

# 유한요소법과 ACSL을 이용한 Linear Stepping Motor의 진동해석에 관한 연구

(A Study on the Vibration Analysis of Linear Stepping Motor using FEM and ACSL)

이상호\* · 정도영

(Sang - Ho Lee · Do - Young Jung)

## 요 약

본 논문에서는 가동자의 이동방향에 따른 진동과 고정자에 대하여 수직으로 작용하는 진동을 동시에 고려할 수 있는 이론을 제시함에 있어서, LSM의 구조를 기초로 자기등가회로를 구성하였으며, 자기등가회로에 대한 방정식을 이용하여 LSM의 전기적인 등가회로를 유도하였다. 그리고, LSM의 변위에 따른 수직력 분포를 유한요소법(Flux2D)으로 계산하였으며 이를 방정식으로 나타내었다. 최종적으로 1상 여자방식에 의한 가동자의 이동방향에 따른 진동과 고정자에 대하여 수직으로 작용하는 진동을 전압방정식, 추력 및 수직력 방정식, 운동방정식을 사용하여 ACSL(Advanced Continuous Simulation Language)에 의하여 시뮬레이션 하였다.

## Abstract

In this paper, the vibration characteristics of a linear stepping motor(LSM) are analyzed using the ACSL. A magnetic equivalent circuit is based on the structure of the LSM, and then the electric equivalent circuit of the LSM is derived by solving equations for the magnetic equivalent circuit. A normal force is calculated using finite element method(FEM). And the vibration characteristics(continuous vibration) of the LSM are simulated by the ACSL(Advanced Continuous Simulation Language) with the voltage equations, the thrust equation, the normal force equation and the kinetic equation.

Key words : LSM, finite element method, ACSL, magnetic equivalent circuit

## 1. 서 론

Linear stepping motor(이하 LSM이라 한다.)는 rotary stepping motor와 같이 개루프 제어(Open

loop control)로도 정확한 위치제어가 가능하다 [1][2]. 특히, 운동 변환 기구 없이 입력신호에 따라 선형적인 변위를 발생시키는 다이렉트 드라이브(Direct Drive)방식의 전동기이다. 따라서 LSM은 자동반송장치, 의료기기, OA, FA 응용 등에 다양하게 사용될 것으로 사료된다[3].

그러나, LSM은 구동시 구조적으로 큰 진동이 발생됨으로서 추력이 급격히 떨어질 때가 있으며, 최악의 경우에는 역전이나 탈조현상이 발생하고, 또한

\* 주저자 : 삼척대학교 소방방재학부 부교수  
Tel : 033-570-6811, Fax : 033-570-6819  
E-mail : shlee@samcheok.ac.kr  
접수일자 : 2003년 11월 6일  
1차심사 : 2003년 11월 20일  
심사완료 : 2003년 12월 30일

소음의 원인이 되기 때문에 응용에 있어서 많은 제약을 받고 있는 실정이다[4].

따라서 본 논문에서는 가동자의 이동방향에 따른 진동과 고정자에 대하여 수직으로 작용하는 진동을 동시에 고려할 수 있는 이론을 제시함에 있어서, LSM의 구조를 기초로 자기등가회로를 구성하였으며, 자기등가회로에 대한 방정식을 이용하여 LSM의 전기적인 등가회로를 유도하였다[5][6]. 그리고, LSM의 변위에 따른 수직력 분포를 유한요소법(Flux2D)으로 계산하였으며 이를 방정식으로 나타내었다. 최종적으로 1상 여자방식에 의한 가동자의 이동방향에 따른 진동과 고정자에 대하여 수직으로 작용하는 진동을 전압방정식, 추력 및 수직력 방정식, 운동방정식을 사용하여 ACSL에 의하여 시뮬레이션 하였다.

