

# 원형 다공 평판의 면내 유효 물성치 계산

정일섭<sup>#</sup>

## Evaluation of In-Plane Effective Properties of Circular-Hole Perforated Sheet

Ilsup Chung<sup>#</sup>

### ABSTRACT

Structural analysis for materials containing regularly spaced in-homogeneities is usually executed by using averaged material properties. For the homogenization process, a unit cell is defined and loaded somehow, and its response is investigated to evaluate the properties. The imposed loading conditions should accord to the behavior of unit cell immersed in the macroscopic structure in order to guarantee the accuracy of the effective properties. Each unit cell shows periodic variation of strain if the material is loaded uniformly, and in this study, direct implementation of this characteristic behavior is attempted on FE models of unit cell. Conventional finite element analysis tool can be used without any modification, and the boundary of unit cell is constrained in a way that the periodicity is satisfied. The proposed method is applicable to skew arrayed in-homogeneity problems. The flexibility matrix relating tensorial stress and strain components in skewed rectilinear coordinate system is transformed so that the required engineering constants can be evaluated. Effective properties are computed for the materials with square and skew arrayed circular holes, and its accuracy is examined.

**Key Words** : in-homogeneity(불균질성), effective property(유효 물성치), perforated sheet (다공 평판), skewed array (경사 배열), finite element method (유한 요소법),

### 1. 서론

규칙적으로 배열된 불균질성(in-homogeneity)을 내재하고 있는 재료가 다양한 공학 분야에 적용되고 있으며, 이들 재료의 성질을 구하기 위한 다수의 연구가 진행되어 왔다. 불균질성의 크기는 매우 광범위하여, 작게는 몇 개의 원자 단위로부터 크게는 거시적, 또는 그 이상의 수준까지 이를 수 있다. 그 예로는, 원자 단위의 금속 결정 구조, 미세한 보강재를 함유한 첨단 복합재료, 수십만 개

의 구멍이 가공되어 있는 CRT 의 새도우 마스크, 열교환기의 관판(tube sheet), 적층된 벽돌 구조물, 또는 규칙 배열된 강심 보강 콘크리트 등을 들 수 있는데, 각종 형태의 불균질성 개재물(inclusion)은 재료의 거시적 거동에 크게 영향을 미친다.

보통, 이들 개재물의 크기는 거시적 구조물에 비하여 미세하고, 그 개수 또한 무수히 많아서 모든 개재물을 형상 그대로 해석한다는 것은 불가능하다. 따라서, 이와 같은 구조물의 해석에서는 흔히 유효 물성치를 구하여, 실제 구조물이 균질한 재료로 구성된 것으로 이상화하게 된다. 일정한

접수일: 2003 년 7 월 26 일; 게재승인일: 11 월 14 일

<sup>#</sup> 교신저자, 영남대학교 기계공학부

Email: ilchung@yu.ac.kr Tel. (053) 810-3525

개재물이 규칙적으로 배열된 경우에는 적층을 통하여 전체 재료를 재구성할 수 있는 단위 격자(unit cell)가 정의될 수 있으며, 이의 성질을 규명함으로써 재료의 유효 물성치를 계산하게 된다.

단위 격자에 대한 경계치 문제를 풀으로써 유효 물성치를 구하고자 하는 노력이 있어 왔으며, O'Donnell<sup>1,2</sup> 등은 구멍 사이 간극(ligament)에서의 응력이 일정하다고 가정하여 원형 다공 평판의 탄성 물성치에 이어서 항복곡면을 제시하였다. 실제 단위 격자내의 응력과 변형률의 분포는 균일하지 않으며, 수많은 단위 격자가 반복되어 있을 경우 이들이 주기적으로 반복된다는 점에 착안한 점근적 균질화(asymptotic homogenization) 기법과 복소수를 이용한 탄성론을 조합하여 Meguid<sup>3</sup> 등은 탄성 물성치를 제시하였다. 그러나, 이와 같은 해석적 방법은 다양한 형태의 내재물에 대한 적용이 용이하지 않아 대부분의 연구자들은 수치적 방법을 사용하고 있다.

