

폴리곤 기반 역공학 시스템의 구멍메움에 관한 연구

전용태#, 박광현*, 노형민*, 최영**

A Study on Filling Polygonal Holes in a Polygon-based Reverse Engineering System

Yongtae Jun[#], Kwanghyun Park^{*}, Hyung-Min Rho^{*} and Young Choi^{**}

ABSTRACT

In reverse engineering, the whole surfaces of the three-dimensional product are measured using 3D positional scanners. The raw triangle meshes constructed from a scanned point set are not well fitted for direct use in the downstream engineering or graphic activities. No object can be fully described by a single scan. Although multiple scans are usually taken and aligned to achieve a complete model, a set of scanned points does not entirely wrap the whole object. This is because some surfaces may be inaccessible to the scanner, so some portion of the scanned surface may be missing. This paper discusses the algorithms of a hole-filling that are crucial to refine the triangle meshes. In this paper, the holes are filled with flat triangles first by subdivision operation and then smoothed with neighboring triangles. This process continues until it converges to a certain user-defined iteration number. Examples are given and discussed to validate the system.

Key Words : Reverse engineering(역공학), Hole-filling(구멍메움), Polygon(폴리곤), Smoothing(스무딩)

1. 서론

기업은 소비자의 빠른 요구에 대응하고 제품을 신속히 출시하기 위하여 제품 개발 기간을 단축하기 위하여 노력하고 있다. 제품의 빠른 시장 출시를 위해서는 제품 개발 비용과 시간이 많이 소요되는 초기 설계 단계를 줄이는 것이 중요하다. 이를 위해서 실모델(physical model)을 3 차원 측정기로 측정한 후, 측정 점들을 3 차원 모델링 소프트웨어를 통하여 다시 컴퓨터모델로 변환시키는 역공학(reverse engineering) 기술이 널리 사용되고 있다. 이러한 역공학 기술은 신제품 개발 뿐만 아

니라 기존에 사용되는 금형이나 제품의 검사, 문화재 복원, 신체 밀착형 제품 설계, 애니메이션, 의료분야 등 광범위한 분야에서 응용되고 있다. 그러나, 역공학 기술을 이용하여 모델링 작업을 수행하는 데에는 많은 어려운 점들이 있다. 우선 3 차원 스캐너로부터 점 데이터(point cloud)를 얻는 과정에 있어서 측정 데이터의 누락이나 측정예러, 또는 필요 이상으로 많은 데이터로 인하여 모델링 능률 저하를 생각할 수 있다. 또한 레지스트레이션(registration) / 머징(merging) 같은 서로 다른 시점(viewpoint)에서 얻은 데이터를 합치는 작업에서도 예러가 유발될 수 있다. 이렇듯 점 데이터 만

접수일: 2003 년 10 월 15 일; 게재승인일: 2004 년 1 월 9 일
교신저자, 세종대학교 기계공학과/ 의공학연구소
Email: ytjun@sejong.ac.kr Tel. (02) 3408-3784
* 한국과학기술연구원 CAD/CAM 연구센터
** 중앙대학교 기계공학부

으로 물체를 모델링 하는 경우에 발생하는 여러 문제들을 해결하기 위해서는 다양한 후처리 작업들이 필요하게 된다.^{2,4} 그 중에서 측정기나 측정 환경 또는 삼각화 과정에서 발생하는 손실 데이터를 채워주는 구멍메움(hole filling) 과정은 역공학에서 필수적인 단계이다.

본 논문에서는 구멍메움 수행과정에 대해서 기술하고자 한다. 주된 아이디어는 편평한 삼각 데이터로 구멍을 메운 후 기존에 있던 주변의 삼각 데이터와 어울릴 수 있도록 메쉬분할법^{5,6} (subdivision)과 스무딩을 적용시키는 것이다. 그 동안 몇몇 연구가들에 의해 메쉬분할법이나 bi-cubic patch 등을 이용한 구멍메움에 대한 연구가 수행되었다.^{7,9} 본 연구에서 제안된 알고리즘은 매핑(mapping) 기반 메쉬분할법¹⁰ 을 이용하였는데 3 차원 공간상의 메쉬를 적절한 2 차원 평면상으로 매핑하여 메쉬를 분할하고, 이를 다시 3 차원 공간으로 재 위치시키는 방법을 사용하였다. 이에 대한 내용은 다음절에서 자세하게 설명된다.

