

# 근거리 신호 모델을 이용한 부공간 근사 기반의 어레이 형상 추정 기법

## A Subspace-based Array Shape Estimation Method Using Nearfield Source Model

박 회 영\*, 오 원 천\*\*, 강 현 우\*\*\*, 윤 대 희\*, 이 충 용\*  
(Hee-Young Park\*, Won-Tchon Oh\*\*, Hyun Woo Kang\*\*\*, Dae-Hee Youn\*, Chungyong Lee\*)

\*연세대학교 전기전자공학과, \*\*국방과학연구소, \*\*\*강남대학교 컴퓨터미디어공학부  
(접수일자: 2003년 12월 18일; 채택일자: 2004년 2월 17일)

참조 신호를 이용한 어레이 형상 추정 기법은 일반적으로 참조 신호가 어레이로부터 충분히 먼 원거리에 위치한다고 가정하고 있다. 그러나 실제 해양 환경에서 어레이를 운용하는 경우 참조 신호와 어레이 사이의 거리는 충분히 떨어져 있지 않아 원거리 신호 모델을 바탕으로 한 기존의 기법들은 하이드로폰의 좌표 추정 시 많은 오차가 발생하게 된다. 본 논문에서는 근거리 신호 모델을 이용한 부공간 근사 기반의 어레이 형상 추정 기법을 제안하였다. 제안된 기법에서는 기존 하이드로폰에 대한 시간 지연 성분을 이용하여 근거리 참조 신호를 모델링하고, 어레이 형상 추정을 위한 근거리 파라미터를 구한다. 근거리 파라미터를 이용하여 기존의 원거리 형상 추정 기법을 일반화함으로써 참조 신호의 거리에 관계없이 하이드로폰의 좌표 추정이 가능한 기법을 제안하였다. 그리고 제안된 기법의 Cramer-Rao Lower Bound를 유도하였다. 모의실험 결과 참조 신호의 거리에 관계없이 제안된 기법이 기존의 기법에 비해 보다 정확하게 하이드로폰의 좌표를 추정할 수 있음을 확인하였다.

**핵심용어:** 어레이 형상 추정, 어레이 보정, 근거리 참조 신호, 어레이 신호 처리, 비선형 어레이

**투고분야:** 수중음향 분야 (5.6)

Most of the array shape estimation method using reference sources assume that the reference sources are in the farfield. That is, the reference sources are assumed to be far from the array. However, in applications of the array with reference sources, the reference sources are not far from the array, so that in practical ocean environments, the conventional method using farfield source model fail to estimate the positions of the hydrophones. In this paper, based on the nearfield source model, a subspace-based array shape estimation method was proposed. In the proposed method, nearfield reference source is modeled using the differential time delay at each hydrophone, and nearfield parameters are derived. Using these parameters, a subspace-based array shape estimation method that generalizes the existing farfield subspace fitting method which can work regardless of the range of the source is proposed. The Cramer-Rao lower bound for the proposed method is investigated. The results of the numerical experiments indicate that the proposed method performs well in estimating the shape of a perturbed array regardless of the ranges of the reference sources.

**Keywords:** Array shape estimation, Array calibration, Nearfield reference source, Array signal processing, Nonlinear array

**ASK subject classification:** Underwater acoustics (5.6)

## 1. 서 론

해양 환경에서 어레이 시스템은 수중 음원의 방향을

탐지하기 위해 널리 이용된다. 어레이 시스템을 이용한 신호처리 기법은 대부분 어레이의 형상이 일정하게 유지되고 있다는 가정을 하고 있다. 이러한 가정은 어레이 신호처리 기법의 적용을 매우 용이하게 해 준다. 그러나 실제 해양 환경에서는 건인선의 기동이나 조류, 파도 등의 환경적 요인으로 인하여 어레이의 형상을 일정하게

유지하는 것은 불가능하다[1]. 따라서 어레이 신호처리 기법을 적용하기 위해서는 변형된 어레이에서 하이드로폰의 좌표를 찾아내는 어레이 형상 추정 기법이 필요하다. 어레이 형상 추정에 이용되는 기법 중 방향 정보를 알고 있는 참조 신호를 이용하는 기법[2-4]이 있다. 이 기법은 GPS와 같은 보조 장비로 얻은 참조 신호의 위치 정보를 이용하여 어레이의 형상을 추정하는 방법이다. 참조 신호를 이용한 어레이 형상 추정 기법 중 부공간 근사(subspace fitting) 기법[3]은 어레이에서 받아들인 수신 신호의 공간 공분산 행렬을 고유치 분해하여 신호 부공간과 잡음 부공간으로 나누고, 이 공간 공분산 행렬의 기하학적인 구조를 이용하는 기법이다. 이 기법에서 참조 신호는 어레이에서 충분히 멀리 떨어져 있어 평면파 형태로 입사된다는 원거리 모델을 이용하고 있다. 그러나 실제 상황에서 저주파 신호를 탐지하기 위해 견인 어레이와 함께 참조 신호를 운용하는 경우, 참조 신호는 일반적으로 어레이에서 가까운 위치에 존재하게 된다. 따라서 원거리 신호 모델을 이용한 기존의 어레이 형상 추정 기법을 적용할 경우, 형상 추정 성능이 크게 떨어져 표적 신호의 방향을 정확히 탐지할 수 없게 된다[5,6]. 그러므로 근거리 참조 신호 모델을 이용하여 어레이 형상을 추정하는 기법의 연구가 필요하다.

본 논문에서는 참조 신호가 근거리에 존재하는 경우에도 어레이 형상 추정을 가능하게 하기 위해 근거리 참조 신호에 대한 모델링을 기반으로 기존의 부공간 근사 기법을 일반화하여, 참조 신호의 거리에 관계없이 적용할 수 있는 부공간 근사 기반의 어레이 형상 추정 기법을 제안한다. 그리고 제안된 기법에서의 Cramer-Rao Lower Bound (CRLB)를 제시한다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 기존의 원거리 참조 신호 모델과 근거리 참조 신호 모델을 살펴본다. III장에서는 참조 신호의 거리에 관계없이 하이드로폰 좌표 추정을 가능하게 하는 부공간 근사 기반의 어레이 형상 추정 기법을 제안한다. IV장에서는 III장에서 제안된 기법의 CRLB를 유도한다. V장에서는 모의실험을 통하여 제안된 기법의 성능을 평가하고, 마지막으로 VI장에서는 결론을 맺는다.

