

평판-회형 방열판의 수치적 형상최적화

김형렬, 박경우*, 최동훈*

조선이공대학 건축환경설비과, *한양대학교 최적설계신기술연구센터

Numerical Shape Optimization for Plate-Fin Type Heat Sink

Hyung-Ryul Kim, Kyoungwoo Park*, Dong-Hoon Choi*

Department of Environmental & Architectural, Chosun College of Science & Technology, Kwangju 501-744, Korea

**The Center of Innovative Design Optimization Technology, Hanyang University, Seoul 133-791, Korea*

(Received December 23, 2003; revision received February 6, 2004)

ABSTRACT: In this study the optimization of plate-fin type heat sink for the thermal stability is performed numerically. The optimum design variables are obtained when the temperature rise and the pressure drop are minimized simultaneously. The flow and thermal fields are predicted using the finite volume method and the optimization is carried out by using the sequential quadratic programming (SQP) method which is widely used in the constrained non-linear optimization problem. The results show that when the temperature rise is less than 34.6 K, the optimal design variables are as follows; $B_1=2.468$ mm, $B_2=1.365$ mm, and $t=10.962$ mm. The Pareto optimal solutions are also presented for the pressure drop and the temperature rise.

Key words: Optimum design(최적설계), Plate-finned heat sink(평판-회형 방열판), Thermal stability(열적 안정성), CFD(전산유체역학), SQP(순차적 2차 계획법)

기 호 설 명

| | |
|--|---|
| <p>B_1, B_2 : 회 상/하부 두께 [m]</p> <p>c_p : 정압비열 [J/kgK]</p> <p>$C_1, C_2, C_3, C_\mu, C_\lambda$: $k-\epsilon$ 모델의 실험상수</p> <p>f_λ : $k-\epsilon$ 모델의 함수</p> <p>$F(X)$: 목적함수</p> <p>G_b, G_k : k, ϵ-방정식의 생성항</p> <p>g_i, g_j : i-방향 중력가속도 [m/s^2], 부등호제약조건</p> <p>h : 회 높이 [m]</p> | <p>H : 방열판 높이 [m]</p> <p>H : Hessian 행렬</p> <p>h_i : 등호제약조건</p> <p>k : 난류운동에너지 [m^2/s^2]</p> <p>k_s : 고체부분 열전도계수 [W/mK]</p> <p>l : 소산율에 대한 특성길이 [m]</p> <p>L : 방열판 길이 [m]</p> <p>P : 압력 [Pa]</p> <p>Δp : 압력강하 [Pa]</p> <p>Q : 발생열량 [W]</p> <p>\dot{q} : 단위체적당 열발생률 [W/m^3]</p> <p>R_t, R_ϵ : 난류 Reynolds 수</p> <p>s : 회 피치 [m]</p> <p>S : 탐색방향</p> |
|--|---|

† Corresponding author

Tel.: +82-2-2290-1639; Fax: +82-2-2291-4070

E-mail address: kwoopark@hanyang.ac.kr

| | |
|-------------|-------------------------------------|
| t | : 방열판 기저부 두께 [m] |
| T | : 온도 [K] |
| t' | : 온도에 대한 요동성분 |
| ΔT | : 온도상승 (= $T_{\max} - T_{\infty}$) |
| u, v, w | : x, y, z -방향 속도 [m/s] |
| u_i, u_i' | : i -방향 평균 및 요동속도 [m/s] |
| X | : 설계변수 |
| x_i | : i -방향 직교좌표계 [m] |

그리스 문자

| | |
|--------------------------------|-----------------------------|
| a | : 이동길이, 식(19) |
| a_t | : 난류 열확산계수 [m^2/s] |
| β | : 열팽창계수 [$1/K$] |
| δ_{ij} | : Kronecker delta |
| ε | : 난류운동에너지 소산율 [m^2/s^3] |
| θ | : 열저항 [K/W], 식(21) |
| μ_t | : 층류/난류 점성계수 [Ns/m^2] |
| ρ | : 밀도 [kg/m^3] |
| $\sigma_k, \sigma_\varepsilon$ | : 난류 Prandtl 수 및 Schmidt 수 |
| ϕ | : 일반 종속변수 |

하첨자

| | |
|----------|--------|
| in | : 입구 |
| k | : 반복횟수 |
| max | : 최대 |
| ∞ | : 주위 |

1. 서 론

전자장비 시스템은 운전시 발생하는 열을 효율적으로 제어하기 위해 방열판(heat sink)을 주로 사용한다. 이러한 방열판은 핀-핀(pin-fin) 또는 평판-핀(plate-fin) 형태로 크게 구분되는데, 설계자는 시스템 내 허용된 공간의 크기와 발열량을 고려하여 선택한다.

방열판의 성능향상(즉, 열저항의 최소화)을 위한 연구는 지금까지 꾸준히 이루어져 왔고 또 앞으로도 계속될 것이다. 열전달계수는 채널의 수력적경에 역비례한다는 개념으로부터 제안된 미

세채널(micro-channel) 방열판⁽¹⁾이 최근에 전자장비의 소형화라는 추세와 더불어 크게 각광을 받고 있다. 그러나 실제 산업현장에서는 전통적인 크기(길이, 50~500 mm)의 방열판이 여전히 널리 사용되고 있어, 이들의 성능해석에 대한 연구가 매우 활발히 진행되고 있다. 특히, 방열판 등 전자장비 냉각장치는 열전달의 최대화(또는 열저항 최소화)와 압력강하의 최소화 등 성능향상뿐만 아니라 설치 가능한 공간의 크기, 적절한 팬 용량 등 수많은 인자들을 고려하여 설계되어야 한다. 따라서, 방열판의 크기가 일정한 경우에 최대의 열/수력학적인 성능을 확보하기 위해서는 방열판 형상에 대한 최적설계가 이루어져야 할 것이다.