2. 구멍메움 개요

측정기를 통해 물체의 점 데이터를 얻을 경우 피측정물의 형상의 복잡성과 측정 환경의 영향 때문에 양질의 데이터를 얻지 못하는 경우가 자주 발생된다. 즉, 측정 데이터 누락이나 점 데이터를 통한 삼각화 작업에서 발생하는 에러, 데이터 합성 시에 데이터 손실 부위(구멍)가 생겨나게 된다.

본 논문에서 연구한 구멍메움의 전체적인 과정을 Fig. 1 에서 보여주고 있다. 우선 측정된 점 데이터와 삼각 데이터 구조를 기준으로 구멍을 찾는다. 그 후 데이터 손실부위를 구멍 경계의 평균 법선벡터로부터 결정되는 투영면 위에서 삼각 데이터로 메운다. 국부적으로 재 생성된 삼각 데이터에 메쉬분할법을 적용한 후 스무딩 과정을 거친 후에 최종적으로 수정된 위상정보를 갱신하여 양질의 결과를 얻게 된다.

2.1 데이터 손실

형상 모델링 과정 중 데이터의 손실 부위가 생겨나는 원인으로는 다음과 같다.

첫째, 광학 스캐너로부터 점 데이터를 얻는 과정에서 발생하는 측정 데이터 누락 현상이다. 일반적으로 레이저 스캐너는 어느 특정한 방향에서

모델의 형상을 측정한다. 이러한 특성 때문에 모델의 형상이 복잡한 경우에 특정 부위에 가려져 측정되지 않는 부분이 생긴다. 또한 측정 대상물의 과도한 빛 반사/흡수로 인해서 올바른 측정 데이터를 얻지 못하는 부분이 구멍으로 나타난다.

둘째 원인은 삼각화(triangulation) 과정에서 발생한다. 측정에 의해 얻어진 점 데이터는 대개 삼각화 과정을 거쳐 폴리곤 정보로 변환된다. 이러한 삼각화 과정에서는 양질의 삼각 데이터를 얻어내기 위해 생성되는 삼각형의 모양이나 크기에 조건을 부여하게 되는데 이러한 조건을 충족시키지 못하는 부분에서 데이터에 손실이 생기게 된다.

마지막으로 레지스트레이션/머징 같은 데이터 합성 과정에서도 데이터 손실이 발생할 수 있다. 다시점 측정데이터들을 하나로 통합하는 작업 시에 각각의 데이터가 중복되는 부분에서는 새로이 삼각화 작업을 진행하게 되는데, 이 과정 중에 삼각 데이터 조건에 위배되어 손실 부위가 발생할 수 있다. 또한, 각각의 데이터가 겹쳐지지 않아 데이터가 누락된 상태로 남아있는 경우도 발생한다. 이러한 원인으로 인해 손실된 데이터는 모델 데이터 자체로서 불완전할 뿐만 아니라 가공에 있어서도 심각한 문제를 초래하게 된다. 양질의 모델링을 위해서는 이러한 손실 부분에 대한 유효한 삼각 데이터 재생성 과정이 반드시 필요하다.

