

# 고속 고정밀의 자유곡선 가공을 위한 다축 윤곽오차 제어

이명훈\*, 최정희\*, 이영문\*\*, 양승한#

## A Multi-Axis Contour Error Controller for High-Speed/High-Precision Machining of Free Form Curves

Myung Hoon Lee\*, Jung Hee Choi\*, Young Moon Lee\*\* and Seung Han Yang#

### ABSTRACT

The growing need for higher precision and productivity in manufacturing industry has lead to an increased interest in computer numerical control (CNC) systems. It is well known fact that the cross-coupling controller (CCC) is an effective method for contouring applications. In this paper, a multi-axis contour error controller (CEC) based on a contour error vector using parametric curve interpolator is introduced. The contour error vector is a vector from the actual tool position to the nearest point on the desired path. The contour error vector is the closest error model to the contour error. The simulation results show that the CEC is more accurate than the conventional CCC for a biaxial motion system. In addition, the experimental results on 3-axis motion system show that the CEC is simply applied to 3-axis motions and contouring accuracy is significantly improved.

**Key Words** : Contour Error (윤곽오차), Cross-Coupling Controller (교차축 연동제어기), Multi-Axis Contour Error Controller (다축 윤곽오차 제어기), Free Form Curve (자유곡선), Curve Interpolator (곡선 보간기)

### 1. 서론

최근 자동차 및 전자제품을 비롯한 여러 분야에서 자유곡선의 이용이 일반화되는 추세에 따라 생산현장에서는 제품의 품질과 생산성 향상을 위해 고속 고정밀의 가공이 요구된다. 이에 따라 자유곡선의 고속 고정밀 가공에 적합한 보다 정밀한 서보제어 알고리즘에 대한 필요성도 점점 더 높아지고 있다. 윤곽 정확도를 향상시키기 위해서는 개별 축의 추종오차를 줄이는 제어기 보다는 윤곽

오차를 줄이는 교차축 연동제어기가 효과적이라고 인정받았고, 윤곽오차를 줄이는 것이 서보제어 알고리즘의 중요한 연구분야가 되었다.

많은 연구자들이 윤곽오차 제어 알고리즘에 관한 연구를 수행했다. Poo<sup>1</sup>는 선형과 원형의 경로에 대해 윤곽오차를 연구했고, 각 축의 서보제어시스템의 특성값을 일치시킴으로써 윤곽오차를 줄일 수 있다고 결론지었다. Koren<sup>2</sup>은 윤곽오차를 줄이기 위한 목적으로 교차축 연동제어기를 처음으로 제안했다. Kulkarni와 Srinivasan<sup>3,4</sup>은 각축의

\* 접수일: 2003년 6월 5일; 게재승인일: 2004년 2월 20일  
\* 경북대학교 대학원 기계공학과  
\*\* 경북대학교 기계공학부  
# 교신저자, 경북대학교 기계공학부  
Email syang@knu.ac.kr Tel. (053) 950-6569

추종오차와 원하는 경로의 순간의 접선을 이용하여 윤곽오차를 추정하였다. 이 윤곽오차 모델은 간단하고 쉽지만, 추정 윤곽오차와 실제 윤곽오차는 상당한 차이가 나기 때문에 비선형 윤곽에서는 가공 정밀도가 떨어진다. Chung 와 Lui<sup>5</sup> 는 각 축의 속도와 추종오차를 이용한 모델을 제시하였다. 하지만 급격한 속도의 변화가 있는 경우 적합하지 않다. Koren 과 Lo<sup>6</sup> 는 더 정밀한 윤곽오차 보정을 위한 가변 게인 교차축 연동제어기(Variable-gain CCC)를 제안했다. 추종오차가 순간 곡률 반지름(instantaneous radius of curvature)보다 아주 작다는 가정하에서 매 샘플링 순간의 추종오차와 곡률 반지름을 이용하여 윤곽오차를 추정했다. 하지만 곡률이 큰 고속 가공의 경우에는 윤곽오차를 정확하게 계산할 수 없다. 또한 매개 변수 보간기를 이용하거나 3 축 운동에는 바로 적용시키기가 어렵다. Syh-Shiuh Yeh 와 Pau-Lo Hsu<sup>7</sup> 는 원하는 경로의 접선벡터의 수직 벡터를 이용하여 윤곽오차를 추정하였다. 가변 게인 교차축 연동제어기에 비해 계산량을 줄였고, 3 축 운동에 적용할 수 있는 이점이 있으나 기준위치에 비해 공구위치가 많이 뒤쳐질 경우 정확한 윤곽오차를 계산할 수 없다.