## 2. 본 론

### 2.1 LSM의 기본구조

그림1은 LSM의 구조를 나타내고 있다. 그림1에서 가동자는 A상과 B상의 전자석이 이동방향의 전후로 배치되어 있으며 A상의 코일은 자극1(P1)과 자극2(P2)의 극성이 서로 반대가 되도록 감겨져 있고, B상의 코일은 자극3(P3)과 자극4(P4)의 극성이 서로 반대가 되도록 감겨져 있다. 또한, 각각의 전자석에는 두 개의 자극으로 되어 있으며, 자극1과 자극2 및 자극3과 자극4는 각각  $(n + 1/2) T_p$ (치 피치)만큼 엇갈리고, 자극1과 자극3 및 자극2와 자극4는 서로  $(n + 1/4) T_p$  또는  $(n + 3/4) T_p$ 만큼 엇갈려 배치되어 있다.

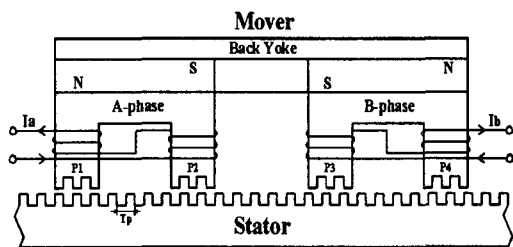


그림 1. LSM의 구조  
Fig. 1. Structure of LSM

### 2.2 LSM의 자기등가회로

그림2는 LSM의 자기등가회로를 나타내고 있다.

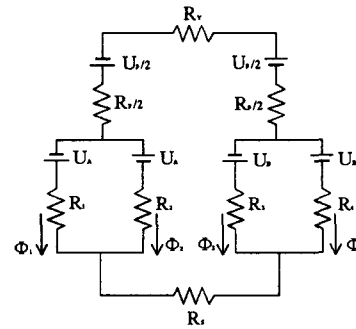


그림 2. LSM의 자기등가회로  
Fig. 2. Magnetic equivalent circuit of LSM

여기서,  $U_p$ 는 영구자석에 의해 생성된 기자력(mmf),  $U_A$ 와  $U_B$ 는 각각 전류  $I_A$ 와  $I_B$ 에 의해 생성된 기자력(mmf),  $R_n$ 는 공극에서의 자기저항( $i$ :극수)을 나타내고 있다. 또  $R_p$ 는 영구자석에서의 자기저항이며,  $R_Y$ 와  $R_S$ 는 각각 요크에서의 자기저항과 고정자에서의 자기저항,  $\Phi_i$ 는 극에서의 자속을 나타내고 있다.

여기서, 여자전류와 자속사이에는 히스테리시스 현상이 없는 선형 관계라고 가정하고, 극에서의 자속을 근사적으로 보면 다음과 같다.

$$\begin{cases} \Phi_i = \Phi_{iP} + \Phi_{iA} \quad [Wb] \\ (i = 1, 2) \\ \Phi_i = \Phi_{iP} + \Phi_{iB} \quad [Wb] \\ (i = 3, 4) \end{cases} \quad (1)$$

식(1)에서, 영구자석에 의한 각 극의 자속( $\Phi_{iP}$ )과 전자석에 의한 각 극의 자속( $\Phi_{iA}$  및  $\Phi_{iB}$ )을 푸리에 급수로 표현하면 다음과 같다.

$$\Phi_{1P} = \Phi_P + \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_{P(n)} \cos \frac{2\pi}{T_p} nx \quad (2)$$

$$\Phi_{2P} = \Phi_P + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \Phi_{P(n)} \cos \frac{2\pi}{T_p} nx \quad (3)$$

$$\Phi_{3P} = -\Phi_P - \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_{P(n)} \cos \frac{2\pi}{T_p} n(x - \frac{T_p}{4}) \quad (4)$$

$$\Phi_{4P} = -\Phi_P - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \Phi_{P(n)} \cos \frac{2\pi}{T_p} n(x - \frac{T_p}{4}) \quad (5)$$

$$\Phi_{1A} = \Phi_A + \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_{A(n)} \cos \frac{2\pi}{T_p} nx \quad (6)$$

$$\Phi_{2A} = -\Phi_A - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \Phi_{A(n)} \cos \frac{2\pi}{T_p} nx \quad (7)$$

$$\Phi_{3B} = \Phi_B + \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_{B(n)} \cos \frac{2\pi}{T_p} n(x - \frac{T_p}{4}) \quad (8)$$

$$\Phi_{4B} = -\Phi_B - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \Phi_{B(n)} \cos \frac{2\pi}{T_p} n(x - \frac{T_p}{4}) \quad (9)$$