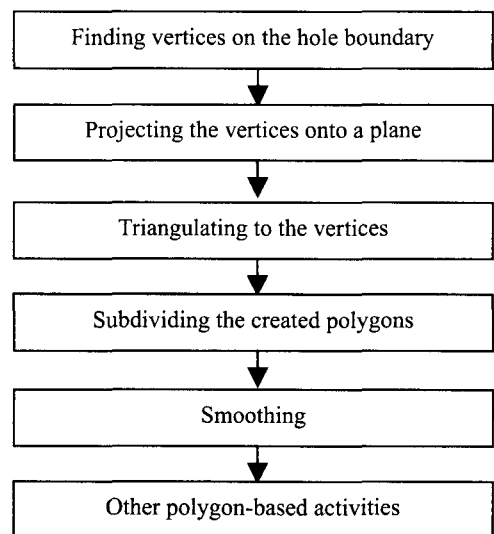


Fig. 1 Overview of filling polygonal holes

2.2 데이터 구조

역공학을 기반으로 하는 형상 모델링 시스템은 3 차원 측정기로부터 수십만에서 수백만 개의 점 데이터를 읽어 들여서 작업한다. 따라서 형상 정보 (geometry)와 위상정보(topology)를 효율적으로 관리하는 데이터 구조가 필요하다. 일반적으로 폴리곤 모델링 시스템에서 생성되는 데이터는 형상정보와 형상정보간의 연결 관계를 나타내는 위상정보로 구성된다. 본 논문에서는 데이터 구조가 간단하면서도 형상 정보 탐색이 용이 하도록 가장 상위 레벨을 shell 로 구성하고, 그 하위레벨에 곡면을 triangle 로 나타내었으며 삼각형을 구성하는 세 점은 vertex 로 구성되도록 하였다. 이러한 기본적인 폴리곤 기반 데이터 구조에 구멍메움 과정에서 필요한 hole list 구조를 추가하였다. 구멍을 제어하는 구조에서는 hole list 의 ID 와 구멍을 구성하고 있는 점 데이터들의 개수, 구멍인지 경계 (boundary)인지를 판단하는 불리언 변수, 구멍의 상태가 하나의 구멍인지 꼬여있는 구멍인지를 판단하는 불리언 변수를 추가로 가지고 있다.

3. 구멍메움 알고리즘

3.1 구멍을 구성하는 루프 생성

구멍메움을 위해 먼저 전체 삼각 데이터 중 구멍에 접해 있는 삼각 데이터를 찾아내야 한다. 본 논문의 데이터 구조에서는 각각의 점 데이터는 마주보고 있는 삼각 데이터 정보를 갖고 있다. 즉, Fig. 2 와 같이 vertex 1, 2, 3 은 각각 맞은편 face 1, 2, 3 의 정보(pointer)를 가지고 있다.

구멍메움 작업을 수행하면 폴리곤의 모든 점 데이터들의 정보를 순차적으로 검사하여 Fig. 3 에서 보여지는 것처럼 맞은편의 삼각 데이터가 NULL 인 점 데이터들을 찾아준다. 이 점 데이터를 이용하여 구멍을 형성하는 루프의 주변 삼각 데이터를 정의하고 독립된 Triangle List 로 구성한다. 그 후에 Triangle List 에 포함되어 있는 모든 점 데이터를 검색하여 Fig. 4 와 같이 두 개의 삼각 데이터를 공유하는 점 데이터들(boundary vertex)을 찾아서 루프를 생성한다. 이 때 생성된 루프의 점 데이터들을 이용하여 삼각화 과정을 수행한다.