본 논문에서는 고속 가공과 매개 변수 보간기를 이용한 가공 그리고 다축의 비선형 운동에도 적용 가능한 새로운 다축 윤곽오차 제어기를 제안한다. 새로운 윤곽 오차 모델은 윤곽오차 정의에 따른 벡터를 생성하여 윤곽 오차를 계산하기 때문에 지금까지의 모델보다 더 정확하게 계산한다. 벡터 기반의 기하학적 관계에서 오차 모델을 유도했기 때문에 다항식과 Bezier, B-spline 및 NURBS 를 이용한 곡선 보간기에 바로 적용할 수 있다. 더욱이, 윤곽오차 벡터를 이용하기 때문에 z 축의 요소만 더해줌으로써 3 축 비선형 운동에도 간단히 적용할 수 있다. 본 논문에서 제안한 다축 윤곽오차 제어기의 성능을 검증하기 위해 기존의 교차축 연동제어기와의 시뮬레이션 결과를 비교하였다. 또한 2 축뿐만 아니라 3 축 비선형 운동에 대해 윤곽 정확도를 상당히 향상시켰음을 실험을 통해 증명했다.

## 2. 다축 윤곽오차 제어기

새로운 윤곽오차 모델을 Fig. 1 과 같이 윤곽오차 벡터  $\vec{\varepsilon}$  으로 나타내었다.

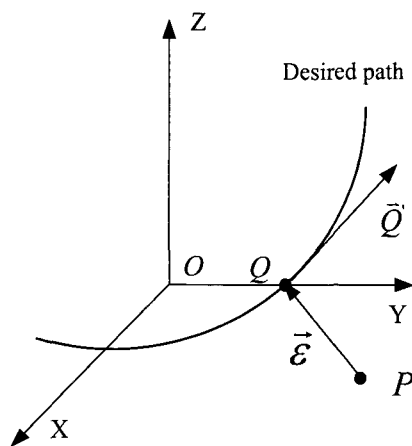


Fig. 1 Contour error vector

윤곽오차 벡터  $\vec{\varepsilon}$  은 현재의 공구위치로부터 원하는 경로 상의 가장 가까운 점까지의 벡터로 정의된다. 위의 그림에서 점 O (0, 0, 0)는 좌표계의 원점이고, 점 P ( $P_x, P_y, P_z$ )는 공구위치로 인코더의 신호로부터 알 수 있다. 점 Q ( $Q_x, Q_y, Q_z$ )는 윤곽오차 벡터가 원하는 경로와 만나는 점이다. 접선 벡터  $\vec{Q}'$ 는 점 Q에서 곡선식의 미분값이다. 점 Q와 접선 벡터  $\vec{Q}'$ 는 하나의 매개변수로 이루어진 교차식이다. 위치벡터  $\vec{P}$ 와  $\vec{Q}$ 는 각각 원점 O에서 P와 Q까지의 벡터이다. 윤곽오차 벡터  $\vec{\varepsilon}$ 은 식 (1)로 나타낸다.

$$\vec{\varepsilon} = \vec{Q} - \vec{P} \quad (1)$$

윤곽오차  $\varepsilon$ 은 윤곽오차 벡터  $\vec{\varepsilon}$ 의 크기와 같고 식 (2)로 나타낸다.

$$\varepsilon = \|\vec{\varepsilon}\| = \sqrt{(Q_x - P_x)^2 + (Q_y - P_y)^2 + (Q_z - P_z)^2} \quad (2)$$

점 Q의 좌표값만 구하면 윤곽오차  $\varepsilon$ 를 구할 수 있다. Fig. 1에 나타난 기하학적 관계에서 식 (3)을 도출할 수 있다.

$$\vec{\varepsilon} \cdot \vec{Q}' = 0 \quad (3)$$

윤곽오차 벡터와 접선 벡터는 수직이다. 식 (1)을 식 (3)에 대입하면 다음과 같다.

