(f(x)) \subset [0, \infty]$ 과 $D^{\alpha, 1}(f(x)) \cap (0, \infty) \neq \emptyset$ 이 성립함을 알 수가 있다. 이는 우리가 알고 있는 미분 가능한 함수의 성질 중 함수가 증가구간인 곳에 위치한 점들의 미분계수가 양수가 된다는 사실의 일반화로 볼 수 있다. 다음으로 이 성질의 역이 성립하는지를 생각해 보기로 한다. 만약 $a < x < y < b$ 를 만족하는 구간 $[x, y]$ 에서 f 가 상수가 된다면 각 $\alpha \in (0, 1)$ 에 대해 적당한 $t \in [a, b]$ 가 존재하여 $D^{\alpha} f(t) = (0)$ 이 되어야 하고 이는 $D^{\alpha} f(t) \cap (0, \infty) \neq \emptyset$ 에 맞지 않는다. 그러므로 $N(a_i, a_{i+1}) \leq \alpha$, $(x = a_1 < a_2 < \dots < a_n = y)$ 을 만족하는 n 개의 a_i 에 대해 f 는 어느 $[a_i, a_{i+1}]$ 에서도 상수가 되지 않는다. 한편 임의의 $t \in [a, b]$ 에 대해서도 $D^{\alpha, 1} f(t) \cap (0, \infty) \neq \emptyset$ 이고 $D^{\alpha, 1} f(t) \subset [0, \infty]$ 이므로 $f(a_i) < f(a_{i+1})$ 이 된다. 그러므로 f 는 구간 $[a, b]$ 에서 증가함수가 되어야 한다. 즉 함수 f 가 $D^{\alpha, 1}(f(x)) \subset [0, \infty]$ 과 $D^{\alpha, 1}(f(x)) \cap (0, \infty) \neq \emptyset$ 을 만족한다면 f 는 증가함수이고 그 역도 성립함을 알 수가 있다. 동일한 방법으로 함수 f 가 $D^{\alpha, 1}(f(x)) \subset [-\infty, 0]$ 과 $D^{\alpha, 1}(f(x)) \cap [-\infty, 0) \neq \emptyset$ 을 만족한다면 f 는 감소함수이고 그 역도 성립함을 알 수가 있다.

실제 영상 하나를 가지고 이의 두 근접함수의 근접도를 달리 하였을 때 이들의 상 약미분 결과영상을 그림 2에서 보여준다.



(a) 근접도 level3 (b) 근접도 level 4
그림 2. Lena 영상에 대한 상약미분 영상

한편 그림 3에서는 동일한 영상에 대해 가로 방향

과 세로방향을 생각하여 한 쪽 방향에 대한 1계 또는 이들 사이의 2계 편 약미분 (partial weak derivative) $D_x, D_{xx}, D_{xy}, D_{yy}$ 를 취하였을 때의 결과 영상을 보여준다.

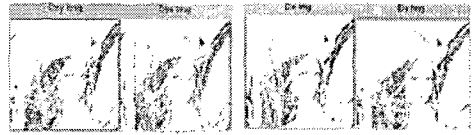


그림 3. Lena 영상에 대한 편 약 도함수
(a) D_x (b) D_y (c) D_{xx} (d) D_{xy} (e) D_{yy}

한편 특별히 지정한 한 방향에 대해 근접함수의 무게중심을 강하게 줌으로 방향성 약미분 (directional weak derivative)을 정의할 수가 있게 되는 데, 그림 4에서는 앞에 제시된 동일한 영상에 대해 이러한 방향성 미분을 취했을 때 나타나는 또 다른 의미의 결과 영상을 보여준다.