Baik<sup>4,5</sup> 등은 다공 평판의 2 차원 및 3 차원 유한요소 해석을 수행하여 탄소성 거동을 구하였으며, 다축 하중에 대한 항복 조건식을 제안하였다. 원형 또는 타원형 단면 형상의 섬유로 보강된 복합재료에 대한 해석을 통해 Theocaris<sup>6</sup> 등은 탄성 계수를 계산하였다. Park<sup>7</sup> 등은 CRT 새도우 마스크의 면내 탄성 계수를 구하여 열탄성 해석을 수행하였다. 단위 격자 해석의 문제점은 그 경계 조건을 해석 이전에 정확히 알 수 없다는 것이다. 많은 연구에서 균일 변위 또는 응력을 가하여 유효 물성치를 구하지만, 이는 실제의 단위 격자와는 상이한 조건이며, 따라서 구해진 물성치에는 오차가 있을 수 밖에 없다. 여러 개의 단위 격자 모델을 사용함으로써 그 영향을 감소시킬 수 있으나, 이론적으로는 무한대 개의 격자 모델링을 하여야 정확한 결과를 얻을 수 있으며, 이는 현실적이지 못하다.

거시적 평균 응력 및 변형률에 더하여, 단위 격자 내에서 발생하는 짧은 주기의 변동을 함께 고려할 수 있는 점근적 균질화 기법은 단위 격자의 정확한 해를 구할 수 있는 적절한 방법이다. Kalamkarov<sup>8</sup> 는 그 수학적 배경과 여러 가지 적용을 예시하였으며, 이러한 방법을 이용하여 Lee<sup>9</sup> 는 원형 다공 평판의 유효 탄성계수를 계산하였고, Ghosh<sup>10</sup> 등은 임의적으로 배열된 보로노이(Voronoi) 격자에 대한 해석을 수행하였다. Jang<sup>11</sup> 등은 이를

직물 복합재료의 물성치 계산에 응용하였으며, Ohno<sup>12</sup> 등은 복합재료의 탄성 및 점소성 거동을 계산하였다. 또한 Yun<sup>13</sup> 은 이중 재료의 적층판의 해석에 이 방법을 사용하였다. 여기서는 개재물에 의한 단위 격자내의 변동에 상응하는 새로운 변수를 정의하게 되므로, 이를 포함한 해석 프로그램의 수정과 유효 물성치 계산을 위한 후처리 과정이 필요하다. 한편, Anthoine<sup>14</sup> 은 단위 격자의 적절한 경계 조건을 직관적으로 제시하였고, 라그랑주(Lagrange) 승수법을 이용하여 변형률의 주기성을 단위 격자 모델에 부과할 수 있도록 하였다. 역시 해석 코우드의 수정이 필요하였으나, 계산된 변위와 하중으로부터 물성치를 간단히 구하였다.

본 연구에서는 반복적으로 배열된 단위 격자의 변형률장이 주기적이어야 한다는 점으로부터 격자의 경계 절점들이 만족하여야 하는 변위의 운동 구속(kinematical constraint) 조건을 유도하고, 이를 정방형(square) 및 경사(skew) 배열된 원형 다공 평판 문제에 적용하였다. 제시된 방법으로는 기존의 상용 프로그램을 수정 없이 사용할 수 있으며, 유효 물성치의 계산 또한 매우 간단하다는 장점을 가진다.

## 2. 주기적 변형률 조건

균질화된 물성치의 계산을 위한 단위 격자의 해석에 있어서 흔히 부정확한 경계 조건이 부여되는 경우가 있음은 전술한 바와 같다. 만약, 수많은 불균질 개재물이 주기적으로 배열된 재료에 균일한 외력이 가하여 진다면, 이로 인한 각 개재물 주위의 변형률 또한 주기적이어야 할 것이다. 즉,