### 3. 시뮬레이션

$$(\bar{Q} - \bar{P}) \cdot \bar{Q}' = 0 \quad (4)$$

식 (4)는 하나의 매개변수에 대한 고차식으로 나타난다. 이 방정식으로부터 해를 찾으면 식 (2)로부터 윤곽오차  $\varepsilon$ 을 구할 수 있다. Newton-Raphson 방법과 이분법 (bisection method)의 조합을 이용하여 식 (4)의 해를 구했다.

본 연구에서 제안한 다축 윤곽오차 제어기는 Fig. 2와 같이 구성되어 있다. ( $R_x, R_y, R_z$ )는 각 축의 기준위치 이고, ( $P_x, P_y, P_z$ )는 공구의 실제 위치이다. ( $E_x, E_y, E_z$ )는 각 축에 대한 추종오차를 나타낸다. ( $K_{px}, K_{py}, K_{pz}$ )는 각 축에 대한 위치제어루프의 비례제어기 이득값을 나타낸다. ( $D_x, D_y, D_z$ )는 각 축의 외란을 나타낸다. Fig. 2에는 위치 제어기와 윤곽오차 제어기가 있다. 위치 제어기는 추종오차를 줄이기 위해 위치오차 정보를 피드백 받아서 각각의 축을 제어한다. 하지만 윤곽오차 제어기는 곡선의 정보와 현재 공구위치를 피드백 받아서 윤곽오차를 줄이는 방향으로 축들을 제어한다.

윤곽오차 제어기는 윤곽오차 벡터를 계산하는 부분과 PID 제어기와 분배기로 구성되어 있다.

본 논문에서 제안한 윤곽오차 제어기의 성능을 검증하기 위해 포물선과 Bezier 곡선에 대한 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션에 사용된 시스템 파라미터 값과 위치 제어기 이득값은 Table 1과 같다. 시스템 파라미터 값은 실험결과와 경향을 추정할 수 있도록 3축 밀링머신을 모델링했다. 외란은 LM 가이드의 마찰력을 나타낸다. 윤곽오차 제어기의 PID 이득값  $K_{cp}, K_{ci}, K_{cd}$ 는 각각 7, 50, 0.5 이고, 각각 비례, 적분, 미분 이득값이다. 이송속도(feedrate)는 60mm/sec 로, 샘플링 시간은 1msec 로 했다.

Table 1 System parameters used in simulation

Parameter	Time constant	Open loop gain	Position loop gain	Disturbance
X axis	$\tau_x=35ms$	$K_x=10.3s^{-1}$	$K_{px}=1$	$D_x=0.75$
Y axis	$\tau_y=30ms$	$K_y=10.0s^{-1}$	$K_{py}=1$	$D_y=0.75$

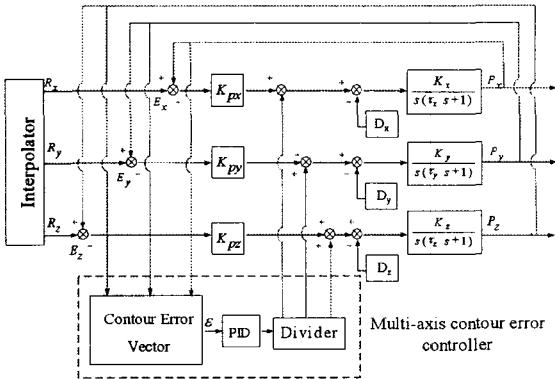


Fig. 2 Multi-axis contour error controller

윤곽오차 벡터는 각 축의 위치 신호와 윤곽 정보를 입력 받아서 실시간으로 계산된다. 계산된 윤곽오차값은 PID 제어기를 거쳐 들어간 분배기에서 각 축 방향으로 나뉘어져 축들을 제어함으로써 윤곽오차를 줄인다.

Fig. 3은 시뮬레이션에 사용된 포물선이다. 화살표는 공구 이동방향을 나타낸다. 포물선의 식은 식 (5)와 같다.

$$y = \left(\frac{1}{15}\right)(x - 15)^2 - 15 \quad (5)$$

포물선에 대해 제안한 다축 윤곽오차 제어기와 기존의 방법(가변 계인 교차축 연동제어기)과 비교한 결과를 Fig. 4에 나타냈다. 실선은 원하는 경로를, 일점쇄선은 윤곽오차 제어기의 시뮬레이션 결과를, 파선은 기존의 방법의 시뮬레이션 결과를 나타낸다. 제안한 방법이 기존의 방법보다 더 나은 윤곽 정확도를 보인다. 제안한 방법이 기존의 방법보다 더 나은 결과를 주는 이유는 윤곽오차 모델의 성능이 좋기 때문이다.