## II. 참조 신호 모델

### 2.1. 원거리 참조 신호 모델

대부분의 어레이 형상 추정 기법에서는 어레이에 입사되는 신호가 어레이에서 충분히 멀리 떨어져 있어 신호의

파면이 어레이에 평행하게 입사된다고 가정한 원거리 신호 모델을 이용하고 있다.  $M$ 개의 하이드로폰으로 구성된 임의의 형상 어레이에 파장이  $\lambda$ 인  $K$ 개의 incoherent한 원거리 신호가 입사되는 경우, 하이드로폰에 입사되는 신호  $\mathbf{x}_{far}(t)$ 는 식 (1)과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{x}_{far}(t) = \mathbf{A}_{far}(\psi, \theta) \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

여기서,  $\mathbf{s}(t)$ 는 하이드로폰에 입사되는  $K$ 개의 참조 신호이며,  $\mathbf{n}(t)$ 는 평균이 0이고 분산이  $\sigma^2$ 인 additive white gaussian noise (AWGN) 신호이고,  $\theta$ 는 참조 신호의 입사각이며,  $\psi$ 는 식 (2)와 같은 각 하이드로폰의 좌표로 구성된 벡터이다.

$$\psi = [x_2, \dots, x_M, y_2, \dots, y_M]^T \quad (2)$$

이 때, 첫 번째 하이드로폰의 좌표인  $(x_1, y_1)$ 은 편의상  $(0, 0)$ 으로 둘 수 있다. 식 (1)에서 원거리 조향 벡터(steering vector)  $\mathbf{A}_{far}(\psi, \theta)$ 의  $i$ 번째 열은

$$\mathbf{a}_{far}(\psi, \theta_i) = [1, e^{j2\pi f_0 r_2(\theta_i)}, \dots, e^{j2\pi f_0 r_M(\theta_i)}]^T \quad (3)$$

$i=1, 2, \dots, K$

과 같이 표현할 수 있고, 각 하이드로폰에 입사되는 신호는 그림 1과 같이 평행하게 입사된다고 가정할 수 있다. 식 (3)에서  $f_0$ 는  $K$ 개의 참조 신호의 중심 주파수이고,  $\theta_i$ 는  $i$ 번째 참조 신호의 입사각이다.

식 (3)에서  $r_m(\theta_i)$ 는 어레이에 입사되는  $i$ 번째 신호원의  $m$ 번째 하이드로폰과 기준 하이드로폰 사이의 시간 지연을 의미하며 식 (4)와 같이 표현된다.

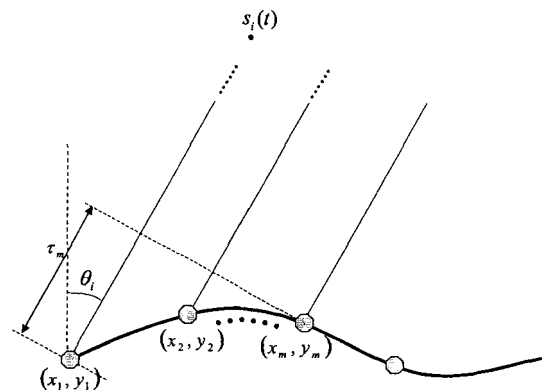


그림 1. 원거리 참조 신호 모델링  
Fig. 1. Modeling of the farfield reference source.

$$\tau_m(\theta_i) = \frac{x_m \sin \theta_i + y_m \cos \theta_i}{c} \quad (4)$$

**2.2. 근거리 참조 신호 모델**

일반적으로 신호를 원거리로 모델링하기 위해서는 신호원과 센서간의 거리  $R$ 이 식 (5)를 만족해야 한다[5,6].

$$R \geq \frac{2L^2}{\lambda} \quad (5)$$

이 때  $L$ 은 어레이 전체의 길이를 의미하고,  $\lambda$ 는 신호의 파장을 의미한다. 또한 보다 정확성을 요하는 어레이 신호처리 기법에서는  $R$ 이 식 (6)을 만족해야 입사 신호에 대한 원거리 모델을 이용할 수 있다고 알려져 있다[5].

$$R \geq \frac{10L^2}{\lambda} \quad (6)$$

그러나 저주파 신호를 탐지하기 위해 어레이와 함께 참조 신호를 운용하는 경우에 신호원은 식 (5)와 (6)의 거리 이내에 존재하게 되어 더 이상 원거리 가정을 유지할 수 없다. 이러한 경우 근거리 신호 모델이 고려되어야 한다. 참조 신호가 근거리에 존재하는 경우 신호원의 파면은 평면파가 아니라 그림 2에서와 같이 구면파의 형태로 모델링된다[8-10].

$M$ 개의 하이드로폰으로 구성된 임의의 형상 어레이에  $K$ 개의 incoherent한 근거리 신호가 입사되는 경우, 하이드로폰에 입사되는 근거리 신호  $x_{near}(t)$ 는 식 (7)과 같이 표현된다.

$$x_{near}(t) = \mathbf{A}_{near}(\psi, \theta, \mathbf{R}) \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (7)$$

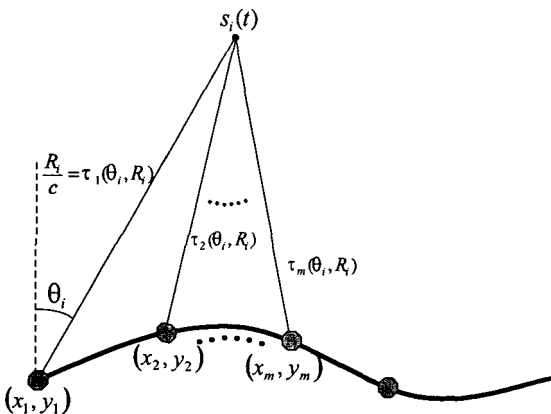


그림 2. 근거리 참조 신호 모델링  
Fig. 2. Modeling of the nearfield reference source.

이 때,  $\mathbf{R}$ 은  $K$ 개의 참조 신호와 기준 하이드로폰 사이의 거리 벡터이다. 식 (7)에서 조향 벡터  $\mathbf{A}_{near}(\psi, \theta, \mathbf{R})$ 의  $i$ 번째 열은

$$\mathbf{a}_{near}(\psi, \theta_i, \mathbf{R}_i) = [1, e^{j2\pi f_0 \tau_2(\theta_i, R_i)}, \dots, e^{j2\pi f_0 \tau_M(\theta_i, R_i)}]^T \quad (8)$$

이고, 이 때 각 하이드로폰과  $i$ 번째 신호원의 파면은 원거리 신호 모델과 달리 그림 2에서와 같이 평행하지 않게 된다. 그림 2에서  $R_i$ 는 기준 하이드로폰과  $i$ 번째 신호원 사이의 거리이고,  $\tau_m(\theta_i, R_i)$ 는  $m$ 번째 하이드로폰과  $i$ 번째 신호원 사이의 시간 지연으로 식 (9)와 같이 표현될 수 있다.

$$\tau_m(\theta_i, R_i) = \frac{1}{c} (l_m(\theta_i, R_i) - R_i) \quad (9)$$

여기서  $l_m(\theta_i, R_i)$ 는  $i$ 번째 참조 신호와  $m$ 번째 하이드로폰 사이의 거리로 식 (10)과 같이 표현된다.