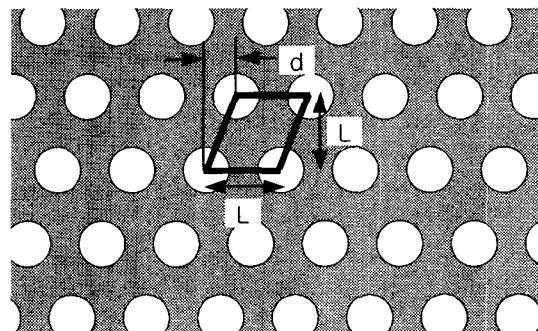


Fig. 1. Perforated Panel with Circular Holes in Skewed Array

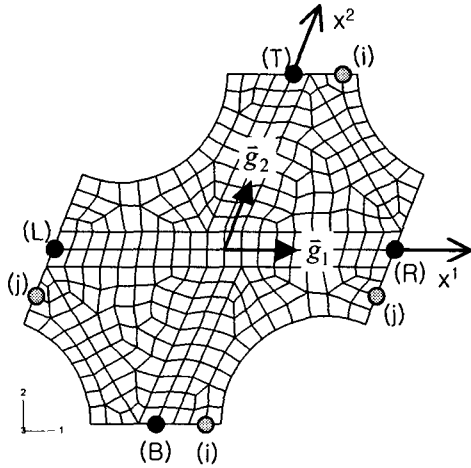


Fig.2. FE Model for a Unit Cell

Fig. 1 과 같은 경사 배열된 원형 구멍의 다공 평판으로부터 단위 격자를 정의하고, Fig. 2 와 같이 유한 요소 모델링 하였을 때, 좌, 우측 모서리의 상응하는 절점의 변형률은 서로 동일하여야 하며, 따라서 모든 절점쌍 (j)에 대하여 아래 식 (1)이 만족되어야 한다.

$$\epsilon_{11} = \frac{\partial u_{1(j)}^L}{\partial x^1} = \frac{\partial u_{1(j)}^R}{\partial x^1} \quad (1-a)$$

$$\epsilon_{22} = \frac{\partial u_{2(j)}^L}{\partial x^2} = \frac{\partial u_{2(j)}^R}{\partial x^2} \quad (1-b)$$

$$2\epsilon_{12} = \frac{\partial u_{1(j)}^L}{\partial x^2} + \frac{\partial u_{2(j)}^L}{\partial x^1} = \frac{\partial u_{1(j)}^R}{\partial x^2} + \frac{\partial u_{2(j)}^R}{\partial x^1} \quad (1-c)$$

여기서 첨자 1 과 2 는 Fig. 2 의 경사 좌표를, 위 첨자 L 과 R 은 좌, 우측 모서리를 의미한다. 식 (1-b)를  $x^2$  에 대하여 미분하고, 이를 식 (1-c)의  $x^1$  에 대한 미분으로부터 감하면, 다음 식을 얻게 된다.

$$\frac{\partial^2 u_{1(j)}^L}{\partial x^2 \partial x^2} = \frac{\partial^2 u_{1(j)}^R}{\partial x^2 \partial x^2} \quad (2)$$

식 (2)를  $x^2$  에 대하여 적분한 결과를 식 (1-a)에 대입하고, 인접한 단위 격자의 변형이 겹치거나 분리되지 않는다는 조건을 적용하여, 아래의 결과를 얻을 수 있다.

$$u_{1(j)}^L - u_{1(j)}^R = \text{const.} \quad (3-a)$$

위 식 (3-a)는 모든 절점쌍에 대하여 성립하여야 하므로, Fig. 2 의 (L)과 (R)로 표시된 기준점의 변

위를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$u_{1(j)}^L - u_{1(j)}^R = u_1^{(L)} - u_1^{(R)} \quad (3-b)$$

한편, 식 (1-b)를 같은 모서리에 위치한 인접 절점의 변위를 이용하여 유한 차분 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{u_{2(j)}^L - u_{2(j-1)}^L}{\Delta x_{(j)L}^2} = \frac{u_{2(j)}^R - u_{2(j-1)}^R}{\Delta x_{(j)R}^2} \quad (4-a)$$

여기서,  $\Delta x_{(j)}^2$  는  $x_{(j)}^2 - x_{(j-1)}^2$  로서, 좌, 우 모서리의 절점 분포를 동일하게 하면 양변으로부터 소거된다. 식(4-a)의 관계식을 모서리의 모든 절점에 대하여 구한 뒤, 기준점의 변위를 이용하여 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$u_{2(j)}^L - u_{2(j)}^R = u_2^{(L)} - u_2^{(R)} \quad (4-b)$$

식 (3-b)와 식 (4-b)를 벡터식으로 표현하면, 단위 격자의 좌, 우측 모서리에 놓인 절점의 변위 사이의 관계는 아래와 같다.

$$\bar{v}_{(j)}^L - \bar{v}_{(j)}^R = \bar{v}^{(L)} - \bar{v}^{(R)} \quad (5)$$

유사한 방법으로 상, 하 모서리의 절점쌍에 대하여도 아래와 같은 식을 유도할 수 있다.

$$\bar{v}_{(i)}^T - \bar{v}_{(i)}^B = \bar{v}^{(T)} - \bar{v}^{(B)} \quad (6)$$

식 (5)와 (6)은 단위 격자의 변형률이 주기적이 되기 위한 조건으로서, Anthoine<sup>14</sup> 이 직관적으로 제시한 격자 모서리의 경계 조건과 일치한다. 이를 통해, 한 모서리의 절점들간의 변위 자체는 상이할 수 있으나, 반대편 모서리에 위치한 상응 절점의 변위와의 차이는 모든 모서리 절점쌍에서 같아야 함을 알 수 있다. 유한 요소 해석에서는 이를 운동 구속(kinematical constraint)조건으로 구현할 수 있는데, 본 연구에서는 ABAQUS 의 \*EQUATION 명령을 사용하였다.

