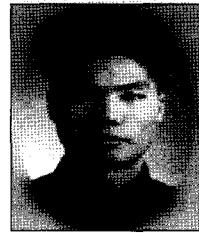


쉘의 기하학적 모델링과 유한요소 해석, 영상 친적설계

Geometric Modeling, Finite Element Analysis,
and Shape Optimization of Shell Structures



조 맹 호*



노 희 열**



김 현 칠**

*서울대학교 공과대학 기계항공공학부 부교수

**서울대학교 대학원 기계항공공학부

1. 서 론

쉘은 곡률을 가지는 얇은 구조물로 정의된다. 자동차를 비롯하여 항공기, 우주 발사체, 인공위성, 선박 등의 운송 수단과 건축물의 돔(dome)과 같이 공간을 효율적으로 활용하고 동시에 경량화를 확보할 필요가 있는 경우에 쉘은 널리 사용되는 구조물이다.

쉘 이론은 1960년대까지는 전문가의 영역에 속해 있는 학문이었고 구조역학을 전공한 사람들에게도 다루기 어려운 구조물로 인식되어 왔다. 실제 다양한 쉘의 거동은 역학과 수학의 폭넓은 지식을 요구하고 학문으로서도 그 속에서 평생을 보낼 만큼 매력적이고 어려운 부분들을 포함하고 있다고 생각된다.

Eric Reissner같은 이는 쉘은 벡터 형식으로 기술되어야 한다는 믿음을 가지고 있는 것 같다. 그는 설부를 일반 텐서를 사용하여 쉘을 기술하면 실제 많은 경우 역학적 개념을 놓치는 우를 범하게 되므로, 우아하지 않은 접근법이지만 벡터기법과 성분을 이용한 기술법을 사용해야 한다고 주장했었다.

본 저자는 쉘의 표기법은 일반 곡선 좌표계에서 일반 텐서법으로 표현될 때 가장 일반적이고 세련된 표현 방식이라고 믿는다. 그리고 E. Reissner와 그의 제자들이 이야기하는 것과 같이 일반 텐서를 자유자재로 사용하는 것과 때

론 그 속에 숨어있는 물리적 의미들을 제대로 파악하는 것이 간단한 일이 아니라는 교훈을 귀담아 들어야 한다고 생각한다.

지난 오랜 세월동안 쉘이 일반 구조물에 쓰이지 않았던 이유 중에는 쉘을 전공하지 않은 공학자에게는 쉘 이론은 부담스러운 것이라는 점도 있다고 생각한다. 그런 문제점을 일거에 해소해준 사람이 바로 Bruce Iron이다. 그는 참고문헌¹⁾의 논문의 기본 아이디어를 가지고 있었던 사람으로 1970년 Ahmad의 박사논문의 기본 아이디어를 제시했던 걸로 알려져 있다. 소위 감절점 쉘 요소를 제안함으로써 3차원 고체요소의 특수형으로 쉘을 볼 수 있게 되어 직교 좌표계와 국지 직교 좌표계 그리고 그들 사이의 좌표 변환만 알면 쉘을 감히 해석할 수 있게 된 것이다. 이는 획기적인 일이었다. 마침내 석사 정도의 배경만 가진 구조 공학자들이 자유자재로 쉘 거동을 해석할 수 있게 된 것이다. 물론 그 후 수치적인 문제점들을 해결하기 위한 많은 노력들이 경주되어 왔고 상당수는 해결 단계에 있고 개선을 위한 노력은 지금까지 계속되고 있다.

쉘의 선형, 비선형 유한요소해석기법들이 거의 완성 단계에 도달한 지금, 쉘의 해석과 관련한 최근 연구동향은 쉘의 해석과 기하학적인 모델링과의 연동 그리고 최적 설계와의 통합 모듈 구축 등으로 확대되어 가고 있다. 또한 해석과 설계에 적합한 정도의 정밀도로 공학 문제를 접근

하는 효율적인 다중 해상도 기법이 서브디비전 곡면 모델링과 발맞추어 진행되고 있다.

본 기사에서는 지난 5년간 저자들의 연구실(지능재료 및 설계연구실 <http://ssnd.snu.ac.kr>)에서 수행해온 셀 유한요소해석 방법과 B-spline 곡면 모델링과 셀의 형상최적화를 연동하는 프레임워크의 구축, 그리고 subdivision 곡면 모델링을 이용한 다중해상도 기법에 대해 소개하고자 한다.