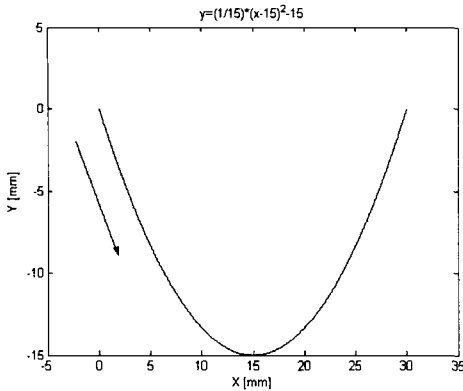


Fig. 3 Parabola

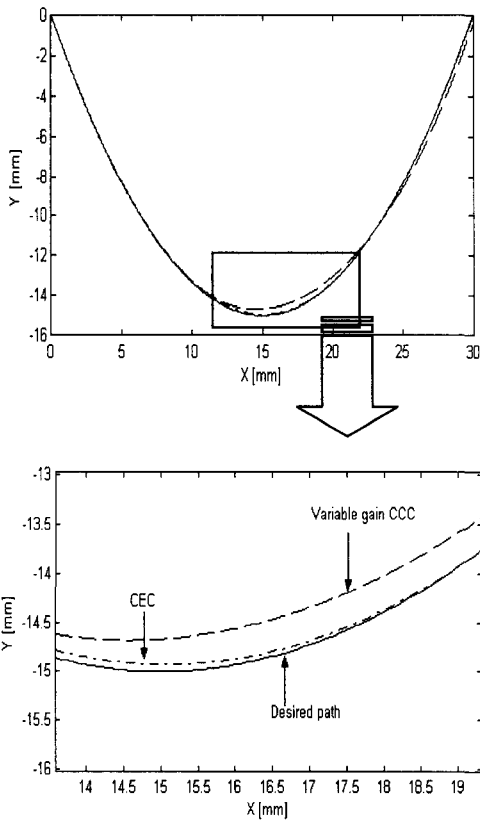


Fig. 4 Contouring of parabola

Fig.5 는 기존의 방법으로 제어했을 때의 윤곽 오차를 나타낸다. 파선은 기존의 윤곽오차 모델로 구한 값의 절대값이다. 실선은 기존의 방법으로

제어한 후 공구위치 데이터를 받아서 제안한 윤곽 오차 모델의 방법으로 윤곽오차를 다시 계산한 결과이다. 이 값은 거의 실제 윤곽오차로 볼 수 있으므로 Fig. 5 에서 'Real contour error'로 표기하였다.

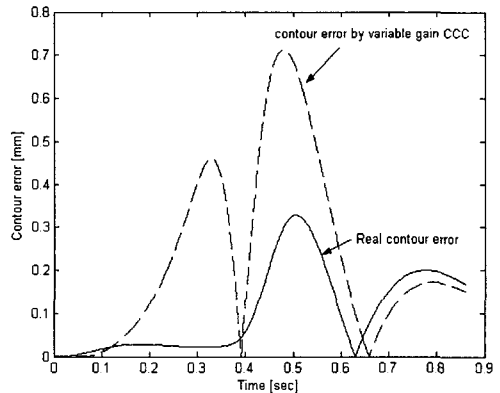
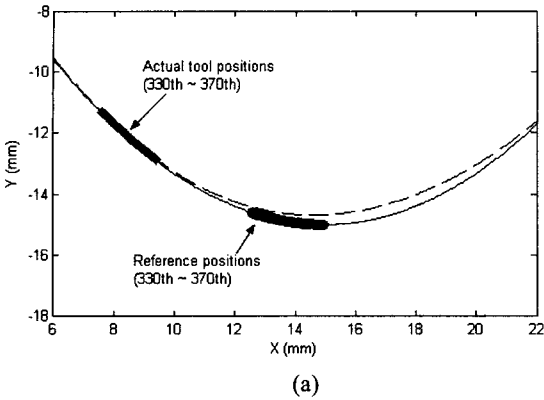