### 3. 유효 물성치의 계산

각 모서리의 절점에 앞 절에서 유도한 주기적 변형률 조건, 즉 식(5)와 (6)의 운동 구속을 가하게 되면, 각 모서리의 모든 절점의 자유도는 종속되며, 단지 기준 절점에서만 자유도를 가진다. 따라서 평균 변형률과 응력은 이들 4 개의 기준점의 변형과 하중 및 단위 격자의 크기로부터 계산된다.

먼저 평균 변형률은 아래 식 (7)과 같이 근사할 수 있다. 이 때,  $\Delta X^1$  과  $\Delta X^2$ 는 Fig. 1 에 보인 단위 격자 모서리의 길이에 해당한다.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &\approx \frac{u_1^{(R)} - u_1^{(L)}}{\Delta X^1} \\ \varepsilon_{22} &\approx \frac{u_2^{(T)} - u_2^{(B)}}{\Delta X^2} \\ \varepsilon_{12} &\approx \frac{1}{2} \left( \frac{u_2^{(R)} - u_2^{(L)}}{\Delta X^1} + \frac{u_1^{(T)} - u_1^{(B)}}{\Delta X^2} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 변위는 Fig. 2 의 경사 좌표계를 기준으로 한 공변(covariant) 텐서의 성분이므로, 만약 유한 요소 해석으로부터 구한 기준 절점의 변위가 전체 직교 좌표계에 대한 성분이라면, 이를 적절히 좌표 변환하여 식 (7)에 대입하여야 한다.

기준점의 부가 하중이나 이에 대한 평균 응력 또한 경사 좌표계를 기준으로 하며, 하중과 응력 사이의 관계는 아래 식 (8)과 같다.

$$F^j = \sigma^{ij} dA_i = \sigma^{ij} \Delta X^l t_{\varepsilon_{il3}} \quad (8)$$

여기서  $t$ 는 평판의 두께이고,  $\varepsilon$ 은 순열(permutation) 텐서로서 그 크기는 계량(metric) 텐서의 행렬식(determinant)  $g$ 의 제곱근이다. 가령, 단위 격자에 평균  $\sigma^2$ 의 응력장을 생성하려면 우측 모서리의 기준점 (R)에는  $x^2$  방향으로  $\sigma^2 \Delta X^2 t g^{1/2}$ 의 하중을 가하고 좌측 모서리의 기준점 (L)에는 이와 같은 크기의 반대 방향 하중을 가한다. 또한, 상부 모서리의 기준점 (T)에는  $x^1$  방향으로  $\sigma^2 \Delta X^1 t g^{1/2}$ 의 하중을 가하며, 하부 모서리의 기준점 (B)에는 음의  $x^1$  방향으로 같은 크기의 하중을 가한다.

이처럼 각 기준점에 하중을 가하여 구한 기준점의 변위로부터 식 (7)을 이용하여 변형률을 계산한 뒤, 이를 응력의 크기로 정규화(normalize)하면 아래와 같이 유연도(flexibility) 행렬을 구할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ 2\varepsilon_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{16} \\ & S_{22} & S_{26} \\ sym. & & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma^{11} \\ \sigma^{22} \\ \sigma^{12} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

식 (9)의 응력과 변형률이 모두 경사 좌표계를 기준으로 한 텐서 성분이므로 물리적 의미를 가지는 재료 상수를 구하기 위하여는 이를 전체 직교 좌표계의 식으로 변환하여야 한다. 이렇게 구한 전체 좌표계의 유연도 행렬의 각 항으로부터 균질화

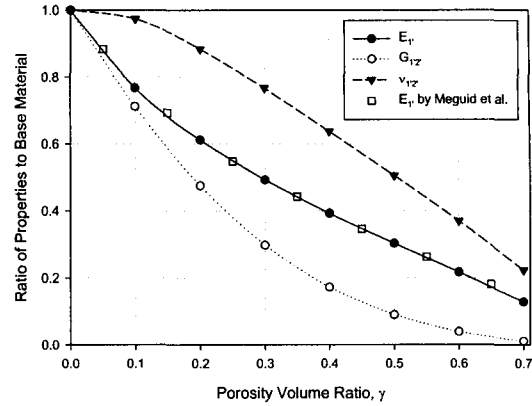


Fig.3. Elastic Properties Normalized by Those of Base Material for Square Arrayed Perforated Sheet