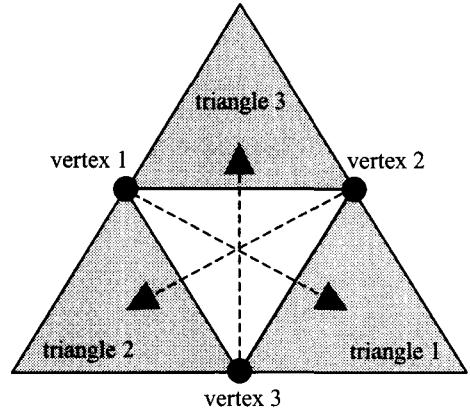


Fig. 2 Face-based data structure

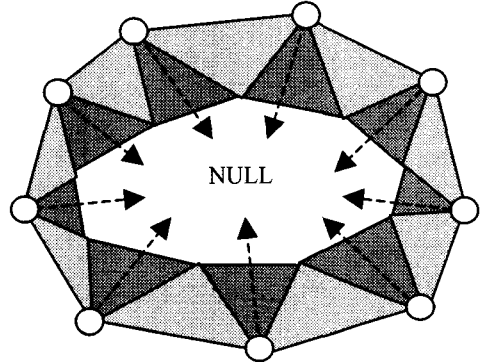


Fig. 3 Creating a triangle list

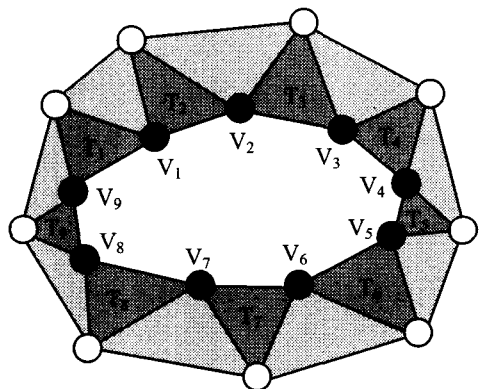


Fig. 4 Creating a loop with the boundary vertices

3.2 루프에 대한 투영면 결정

본 논문에서는 구멍 내부의 데이터 생성을 위해 Delaunay 삼각화 알고리즘¹¹을 이용하였다. 이 알고리즘을 이용해 손실부분에 대한 삼각망을 생성하려면 우선적으로 손실부분에 대한 2 차원 투

영이 필요하게 된다. 투영면 결정은 다음의 방법들을 사용할 수 있다.

- 초기 점 데이터 스캐닝 방향에 수직인 평면
- 루프를 이루는 점 데이터의 법선 벡터 값의 평균에 수직인 평면
- 프로그램 GUI 를 이용해 결정한 평면

스캐닝 방향을 고려하는 방법은 가장 단순하면서도 효과적이다. 대개의 비접촉 측정기는 데이터 측정시 Z 축 방향이 스캐닝 방향이므로 투영면은 데이터 좌표계에서 X-Y 평면이 된다. 레지스트레이션/머징 전의 데이터, 즉 한 방향에서 측정된 데이터의 경우에 효율적으로 이용될 수 있다. Fig. 5 의 case 1 과 같이 스캐닝 방향 (Z) 으로 투영했을 때 루프상의 점이 겹치거나 끼이는 경우가 있다. 이러한 경우에는 Fig. 5 의 case 2 와 같이 루프 법선 벡터(\mathbf{N})를 이용함으로써 효과적인 투영면을 결정할 수 있다. 루프를 생성하고 있는 점 데이터들에는 모두 방향성을 나타내는 법선 벡터를 가질 수 있고, 이 법선 벡터들의 평균이 곧 루프 법선 벡터가 된다. 점 데이터 법선은 주변에 이웃한 삼각 데이터 법선의 평균으로 구할 수 있다. 형상이 복잡하여 루프 법선 방향으로 투영했을 때도 꼬임 현상이 발생하는 경우, 사용자가 직접 프로그램의 GUI 상에서 가장 이상적인 투영방향을 직접 선택하여 문제를 해결할 수 있도록 하였다. 투영된 x' - y' 평면은 월드 좌표계(x - y - z)의 x - y 평면과 평행하다. 따라서 변환은 식(1)과 같이 표현될 수 있다. \mathbf{T} 는 변환행렬이고, \mathbf{R} 과 \mathbf{R}' 은 각각 점 데이터의 투영 전과 투영 후의 위치 벡터를 나타낸다.

$$\mathbf{R}' = \mathbf{T}\mathbf{R} \quad (1)$$

3.3 손실부분에 대한 삼각화 작업

생성된 루프를 최적의 방향으로 2 차원 공간에 투영한 후, 삼각화 작업을 수행한다. 손실부분에 대한 삼각화 과정은 일반적으로 널리 사용되고 있는 폴리곤 생성기술인 Delaunay 알고리즘¹¹⁾을 사용하였다. 이 방법은 Voronoi 영역의 경계를 공유하는 모든 점 데이터 사이에 에지를 생성시켜 폴리곤의 한 변으로 만들며, 전체 점 데이터들을 포함하는 convex 공간 내부에 폴리곤 정보를 얻는 것이다. Fig. 6 은 Voronoi 영역으로부터 생성된 Delaunay 폴리곤 생성규칙을 보여주고 있다. 점 A

는 이웃 점 데이터 B, D 와 Voronoi 영역을 공유하므로 굵은 선으로 그려진 Delaunay 폴리곤이 생성되어 있으며 점 C 와는 경계를 공유하지 않으므로 Delaunay 폴리곤이 생성되지 않음을 알 수 있다. 또한 생성된 삼각 메쉬에 외접한 원 안에는 어떠한 다른 점 데이터가 올 수 없는 규칙을 가지고 있다. 투영된 평면에 생성된 삼각 데이터는 다시 원래의 월드 좌표계로 역투영 시켜야 한다. 새로운 삼각 메쉬에 대한 점 데이터의 좌표는 식(1)의 역과정인 식(2)으로부터 구할 수 있다.