그림 4. Lena 영상에 대한 방향성 약미분

우리는 여러 가지 멀티미디어 매체를 통해 많은 수의 영상 자료들을 접하게 되고 경우에 따라 이들을 내부 또는 외부의 광범위한 자료실에 보관하고, 이들로부터 필요한 자료를 원하는 때 효과적으로 찾아낼 수 있는 것이 그 어느 때 보다 중요한 관점이 되고 있다. 이러한 영상자료의 검색을 위해 사전에 각 영상마다 색인을 매겨 이에 근거로 하여 원하는 영상을 추출하는 텍스트 기반 영상검색(text-based image retrieval)과 사전 색인 등의 작업 없이 필요한 때 단지 필요 영상의 특성을 구하고 이를 바탕으로 대상 영상을 검색하는 내용기반 영상검색(content-based image retrieval)을 들 수가 있다[10]-[12].

이중 특히 내용기반 영상검색은 검색 작업의 효율성을 높여주고, 자동검색을 용이하게 하는 등 많은 이점을 가지고 있다. 이에 영상을 비정규함수로 보고 앞에서 정의한 약 미분을 이용하여 추출한 영상의 임계점을 실제 영상에 적용하여 추출한 경계치를 바탕으로 영상의 특성벡터를 구성하기로 하였다. 이를 위한 특성벡터로 먼저 각 영상에 대해 8X8 크기로 표본 분류하고 이들에 대한 약 미분값을 추출하고 이들 상, 하 약 미분에 대한 평균과 분산을 특성벡터로 취하므로 검색벡터의 차원을 높지 않게 했다. 이로 부터 필요 영상에 대한 검색 성능을 살펴보기 위해 먼저 비행기류 영상, 질감류 영상, 유리제품류 영상 등 각 유형별 20개의 자료들로 구성된 영상자료를 바탕으로 특성 영상 검색

을 하기로 했다. 그리하여 제시된 매 필요 영상의 특징 벡터와 조사 대상 영상의 특징벡터를 비교하여 유사도가 높은 상위 20개 영상을 유사도 순서별로 추출하므로 실제 검색이 제대로 이루어 졌는지 비교하였다. 결과적으로 유리제품류에 속한 모든 영상자료들은 각자 자기 영역 영상을 전부 추출 할 수가 있었다. 그러나 비행기류 유형의 영상자료에서 한 영상을 제외한 나머지 영상들은 자기 영역 영상을 전부 추출할 수가 있었다. 그렇지만 한 영상은 검색오류가 예외적으로 많이 발생했다. 또한 질감류 영상 중에는 두 영상이 각기 한 개씩의 오류검출을 가졌으나 나머지는 자기 영역 영상을 전부 추출할 수 있었다. 그리하여 전체적으로 검색률은 99%를 상회하였다.

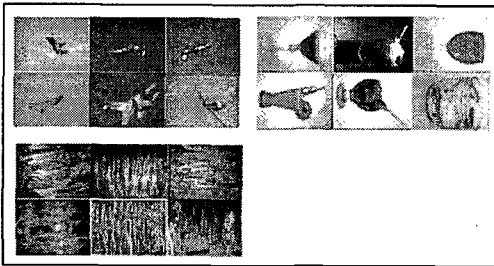


그림 5. 검색 영상 자료



그림 6. 영상 검색 결과
(a) 기준영상 (b) 검색된 영상 (c) 잘못 검색된 영상

4. 결론

공학이나 실제 생활 주변에 사용되는 많은 영상자료와 같은 자료들은 순수하게 이론적으로 정의되는 수학적 함수와 달리 자료에 대한 연속성 또는 미분가능성을 담보할 수 없는 일정 수준의 비 정칙성을 띠는 경우가 많다. 따라서 이들 자료에 대해 전통적으로 적용되고 있는 수학적 이론, 특히 미분과 같은 극한을 중심으로 전개되는 이론적 개념을 바로 적용할 때에 종종 불방문제로 원하지 않는 결과를 얻을 수 있다. 이를 해결하기 위하여 응용 단계에서는 주어진 입력 자료에 대해 사전에 적절한 평활화와 같은 전 처리과정을 미리 수행하게