된 방향별 탄성 계수와 프아송비, 상호 간섭 계수(mutual influence coefficient) 등을 구할 수 있다. 또한 이 유연도 행렬의 역행렬을 구하면 이는 아래 식 (10)의 강성도(stiffness) 행렬이 된다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11'} \\ \sigma_{22'} \\ \sigma_{12'} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C'_{11} & C'_{12} & C'_{16} \\ & C'_{22} & C'_{26} \\ sym. & & C'_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11'} \\ \varepsilon_{22'} \\ \gamma_{12'} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

여기서 (')은 전체 직교 좌표계를 의미하며, 이 강성 행렬의 각 항은 단위 격자의 균질화된 유효 강성이 된다.

#### 4. 결과 및 토의

평판 재료의 성질로는 탄소강의 탄성 계수인 207 (GPa)와 프아송비 0.3 을 사용하였으며, 먼저 앞 절에 설명된 방법을 이용하여 정방형 배열된 원형 다공 평판에 대한 평면 응력 해석을 수행하였다. 정방형 배열의 경우, Fig. 1 의 편심 거리  $d$ 는 0 이며, Fig. 2 의 국부 경사 좌표계는 직교 좌표계가 된다. 단위 격자의 면적 대비 구멍의 면적의 비율인 원공 체적비  $\gamma$ 에 따라 구멍의 크기를 변화시키며 구한 균질화된 재료 상수를 평판 재료의 성질로 정규화한 결과는 Fig. 3 에 보인 것과 같다. 구멍 크기의 증가에 따라 전단 강성 계수가 가장 크게 감소함을 알 수 있으며,  $x^1$  방향 탄성 계수는 Meguid<sup>3</sup> 등이 점근적 균질화 기법으로 계산한 결과와 매우 잘 일치함을 알 수 있다. Meguid 는 그의 결과를 20x20 개의 단위 격자로 구성된 평판의

Table 1 Comparison of Normalized Effective Properties for Square Array with  $\gamma$  of 0.3 by Using Square and Skewed Unit Cells

	Skewed Unit Cell	Square Unit Cell
$E_1/E_0$	0.492	0.493
$E_2/E_0$	0.492	0.493
$G_{12}/G_0$	0.294	0.297
$\nu_{12}/\nu_0$	0.760	0.767
$\nu_{21}/\nu_0$	0.759	0.767
$\eta_{1'2',1}/\nu_0$	-0.038	0.000
$\eta_{1',1'2'}/\nu_0$	-0.009	0.000
$\eta_{1'2',2'}/\nu_0$	-0.038	0.000
$\eta_{2',1'2'}/\nu_0$	-0.009	0.000

모서리에 균일 응력을 가한 유한 요소 해석과 비교하여, 구멍의 크기가 커짐에 따라 오차가 발생함을 보인 바 있다. 그러나, 단지 한 개의 단위 격자에 주기적 변형을 조건을 부여함으로써 본 연구의 결과는 그의 이론치에 매우 근접한 결과를 보이고 있다.

구멍이 경사 배열된 경우에 대하여 균질화 물성치를 계산하였다. 먼저, 앞 절에서 설명한 방법의 정확성을 검증하기 위하여 정방형 배열된 다공 평판의 단위 격자를 편심 거리  $d$  가  $L$  인 평행사변형으로 모델링하였으며, 그 결과를 정사각형 단위 격자로 계산한 결과와 비교하였다. 이 때, 원공 체적비  $\gamma$  는 0.3 으로 하였으며, 평판 재료의 각 물성치로 정규화한 결과는 Table 1 과 같다. 강성 계수와 프아송비는 1% 내외의 오차를 보인다. 원공이 정방형 배열된 재료는 직교 이방성의 특성을 가지므로 상호 간섭 계수(mutual influence coefficient)  $\eta$  는 모두 0 이어야 하나, 평행사변형 단위 격자의 경우 평판 재료 프아송비에 대한 비율이 최대 3.8%로서 0.0115 의  $\eta$  값을 보였다. 이는 응력과 변위 성분을 좌표 변환하는 과정에서 발생된 수치적 오차인데, 그 크기는 크지 않다.