$$\mathbf{R} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{R}' \quad (2)$$

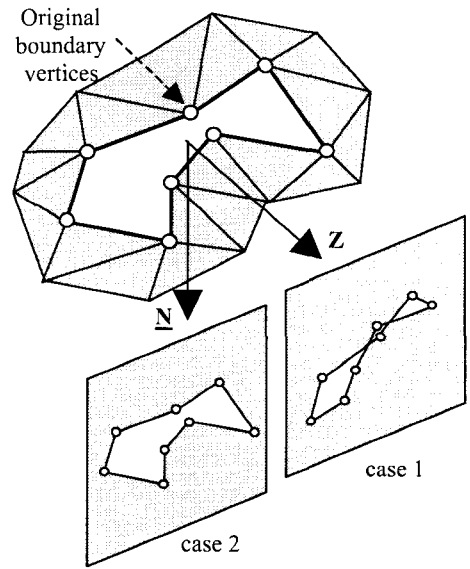


Fig. 5 Projection of vertices onto the fit plane

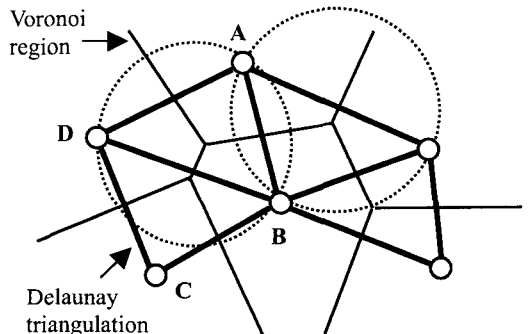


Fig. 6 Delaunay triangulation

3.4 메쉬분할법(Subdivision)

Delaunay 알고리즘을 통하여 생성된 편평한 삼각 데이터들을 기존의 주변의 삼각 데이터들과 부드럽게 연결될 수 있도록 메쉬분할법을 적용한다. 메쉬분할법은 연속적인 분할작업을 통하여 주어진 초기 선분이나 메쉬를 부드러운 곡선이나 곡면으로 근사 시키는 기술을 말한다. Catmull & Clark⁵ 과 Doo & Sabin⁶이 스플라인에 근거한 사각 메쉬분할법을 최초로 소개한 이후 많은 메쉬분할법이 개발되었다. 근래에 들어서 메쉬 표면의 굽은 정도를 에너지로 계산하고 에너지가 최소가 되도록 분할된 메쉬의 점들의 위치를 정하는 변형 메쉬분할법(variational subdivision)이 활발히 연구되고 있다. 본 연구에서는 Hausler 와 Karbacher⁹에 의해 제안된 원호보간(circular arc interpolation)을 이용한 방법을 사용하였다. 이 방법은 에지 분할을 통해 생성되는 새로운 점 데이터의 이상적인 위치를 결정하는 과정을 반복하여 수행한다.

Fig. 7 과 같이 삼각형 $\Delta(V_1, V_2, V_3)$ 의 세 에지를 가운데 점(M_{ij})으로 각각 분할한다. 이 과정을 통해 원래의 삼각형은 4 개로 나뉘지고 원호보간법칙을 이용하여 새롭게 생성된 에지의 가운데 점을 새로운 위치(V'_{ij})로 옮긴다. 즉, Fig. 8(a)와 같이 2 개(V' , V_i)의 점 데이터의 좌표값과 법선 벡터(\mathbf{n})로부터 보간할 위치를 결정할 수 있다. 즉, V' 와 V_i 의 기하학적 관계에서 V' 를 V''_i 로 옮겨줌으로써 원호보간된 형상을 얻을 수 있다.