여기서,  $\Phi_P$ 와  $\Phi_{P(n)}$  은 각각 영구자석에 의해 생성된 자속의 평균값과 n차 고조파 자속의 크기를 나타낸다.  $\Phi_A$ 와  $\Phi_B$  는 각각 전류  $I_A$ 와  $I_B$  에 의해 생성된 자속의 평균값이며,  $\Phi_{A(n)}$ 와  $\Phi_{B(n)}$  은 n 고조파 자속의 크기를 나타낸다.

전자석 A상의 자기수반에너지를  $W_{mcA}$  라 할 때 자기수반 에너지  $W_{mcA}$  는 식(10)과 같다. 여기서,  $N_A I_A$  [AT] 는 극당 기자력을 나타낸다.

$$\begin{aligned} W_{mcA} &= \int_0^{I_A} \Psi dI_A = N_A \int_0^{I_A} \Phi_1 dI_A - N_A \int_0^{I_A} \Phi_2 dI_A \\ &= \frac{1}{2} N_A I_A (\Phi_1 - \Phi_2) \end{aligned} \quad (10)$$

따라서, 추력  $F_A$  는 식(11)과 같다.

$$\begin{aligned} F_A &= \frac{dW_{mcA}}{dx} = -\frac{4\pi N_A \Phi_{P(1)}}{T_p} I_A \sin \frac{2\pi}{T_p} x \\ &= -K_f I_A \sin \frac{2\pi}{T_p} x \end{aligned} \quad (11)$$

여기서  $K_f$  는 추력상수[N/A]이고,  $\Phi_{P(1)}$  은 영구자석에 의해 생성된 기본파에 대한 자속의 크기를 나타낸다. 위와 같은 방법으로 전자석 B상이 여자될 때, 추력  $F_B$  는 식(12)와 같다.

$$\begin{aligned} F_B &= \frac{dW_{mcB}}{dx} = -\frac{4\pi N_B \Phi_{P(1)}}{T_p} I_B \cos \frac{2\pi}{T_p} x \\ &= -K_f I_B \cos \frac{2\pi}{T_p} x \end{aligned} \quad (12)$$

따라서, 전체 추력  $F$  는 식(13)과 같다.

$$F = F_A + F_B \quad (13)$$

식(13)으로부터 LSM의 고정자에 대한 가동자의 이동방향에 따른 운동방정식은 식(14)와 같다.

$$\begin{aligned} F_A + F_B &= (M' + m) \frac{d^2 x}{dt^2} \\ &+ 2(M' + m) \zeta_n \omega_n \frac{dx}{dt} \end{aligned} \quad (14)$$

여기서,  $M'$  는 부하의 질량이며,  $m$  은 가동자의 질량이고,  $\zeta_n$  와  $\omega_n$  은 각각 감쇄비와 고유진동수이다.

### 2.3 LSM의 전기등가회로

그림3과 그림4는 LSM의 전기등가회로를 유도하기 위한 A상에 대한 간단한 구조와 T형 등가회로를 나타낸다.