$$l_m(\theta_i, R_i) = \sqrt{(R_i \sin \theta_i - x_m)^2 + (R_i \cos \theta_i - y_m)^2} \quad (10)$$

**III. 부공간 근사 기반의 어레이 형상 추정 기법**

본 장에서는 근거리 참조 신호 모델을 기반으로 기존의 부공간 근사 기법[3]을 참조 신호의 위치에 관계없이 이용할 수 있도록 일반화하는 부공간 근사 기반의 어레이 형상 추정 기법을 제안한다. 식 (7)에서  $x_{near}(t)$ 의 공분산 행렬은

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{near} &= E[ \mathbf{x}_{near}(t) \mathbf{x}_{near}(t)^H ] \\ &= \mathbf{A}_{near}(\psi, \theta, \mathbf{R}) \mathbf{S} \mathbf{A}_{near}(\psi, \theta, \mathbf{R})^H + \sigma^2 \mathbf{I} \end{aligned} \quad (11)$$

로 정의된다. 여기에서 신호 공분산 행렬  $\mathbf{S}$ 는  $\mathbf{S} = E[ \mathbf{s}(t) \mathbf{s}(t)^H ]$ 이다. 식 (11)을 고유치 분해하면

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{near} &= \mathbf{U} \mathbf{V} \mathbf{U}^H = \mathbf{U}_s \mathbf{V}_s \mathbf{U}_s^H + \mathbf{U}_n \mathbf{V}_n \mathbf{U}_n^H \\ \mathbf{V} &= \text{diag} [ \mathbf{V}_s \quad \mathbf{V}_n ], \\ \mathbf{V}_s &= \text{diag} [ v_1 \quad v_2 \quad \dots \quad v_K ], \\ \mathbf{V}_n &= \sigma^2 \mathbf{I}_{M-K} \end{aligned} \quad (12)$$

이 된다. 이때  $diag[\mathbf{X}]$ 는  $\mathbf{X}$ 의 대각 원소들을 성분으로 가지는 대각 행렬이고,  $\mathbf{I}_{M-K}$ 는  $(M-K) \times (M-K)$ 의 단위 행렬이다. 신호 고유치 행렬  $\mathbf{V}_s$ 는 크기 순으로  $K$ 개의 고유치  $v_1, v_2, \dots, v_k$ 를 성분으로 하는 대각 행렬이고 잡음 고유치 행렬  $\mathbf{V}_n$ 은  $M-K$ 개의 잡음 고유치,  $\sigma^2$ 을 갖는 대각 행렬이다. 식 (12)에서  $\mathbf{U}_s$ 와  $\mathbf{U}_n$ 은 각각 신호 부공간과 잡음 부공간을 구성하는 행렬을 나타낸다. 실제로  $\mathbf{R}_{near}$ 는 구해질 수 없으므로  $N$ 개의 표본화된  $\mathbf{x}_{near}(t)$ 를 이용하여 식 (13)과 같이 추정된 값을 이용한다.

$$\hat{\mathbf{R}}_{near} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{x}_{near}(t_i) \mathbf{x}_{near}^H(t_i) \quad (13)$$

$\hat{\mathbf{R}}_{near}$ 의 고유치 분해는 식 (12)와 유사하게

$$\hat{\mathbf{R}}_{near} = \hat{\mathbf{U}} \hat{\mathbf{V}} \hat{\mathbf{U}}^H = \hat{\mathbf{U}}_s \hat{\mathbf{V}}_s \hat{\mathbf{U}}_s^H + \hat{\mathbf{U}}_n \hat{\mathbf{V}}_n \hat{\mathbf{U}}_n^H \quad (14)$$

을 이용하여 구할 수 있다.  $\hat{\mathbf{R}}_{near}$ 를 기반으로 참조 신호의 거리에 관계없이 이용할 수 있는 일반화된 부공간 근사 기법의 어레이 형상 추정 기법은 근거리 참조 신호 모델링을 기반으로 한 수식적 전개를 이용하여 얻을 수 있다. 본 논문에서 제안하는 기법의 cost function은

$$\begin{aligned} \hat{\psi} &= \arg \min_{\psi} \|\hat{\mathbf{U}}_s - \mathbf{A}_{near}(\psi, \theta, R) \mathbf{A}_{near}(\psi, \theta, R)^+ \hat{\mathbf{U}}_s\|_{\mathbf{W}}^2 \\ &= \arg \min_{\psi} \|\{\mathbf{I} - \mathbf{P}_{\mathbf{A}_{near}}\} \hat{\mathbf{U}}_s\|_{\mathbf{W}}^2 \\ &= \arg \min_{\psi} Tr(\mathbf{P}_{\mathbf{A}_{near}}^+ \hat{\mathbf{U}}_s \mathbf{W} \hat{\mathbf{U}}_s^H) \\ &= \arg \min_{\psi} F_{near}(\psi) \end{aligned} \quad (15)$$

과 같다[11]. 따라서 어레이의 형상을 추정하기 위해서는 cost function을 최소화하는  $\psi$ 를 찾으려 한다. 식 (15)에서  $Tr(\mathbf{X})$ 는  $\mathbf{X}$ 의 대각 성분의 합을 나타내고,  $\mathbf{W}$ 는 가중치 행렬을 의미하며,  $\mathbf{P}_{\mathbf{A}_{near}}$ 는

$$\mathbf{P}_{\mathbf{A}_{near}} = \mathbf{A}_{near}(\psi, \theta, R) \mathbf{A}_{near}(\psi, \theta, R)^+ \quad (16)$$

으로 주어진다. 식 (16)에서  $\mathbf{A}_{near}^+$ 는  $\mathbf{A}_{near}$ 의 의사역 행렬을 나타내고,  $\mathbf{P}_{\mathbf{A}_{near}}^+$ 는

$$\mathbf{P}_{\mathbf{A}_{near}}^+ = \mathbf{I} - \mathbf{P}_{\mathbf{A}_{near}} \quad (17)$$

이다. 식 (15)는 부공간 근사 기법의 일반적 표현이다. 여기에서 가중 행렬  $\mathbf{W}$ 를 신호와 잡음의 파워 성분을 고려한 가중치를 주는 최적해인

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}_{WSF} = (\hat{\mathbf{V}}_s - \hat{\sigma}^2 \mathbf{I})^2 \hat{\mathbf{V}}_s^{-1} \quad (18)$$

를 이용하면 가중 부공간 근사 기법이 된다[3]. 이 때  $\hat{\sigma}^2$ 은 통계적 특성에 변화가 없는 ML 추정기를 이용하여 구하게 되며 식 (19)와 같다.