여기서 보정 되어야 할 위치 V''_i 로 이동시키기 위한 δ_i 값은 식(3)으로부터 구할 수 있다³.

$$\delta_i = d_i \frac{\cos\left(\beta_i - \frac{\alpha_i}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)} \quad (3)$$

Fig. 8(b)는 V_1 과 V_2 의 관계에서의 원호보간을 설명한 것이다. V_1 법선과 V_2 법선의 평균으로 중점 M_{12} 의 법선을 구한다. V_1 과 M_{12} 에서 식(4)를 이용하여 에러값 $\varepsilon_{12}^{(1)}$ 를 구하고 V_2 와 M_{12} 에서의 에러값 $\varepsilon_{12}^{(2)}$ 를 구할 수 있다.

$$\varepsilon_{ij} = \|V_{ij} - M_{ij}\| \quad (4)$$

최종적으로 $\varepsilon_{12}^{(1)}$ 과 $\varepsilon_{12}^{(2)}$ 의 평균 값만큼 M_{12} 를 옮겨 원하는 V_{12} 값을 얻게 된다.

초기 메쉬분할법을 적용한 후에 구멍 주변 메쉬의 수준에 도달할 때까지 분할을 반복하게 된다. 즉, 구멍으로 검색된 폐 루프의 각 에지들 중에서 길이가 가장 작은 에지를 기준으로 비율이 사용자 가 정의한 값보다 작을 때까지 반복수행 된다.

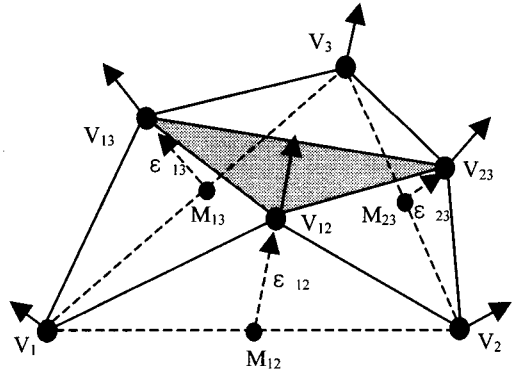
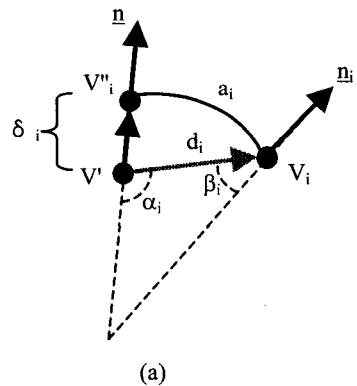
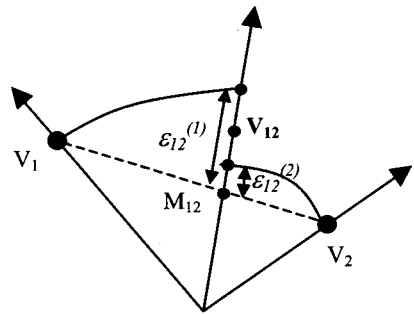


Fig. 7 Subdividing a triangle into four new triangles



(a)



(b)

Fig. 8 Circular arc interpolation

3.5 스무딩(Smoothing)

메쉬분할법을 반복하여 생성된 메쉬는 기존의 구멍 주변 메쉬나 폴리곤 전체 메쉬와 비교해서 거친 형상을 나타낸다. 이러한 불연속 곡면은 스무딩 과정을 적용하여 해결할 수 있다.

본 논문에서는 Karbacher 와 Hausler¹² 에 의해서 제시된 원호보간을 기반으로 연구되었다. 스무딩 과정은 Fig. 9 순서도에 의해 진행된다. Fig. 8(a) 에서 α_i, β_i, d_i 를 구한 후 원호보간 규칙에 위반하는 에러값 δ_i 값을 구한다. 그 다음으로 목적 에러 데이터 V 에 이웃 하는 점 데이터가 3 개가 존재하고 이웃 데이터들을 V_1, V_2, V_3 라고 한다면 전체 관계에서 $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ 를 구하고 δ_i 값들의 평균값 Δn 을 구한다. Fig. 9 에서 N 은 측정 에러 포인트에 이웃 하는 점 데이터들의 개수이다. w_i 는 측정 에러값과 이웃 점 데이터들과의 거리의 길이에 따라 스무딩 작업에 영향을 미치게 하기 위한 가중치이고, d_0 는 측정에러와 이웃 점 데이터들에서 구해지는 거리들 중 최소 값이다. 가중치는 거리가 먼 이웃 점 데이터가 상대적으로 가까운 이웃 점 데이터 보다 형상에 영향을 많이 주기 때문에 거리가 가까운 이웃 점 데이터의 에러 값에 더 많은 가중치를 주어서 측정 모델의 형상 왜곡을 막기 위한 요소이다.