캐드(CAD: Computer Aided Design)와 컴퓨터 그래픽 분야에서는 셀 곡면의 기하학적 모델링을 위해 B-스플라인과 서브디비전(Subdivision)기법을 적용한다. B-스플라인은 조정점(Control Point)으로 알려진 곡면 밖의 점의 좌표를 조정점과 곡면상의 점을 매개하는 기저함수로 보간하여 곡선 또는 곡면을 나타내는 방법이다. B-스플라인은 가지는 조정점 다각형과 국부 조정성의 특징은 사용자가 직관에 따라 표현 대상을 설계하고 변형을 용이하게 하는 장점을 가진다.

서브디비전은 부드러운 곡선 또는 곡면을 만들기 위해 주어진 점 사이에 새로운 중간점을 생성하는 방법이다. 새로이 생성된 점은 더 부드러운 곡면을 만들기 위한 기준점이 된다. 이와 같이 단순한 계산 방법을 반복적으로 사용함으로써, 까다로운 연속조건을 만족시키는 충분히 부드러운 곡선을 생성할 수 있다. 또, 잦은 변경이 이루어지는 설계와 해석분야에서는 설계와 해석에 각각 다른 해상도의 구조물을 적용함으로써 작업의 효율을 높일 수 있으므로, 서로 다른 해상도 간의 전환이 자유로운 서브디비전은 CAE(Computer Aided Engineering)분야에 적합한 방법으로 주목받고 있다.

셀은 형상이 복잡하여 해석적인 방법으로는 접근하기가 까다롭다. 반면에 유한요소법은 다양한 기하학적 형상, 경계조건, 하중조건에 대해서 강력하게 적용할 수 있는 도구이므로 셀 문제의 수치해석에 적합하다. 셀 유한요소는 지난 30여 년간 활발히 개발되어 왔는데, 고전 셀 이론에 근거한 유한요소는 기울기의 연속조건을 만족시켜야 하는 번거로움 때문에 널리 쓰이지 않았으며, 변위의 연속 조건만 만족시키면 되는 Mindlin/Reissner 타입의 셀 요소도 잠김(locking)현상이라는 수치 문제로 그 적용이 제한적이었다. 셀 요소의 개발에 대해서는 아직도 많은 연구가 이루어지고 있으며, 최근 20여 년간의 셀 요소 개발에 대한 연구는 잠김을 방지하고 안정적인 선형/비선형 셀 요소를 개발하는 데 초점이 맞추어져 왔다.

Ahmad¹⁾ 등이 감절점(degenerated) 셀 요소를 제안한 이래 곡면을 따르는 일반 곡선 좌표계를 사용하지 않고 직

교 좌표계를 사용하여 셀을 해석하는 것이 가능해졌으므로 그 편이성 때문에 감절점 셀 요소의 개발이 그 주종을 이루고 있다. 그러나 감절점 셀 요소는 요소 내에서의 기하학적인 셀의 형상을 근사를 통해 보간 하므로 비록 많은 수의 요소를 사용하게 되면 그 해석에서 오차가 줄어들게 되나 실제 복잡한 형상의 셀을 효율적으로 해석하는 데는 그 한계가 있다. 그러므로 정확한 기하학적인 형상을 고려한 셀 이론에 근거한 유한요소의 개발이 Simo^{2), 3)} 등에 의해 수행되었다.

유한요소법의 발전에 따라 셀 구조물의 해석을 위한 다양한 방법이 개발되었으며, 이를 이용한 최적설계가 시도되었다. 하지만 형상 최적설계가 가지는 근본적인 어려움과 과도하게 요구되는 계산비용 때문에 셀 구조물의 형상 최적설계는 상용화단계에 이르지 못하고 있다. 형상 최적설계는 치수 최적설계, 위상 최적설계와는 달리 설계 대상을 표현하는 설계변수의 개수가 무한히 많이 존재한다. 따라서 형상 최적설계를 수행하기 위해서 수학적으로는 무한개의 변수를 다루어야 하는 어려움이 있으며, 실제로는 각 변수의 영향력을 고려하여 대표 변수를 선정하여야 한다.