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{Tr\{\mathbf{P}_{\mathbf{A}_{near}}^+ \hat{\mathbf{R}}_{near}\}}{M-K} \quad (19)$$

식 (15)에 나타난 cost function은 damped Newton-type 기법을 사용한 반복 수행을 통하여 최소화 할 수 있다. 좌표 벡터는 식 (20)을 이용하여 찾을 수 있다.

$$\hat{\psi}_{k+1} = \hat{\psi}_k - \beta [F''_{near}(\hat{\psi}_k)]^{-1} F'_{near}(\hat{\psi}_k) \quad (20)$$

식 (20)에서의 step length  $\beta$ 는  $\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots\}$ 의 값 중에서

$$F_{near}(\hat{\psi}_k) - F_{near}(\hat{\psi}_{k+1}) > 0 \quad (21)$$

을 만족하는 최대의 값을 이용한다. 식 (20)에서  $\hat{\psi}_k$ 는  $k$ 번째 반복 수행에서 추정된 하이드로폰 좌표 벡터를 나타내며,  $F'_{near}(\hat{\psi})$ 과  $F''_{near}(\hat{\psi})$ 는 각각 제안된 기법의 cost function에 대한 gradient와 Hessian을 의미한다. 근거리에서의 gradient  $F'_{near}(\hat{\psi})$ 는 식 (22)로 표현된다[13, pp. 896-897].

$$\begin{aligned} F'_{near}(\hat{\psi}) &= \\ &= -2Re \left\{ \text{vecd} \left[ \begin{array}{c} \hat{\mathbf{I}}^T \mathbf{A}_x \mathbf{A}_{near} \mathbf{A}_{near}^+ \mathbf{M} \mathbf{P}_{\mathbf{A}_{near}}^+ \hat{\mathbf{I}} \\ 0 \\ 0 \\ \hat{\mathbf{I}}^T \mathbf{A}_y \mathbf{A}_{near} \mathbf{A}_{near}^+ \mathbf{M} \mathbf{P}_{\mathbf{A}_{near}}^+ \hat{\mathbf{I}} \end{array} \right] \right\} \end{aligned} \quad (22)$$

여기에서  $\text{vecd}[\mathbf{X}]$ 는 행렬  $\mathbf{X}$ 의 대각 성분을 열로 하는 벡터를 나타내고[12], 크기가  $M \times (M-1)$ 인 행렬  $\hat{\mathbf{I}}$ 와  $M \times M$ 인 행렬  $\mathbf{M}$ 은 각각

$$\tilde{\mathbf{I}} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Omega}^T \\ \mathbf{I}_{m-1, m-1} \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\mathbf{M} = \hat{\mathbf{U}}_s \mathbf{W} \hat{\mathbf{U}}_s^H \quad (24)$$

이고,  $\mathbf{A}_{x \text{ near}}, \mathbf{A}_{y \text{ near}}$ 는 식 (25)와 같이 표현된다.

$$\mathbf{A}_{x \text{ near}} = -j \frac{2\pi f_0}{c} \mathbf{A}_{\text{near}} \odot \mathbf{D} \mathbf{x} \quad (25)$$

$$\mathbf{A}_{y \text{ near}} = -j \frac{2\pi f_0}{c} \mathbf{A}_{\text{near}} \odot \mathbf{D} \mathbf{y}$$

여기에서  $\odot$ 는 Schur-Hadamard 곱셈을 의미하고,  $\mathbf{D} \mathbf{x}, \mathbf{D} \mathbf{y}$ 는 각각  $M \times K$  행렬로  $m$ 번째 행  $i$ 번째 열의 성분  $[\mathbf{D} \mathbf{x}]_{mi}, [\mathbf{D} \mathbf{y}]_{mi}$ 는 식 (26)과 같이 나타낼 수 있다.

$$[\mathbf{D} \mathbf{x}]_{mi} = \frac{(x_m - R_i \sin \theta_i)}{\sqrt{(R_i \sin \theta_i - x_m)^2 + (R_i \cos \theta_i - y_m)^2}}$$

$$[\mathbf{D} \mathbf{y}]_{mi} = \frac{(y_m - R_i \cos \theta_i)}{\sqrt{(R_i \sin \theta_i - x_m)^2 + (R_i \cos \theta_i - y_m)^2}} \quad (26)$$

식 (20)에서의 근거리 Hessian  $F''_{\text{near}}(\hat{\boldsymbol{\psi}})$ 는 식 (27)과 같이 표현된다[13, pp 636].

$$F''_{\text{near}}(\hat{\boldsymbol{\psi}}) = 2 \text{Re} \{ \tilde{\mathbf{J}}^T \hat{\mathbf{B}} \tilde{\mathbf{J}} \} \quad (27)$$

여기에서  $\tilde{\mathbf{J}}$ 는

$$\tilde{\mathbf{J}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{I}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{I}} \end{bmatrix} \quad (28)$$

이고,  $\mathbf{B}$ 는 식 (29)와 같이 나타난다.

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{A_{\text{near}}}^{\perp} & \mathbf{P}_{A_{\text{near}}}^{\perp} \\ \mathbf{P}_{A_{\text{near}}}^{\perp} & \mathbf{P}_{A_{\text{near}}}^{\perp} \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{xx} & \mathbf{H}_{xy} \\ \mathbf{H}_{yx} & \mathbf{H}_{yy} \end{bmatrix}^T \quad (29)$$

식 (29)에서의  $\mathbf{H}_{xx}, \mathbf{H}_{xy}, \mathbf{H}_{yx}, \mathbf{H}_{yy}$ 는 식 (30)과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{xx} &= \mathbf{A}_{x \text{ near}} \mathbf{A}_{\text{near}}^+ \mathbf{M} \mathbf{A}_{\text{near}}^{+H} \mathbf{A}_{x \text{ near}}^H \\ \mathbf{H}_{xy} &= \mathbf{A}_{x \text{ near}} \mathbf{A}_{\text{near}}^+ \mathbf{M} \mathbf{A}_{\text{near}}^{+H} \mathbf{A}_{y \text{ near}}^H \\ \mathbf{H}_{yx} &= \mathbf{A}_{y \text{ near}} \mathbf{A}_{\text{near}}^+ \mathbf{M} \mathbf{A}_{\text{near}}^{+H} \mathbf{A}_{x \text{ near}}^H \\ \mathbf{H}_{yy} &= \mathbf{A}_{y \text{ near}} \mathbf{A}_{\text{near}}^+ \mathbf{M} \mathbf{A}_{\text{near}}^{+H} \mathbf{A}_{y \text{ near}}^H \end{aligned} \quad (30)$$

근거리 참조 신호를 이용한 신호 모델을 위해서는 원거리 신호 모델을 위해 필요한 참조 신호의 입사각 외에도 부가적으로 참조 신호와 기준 하이드로폰 사이의 거리 정보가 필요하다. 참조 신호의 위치 정보 즉, 참조 신호의 기준 하이드로폰에 대한 입사각 및 참조 신호와 기준 하이드로폰 사이의 거리는 위치 정보를 주는 GPS와 같은 도구를 이용하여 얻을 수 있다. 근거리 참조 신호를 이용하기 위해 제안된 기법은 신호 모델링을 일반화함으로써 근거리뿐만 아니라 원거리 참조 신호가 존재하는 경우에도 모두 적용이 가능하다.