Ledezma and Bejan⁽²⁾은 실험 및 수치적인 방법을 통해 평판-핀 방열판의 냉각성능에 관한 연구를 수행하였다. 이들은 흰이 경사진 형태를 가지며 냉각유체의 속도가 증가할 때 방열판의 열적인 성능이 향상된다고 하였다. Jang et al.⁽³⁾은 다열 평판-핀 관 열교환기의 유동 및 열전달특성에 대해 연구하여, 엇갈리게 핀을 배열한 경우가 직렬로 배열한 경우보다 열전달은 15~27%, 압력강하는 20~25% 정도 각각 높다고 하였다. 또한 Ma and Peterson⁽⁴⁾은 데스크탑 컴퓨터의 냉각용으로 사용되고 있는 방열판 내의 온도 및 유동장을 수치적으로 규명하여 기관의 열전도계수가 열전달 성능에 미치는 영향을 조사하였다.

최근에 이르러 CFD 및 최적화 기법의 발달로 방열판 등 열/유체시스템의 최적설계에 대한 관심이 높아지고 있다. Ryu et al.⁽⁵⁾은 복잡한 미세채널 방열판의 열적인 성능을 예측할 수 있는 해석기법을 개발하여 방열판 최적설계에 적용하였다. 또한 Park et al.⁽⁶⁾은 채널 내에 엇갈리게 부착된 평판 열교환기의 최적형상 및 배열에 관한 연구를 수행하였다. 이들은 주기적인(periodic) 열/유동에 대한 해석과 수치적인 최적화 기법인 순차적 선형 프로그래밍(SLP)을 사용하여 최적설계 변수값을 제시하였다. 그러나 지금까지의 연구를 살펴보면, 전형적인 평판-핀 방열판의 최적설계에 관한 연구는 매우 미진한 상태이다.

따라서, 이 연구에서는 온도상승(발열체와 대기와 온도차)과 압력강하량이 최소가 되는 최적의 설계변수를 수치적인 기법을 사용하여 구하고자 한다. 온도상승과 압력강하량을 구하기 위한 방열판 내의 열유동장은 유한체적법을 이용하며,

제약조건을 고려한 비선형 최적설계문제는 순차적 2차 계획(sequential quadratic programming, SQP)법을 적용한다. 특히, 열유동장 해석과 최적화 등 모든 과정은 일괄작업(batch-process)으로 수행한다.

2. 수학적 모델링

2.1 해석모델

최적화를 위해 이 연구에서 선택한 열 시스템의 개략도를 Fig. 1에 나타내었다. 축류팬(모델명: 3112KL-05W-B50, 크기: 80×80×40 mm, 최대유량: 1.46 m³/min)에 의해 발생된 일정한 온도(318 K)의 공기는 덕트를 지나, 상부에서 발생한 열에 의해 가열된 방열판(재질: 알루미늄, ρ=2707 kg/m³, k_s=204 W/mK)을 냉각시킨 후 반응부에 유입된다. 이후 반응부 상부면에 위치한 출구를 통해 대기로 유출된다. 따라서 이 연구에서는 덕트, 방열판, 그리고 반응부 전체를 하나의 해석영역으로 선정하였다. 이때, 방열판 상부면에 설치된 동일한 크기(122×62 mm)의 2개 열원으로부터 서로 다른 전기적인 저항에 의해 열(각각 Q=348 및 321 W)이 발생한다. 따라서 냉각용 공기가 방열판의 원과 원 사이를 지나면서 전도 및 강제대류에 의해 방출됨으로써 열적인 안정성을 확보할 수 있다.

이 연구는 Fig.1과 같은 열 시스템에서 가장 중요한 방열판의 최적설계변수를 수치적으로 구하는 것이므로 방열판의 보다 자세한 형상을 Fig. 2에 나타내었다. 방열판은 압출형(extruded) 평판-원형으로, 높이(H), 폭(W), 그리고 길이(L)가

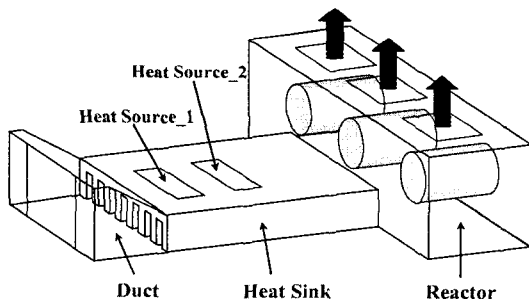


Fig. 1 Schematics for thermal system.

각각 60, 188, 430 mm로 고정되어 있다. 그리고 원의 피치(S), 원의 기저부 폭(B₁), 하부 폭(B₂), 그리고 핀의 높이(t)에 의해 평판-원의 내부 형상이 결정된다.