하므로 수학적 이론을 전개하는 데 적합하도록 변환하는 경우가 많다. 하지만 이러한 과정으로 인하여 원 자료가 변형 될 가능성이 제기될 수 있다. 이에 본 논문에서는 원 자료를 될 수 있는 한 손상시키지 않는 방향에서 기존의 수학적 결과에 근접적으로 접근할 수 있는 약화된 조건에서 정의되는 유사 도함수를 정의하게 되었다. 이는 근접함수에 기반한 약화된 의미의 도함수로서 비 정칙 함수에 대해서도 그 존재성을 접근도별로 달리 보장 받을 수 있음을 보여준다. 아울러 이렇게 정의된 약 도함수가 극성을 검정 하는 데 있어서 기존의 정의된 도함수와 유사한 특징을 가지고 있음을 보여 줌을 알아보았다. 이에 실제 영상을 비정규함수로 보고 앞에서 정의된 약 미분을 이용하여 영상의 임계점을 추출할 수 있음을 실제 영상에 적용하여 확인하여 보았다. 또한 이러한 약 미분의 경계치 추출을 바탕으로 영상 특성벡터를 구성하여 이로 부터 필요 영상을 검색할 수 있는 내용기반 영상검색을 시도하고 그 성능을 살펴본 바 영상데이터로부터 필요영상을 검색하는 데 적절히 적용 될 가능성을 보여주었다.

참 고 문 헌

- [1] F. Catta T. Coll, P. L. Lions and J. M. Morel, Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion, *SIAM J. Numer. Anal.* 29, 182-193, (1992)
- [2] Y. Chen, B. C. Vemuri and L. Wang, Image denoising and segmentation via nonlinear diffusion, *Comput. Math. Appl.* 39, 132-149, (2000)
- [3] K. Falconer, *Fractal Geometry*, John Wiley & Sons Ltd, Brisbane, 1990.
- [4] T. S. Kim, Multi-scale derivative of irregular functions, *Jour. of Applied Math. & Computing*, 13(1-2),393-404, 2003.
- [5] T. S. Kim and S. Kim, Relations between dimensions and differentiability of curves, *Fractional calculus & applied analysis*, 4(2),135-142, 2001.
- [6] K. M. Kolwankar and A. D. Gangal, Fractional differentiability of nowhere differentiable functions and dimensions, *{\it Chaos }{\bf 6}*, 505-513, (1996)
- [7] R. Malladi and J. A. Sethian, Image processing, flows under min/max curvature and mean curvature, *Graphical Models Image Process.* 58, 127-141, (1996)
- [8] J. M. Morel and S. Solimini, *Variational Methods in Image Segmentation*, Birkhauser, Boston (1995)
- [9] J. A. Sethian, *Level Set Methods*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK (1996)
- [10] M. Burgin and A. Sostak, "Fuzzification of the theory of continuous functions", *Fuzzy Sets and Systems* 62, 71-81(1994)
- [11] P. K. Saha, "Fuzzy distance transform : theory ,algorithm, and applications", *Computer vision and image understanding* 86, 171-190(2002)

- [12] Y. Rui, T.S. Huang, M. Ortega, and S. Mehrotra, "Relevance feedback: A power tool for interactive content-based image retrieval", IEEE Trans, Circuits Sys. Video Technol., 8, 644-655(1998)

김 태 식



1982년 : 경북대학교 수학과 졸업
(학사)

1984년 : 경북대학교 대학원
수학과 졸업 (해석학, 이학석사)

1996년 : 경북대학교 대학원
수학과 졸업(응용수학, 이학박사)

2002년 8월 경북대학교 대학원
전자공학과 수료 (영상통신)

2002년 9월 ~ 2004년 2월 경북대학교 전자공학과 교수

2004년 3월 ~ 현재 : 경주대학교

컴퓨터멀티미디어학부 교수(멀티미디어 전공)

관심분야 : 영상통신, 영상 및 신호처리, 암호이론,
비선형동역학, 프랙탈 및 카오스이론