#### IV. 제안된 기법의 Cramer-Rao Lower Bound 분석

본 논문에서 제안된 기법에서는 하이드로폰의 좌표 벡터인  $\boldsymbol{\psi}$ 를 추정하게 된다. 따라서  $\boldsymbol{\psi}$ 의 분산과 Cramer-Rao Lower Bound  $CRLB(\boldsymbol{\psi})$ 는 다음과 같은 관계를 나타낸다[7,13].

$$E[(\boldsymbol{\psi} - \hat{\boldsymbol{\psi}})(\boldsymbol{\psi} - \hat{\boldsymbol{\psi}})^T] \geq CRLB(\boldsymbol{\psi}) = [\mathbf{FIM}(\boldsymbol{\psi})]^{-1} \quad (31)$$

이때  $\mathbf{FIM}(\boldsymbol{\psi})$ 의  $i$ 번째 행의  $j$ 번째 열 성분  $[\mathbf{FIM}(\boldsymbol{\psi})]_{ij}$ 는 식 (32)와 같이 표현할 수 있다.

$$[\mathbf{FIM}(\boldsymbol{\psi})]_{ij} = N \text{Tr} \left( \mathbf{R}^{-1} \frac{d\mathbf{R}}{d\psi_i} \mathbf{R}^{-1} \frac{d\mathbf{R}}{d\psi_j} \right) \quad (32)$$

식 (32)를 이용하면  $CRLB(\boldsymbol{\psi})$ 는 식 (33)과 같이 표현할 수 있다[3].

$$CRLB(\boldsymbol{\psi}) = \frac{\sigma^2}{2N} \left( \text{Re} \left\{ \tilde{\mathbf{J}}^T \left( \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{A_{\text{near}}}^{\perp} & \mathbf{P}_{A_{\text{near}}}^{\perp} \\ \mathbf{P}_{A_{\text{near}}}^{\perp} & \mathbf{P}_{A_{\text{near}}}^{\perp} \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{xx} & \mathbf{C}_{xy} \\ \mathbf{C}_{yx} & \mathbf{C}_{yy} \end{bmatrix}^T \right) \tilde{\mathbf{J}} \right\} \right)^{-1} \quad (33)$$

여기에서  $\mathbf{C}_{xx}, \mathbf{C}_{xy}, \mathbf{C}_{yx}, \mathbf{C}_{yy}$ 는 식 (34)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{xx} &= \mathbf{A}_{x \text{ near}} \mathbf{S} \mathbf{A}_{\text{near}}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A}_{\text{near}} \mathbf{S} \mathbf{A}_{x \text{ near}}^H \\ \mathbf{C}_{xy} &= \mathbf{A}_{x \text{ near}} \mathbf{S} \mathbf{A}_{\text{near}}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A}_{\text{near}} \mathbf{S} \mathbf{A}_{y \text{ near}}^H \\ \mathbf{C}_{yx} &= \mathbf{A}_{y \text{ near}} \mathbf{S} \mathbf{A}_{\text{near}}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{A}_{\text{near}} \mathbf{S} \mathbf{A}_{x \text{ near}}^H \end{aligned}$$

$$C_{yy} = A_{y \text{ near}} S A_{y \text{ near}}^H R^{-1} A_{y \text{ near}} S A_{y \text{ near}}^H \quad (34)$$

### V. 모의실험

모의실험에서 하이드로폰은 10개를 이용하였다. 어레이는 인접 하이드로폰 사이의 거리  $d$ 가 반파장 간격으로 구성된 등간격 선형 어레이에 인접 하이드로폰 사이 간격의 30%의 분산을 가지는 random 왜곡이 부가된 모델을 이용하였다. 참조 신호는  $0^\circ$ 와  $40^\circ$  방향에서 입사하는 두 개의 incoherent한 tone 신호를 이용하였으며, 이용된 표본의 수는 200개이다. 모든 결과는 1000회의 독립 수행을 수행한 결과이며, 인접 하이드로폰 사이의 간격으로 정규화된 값을 나타내었다.

그림 3은 참조 신호와 어레이 사이의 거리를 변화시키 가면서 각 하이드로폰에서 구한 좌표 추정 오차의 평균에

대한 누적 도수 분포도 (cdf)를 나타낸다. 각각의 거리에서 참조 신호의 신호 대 잡음비 (SNR)가 20 dB일 때와 0 dB일때의 cdf를 표시하였다. 그림 3(a)에서는 참조 신호가 기준 하이드로폰에서 어레이 전체의 길이인  $9d$ 만큼 떨어진 거리에 존재하는 경우, 제안된 기법과 기존 기법의 cdf를 나타내었다. 이 경우 참조 신호가  $9d$ 의 거리인 근거리에 위치하므로 제안된 기법이 작은 거리 오차를 보이는데 반해 기존의 원거리 기반의 기법은 하이드로폰의 좌표를 추정하는데 실패하고 있음을 확인할 수 있다. 또한 그림 3(a)~3(d)에서 제안된 기법의 경우 참조 신호의 거리에 관계없이 거의 일정한 거리 오차의 cdf를 보이는데 반해 기존의 기법은 참조 신호가 어레이에서 점점 멀어져 원거리에 위치하게 됨에 따라 거리 추정 오차가 점차 줄어드는 경향을 보임을 볼 수 있다. 또한 그림 3(d)와 같이 이상적인 원거리로 볼 수 있는 위치에 참조 신호가 존재하는 경우, 제안된 기법과 기존의 기법이 거의 동일한 거리 추정 오차를 보임을 확인할 수 있다. 또한 각