원공 체적비 0.3 인 다공 평판에서 편심 거리  $d$  를 증가 시키며 물성치를 계산한 뒤, 평판 재료의 물성치로 정규화한 결과는 Fig. 4 에 보인 것과 같다. 이 때, 상호 간섭 계수의 비는 평판 재료의 프아송비로 나누어 도시하였다. 편심 거리의 증가에 따라 수평 및 수직 방향 탄성 계수는 감소하는

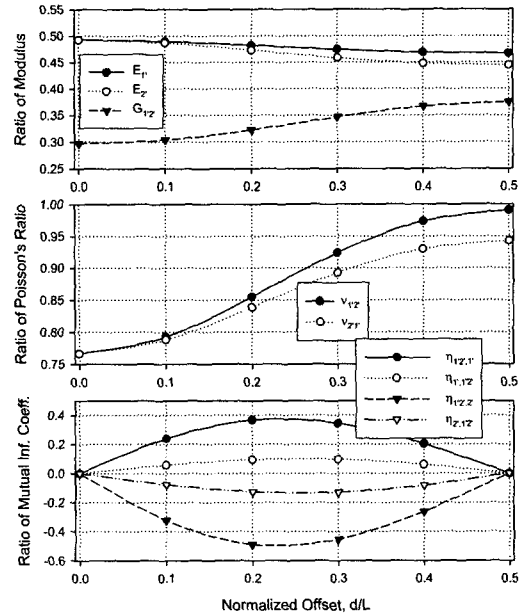


Fig.4. Elastic Properties Normalized by Those of Base Material for Skew Arrayed Perforated Sheet

반면에 전단 강성 계수는 증가함을 보이고 있다. 프아송비는 모두 증가하는데,  $d/L$  이 0.5, 즉 삼각형(staggered) 배열이 되면  $\nu_{12}$  는 0.297 로서 평판 재료의 프아송비 0.3 에 거의 근접한다. 인장 응력에 따른 전단 변형률, 또는 전단 응력에 의한 인장 변형률을 의미하는 상호 간섭 계수의 크기는 편심 거리에 따라 증가하다가 다시 감소하여,  $d/L$  이 0.5 가 되면 0 이 된다. 이는 직교 이방성의 특성을 보이는 것으로서, 구멍이 삼각형 배열된 평판의 구조적인 특성상 당연한 결과이다.

균질화된 재료의 유효 물성치는 이들 재료로

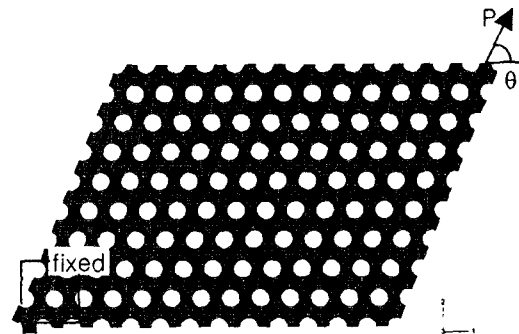


Fig.5. Perforated Sheet with 9x13 Unit Cell Array

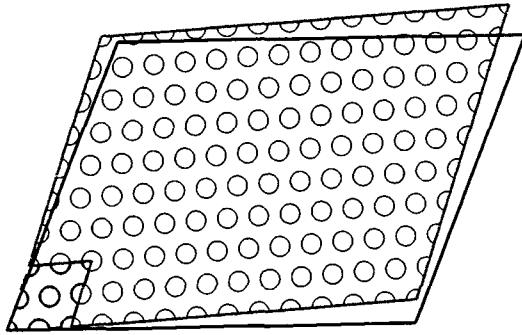


Fig. 6. Deformed Shape of Sheet with 9x13 Unit Cell Array (Thin Line: Detail Thick : Homogenized, Dotted : Mixed Model)

구성된 구조물의 해석에 편리하게 사용될 수 있다. 개재물을 형상 그대로 모델링하는 경우에 비하여 극히 적은 개수의 요소만을 사용하여 해석이 가능하며, 균질화 물성치가 정확하다면 구조물의 거시적 거동 또한 정확히 예측될 수 있을 것이다. 본 연구에서는 원공 체적비가 0.3 이고 구멍 배열의 편심 거리가 0.4L 인 단위 격자 9x13 개로 이루어진 평판을 해석하였다. 좌측 하단 구석에 놓인 단위 격자의 자유 모서리를 Fig. 5 와 같이 구속하고 우측 상단 부분에 집중하중을 가하였다. 하중의 크기는  $10^4 E_0 L t$  로 하였으며, 그 방향  $\theta$ 를  $0^\circ$  에서  $90^\circ$  까지 변화시켜 변형과 하중점의 변위를 구하였다. 원공이 그대로 포함된 Fig. 5 의 상세 모델과 한 개의 단위 격자 영역을 단 4 개의 요소로 대체하고 여기에 Fig. 4 의 이방성 유효 물성치를 입력한 균질화 모델에 대하여 동일한 해석을 수행한 결과,  $\theta$ 가  $90^\circ$  경우의 평판의 변형은 Fig. 6 과 같다. 하중점의 변위를 보인 Fig. 7 에서도 알 수 있듯이 균질화 모델의 경우 상세 모델과 상당한 차이를 보이고 있다. 이는 좌측 하단부의 극히 제한된 영역에 경계 조건이 부여되었고 여기에 큰 모멘트가 작용함으로써 심한 국부적 변형이 발생하였기 때문이다.