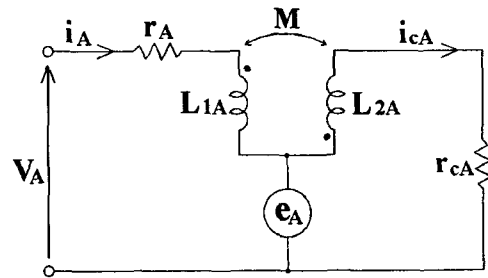


그림 3. A상에 대한 간단한 구조  
Fig. 3. Simple Structure of A-phase

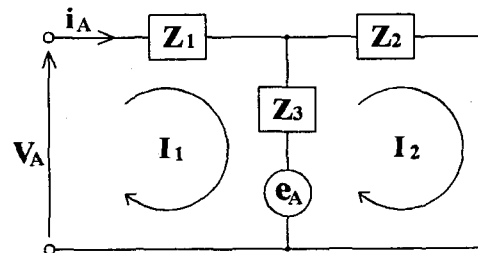


그림 4. A상에 대한 T형 등가회로  
Fig. 4. T-type equivalent circuit of A-phase

그림4에 키르히호프의 전압법칙을 적용하면, 식(15)와 식(16)이 된다.

$$(Z_1 + Z_3)I_1 - Z_3I_2 + e_A = V_A \quad (15)$$

$$-Z_3I_1 + (Z_2 + Z_3)I_2 - e_A = 0 \quad (16)$$

또한, 그림3에서  $M > 0$  이므로 식(17)과 식(18)과 같다.

$$(r_A + j\omega L_{1A})I_1 + j\omega MI_2 + e_A = V_A \quad (17)$$

$$j\omega MI_1 + (r_{cA} + j\omega L_{2A})I_2 - e_A = 0 \quad (18)$$

식(15)~식(18)에서  $Z_1, Z_2, Z_3$ 을 각각 나타내면 식(19)~식(21)과 같다.

$$Z_1 = r_A + j\omega(L_{1A} + M) \quad (19)$$

$$Z_2 = r_{cA} + j\omega(L_{2A} + M) \quad (20)$$

$$Z_3 = -j\omega M \quad (21)$$

그림5는 LSM의 A상에 대한 전기적인 등가회로를 나타낸다.

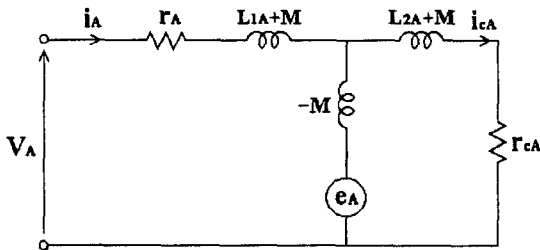


그림 5. LSM의 전기등가회로(A상)  
Fig. 5. Electrical equivalent circuit of LSM(A-phase)

그림5에 키르히호프의 전압법칙을 적용하여 전압 방정식을 도출하면 식(22) 및 식(23)과 같다.

$$V_A = r_A i_A + L_{1A} \frac{di_A}{dt} + M \frac{di_{cA}}{dt} + e_A \quad (22)$$

$$0 = r_{cA} i_{cA} + L_{2A} \frac{di_{cA}}{dt} + M \frac{di_A}{dt} - e_A \quad (23)$$

여기서  $r_{cA}$ 는 철손에 해당하는 등가저항이다. 같은 방법으로 B상에 대하여 전압방정식을 도출하면 식(24) 및 식(25)와 같다. 여기서,  $r_{cB}$ 는 철손에 해당하는 등가저항이다.

$$V_B = r_B i_B + L_{1B} \frac{di_B}{dt} + M \frac{di_{cB}}{dt} + e_B \quad (24)$$

$$0 = r_{cB} i_{cB} + L_{2B} \frac{di_{cB}}{dt} + M \frac{di_B}{dt} - e_B \quad (25)$$

또한, 속도기전력에 해당하는 A상의 유도전압  $e_A$ 와 B상의 유도전압  $e_B$ 를 나타내면 식(26) 및 식(27)과 같다. 여기서,  $K_1$ 은 역기전력 상수 [V/m/s]이다.