2.2 최적설계 정식화

2.2.1 목적함수 및 설계변수 선정

방열판의 최적설계변수는 방열판 내의 열저항(θ_{ja} 또는 온도상승, ΔT)과 압력강하(ΔP)가 최소일 때 얻어진다. 따라서 이 연구에서는 이들을 목적함수(objective function)으로 선정하였으며, 아래의 식으로 각각 정의한다.

$$\theta_{ja} = \frac{T_{max} - T_{\infty}}{Q} \quad (1)$$

$$\Delta P = P - P_{\infty} \quad (2)$$

여기서 T_{max}, T_∞는 열원-방열판 접촉부 및 대기온도를 각각 의미하며, P, P_∞는 각각 방열판 내부 및 대기압력을 나타낸다.

방열판의 형상은 Fig.2에서 보듯이 원의 수, 원의 피치, 원의 두께 및 높이, 그리고 방열판 기저부 두께 등에 의해 결정된다. 그러나 이 연구에서는 방열판의 전체 폭(W) 및 원의 개수(15개)가 일정하기 때문에 다음의 3가지 변수를 최적화

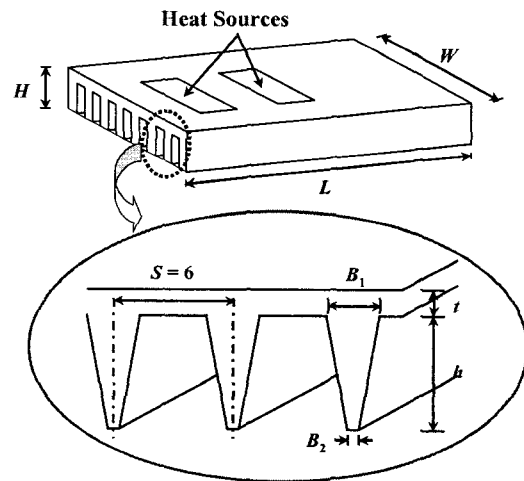


Fig. 2 Plate-fin type heat sink.

를 위한 변수로 선정하였다.

$$\text{설계변수} : B_1, B_2, t$$

2.2.2 최적화의 수학적 표현

최적설계(optimal design)란 설계변수들의 기하학적 형상을 고려한 제약조건들을 만족하면서 목적함수(들)를 최소화하는 설계변수를 수치적으로 구하는 것이다. 따라서 제약조건(constraint)을 갖는 비선형 최적화 문제의 수학적 표현은 다음과 같다.

Find $\mathbf{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_N\}^T$ (3)

to minimize $F(\mathbf{X})$ (4)

subject to $g_j(\mathbf{X}) \leq 0$ for $j=1, M$ (5)

$$X_i^L \leq X_i \leq X_i^U \text{ for } i=1, N \text{ (6)}$$

여기서 \mathbf{X} 은 벡터형의 설계변수를, $F(\mathbf{X})$ 는 목적함수를, 그리고 $g_j(\mathbf{X})$ 는 부등호제약조건을 의미한다. 또한 X_i^L 및 X_i^U 는 설계변수에 대한 하한 및 상한치로서, 설계변수의 범위를 제한하는 역할을 한다. 그리고 M, N 은 각각 제약조건의 수 및 설계변수의 수이다.

3. 이론해석

3.1 열/유동해석

3.1.1 평균 유동방정식

방열판 냉각용으로 사용되는 작동유체는 일정한 물성치를 갖는 비압축성 공기이며, 유동은 3차원 난류, 정상상태이다. 이때 점성 소산항 및 복사 효과는 무시하며, 해석영역의 대칭성으로 인해 1/2만을 해석하였다. 3차원 정상상태의 열 및 유동특성을 지배하는 연속, 운동량, 그리고 에너지 방정식을 텐서형태로 나타내면 다음과 같다.

연속방정식

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j) = 0 \tag{7}$$

운동량방정식

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \overline{\rho u_i' u_j'} \right) + \rho g_i \tag{8}$$

에너지방정식

$$\text{유체} : \frac{\partial(\rho u_j T)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{k}{c_p} \frac{\partial T}{\partial x_j} - \overline{\rho u_i' t'} \right) \tag{9a}$$

$$\text{고체} : \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k_s \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \dot{q} = 0 \tag{9b}$$

여기서 첨자 $i=1, 2, 3$ 은 각각 x, y 및 z -좌표를 의미하며, \dot{q} 는 단위체적당 열발생률이다.

3.1.2 난류모델링

식(8)과 식(9)의 Reynolds 응력항($\overline{\rho u_i' u_j'}$)과 난류 열유속항($\overline{\rho u_i' t'}$)은 각각 난류 유동 및 난류 열확산을 지배하는 요소로서, 와-점성 근사에 의하면 다음과 같이 정의된다.

$$\overline{\rho u_i' u_j'} = -\mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \tag{10}$$

$$\overline{\rho u_i' t'} = \alpha_t \frac{\partial T}{\partial x_i} \tag{11}$$

여기서 μ_t 와 α_t 는 난류 와점성계수 및 와확산계수로서

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \tag{12a}$$

$$\alpha_t = C_\lambda f_\lambda k \left(\frac{k}{\epsilon} \right)^n \left(\frac{t^2}{\epsilon_t} \right)^m, \quad m+n=1 \tag{12b}$$

이다. 여기서 C_λ 와 f_λ 는 온도장에서 벽면효과를 고려한 모델상수와 함수이다.