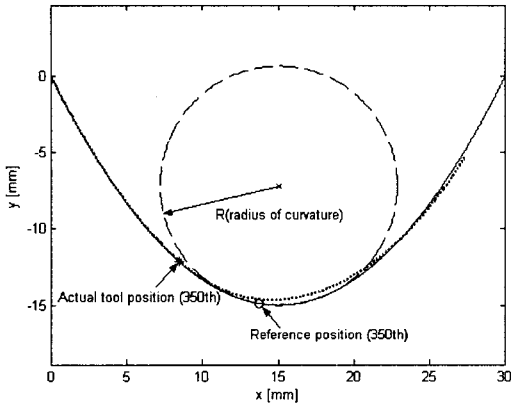
Fig. 5 Contour error by Variable-gain CCC

이처럼 윤곽오차의 값이 다른 이유는 Fig. 6 에서 알 수 있다. Fig. 6 의 (a)는 Fig. 4 에서 일점체선을 제외하고 기준위치와 공구위치를 각각 330 번째에서 370 번째까지 나타내었다. 실선은 원하는 경로고 파선은 기존 방법으로 얻은 결과이다. (a) 는 기준위치에 대한 공구위치의 뒤처짐을 보여준다. 실제로 이송속도가 빠를수록 곡률이 클수록 많이 뒤처진다. Fig. 6 의 (b)는 350 번째 기준위치에서 순간 곡률의 반지름으로 그린 원과 350 번째 공구위치를 나타내었다. 350 번째 기준위치에서의 원의 반지름  $R$  은 7.821mm 이고, 기준위치는 (13.738, -14.894), 실제 공구위치는 (8.490, -12.118) 이다. 추정 윤곽오차값  $\hat{\epsilon}$  은 0.377 mm 이고, 실제 윤곽오차값은 0.043mm 이다. 기존의 윤곽오차 모델은 공구위치와 순간 곡률의 반지름으로 이루어진 원의 원점을 이용하여 윤곽오차를 추정하는데 그림과 같이 공구위치가 기준위치를 따라가지 못할 경우 윤곽오차를 틀리게 계산한다. 이처럼 윤곽오차 모델을 유도할 때 기준위치를 이용한 모델은 이송속도가 빠르거나 곡률이 크거나 외란이 클 경우에는 윤곽오차를 정확하게 추정할 수 없다. 기준위치를 이용하지 않고 윤곽오차 모델을 유도했다더라도 현재 공구위치에서 원하는 경로와 가장 가까운 거리의 점을 찾지 못한다면 윤곽오차를 정

확하게 계산할 수 없다.



(a)



(b)

Fig. 6 (a) Delay of tool positions to reference positions  
(b) Conventional contour error model

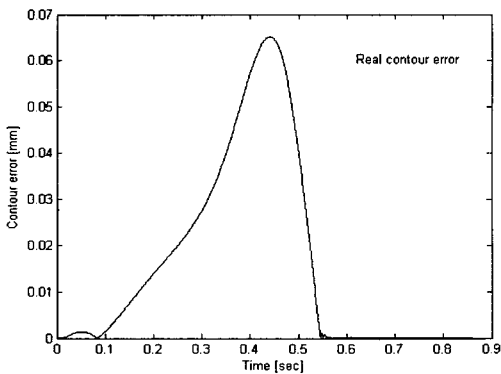


Fig. 7 Contour error by CEC

반면에, 본 논문에서 제안한 윤곽오차 모델은 윤곽의 정보와 현재의 공구위치만 알면 공구위치의 처짐에 관계없이 정확하게 윤곽위치를 구할 수 있다. Fig. 7은 제안한 방법으로 제어했을 때의 윤곽오차를 나타낸다. Fig. 4와 Fig. 7을 비교하면 제안한 방법이 기존의 방법보다 훨씬 나은 윤곽 정확도를 보여준다. Fig. 7의 윤곽오차 제어기의 시뮬레이션 결과를 보면, 윤곽오차는 최대 0.064mm 정도로 가변 계인 교차축 연동제어기의 시뮬레이션 결과 0.327mm 보다 우수하다. Table 2는 위 시뮬레이션 결과를 정리한 것이다. 윤곽오차 제어기와 가변 계인 교차축 연동제어기의 평균의 차는 0.101mm으로 상당한 차이를 보인다.