$$\begin{aligned} e_A &= 2N \frac{dx}{dt} \phi_{F(1)} \frac{2\pi}{T_p} \sin \frac{2\pi}{T_p} x \\ &= K_1 \frac{dx}{dt} \sin \frac{2\pi}{T_p} x \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} e_B &= 2N \frac{dx}{dt} \phi_{F(1)} \frac{2\pi}{T_p} \cos \frac{2\pi}{T_p} x \\ &= K_1 \frac{dx}{dt} \cos \frac{2\pi}{T_p} x \end{aligned} \quad (27)$$

#### 2.4 LSM의 수직력 방정식

본 논문에서는 LSM의 이동변위에 따른 수직력 분포를 2차원 유한요소해석(Flux2d)과 가상변위법을 사용하여 계산하였다

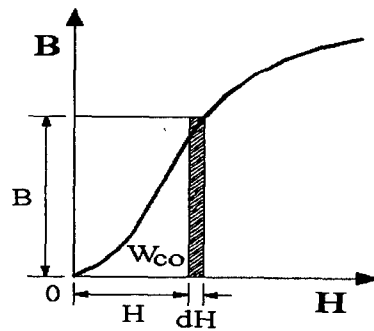


그림 6. 자화곡선  
Fig. 6. Magnetization curve

그림6은 자화곡선을 나타내며, 전체 자기 수반에너지는 그림6의 자화곡선으로부터 식(28)과 같이 나타낼 수 있다.

$$W_{co} = \int_v \left( \int_0^H B dH \right) dv$$

$$= \int_v \frac{1}{2} B \cdot H dv \quad (28)$$

식(28)에서 해석 영역을 2차원으로 제한하면 식(29)과 같이 된다.

$$W_{co} = \int_s \frac{1}{2\mu} B^2 ds \quad (29)$$

따라서, 수직력  $F_y$ 는 자기수반에너지  $W_{co}$ 의 변화량으로 주어지므로 식(30)과 같이 나타낼 수 있다.

$$F_y = \frac{\partial W_{co}}{\partial x} \quad (30)$$

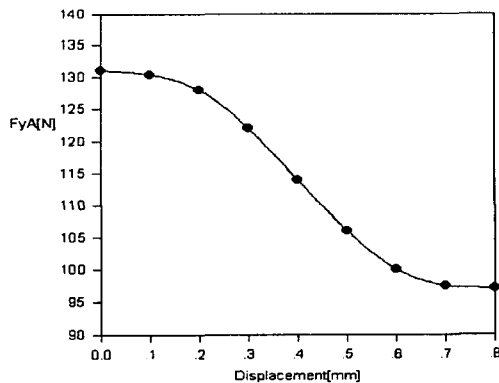


그림 7. LSM의 수직력 분포(A상)  
Fig. 7. Normal force distribution of LSM (A-phase)

그림7의 수직력 분포를 바탕으로 가동자 변위에 따른 수직력을 근사적으로 나타내면 식(31)과 같다. 같은 방법으로 B상에 대한 수직력을 나타내면 식(32)와 같다.

$$F_{yA} = K_{yA} I_A \cos \frac{2\pi}{T_p} x + K_{tA} \quad (31)$$

$$F_{yB} = K_{yB} I_B \sin \frac{2\pi}{T_p} x + K_{tB} \quad (32)$$

여기서  $K_{yA}$ 와  $K_{yB}$ 는 수직력 상수[N/A]이고,  $K_{tA}$ 와  $K_{tB}$ 는 수직력의 평균값을 나타낸다.

또한, LSM의 고정자에 대한 가동자의 수직방향의 운동방정식을 나타내면 식(33)과 같이 나타낼 수 있다.

$$F_{yA} + F_{yB} = m \frac{d^2 y}{dt^2} + B_c \frac{dy}{dt} + K_c y \quad (33)$$

여기서  $m$ 은 가동자의 질량이며,  $B_c$ 는 베어링의 저항력과 관련된 계수이고,  $K_c$ 는 등가탄성계수를 나타낸다.