식(12)에서 μ_t 와 α_t 를 구하기 위해서는 지배방정식의 닫힌문제를 해결하여야 하는데, 이 연구에서는 표준 $k-\epsilon$ 난류모델⁽⁷⁾을 이용한다. 이때,

난류운동에너지(k)와 이의 소산율(ϵ) 방정식은 다음과 같다.

난류운동에너지방정식(k)

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + G_k + G_b - \rho \epsilon \quad (13)$$

난류운동에너지 소산율방정식(ϵ)

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \epsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right) + C_1 \frac{k}{\epsilon} (G_k + G_b) (1 + C_3 R_f) - C_2 \rho \frac{\epsilon^2}{k} \quad (14)$$

식(13)과 식(14)에 나타난 G_k 와 G_b 는 난류 응력 및 부력에 의한 생성에너지로서 다음과 같다.

$$G_k = \mu_t \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \quad (15a)$$

$$G_b = -\beta g_i \frac{\mu_t}{\sigma_t} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (15b)$$

여기서 β 는 열팽창계수로서, 이상기체인 경우에 $-1/g$ 이다. 이 연구에서 적용한 표준 $k-\epsilon$ 난류 모델에 사용된 계수 및 함수는 다음과 같다.⁽⁷⁻⁸⁾

$$\begin{aligned} C_\mu &= 0.09, \quad C_1 = 1.44, \\ C_2 &= 1.92, \quad C_3 = \tanh |v/u|, \\ \sigma_k &= 1.0, \quad \sigma_\epsilon = 1.3, \quad C_\lambda = 0.1, \\ f_\lambda &= \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{R_\epsilon}{16} \right) \right\}^2 \left(1 + \frac{3}{R_i^{3/4}} \right), \\ R_\epsilon &= \frac{\nu(\nu\epsilon)^{1/4}}{\nu}, \quad R_i = \frac{k^2}{\nu\epsilon} \end{aligned} \quad (16)$$

3.1.3 경계조건

모든 벽면에서의 속도는 점착(no-slip) 조건을 부여하였으며, 난류운동에너지 및 소산율은 0으로 주었다. 덕트의 입구영역에서는 일정한 온도 ($T_{in}=318\text{ K}$)를 갖는 공기가 팬에 의하여 유입되는데, 팬의 특성곡선에 의해 1.27 m/s의 속도와 60 rad/s의 스윙(swirl) 조건을 부여하였다. 또한

입구에서의 k 와 ϵ 은 각각 다음과 같이 주었다.

$$k_{in} = 1.5 I_0^2 u_{in}^2, \quad \epsilon_{in} = k_{in}^{3/2} / l \quad (17)$$

여기서 I_0 는 국소난류강도(=0.1)이며, l 은 소산율에 대한 길이척도로서, 이 연구에서는 팬의 크기인 80 mm이다.

방열판 상부에 동일한 크기의 서로 다른 열원이 일정한 열을 발생시키므로, 이를 열유속으로 환산하여 열적인 경계조건을 부여하였다. 또한 열원을 제외한 나머지 면에는 대류경계조건($h=5\text{ W/m}^2\text{K}$)을 주었다. 그리고 방열판을 제외한 덕트 및 반응부 벽은 모두 일정한 대기온도를 부여하였다. 반응부 상부면에 위치한 출구에서는 압력 경계조건을, 대칭면에서는 모든 종속변수에 대해 대칭조건을 사용하였다.

3.1.4 수치해석

3차원 난류유동 및 온도장에 대한 지배방정식은 상업용 전산유체역학 프로그램인 FLUENT⁽⁹⁾를 이용하여 계산하였다. 수치적 최적화 기법을 이용하여 최적설계변수를 구하기 위해서는 빠르고 신뢰성이 보장된 프로그램을 사용하여야 한다. 이는 반복 계산시, 최적화 알고리즘을 통해 제안된 새로운 설계변수로 인해 방열판의 기하학적인 형상이 변하며, 변화된 형상에 대해 열/유동해석이 반복적으로 수행되기 때문이다. 그러나 대부분의 상업용 프로그램은 GUI(graphical user interface)상에서 열/유동장을 해석한다. 따라서 최적설계를 자동으로 수행하기 위해서는 CFD 코드와 최적설계 알고리즘을 통합하는 작업이 매우 중요하다. 운동량방정식에 나타난 압력수정을 위해서 SIMPLE⁽¹⁰⁾ 알고리즘을 사용하였으며, 대류 및 확산항은 맥스도식을 이용하여 이산화하였다.

이 연구와 같이 수치 최적화 설계문제에서는 격자생성에 세심한 주의를 기울여야 한다. 즉, 매 반복시 새로운 설계변수들이 제안되기 때문에 설계변수의 상/하한값을 고려하여야 할 뿐만 아니라, 환-유체 경계면 역시 변하기 때문에 격자의 밀집도 등에 유의해야 한다. 따라서 이 연구에서는 이러한 상황을 고려하여 전 해석영역을 약 1,300,000 cell의 직육면체 격자계로 구성하였다. 그리고 모든 종속변수가 아래의 조건을 동시에 만족하였을 때 수렴된 해로 간주하였다.

$$R = \sum_{domain} |a_{nb}\phi_{nb} + b - a_P\phi_P| < 10^{-5} \quad (18a)$$

$$\frac{\phi_{k+1} - \phi_k}{\phi_k} < 10^{-5} \quad (18b)$$

여기서 R 은 유수합을, ϕ 는 일반종속변수를, 그리고 b 는 생성항을 의미한다. 하첨자 P 와 nb , 그리고 k 는 각각 주격자점, 주위 및 반복횟수를 나타낸다.