Table 2 Contour error for parabolic contour [mm]

Controller	Max.	Mean	RMS
Variable-gain CCC	0.327	0.117	0.113
CEC	0.064	0.016	0.021

Fig. 8은 매개변수 곡선인 Bezier 곡선이다. 제어점은 (0, 0), (50, -200), (150, 200), (0, 0)이다. 시뮬레이션 결과로 나온 윤곽오차는 Fig. 9와 같다. 점선으로 표현된 값은 윤곽오차 제어기를 사용하지 않고 위치 제어기의 비례제어이득값만을 사용한 경우이고, 실선은 윤곽오차 제어기를 사용한 결과 값이다. 윤곽오차 제어기를 사용한 경우가 그렇지 않은 경우보다 윤곽오차가 월등히 작다. 이 결과로부터 윤곽오차 제어기는 자유곡선에서도 쉽게 적용되고 윤곽오차를 크게 줄여준다.

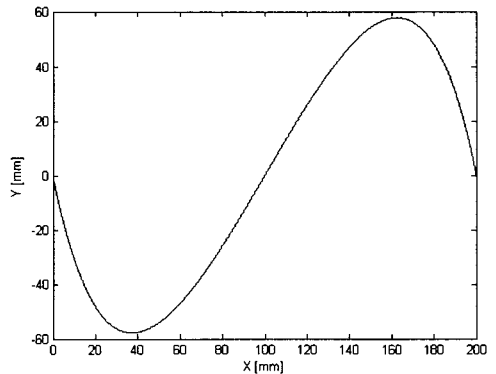


Fig. 8 Bezier curve

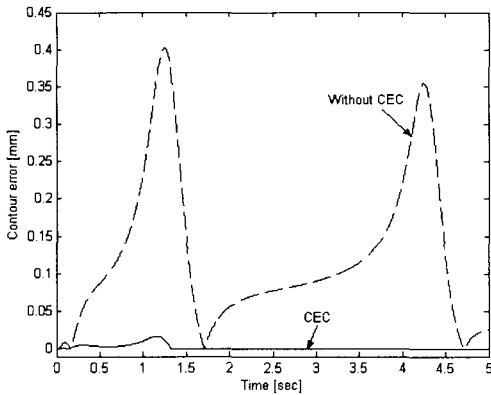


Fig. 9 Contour error by contour error controller

Table 3 은 위의 시뮬레이션 결과를 정리한 값이다. 윤곽오차 제어기를 사용한 경우의 윤곽오차는 평균 0.002mm 로 사용하지 않은 경우의 평균 0.119mm 에 비해 약 5 배 가량 작게 나온다.

Table 3 Contour error by CEC [mm]

Controller	Max.	Mean	RMS
P controller without CEC	0.403	0.119	0.101
CEC	0.017	0.002	0.004

#### 4. 실험 결과

실험에 사용된 장치는 IBM PC (Pentium III), 3 개의 Mitsubishi 모터, 서보 드라이버, AD/DA 카드, 3 축 LM 가이드, 스핀들 모터로 구성된 데스크탑 3 축 밀링머신이며, 아래 Fig. 10 의 사진과 같다.

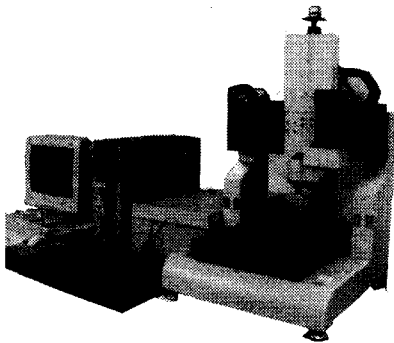


Fig. 10 Experimental system

추종오차가 변화가 발생하더라도 윤곽오차 제어를 적용하면 윤곽오차가 효과적으로 감소하는 것을 보여주기 위하여 위치 제어기의 비례제어 이득값은 0.001 으로 정하였다. 그리고 샘플링 시간은 1 msec 이다. Fig. 11 은 위 시뮬레이션에서 보았던 Fig. 8 의 Bezier 곡선에 대한 실험 결과이다. 이 송속도는 60mm/sec 이고, 제어기를 사용하지 않은 경우와 윤곽오차 제어기는 비례제어 이득값이 0.5 일 경우를 실험하여 비교하였다. Fig. 11 에서 보여지는 바와 같이 실제 시스템에서 실험 결과 윤곽오차 제어기는 자유곡선에서도 매우 효과적이다.