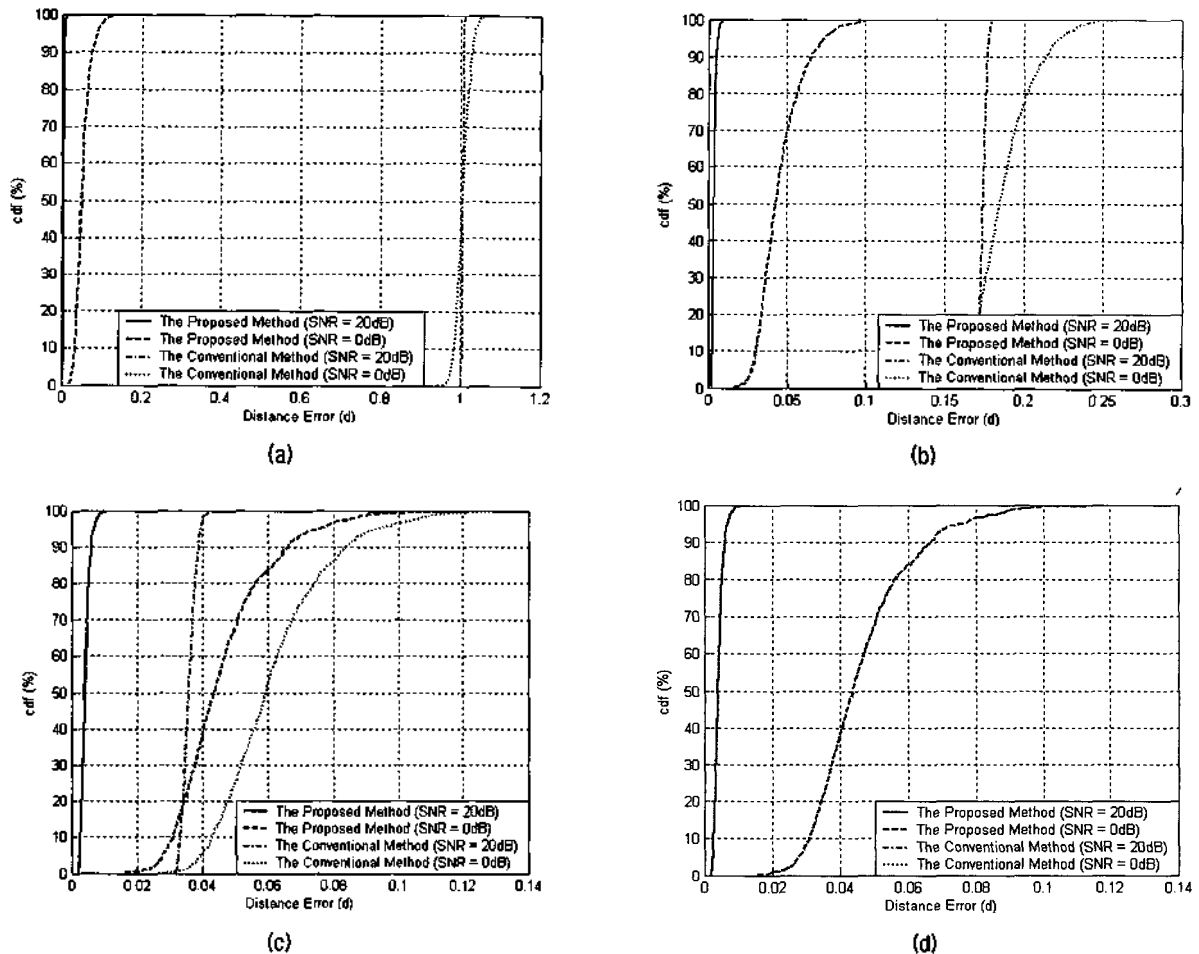


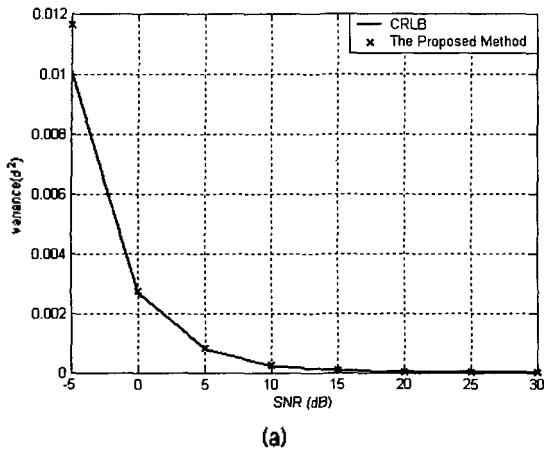
그림 3. 추정 오차의 누적 도수 분포도 (cdf), (a)  $R=9d$ , (b)  $R=45d$ , (c)  $R=405d$ , (d)  $R=81000d$   
 Fig. 3. Cumulative distribution function (cdf) of the estimation error, (a)  $R=9d$ , (b)  $R=45d$ , (c)  $R=405d$ , (d)  $R=81000d$ .

그림에서 참조 신호의 신호 대 잡음비가 높을수록 거리 추정 오차의 분산이 작게 나타남을 볼 수 있다. 결론적으로 기존의 기법은 참조 신호가 원거리에 존재하는 경우에만 이용이 가능한 반면 제안된 기법은 참조 신호가 근거리 혹은 원거리 어느 위치에 존재하더라도 하이드로폰

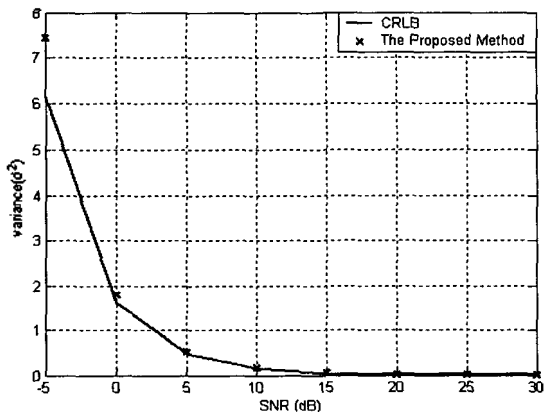
좌표 추정이 가능함을 확인할 수 있다.

본 논문에서 제안된 기법은 방향 정보를 알고 있는 참조 신호를 이용하여 어레이의 형상을 추정하는 기법이다. 이러한 기법은 전인선의 위치를 알리지 않기 위해 신호의 송신을 최대한 제한해야 하는 수동 소나 시스템의 특성을 해치게 된다. 따라서 참조 신호의 최대 송신 파워에 제약이 가해지게 되고 이에 따라 제안된 기법들에 대한 참조 신호의 신호 대 잡음비에 따른 어레이 형상 추정 성능 분석이 중요한 문제가 된다. 그림 4는 참조 신호의 신호 대 잡음비에 따른 하이드로폰 거리 추정 오차의 분산을 CRLB와 비교하여 보여준다. 이 때 분산은 추정된 수평, 수직 방향 좌표의 추정 오차에 대한 분산의 평균을  $d^2$ 으로 정규화한 값이다. 그림 4(a)–4(c)는 각각 참조 신호가  $9d$ ,  $45d$ ,  $405d$ 의 거리에 위치하는 경우에 대한 결과이다. 제안된 기법이 참조 신호의 거리에 관계없이 신호 대 잡음비가 증가함에 따라 CRLB와 거의 유사한 추정 성능을 보임을 확인할 수 있다.