3.2 최적화 알고리즘

3.2.1 순차적 2차 계획법(SQP)

여러 가지 제약조건을 만족하면서 목적함수를 최소화하는 설계변수는 다음과 같이 정의되는 식을 이용하여 매 반복시 수정된다.

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{X}_k + \alpha_k \cdot \mathbf{S}_k \quad (19)$$

식(19)에 보는 바와 같이, 새로운 최적설계변수를 구하기 위해서는 탐색방향(search direction), \mathbf{S}_k 과 목적함수를 최소화하는 이동길이(step length), α_k 가 결정되어야 한다. 대부분의 최적화 기법은 구배(gradient)를 이용하여 탐색방향을 결정한다. 다음 선택된 방향에 대해 설계변수를 향상시키기 위한 1차원 탐색을 수행한다. 그러나 1차원 선택을 위한 초기값 α_k 는 임의의 값으로 주어지기 때문에 수렴된 해를 얻기 위해서는 이의 선택이 매우 중요하다.

따라서 이 연구에서는 탐색방향을 구하기 위해 2차 목적함수 및 선형화된 제약조건으로 구성된 부프로그램을 계산하는 순차적 2차 계획(SQP)⁽¹¹⁾법을 사용한다. SQP법은 먼저 1차 Taylor 급수 근사를 이용하여 다음과 같이 목적함수와 제약조건을 선형화한다.

Minimize

$$F(\mathbf{X}_{k+1}) = F(\mathbf{X}_k) + \nabla F(\mathbf{X}_k)^T \mathbf{S}_k \quad (20)$$

subject to

$$g_j(\mathbf{X}_{k+1}) = g_j(\mathbf{X}_k) + \nabla g_j(\mathbf{X}_k)^T \mathbf{S}_k \leq 0 \quad (21)$$

$$h_i(\mathbf{X}_{k+1}) = h_i(\mathbf{X}_k) + \nabla h_i(\mathbf{X}_k)^T \mathbf{S}_k = 0 \quad (22)$$

여기서 $\mathbf{S} = \mathbf{X}_{k+1} - \mathbf{X}_k$ 이다. 다음, 2차 근사목적함수를 도입하여 탐색방향을 결정한다.

Minimize

$$Q(\mathbf{S}_{k+1}) = F(\mathbf{X}_k) + \nabla F(\mathbf{X}_k)^T \mathbf{S}_k + \frac{1}{2} (\mathbf{S}_k)^T \mathbf{B}_k \mathbf{S}_k \quad (23)$$

식(20)~(23)의 선형화된 목적함수, 제약조건, 그리고 2차 근사 목적함수들은 MMFD(modified method of feasible directions)를 이용하여 계산한다. 초기에 단위행렬인 행렬 \mathbf{B} 는 양의 행렬로서 매 반복시 라그랑지 함수의 헤시안(Hessian)에 근사시킴으로써 수정되는데, 이 연구에서는 다음의 BFGS식을 이용하여 구한다.

$$\mathbf{B}_{k+1} = \mathbf{B}_k + \frac{\eta\eta^T}{\mathbf{S}^T \eta} - \frac{\mathbf{B}_k \mathbf{S} \mathbf{S}^T \mathbf{B}_k}{\mathbf{S}^T \mathbf{B}_k \mathbf{S}} \quad (24)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \mathbf{X}_{k+1} - \mathbf{X}_k, \\ \eta &= \theta \mathbf{y} - (1 - \theta) \mathbf{B}_k \mathbf{S}, \\ \mathbf{y} &= \nabla_x \Phi(\mathbf{X}_{k+1}, \lambda_{k+1}) - \nabla_x \Phi(\mathbf{X}_k, \lambda_k), \\ \Phi(\mathbf{X}, \lambda) &= F(\mathbf{X}) + \sum_{j=1}^M [\lambda_j g_j(\mathbf{X})], \\ \theta &= \begin{cases} 1.0 & \text{if } \mathbf{S}^T \mathbf{y} \geq 0.2 \mathbf{S}^T \mathbf{B}_k \mathbf{S} \\ 0.8 \frac{\mathbf{S}^T \mathbf{B}_k \mathbf{S}}{\mathbf{S}^T \mathbf{B}_k \mathbf{S} - \mathbf{S}^T \mathbf{y}} & \text{otherwise} \end{cases} \end{aligned} \quad (25)$$

여기서 η 는 \mathbf{B}_{k+1} 가 양의 값을 갖도록 감쇄계수 θ 를 이용하여 계산한다. 이러한 일련의 최적화 과정은 다음과 같이 정의되는 수렴조건을 만족할 때까지 반복된다.

$$|F(\mathbf{X}_{k+1}) - F(\mathbf{X}_k)| < 10^{-4} \quad (26)$$

4. 해석절차

평판-휨형 방열판의 최적설계값을 얻기 위해서는 다음의 3가지 프로그램을 이용한다.