이와 같은 오차를 줄일 수 있는 방법은 균질화 모델을 사용하되, 응력장의 구배가 급격한 부분에는 단위 격자의 상세 모델을 조합하는 것이다. 좌측 하단의 2x2 격자 영역에 상세 모델을 조합한 변형을 Fig. 6 에 점선으로 표시하였으며, 상세 모델과 잘 일치함을 알 수 있다. 조합 모델에서의 하중점 변위 또한 하중 방향에 무관하게 상세 모

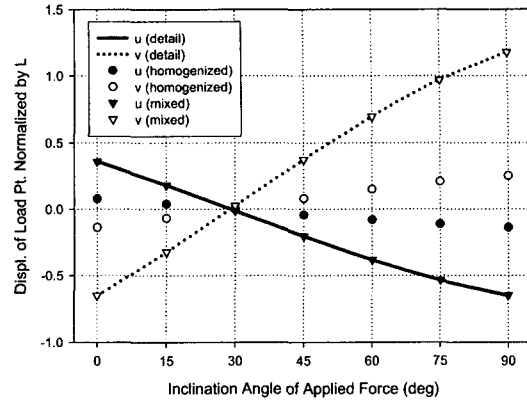


Fig. 7. Displacements of Loading Point in 9x13 Cell Models

델의 변위와 일치함을 Fig. 7 에서 확인할 수 있다.

위의 상세 모델의 경우 각 단위 격자를 302 개의 8 절점 사각형 평면 응력 요소로 모델링하여 총 35334 개의 요소가 사용된 반면, 조합 모델의 경우에는 상세 모델링된 2x2 격자 영역의 1208 개와 나머지 영역의 452 개를 더하여 총 1660 개의 요소가 사용되었다. 대부분의 영역에서 원공의 모델링 없이 불과 4.7%의 요소를 사용하여 평판의 거동을 정확히 계산할 수 있다는 점에서 균질화 물성치의 정확성과 그 유용성을 확인할 수 있다.

국부적인 상세 모델을 균질화 모델에 조합하는 과정에서 상호 경계면에서 절점 불일치가 발생하나, 경계면에 놓인 상세 모델의 절점을 인접한 균질화 모델 절점에 운동 구속시키면 되는데, 본 연구에서는 선형(linear) 구속 조건을 사용하였다. 이와 같은 조합 모델의 필요성은 문제별 경계 조건에 따라 달라질 것으로 보인다. 가령, 응력의 구배가 크지 않아 국부적 변형이 심하지 않은 경우에는 단지 균질화 모델로도 만족할 만한 결과를 얻을 수 있을 것으로 예상된다.

## 5. 결론

규칙적으로 배열된 불균질 개재물을 포함한 재료의 유효 물성치를 계산함에 있어서, 단위 격자의 경계 절점들이 만족하여야 하는 주기적 변형을 조건을 유도하였다. 이 운동 구속 조건을 유한 요소 해석에 적용함으로써 단지 한 개의 단위 격

자 모델로부터 정방향으로 배열된 원형 다공 평판에 대하여 구멍의 크기에 따른 물성치의 변화를 구하였다.

내재물이 경사 배열됨에 따라 평행사변형의 형태로 정의되는 단위 격자에 대하여는 응력과 변형률을 경사 좌표계에 대한 텐서의 의미로 재해석하여 유연도 행렬과 강성 행렬을 구한 뒤, 이를 전체 직교 좌표계로 변환함으로써 적절한 공학적 물성치 상수를 구할 수 있다. 경사 배열된 원형 다공 평판에 대하여 구멍의 편심 정도에 따른 유효 물성치의 변화를 계산하였다.