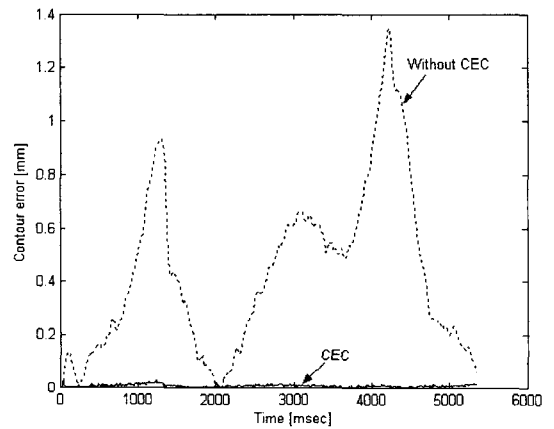


Fig. 11 Experimental result for Bezier curve

Table 4 는 Bezier 곡선에 대한 실험 결과를 정리한 값이다. 윤곽오차 제어기를 사용하지 않은 실험의 윤곽오차 값이 최대 1.347mm 이고 평균 0.434mm 인것에 반해 윤곽오차 제어기를 사용한 실험의 윤곽오차는 최대 0.025mm, 평균 0.007mm 로 매우 낮다.

Table 4 Experimental result for Bezier curve [mm]

Controller	Max.	Mean	RMS
P controller without CEC	1.347	0.434	0.316
CEC (Gain 0.5)	0.025	0.007	0.005

윤곽오차 제어기는 3 축 시스템에서의 적용도 간편하다. 2 축의 윤곽오차 벡터에 Z 축 요소만을 첨가하면 간단히 응용할 수 있다. 3 축 이송 시스

템에서의 윤곽오차 제어기의 성능을 알아보기 위하여 Fig. 12 와 같은 곡선의 실험을 수행하였다.

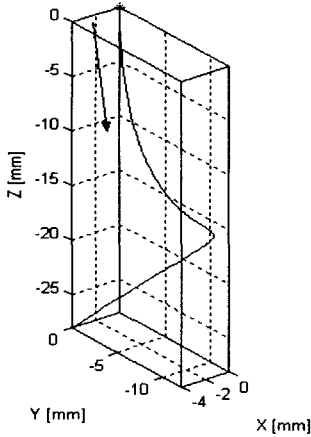


Fig. 12 Desired path for 3-axis motion

이 실험은 윤곽오차 제어기를 사용하지 않은 경우와 윤곽오차 제어기의 비례제어 이득값을 0.5로 하여 시험한 경우를 비교하였다. 윤곽오차의 결과는 Fig. 12 와 같다. 윤곽오차 제어기는 아래의 실험 결과처럼 3 차원 시스템에서도 적용이 쉽고, 윤곽오차를 정확하게 추적하여 효과적으로 감소시킴으로서 정밀도를 향상시킨다. Table 5 는 이 실험 결과를 수치화 시켜 정리한 것이다. 윤곽오차 제어기를 사용하지 않은 실험의 윤곽오차의 평균이 0.494mm 인 반면에 윤곽오차 제어기의 사용한 실험의 윤곽오차의 평균은 0.020mm로 매우 작다.

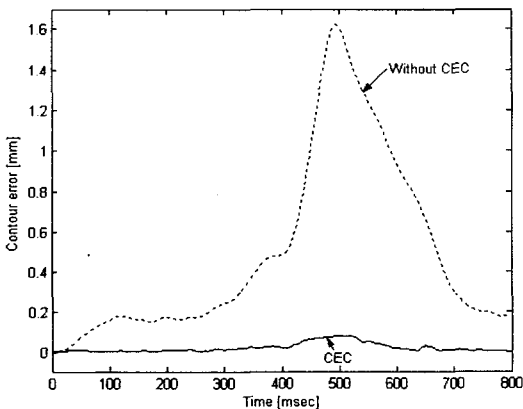


Fig. 13 Experimental result for 3-axis motion

Table 5 Experimental result for 3-axis motion [mm]

Controller	Max.	Mean	RMS
P controller without CEC	1.622	0.494	0.453
CEC (Gain 0.5)	0.078	0.020	0.022