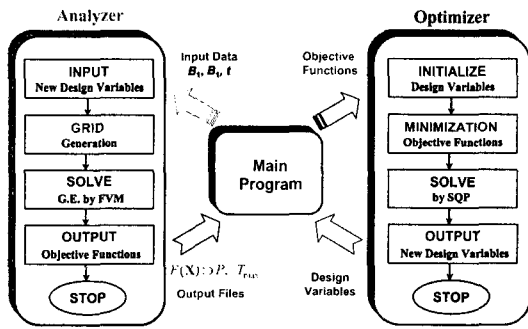


Fig. 3 Numerical methodology for optimization.

- (1) 목적함수를 계산하는 해석기(analyzer), 즉 열/유동 해석용 프로그램
- (2) 비선형 최적화 문제를 해석하는 최적화기(optimizer)
- (3) 여러 가지 배열과 변수 정의 및 두 프로그램을 제어하는 주프로그램

이들의 상호관련성은 Fig. 3에 나타내었다. Fig. 3에서 보는 바와 같이, 일단, 열 및 유동장 해석의 결과로 목적함수가 계산되면, 주프로그램은 최적화를 수행하기 위해 최적화기를 이용한다. 이때, 최적화기는 설계변수를 수정할 수 있으며, 수정된 설계변수로 인해 새로운 목적함수들을 필요로 하게 될 때, 주프로그램으로 돌아가서 해석기를 이용하여 이들을 계산하게 된다. 이때, 최적화기가 새로운 설계변수를 제안하기 때문에 해석기는 새로운 격자를 생성하여야 한다. 이러한 과정은 최적화의 수렴조건을 만족할 때까지 반복적으로 수행된다.

5. 결과 및 고찰

방열판 설계시 가장 중요하게 고려해야 할 사항은 방열판-열원 접촉부의 온도상승이 허용된 범위 내에 존재해야 한다는 점이다. 따라서 이 연구에서는 온도상승($\Delta T = T_{\max} - T_{\infty}$)을 하나의 구속조건으로 삼아 압력강하를 최소화하는 방열판의 최적설계변수값을 수치적으로 구하고자 한다. Fig. 2에 나타낸 바와 같이 설계변수로는 원의 기저부 폭(B_1)과 하부 폭(B_2), 그리고 핀의 두께(t)를 선택하였으며, 채널 내의 압력강하량(ΔP)이 최소일 때 최적설계값이 얻어지므로 ΔP 를 목적함수로 취하였다. Table 1은 목적함수, 제

Table 1 Objective function, design variables, constraints and side constraints

| | |
|---|--|
| Objective function, $F(X)$ | ΔP |
| Design variables, X_i | B_1, B_2, t |
| Constraints, $g_1(X), g_2(X)$ | $\Delta T < 35 K$ $B_2 \leq B_1$ |
| Lower and upper limits, $X_i^L \leq X_i \leq X_i^U$ | $1.25 \leq B_1 \leq 6.0$ $1.25 \leq B_2 \leq 6.0$ $7.0 \leq t \leq 25.0$ |

Table 2 Geometric parameters of the baseline domain

| Duct | |
|--------------------------------|--------------|
| Length | 80 mm |
| Inlet surface | 190 × 160 mm |
| Outlet surface | 190 × 60 mm |
| Heat sink | |
| Length (L) | 400 mm |
| Width (W) | 190 mm |
| Height (H) | 60 mm |
| No. of fins | 25 |
| Fin pitch (S) | 7.52 mm |
| Base width of fin (B_1)* | 2.0 mm |
| Lower width of fin (B_2)* | 1.0 mm |
| Base plate thickness (t)* | 7.0 mm |
| Fin height (h), $60.0 - t$ | 53 mm |
| Reactors (3 EA) | |
| Total length | 160 mm |
| Total width | 340 mm |
| Total height | 150 mm |
| Exit (3 EA) | 88 × 55 mm |
| Diameter of reactor (D) | 75 mm |
| Length of reactor | 125 mm |

* Design variables for optimization

약조건, 그리고 상/하한 조건 등을 나타낸 표이며, 해석영역에 대한 기하학적 형상(덕트부, 방열판, 반응부) 및 기준(baseline) 형상을 Table 2에 나타내었다.

5.1 매개변수 연구

매개변수 연구는 방열판 성능에 미치는 설계변

수들이 성능에 미치는 영향을 평가하고, 가장 적합한 최적화 기법을 선택하기 위해서 수행된다.

여러 가지 기저부 흰 폭(B_1) 간격에 대한 압력강하 및 최대온도를 Fig. 4에 나타내었다. 이때 다른 설계변수(B_2 와 t)들은 기준모델에 대한 것으로서 각각 1.0 mm와 7.0 mm이다. 참고로, 열원에 의한 최대온도 발생위치는 두번째 열원과 방열판과의 접촉부이다. 그림에서 알 수 있듯이, B_1

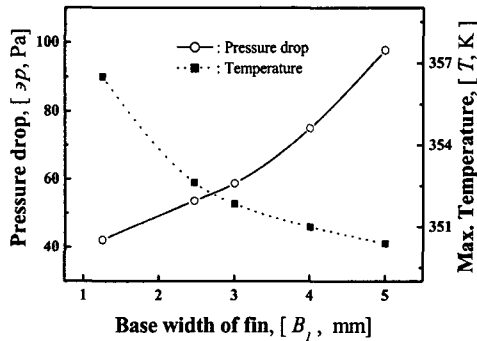


Fig. 4 Effect of base width of fin (B_1).