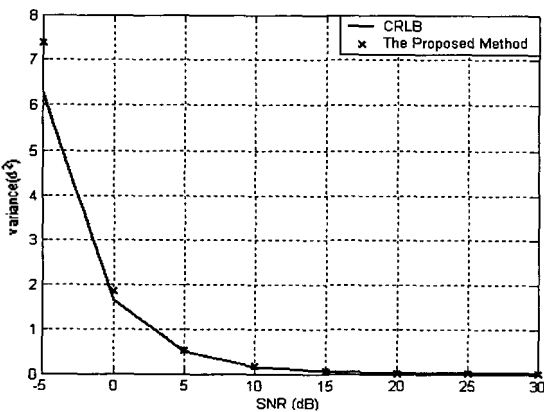
그림 5는 참조 신호의 입사 방향에 따른 하이드로폰 좌표 추정 오차를 보여준다. 그림 5(a), 5(b)는 한 개의 참조 신호의 입사 방향을  $0^\circ$ 로 고정시켜 놓고 다른 하나의 참조 신호의 입사 방향을  $-85^\circ$ 에서  $85^\circ$ 사이에서 변화시켰을 때 제안된 기법과 기존 기법의 하이드로폰 좌표 추정 오차를 나타내고, 그림 5(c), 5(d)는 한 개의 참조 신호의 입사 방향을  $-90^\circ$ 로 고정시킨 경우의 제안된 기법과 기존 기법의 하이드로폰 좌표 추정 오차를 나타낸다. 제안된 기법은 참조 신호의 거리에 관계없이 거의 동일한 성능을 보이는 반면, 기존의 기법은 참조 신호의 거리가 근거리인 경우에는 추정 오차가 매우 크게 나타나지만 참조 신호의 거리가 멀어질수록 추정 오차가 줄어들고 있음을 알 수 있다. 또한 거리에 관계없이 제안된 기법이 기존의 기법보다 더 우수한 성능을 보임을 알 수 있다. 한편 두 개의 참조 신호의 입사 방향이 유사한 경우에는 모든 경우에 오차가 증가하고 있으며, 그림 5(a)에서는 참조 신호가 근거리에 존재하는 경우 오차가 기하급수적으로 증가하는 경향을 보인다. 이것은 제안된 기법과 기존 기법에서의 cost function을 전개하는 과정에서 신호의 조향 벡터에 대한 미분을 수행하게 되는데 기존 기법에서 조향 벡터에 대한 미분은 단순히 조향 벡터에 상수가 곱해진 형태로 나타나는데 반해 제안된 기법에서 조향 벡터에 대한 미분은 참조 신호의 입사각, 거리와 같은 성분 분에 대한 함수와 조향 벡터의 곱의 형태로 나타나게 되어 참조 신호의 입사 방향에 더욱 민감하게 반응을 하기 때문이다.



(a)

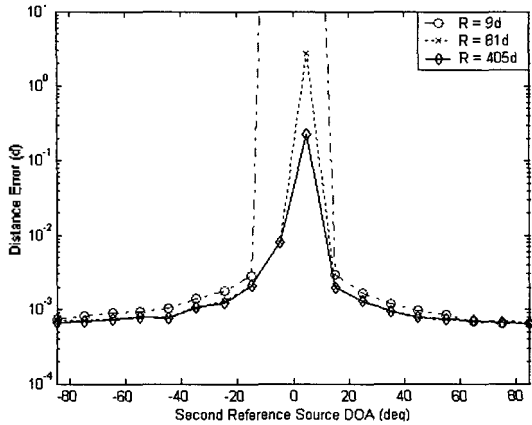


(b)

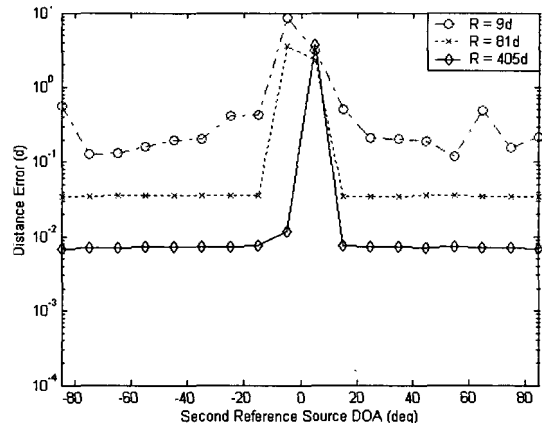


(c)

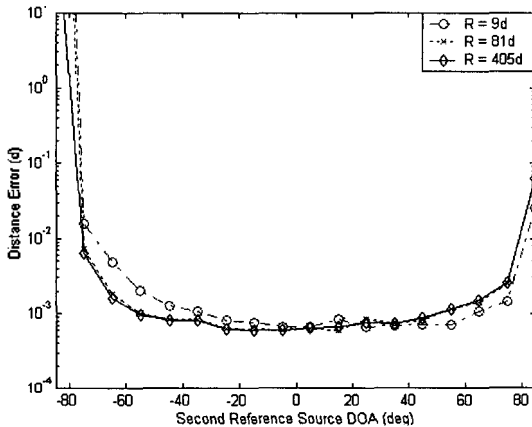
그림 4. 신호 대 잡음비에 따른 추정 거리 오차의 분산과 CRLB. (a)  $R=9d$ , (b)  $R=45d$ , (c)  $R=405d$   
 Fig. 4. Distance error vs. CRLB due to SNR, (a)  $R=9d$ , (b)  $R=45d$ , (c)  $R=405d$ .



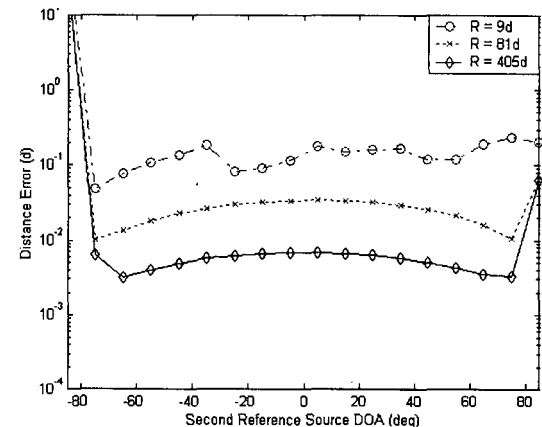
(a) 제안된 기법 - 첫 번째 참조 신호의 입사 방향:  $0^\circ$   
 (a) The proposed method - DOA of the first reference source:  $0^\circ$



(b) 기존의 기법 - 첫 번째 참조 신호의 입사 방향:  $0^\circ$   
 (b) The conventional method - DOA of the first reference source:  $0^\circ$



(c) 제안된 기법 - 첫 번째 참조 신호의 입사 방향:  $-90^\circ$   
 (c) The proposed method - DOA of the first reference source:  $-90^\circ$



(d) 기존의 기법 - 첫 번째 참조 신호의 입사 방향:  $-90^\circ$   
 (d) The conventional method - DOA of the first reference source:  $-90^\circ$

그림 5. 참조 신호의 입사 방향에 따른 추정 거리 오차  
 Fig. 5. Distance error vs. DOA of the reference sources.