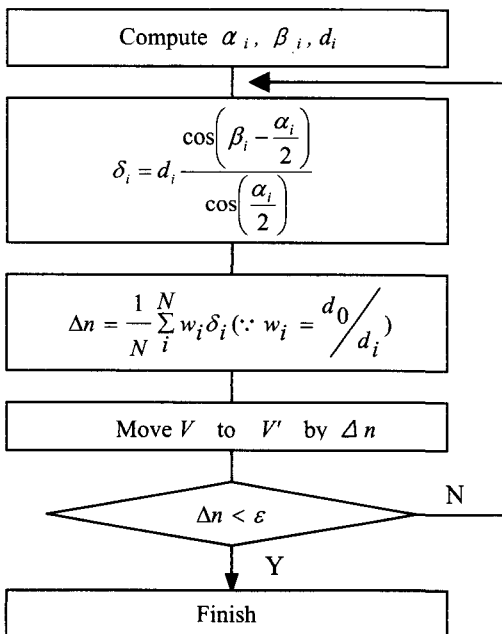


Fig. 9 Smoothing process

에러값 V 는 계산된 Δn 값만큼 V 의 단위법선 벡터 방향으로 옮겨 주게 되고 사용자가 원하는 결과값을 얻을 때까지 반복 수행을 하게 되면 원호 형태의 근사화로부터 모든 점 데이터들의 전체 오차를 줄일 수가 있다.

4. 실험결과

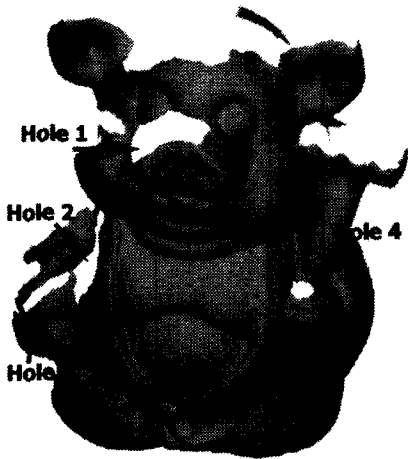
실험을 위한 데이터는 돼지장난감 모델을 정면 방향에서 측정한 데이터이다. 사용한 3D 스캐너는 Solutionix 사의 Rexcan 으로 점과 삼각면의 개수가 각각 26,201 와 49,786 다. Fig. 10(a) 에서 초기 삼각 데이터 형성 후에 4 개의 구멍이 발견되었다. Fig. 10(b) 는 초기 점 데이터 스캐닝 방향으로 구멍메움 작업을 수행한 후의 이미지이다. 그 후에도 구멍의 루프가 꼬여 있어서 채워지지 못한 하나의 구멍을 발견하였다. 이 점을 해결하기 위해 루프를 구성하고 있는 점 데이터들의 평균 법선 벡터를 기준으로 투영을 하여 구멍 메움 작업을 수행하였다. 검색된 모든 구멍이 채구성된 후에 메쉬분할법과 스무딩 작업을 통해 구멍 안에 있는 삼각 데이터의 형상이 주변 삼각 데이터의 형상과 어울리게 되었다. Fig. 10(c) 는 구멍 메움의 최종 결과이다. 또한, Fig. 11(a)는 점의 개수와 삼각면의 개수가 각각 115,857 와 230,318 인 인체 모형¹³ 을 보여주고 있는데, Fig. 11(b)는 제안된 방법을 적용하여 목 밑부분과 귀 뒷부분에 있는 31 개의 크고 작은 구멍들을 성공적으로 메운 결과를 보여준다.