## 5. 결 론

다축의 비선형 운동에서 윤곽오차를 효과적으로 줄일 수 있는 윤곽오차 제어기를 제안했다. 기존의 윤곽오차 모델은 곡률이 크고 이송속도가 빠르고 외란이 큰 경우 윤곽오차를 정확하게 계산하지 못하는 반면에, 제안한 윤곽오차 벡터 모델은 윤곽의 정보와 현재의 공구위치만으로 정확하게 윤곽오차를 계산한다. 따라서, 축방향의 추종을 하지 못하는 경우라도 윤곽 정확도는 보장해 줄 수 있다. 기존의 연동제어기는 대부분 2 축 운동에 대해서 윤곽오차 모델이 유도되었기 때문에 다축 운동에 바로 적용시키기에는 어려움이 따른다. 하지만, 제안한 윤곽오차 모델은 다축 비선형 운동을 위해서 벡터기반으로 유도되었기 때문에 2 축뿐 아니라 3 축 이상의 다축 운동에도 바로 적용할 수 있다.

시뮬레이션 결과를 보면, 기준위치에 대하여 공구위치가 뒤쳐지는 경우에 기존의 방법 보다 제안한 방법의 윤곽 정확도가 우수하다. 이 경우 윤곽오차 최대값을 보면 기존의 방법에 비하여 제안한 방법의 윤곽오차가 1/5로 줄었다. 또한, 제안한 윤곽오차 모델은 벡터 기반의 기하학적 관계에서 유도되어서 다항식과 Bezier, B-spline 및 NURBS 곡선 보간기에 간단히 적용할 수 있으며, Bezier 곡선에 대한 시뮬레이션 결과에서 보듯이 매개변수 곡선 보간기를 이용한 경우 윤곽오차 제어기로 윤곽오차를 상당히 줄일 수 있다. 또한, 데스크 탑 3 축 밀링머신에 수행한 실험 결과처럼 실제 시스템에도 윤곽오차 제어기가 효과적으로 윤곽 정확도를 향상시킨다. 3 축의 비선형 운동에 대한 실험 결과에서와 같이 윤곽오차 제어기는 다축 비선형 운동에 바로 적용할 수 있고 윤곽 정확도 향상에 매우 효과적이다.

최근 매개변수를 이용한 복잡한 3 차원 곡선의 가공이 많이 요구되는 만큼 본 논문에서 제안한 윤곽오차 제어기를 이용함으로써 보다 향상된 윤

곽 정확도를 얻을 수 있다.

### 참고문헌

1. Poo, A., Bollinger, J. G. and Younkin, W. "Dynamic error in type contouring system," IEEE Trans. Ind. Applicat. Vol. IA-8, pp. 477-484, 1972.
2. Koren, Y., "Cross-coupled biaxial computer for manufacturing systems," ASME Trans. J. Dyn. Syst., Meas. Contr., Vol. 102, No. 4, pp. 265-272, 1980.
3. Kulkarni, P. K. and Srinivasan, K., "Optimal Contouring Control of Multi-Axial Drive servo - mechanisms," ASME Journal of Engineering for Industry, Vol. 111, pp. 140-148, 1989.
4. Kulkarni, P. K. and Srinivasan, K., "Cross Coupled Control of Biaxial Feed Drive servomechanisms," ASME Journal of Dynamic systems, Measurement and Control, Vol. 112, No. 2, pp. 225-232, 1990.
5. Chuang, H. Y. and Lui, C. H., "Techniques in Cross-coupled digital adaptive feedrate control for multi-axis machine tools," ASME Transactions on Journal of Dynamic systems, Measurement and Control, Vol. 113, pp. 451-457, 1991.
6. Koren, Y. and Lo, C. C., "Variable-Gain Cross-Coupling controllers for Contouring," Annals of CIRP, Vol. 40, No. 1, pp. 371-374, 1991.
7. Yeh, S. S. and Hsu, P. L., "Estimation of the Contouring Error Vector for the Cross-Coupled Control Design," ASME Transactions on Mechatronics, Vol. 7, No. 1, pp. 44-51, 2002.
8. Koren, Y. and Lo, C. C., "Advanced Controllers for Feed Drivers," Annals of CIRP, Vol. 41, No. 2, pp. 689-698, 1992.
9. Shpitalni, M., Koren, Y. and Lo, C. C., "Real-time Curve Interpolators," Computer -Aided Design, Vol. 26, No. 11, pp. 832-838, 1994.
10. Lee, Yongseok and Jee, Sungchul, "Adaptive Cross-Coupling Control for High-Speed Nonlinear Contour Machining," KSPE, Vol. 17, No. 11, pp. 108-114, 2000.