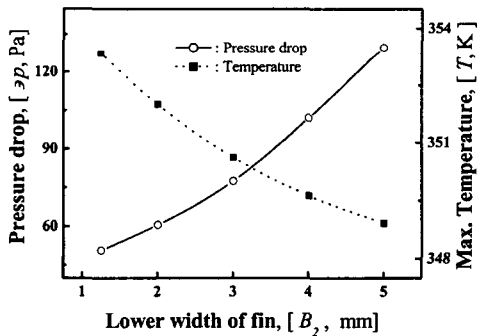


Fig. 5 Effect of lower width of fin (B_2).

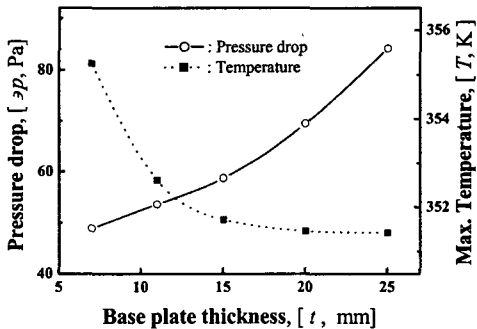


Fig. 6 Effect of base plate thickness (t).

이 증가할수록 압력강하량은 거의 선형적으로 증가하지만 최대온도는 지수적으로 감소하고 있음을 알 수 있다. 이는 흰의 폭이 증가함에 따라 유동저항이 커져 압력강하량은 증가하고, 반면에 흰과 흰 사이의 유속 및 전열면적의 증가로 인하여 최대온도는 감소하게 되는 것이다. 또한 압력강하와 최대온도를 고려하였을 때, 이 연구의 경우 B_1 이 대략 2 mm에서 3 mm 사이의 값을 가질 때 최적값이 될 것으로 여겨진다.

Fig. 5~6은 하부 흰 폭(B_2) 및 핀 두께(t)의 영향을 각각 설명하고 있다. B_2 영향을 나타낸 Fig. 5를 보면, 전반적인 압력강하와 최대온도 변화는 기저부 흰 폭(B_1)의 영향과 거의 동일하게 나타나고 있다. 그러나 핀의 두께가 목적함수에 미치는 영향이 상대적으로 미미함을 Fig. 6을 보면 알 수 있다.

이상의 기본적인 열/유동특성으로부터 알 수 있듯이 목적함수(압력강하 및 온도)가 단순 증가 또는 감소하는데, 이는 이 연구에서 채택한 방열판 최적화 문제가 많은 계산시간을 요구하는 전역(global) 최적화보다는 국소 최적화(local) 기법을 이용하여 효과적으로 해결할 수 있음을 의미한다.

5.2 최적설계변수

두 개의 목적함수 중에서 온도상승을 제약조건으로 고려한 이 연구에서, 목적함수는 아래의 식을 이용하여 정규화한다.

$$F(X) = \frac{F_1(X)}{\Delta P_i} \quad (27)$$

여기서 ΔP_i 는 기준모델에 대한 압력강하량으로서 53.23 Pa이며, 기준모델에 대한 방열판의 최대온도(T_{max})는 356.34 K로 계산되었다. 그러나 주위 온도($T_{\infty} = 318$ K)에 대한 온도상승(ΔT)이 38.34 K가 되어 방열판의 온도상승 설계한계치인 35 K를 초과함으로써 열적인 안정성을 확보할 수가 없다. 따라서 이 연구에서는 기준모델에 대한 온도상승 및 압력강하를 참고하여 최적화를 수행하였다.

Fig. 7은 압력강하와 흰의 하부 폭(B_2)에 대한 최적화 과정의 수렴이력을 나타낸 그림이다. 이

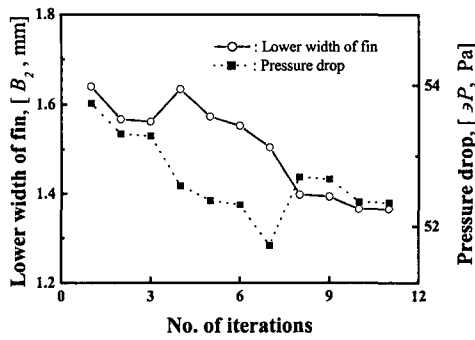


Fig. 7 Convergence history of pressure drop and fin base width.

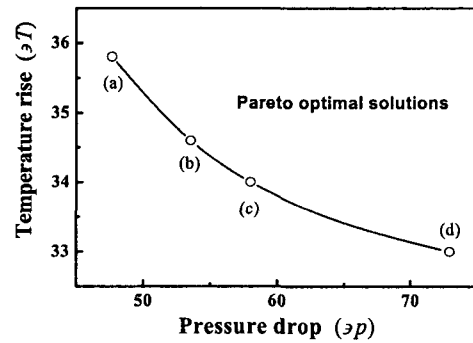


Fig. 8 Relationship between objective functions.

경우 ΔT 는 34.6 K이다. 그림에서 보듯이 3번째 반복계산 이후부터 B_2 와 ΔP 가 급격히 변화한 후 약 10번째 반복시 수렴되고 있음을 알 수 있다. 그러나 이러한 수렴성은 제약조건 ΔT 의 크기에 따라 서로 다르다.