여러 개의 단위 격자로 구성된 평판의 평면 응력 해석을 통하여, 구해진 유효 물성치의 유용성과 정확성을 확인하였다. 이 때, 대상 구조물의 경계 조건이나 하중 조건에 따라 국부적으로 심하게 변형하는 경우에는 균질화 모델만으로는 평판의 거동에 상당한 오차가 발생할 수 있으며, 이 경우 제한된 영역에 단위 격자의 상세 모델을 조합하여 사용함으로써 문제점을 해결할 수 있었다. 그러나, 향후 균질화 모델의 해석 결과로부터 상세 모델 조합의 필요성을 판단할 수 있는 기준이 마련되어야 할 것으로 보인다.

본 연구에서는 2 차원 탄성 문제에 국한하여 주기적 변형률 조건을 적용하였지만, 이는 비탄성 (inelastic) 거동이나 3 차원 문제에도 확대 적용할 수 있을 것으로 기대된다.

## 후 기

이 논문은 2003 년도 두뇌한국 21 사업에 의하여 일부 지원되었음.

## 참고문헌

1. Slot, T. and O'Donnell, W. J., "Effective Elastic Constants for Thick Perforated Plates with Square and Triangular Penetration Patterns," J. of Engineering for Industry, Tran. ASME, Vol. 93, No. 4, pp. 935-942, 1971.
2. O'Donnell, W. J. and Porowski, J., "Yield Surfaces for Perforated Materials," J. of Applied Mechanics, Tran. ASME, Vol. 40, No. 3, pp. 263-270, 1973.
3. Meguid, S. A., Kalamkarov, A. L., Yao, J., and Zougas, A., "Analytical, Numerical and Experimental Studies of Effective Elastic Properties of Periodically Perforated Materials," J. of Engineering Materials and Technology, Tran. ASME, Vol. 118, No. 1, pp. 43-48, 1996.
4. Baik, S. C., Oh, K. H., and Lee, D. N., "Analysis of the Deformation of a Perforated Sheet under Uniaxial Tension," J. of Materials Processing Technology, Vol. 58, No. 2, pp. 139-144, 1996.
5. Baik, S. C., Han, H. N., Lee, S. H., Oh, K. H., and Lee, D. N., "Plastic Behavior of Perforated Sheets under Biaxial Stress State," Int. J. of Mechanical Sciences, Vol. 39, No. 7, pp. 781-793, 1997.
6. Theocaris, P. S., Stavroulakis, G. E., and Panagiotopoulos, P. D., "Calculation of Effective Transverse Elastic Moduli of Fiber-Reinforced Composites by Numerical Homogenization," Composites Sciences and Technology, Vol. 57, No. 5, pp. 573-586, 1997.
7. Park, S. K., Kim, J., Chang, Y. C., and Kang, B. S., "Analysis of the Deformation of a Perforated Sheet under Thermal and Tension Load Using Finite Element Method," J. of Materials Processing Technology, Vol. 113, No. 1, pp. 761-765, 2001.
8. Kalamkarov, A. L., "Analysis, Design, and Optimization of composite structures," J. Wiley & Sons, New York, 1997.
9. Lee, J. H., "Simplified Stress Analysis of Perforated Plates Using Homogenization Technique," J. of the Computational Structural Engineering Institute of Korea, Vol. 8, No. 3, pp. 51-58, 1995.
10. Ghosh, S., Lee, K., and Moorthy S., "Two Scale Analysis of Heterogeneous Elastic-Plastic Materials with Asymptotic Homogenization and Voronoi Cell Finite Element Model," Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., Vol. 132, No. 1, pp. 63-116, 1996.
11. Jang, J., Yoon, M., and Lee, J., "Computation of Equivalent Material Properties of Woven Fabric Composites Using Homogenization Technique," Tran. of KSME A, Vol. 22, No. 3, pp. 588-594, 1998.
12. Ohno, N., Wu, X., and Matsuda, T., "Homogenized properties of Elastic-Viscoplastic Composites with Periodic Internal Structures," Int. J. of Mechanical Sciences, Vol. 42, No. 8, pp. 1519-1536, 2000.

13. Yun, S. H., "The Finite Element Analysis for Calculation of Equivalent Elastic Constants Using the Homogenization Method", *J. of the Computational Structural Engineering Institute of Korea*, Vol. 13, No. 1, pp. 51-61, 2000.
14. Anthoine, A., "Derivation of the In-Plane Elastic Characteristics of Masonry through Homogenization Theory," *Int. J. Solids Structures*, Vol. 32, No. 2, pp. 137-163, 1995.