5. 결론

본 논문에서는 폴리곤 기반 구멍메움 알고리즘에 대한 연구를 수행하였다. 구멍메움은 측정 대상의 형상변화나 측정환경의 영향에 기인한 데이터 손실부분에 대한 유효한 삼각형 데이터를 재생성 해주는 기능이다. 본 연구에서 제안한 구멍 메움 과정은 먼저 전체 데이터에서 구멍 부위를 검색하여 구멍경계의 법선벡터로부터 최적의 투영 방향을 계산 한 후, 2 차원 평면에 구멍을 구성하는 점들을 투영하고 Delaunay 알고리즘을 이용하여 삼각 데이터로 메어준다. 이와 같이 국부적으로 메워진 삼각 데이터들을 주변 삼각 데이터와

연속조건을 만족시키기 위하여 메쉬분할법과 스무딩을 적용시킨 후, 최종적으로 3 차원 공간으로 재 위치시켜서 원하는 형상을 얻을 수 있었다.

구멍의 형태가 아주 복잡하여 모든 투영면에 대해서도 꼬임 없이 매핑할 수 없는 경우가 발생할 수 있다. 이와 같은 복잡한 구멍을 자동 세그멘테이션하고 단계적으로 분할한 후, 모든 분할된 구멍을 순차적으로 메워주는 자동 구멍메움에 대한 연구가 현재 진행되고 있다.



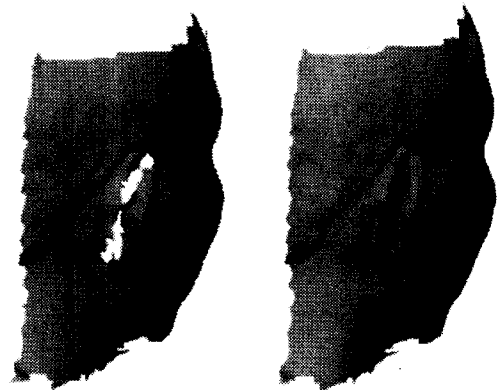
(a) Polygons with 4 holes



(b) Applying the proposed method



(C) Final result of hole filling
Fig. 10 A toy model



(a)

(b)

Fig. 11 A human model. (a) Polygons with 31 holes;
(b) Filled holes with the proposed method

참고문헌

1. Varady, T., Martin, R., Cox, J., "Reverse engineering of geometric models-an introduction," *Computer-Aided Design*, Vol. 29, pp. 255-268, 1997.
2. Besl, P. J., McKay, N. D., "A method for registration of 3-D shapes," *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, Vol. 14, pp. 239-256, 1992.
3. Girod, B., Greiner, G., Niemann, H., *Principles of 3D image analysis and synthesis*, Kluwer Academic Publishers, Massachusetts, pp. 141-174, 2000.
4. Schroeder, J., Zarge, J., Lorensen, W., "Decimation of Triangle Meshes," *Computer Graphics*, Vol. 26, pp. 65-70, July 1992.
5. Catmull, E., Clark, J., "Recursively generated B-spline surfaces on arbitrary topological meshes," *Computer-Aided Design*, Vol. 10, pp. 350-355, 1978.
6. Doo, D., Sabin, M., "Behavior of recursive division surfaces near extraordinary points," *Computer-Aided Design*, Vol. 10, pp. 356-360, 1978.
7. Chui, C., Lai, M-J., "Filling polygonal holes using C1 cubic triangular spline patches," *Computer-Aided Geometric Design*, Vol. 17, pp. 297-307, 2000.
8. Gregory, J.A., Zhou, J., "Filling polygonal holes with bicubic patches," *Computer-Aided Geometric Design*, Vol. 11, pp. 391-410, 1994.
9. Karbacher, S., Seeger, S., Häusler, G., "A non-linear subdivision scheme for triangle meshes," *University of Erlangen - Nuremberg, Germany*, <http://www.karbacher.de>, 2000.
10. Jun, Y., Park, K., Rho, H-M, "Filling polygonal holes in digital geometry processing," *CIRP Design Seminar, Hong Kong, CD-ROM*, 2002.
11. Dey, T.K., "Delaunay Triangulations in Three Dimensions with Finite Precision Arithmetic," *Computer-Aided Geometric Design*, pp. 457-470, 1992.
12. Hausler, G., Karbacher, S., "Smoothing polyhedral surfaces," *Lehrstuhl für Optik, Annual report*, 2000.
13. Rho, H-M., Jun, Y., Park, S., Choi, H-R., "A rapid reverse engineering system for reproducing 3D human busts," *Annals of the CIRP*, Vol. 51, pp.139-143, 2002.