Table 3은 여러 가지 온도상승에 대한 최적설계 변수값을, Table 4는 이에 상응하는 목적함수값을 나타낸 표이다. Table 3에서 알 수 있듯이, 제약조건인 온도상승을 감소시키면(35.8 K에서 33 K로) 원의 폭(B_1 과 B_2)은 증가하며 반대로 핀 두께(t)는 감소한다. 그러나 온도상승을 억제(열전달량의 증가)하기 위한 원 폭들의 증가는 필연

적으로 압력강하량을 증가시키는 결과를 초래함을 Table 4가 잘 보여주고 있다. 주지하는 바와 같이 방열판의 열적인 성능향상은 기본적으로 열전달률의 최대화를 통해서 이루어진다. 이는 Fig. 4~6에서 논의된 바와 같이 열전달 면적과 핀 사이의 속도를 증가시킴으로써 쉽게 이룰 수 있다. 그러나 열전달 향상을 위한 열교환기 내 유동속도의 증가는 필연적으로 압력강하량의 증가를 초래하며, 이는 팬의 성능에 악영향을 미치게 된다.

이러한 목적함수 사이의 관계를 표현하는 것을 Pareto 최적해라 하며, 이를 Fig. 8에 도시하였다. 그림의 (a)-(d) 등 곡선상에 있는 해가 Pareto 최적해이며, 최적해가 여러 개 존재하고 있음을 의미한다. 즉, 설계자가 열전달률을 향상(또는 최대 온도 감소)시키는 데 주안점을 둔다면, Fig. 8의 곡선상의 (c) 또는 (d)를 선택할 수 있으며, 이에 상응하는 최적설계 변수값은 Table 3에서 찾을 수 있다. 이는 설계자의 의도에 따라 최적설계 변수값은 달라질 수 있음을 의미한다. 따라서 Pareto 최적해는 방열판 등 열교환기의 최적설계 변수값을 얻기 위한 설계자에게 매우 유용하게 이용될 수 있을 것이다.

Table 3 Optimum design variables for temperature rises

| ΔT | B_1 | B_2 | t |
|------------|-------|-------|--------|
| 33.0 | 2.903 | 2.348 | 10.491 |
| 34.0 | 2.637 | 1.897 | 10.581 |
| 34.6 | 2.468 | 1.365 | 10.962 |
| 35.8 | 2.179 | 1.250 | 11.042 |

* Baseline geometry, $\Delta T=38.34$ K

Table 4 Maximum temperature and pressure drop for optimal and baseline models

| | T_{max} [K] | ΔP [Pa] |
|------------------------------|---------------|-----------------|
| Optimum model (ΔT) | 33.0 | 350.35 |
| | 34.0 | 352.02 |
| | 34.6 | 352.62 |
| | 35.8 | 353.83 |
| Baseline model | 356.34 | 53.23 |

6. 결론

체적이 일정한 평판-원형 방열판의 최적형상을 수치적으로 구하였다. 원의 하부 폭(B_2)이 열전달률과 압력강하에서 가장 영향을 많이 미쳤으며, 핀 두께의 영향은 그다지 크지 않았다. 온도상승을 34.6 K로 제한할 경우 최적설계값은 $B_1=2.47$ mm, $B_2=1.37$ mm, 그리고 $t=10.96$ mm이다. 이

때 최적모델은 기준모델에 비하여 온도상승은 9.8% 감소한 반면 압력강하는 약 0.6% 증가에 지나지 않았다. 또한 압력강하와 온도상승 간의 관계를 나타낸 Pareto 최적해를 구했으며, 이는 설계자들이 더 관심을 갖는 목적함수에 상응하는 최적설계 변수를 선택하는 데 도움을 줄 수 있을 것이다.

후 기

이 연구는 한국과학재단 지정 한양대학교 최적설계신기술연구센터(iDOT)의 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

1. Tuckerman, D.B. and Peace, R.F.W., 1981, High-performance heat sinking for VLSI, IEEE Electron Dev. Letter, Vol. 2, pp. 126-129.
2. Ledezma, G. and Bejan, A., 1996, Heat sinks with sloped plate fins in natural and forced convection, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 39, No. 9, pp. 1773-1783.
3. Jang, J.Y., Wu, M.C. and Chang, W.J., 1996, Numerical and experimental studies of three-dimensional plate-fin and tube exchangers, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 39, No. 14, pp. 3057-3066.
4. Ma, H.B. and Peterson, G.P., 2002, The influence of the thermal conductivity on the heat transfer performance in a heat sink, ASME J. of Electronic Packaging, Vol. 124, pp. 164-169.
5. Ryu, J.H., Choi, D.H. and Kim, S.J., 2003, Three-dimensional numerical optimization of a manifold micro channel heat sink, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 46, pp. 1553-1562.
6. Park, K., Choi, D.H. and Lee, K.S., 2004, Optimum design of plate heat exchanger with staggered pin arrays, Numerical Heat Transfer Part A, Vol. 45, pp. 347-361.
7. Rodi, W., 1984, Turbulence models and their applications in hydraulics a state-art-of review, Book Publication of International Association for Hydraulic Research, Delft, Netherlands.
8. Abe, K., Kondoh, T. and Nagano, Y., 1996, A two-equation heat transfer model reflecting second-moment closures for wall and free turbulent flows, Int. J. Heat and Flow Flow, Vol. 17, pp. 228-237.
9. FLUENT 5 User's Guide, FLUENT Inc., 1998.
10. Patankar, S.V., 1980, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere, Washington.
11. Vanderplaats, G.N., 1984, Numerical optimization techniques for engineering design with application, Chap. 2, McGraw-Hill, New York.