## 2.5 시뮬레이션에 의한 진동해석

본 논문에서는 상기에서 도출한 운동방정식과 전압방정식 및 속도기전력을 바탕으로 ACSL에 의하여 가동자의 이동방향에 따른 진동과 고정자에 대한 가동자의 수직방향의 진동을 동시에 해석하였다. 표1은 본 논문에서 사용한 LSM의 제원을 나타내고 있다.

표 1. LSM의 제원  
Table 1. Specification of LSM

항 목	수 치[단위]	비 고
구동전원	DC 24 [V], 1.0 [A/상]	
직류저항	4.2[Ω]/상	
인덕턴스	10.7[mH]/상	
분해능	0.4 [mm/펄스]	
홀딩력	2 [kgf]	
극 수	4 극	
치 수	3개/극	
치 폭	0.75[mm]	
홈 폭	0.85[mm]	
치 피치	1.6[mm]	
스택길이	50[mm]	
공극길이	50[μm]	

그림8은 가동자의 이동방향에 따른 진동을 나타내고 있으며, 그림9는 가동자의 이동방향에 따른 연속 진동을 나타내고 있다. 그림8에서 알 수 있듯이, 표1의 LSM 제원인 0.4[mm/pulse]와 거의 일치 하는 것을 알 수 있다. 또한 최대오버슈트는 0.326[mm], 언드슈트는 0.294[mm], 정정시간은 220[ms]를 나타내고 있다.

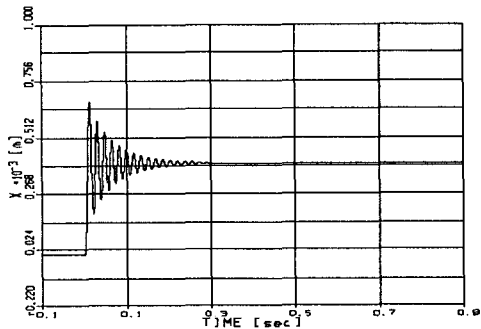


그림 8. 이동방향에 대한 진동  
Fig. 8. Vibration for moving direction

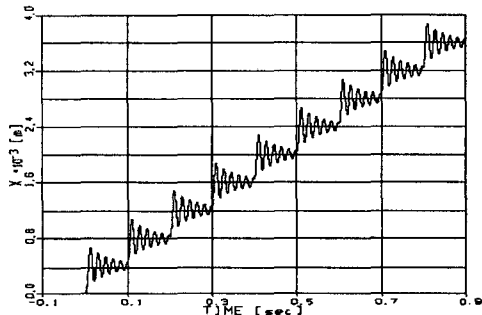


그림 9. 이동방향에 대한 연속진동(10(pps))  
Fig. 9. Continuous Vibration for moving direction(10(pps))

그림10은 고정자에 대한 가동자의 수직방향에 따른 진동을 나타내고 있으며, 그림11은 고정자에 대한 가동자의 수직방향에 따른 연속 진동을 나타내고 있다. 그림10에서 알 수 있듯이, 표1의 LSM 제원인 공극 50[μm]의 범위에 거의 일치 하는 것을 알 수 있다.

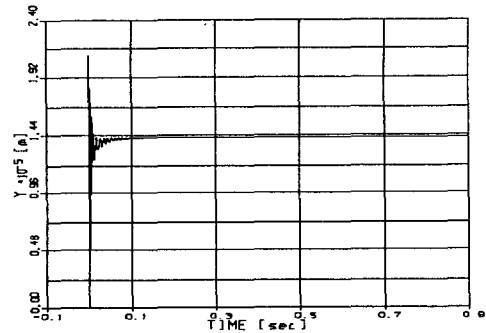


그림 10. 수직방향에 대한 진동  
Fig. 10. Vibration for normal direction

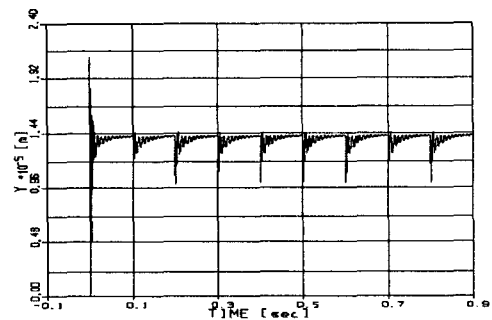


그림 11. 수직방향에 대한 연속진동(10(pps))  
Fig. 11. Continuous Vibration for normal direction(10(pps))