그림 6은 제안된 기법에서 이용되는 참조 신호와 기준 하이드로폰 사이의 거리 정보에 오차가 발생할 경우의 하이드로폰 좌표 추정 오차를 나타낸다. 그림 6에서 거리 정보의 오차는 참조 신호와 기준 하이드로폰 사이의 실제 거리에  $x$ 축 값의 분산을 가지는 Gaussian 오차가 부가되었다. 참조 신호가  $9d$ 의 근거리 존재하는 경우 거리 정보에 1%의 오차가 발생하여도 하이드로폰 좌표 추정 오차가 매우 커지고 있고, 참조 신호가  $45d$  혹은  $405d$ 의 원거리에 존재하는 경우 실제 거리 정보의 오차가 1%일 때는 거리 정보가 정확한 경우와 거의 동일한 성능을 나타낼 수 있다. 이 경우 참조 신호의 거리 정보의 오차가 커질수록 하이드로폰 좌표 추정 오차가 증가하는 경향을 확인할 수 있다.

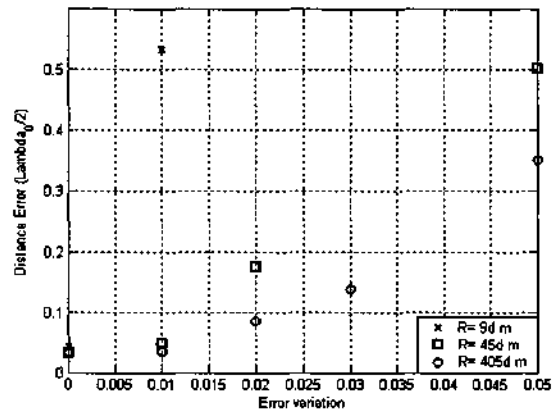


그림 6. 참조 신호와 기준 하이드로폰 사이의 거리 오차에 따른 하이드로폰 위치 추정 거리 오차  
 Fig. 6. Distance error of the estimated hydrophone positions vs. Error variation of the ranges between reference sources and the reference hydrophone.



## VI. 결론

본 논문에서는 참조 신호의 거리에 관계없이 하이드로폰의 좌표 추정이 가능한 부공간 근사 기반의 어레이 형상 추정 기법을 제안하였다. 이를 위하여 먼저 근거리 참조 신호 모델링을 기반으로 근거리 파라미터들을 유도하고, 이를 이용하여 부공간 근사 기반의 어레이 형상 추정 기법을 일반화하였다. 모의실험을 통하여 제안된 부공간 근사 기반의 어레이 형상 추정 기법이 참조 신호가 근거리와 원거리의 어느 위치에 있는 경우에도 하이드로폰의 좌표 추정이 가능함을 확인하였다. 그리고 제안된 기법은 참조 신호가 원거리에 위치하는 경우에도 기존의 기법보다 더 우수한 성능을 나타내고 있다. 또한 참조 신호의 운용 시 고려해야 할 요소인 신호 대 잡음비 및 입사 방향에 의한 영향을 본 논문에서 유도한 CRLB와 비교하여 분석하였다. 그 결과 제안된 기법은 SNR이 높아짐에 따라 CRLB에 접근함을 알 수 있었고, 두 개의 참조 신호 사이의 입사 방향이 15° 이상 분리된 경우 제안된 기법이 우수한 성능을 나타냄을 확인하였다.

## 감사의 글

본 논문은 수중음향특화센터의 연구비 지원으로 이루어졌습니다 (과제번호: UA-22).

## 참고 문헌

1. P. Felisberto and S. M. Jesus, "Towed-array beamforming during ship's maneuvering," *IEEE Proceedings, Radar, Sonar and Navigation*, 143 (3), 210-215, June 1996.
2. Ming Zhang and Zhao-Da Zhu, "Array shape calibration using sources in known directions," *Proceedings of the IEEE Aerospace and Electronics Conference, NAECON*, 1, 70-73, 1993.
3. Boon C. Ng and Wee Ser, "Array shape calibration using sources in known locations," *Singapore ICCS/ISITA '92*, 2, 836-840, 1992.
4. Sylvie Marcos and Odile Macchi, "Adaptive estimation of a time-varying array shape using the tracking properties of the LMS algorithm," *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 3, 1538-1541, 1988.
5. Rodney A. Kennedy, Thushara D. Abhayapalam, and Darren B. Ward, "Broadband nearfield beamforming using a radial beampattern transformation," *IEEE Trans. on Signal Processing*, 46 (8), 2147-2156, Aug., 1998.

6. Rodney A. Kennedy, Darren B. Ward, and Thushara D. Abhayapalam, "Nearfield Beamforming Using Radial Reciprocity," *IEEE Trans. on Signal Processing*, 47 (1), 33-40, Jan., 1999.
7. S. Haykin, J. Litva, and T. J. Shepherd, *Radar Array Processing*, Springer-Verlag, New York, Chap. 4, 99-151, 1993.
8. Hsien-Sen Hung, Shun-Hsyung Chang, and Chieng-Hsing Wu, "3-D MUSIC With Polynomial Rooting for Near-field Source Localization," *Proc. of ICASSP*, 6, 3065-3068, Georgia, USA, May 1996.
9. A. L. Swindlehurst and T. Kailath, "Passive direction-of-arrival and range estimation for near-field sources," *Fourth Annual ASSP Workshop on Spectrum Estimation and Modeling*, 123-128, 1988.
10. Raugh N. Challa, Sanyogita Shamsunder, "High-order subspace-based algorithms for passive localization of near-field sources," *Proc. of ASILOMAR*, 2, 777-781, 1996.
11. 박희영, 도경철, 오원천, 윤대희, 이충용, "근거리 참조 신호를 이용한 어레이 형상 추정 기법," 제16회 수중음향학 학술발표회, 53-56, 2001년 9월.
12. Todd K. Moon, and Wynn C. Stirling, *Mathematical Methods and Algorithms for Signal Processing*, Prentice Hall, New Jersey, 2000.
13. Steven M. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Theory*, Prentice Hall, New Jersey, Chap. 6, 133-156, 1993.

## 저자 약력

### ● 박희영 (Hee-Young Park)



2000년 2월: 연세대학교 기계전자공학부 전기공학 전공 (학사)  
 2002년 2월: 연세대학교 전기전자공학과 (석사)  
 2002년 3월 ~ 현재: 연세대학교 전기전자공학과 박사과정  
 ※ 주관심분야: 어레이 신호처리, 소나 신호처리

### ● 오원천 (Won-Tchon Oh)

한국음향학회지 제20권 제4호 참조

### ● 강현우 (Hyun Woo Kang)



1991년 2월: 연세대학교 공과대학 전자공학과 (공학사)  
 1993년 2월: 연세대학교 본대학원 전자공학과 (공학석사)  
 1997년 2월: 연세대학교 본대학원 전자공학과 (공학박사)  
 1997년 2월 ~ 1999년 2월: (주)현대전자 정보통신연구소 선임연구원  
 1999년 3월 ~ 현재: 강남대학교 컴퓨터미디어공학부 교수  
 ※ 주관심분야: 소나 신호처리, 적음 디지털 신호처리, 멀티미디어 응용

### ● 윤대희 (Dae-Hee Youn)

한국음향학회지 제20권 제4호 참조

### ● 이충용 (Chungyong Lee)

한국음향학회지 제20권 제4호 참조