### 3. 결론

본 논문에서는 LSM의 진동해석의 이론적인 정립을 위하여 LSM의 자기등가회로를 유도하였으며, 자기등가회로를 바탕으로 추력 방정식을 도출하였다. 그리고 LSM의 기본구조를 바탕으로 이동방향에 따른 운동방정식과 전기등가회로를 유도하였으며 전기등가회로를 기초로 전압방정식을 도출하였다. 또한, 본 논문에서는 유한요소해석에 의한 이동변위에 따른 수직력 분포를 구한 후, 이를 기초로 하여 수직력 방정식을 도출하였으며, LSM의 고정자에 대한 가동자의 수직방향 운동방정식을 새롭게 제시하였다.

상기에서 도출한 방정식들을 사용하여 ACSL을 통한 1상 여자방식에 대한 진동 특성을 시뮬레이션한 결과, 다음과 같은 결론을 얻었다.

유안요소법과 ACSL을 이용한 Linear Stepping Motor의 진동해석에 관한 연구

1. 이동방향에 대한 진동특성은 진동해석에 사용된 LSM 제원인 0.4[mm/pulse]와 거의 일치 하는 것을 알았으며, 또한 최대오버슈트는 0.326[mm], 언드슈트는 0.294[mm], 정정시간은 220[ms]를 나타내었다.

2. 수직방향의 진동특성은 LSM의 공극 50[ $\mu$ m]의 범위에 거의 일치 하는 것을 알 수 있었다.

향후, 연구과제로서 레이저 측정시스템을 사용하여 LSM의 진동특성을 측정함으로써 시뮬레이션 결과와의 비교·검토가 요구되어진다.

◇ 저자소개 ◇

이상호 (李相鎬)

1959년 7월 13일생. 1982년 영남대 전기 공학과 졸업(공학사). 1988년 영남대 공대 전기공학과 졸업(석사). 1993년 동 대학원 전기공학과 졸업(박사). 현재 삼척대 소방방재학부 부교수.

정도영 (鄭都永)

1956년 8월 13일생. 1981년 영남대 전기 공학과 졸업(공학사). 1984년 서울대 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1989년 영남대 대학원 전기공학과 졸업(박사). 1997~1998 미국 Ohio 주립대학 교환교수. 현재 삼척대 컴퓨터 응용제어공학과 교수.

References

- [1] Leenhouts, A. C., "The art and practice of step motor control", Intertec. Inc., pp. 41~46, 1987.
- [2] Kenjo T., Sugawara A., "Stepping motor and their microprocessor controls", Oxford University Press, pp. 49~58, 1994.
- [3] Ding Zhi-Gang, "A Novel Electromagnetic Spiral Linear Step Motor", IEEE Trans. on Industry Appl., vol. 1, pp. 329~336, 1994.
- [4] T. Taniguchi, K. Ohtsuka, K. Takasugi, "Rotor Oscillation Damping of a Stepping Motor by the Method of a Simple Switching Sequence", T. IEE Japan, Vol. 111-D, No.6, pp. 497~498, 1991.
- [5] Sang-Ho Lee, Hong-Seok Oh, Dong-Hee Kim, Long-Nam Han, "A Study on The Improvement of Characteristics in 2-phase Linear Stepping Motor", ICEC'98, pp.11-93~11-97, 1998.
- [6] 이상호, 김동화, 오홍석, "2상 하이브리드형 리니어 스텝핑 전동기의 미세스텝에 관한 연구", 전기학회논문지, 제49권, 제5호 pp. 358~363, 2000.