앞에서 언급한 셀의 기하학적 모델링 방법으로서의 B-스플라인과 서브디비전은 이러한 형상 최적설계의 요구사항을 잘 만족시킨다. B-스플라인의 조정점과 서브디비전의 곡면 세분화 이전의 초기점은 셀의 형상을 대표하는 이산화된 설계변수로 생각할 수 있다.

2. 셀의 기하학적 모델링

이 장에서는 셀의 기하학적 모델링에 적용되는 보편적인 방법인 B-스플라인과 서브디비전에 대해 살펴본다. B-스플라인은 현재까지 상용 캐드 프로그램에서 가장 널리 쓰이고 있으며, 서브디비전은 최근 효율적으로 부드러운 곡면을 나타낼 수 있는 특성 때문에 주목 받고 있다.

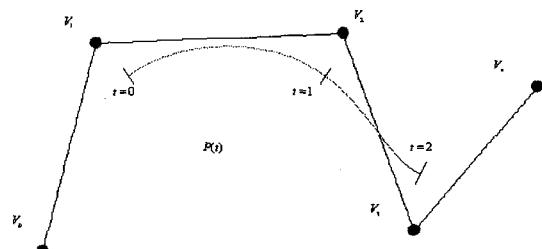


Fig. 1 B-스플라인 곡선과 조정점 다각형

1) B-스플라인 곡선

B-스플라인 곡선^{4), 5)} $P(t)$ 는 Fig.1과 같이 매개변수에 해당하는 매듭(knot), t 와 공간좌표 x, y, z 로 구성되는 조정점, V_i , B-스플라인 기저함수 $N_{i,p}$ 로 다음과 같이 정의된다.

$$P(t) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(t) V_i$$

여기서, p 는 곡선의 차수이며, B-스플라인 기저 함수 $N_{i,p}(t)$ 는

$$N_{i,1}(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } t_i < t < t_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$N_{i,p}(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+p+1}} N_{i,p-1}(t) + \frac{t_{i+p} - t}{t_{i+p} - t_{i+1}} N_{i+1,p-1}(t)$$

로 주어진다.

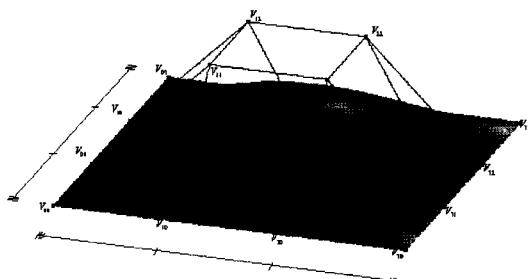


Fig.2 B-스플라인 곡면과 조정점 다면체

2) B-스플라인 곡면

B-스플라인 곡면은 매개변수 B-스플라인 곡선을 확장하여 B-스플라인 곡선의 텐서곱으로 정의한다. 양 방향으로 $p \times q$ 의 차수를 가지는 B-스플라인 곡면은

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n V_{i,j} M_{i,q}(v) N_{i,p}(u)$$

로 정의한다. 여기서 $(m+1)(n+1)$ 개의 조정점 $V_{i,j}$ 는 Fig.2와 같이 3차원 공간에 조정점 망을 형성한다. $N_{i,p}(u)$, $M_{i,q}(v)$ 는 각각 u, v 방향으로 p, q 차수에 해당하는 B-스플라인의 기저 함수이다. Fig.2와 같이 조정점은 항상 곡면을 감싸는 다면체를 이루며, 이와 같은 성질은 사용자로 하여금 곡면을 효율적으로 다룰 수 있게 해준다.

3) 서브디비전의 개념과 종류

서브디비전은 부드러운 곡면을 표현하기 위해서 주어진 간단한 메쉬에 새로운 점을 추가함으로써 물체를 좀더 부드럽게 보이게 하는 방법이다. 서브디비전은 새로운 점을

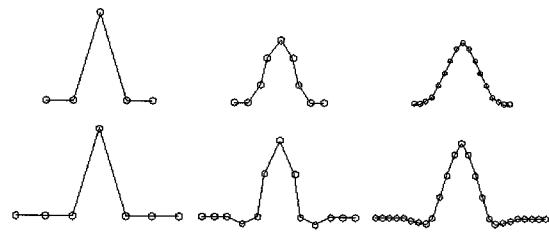


Fig.3 서브디비전의 근사법(위)과 보간법(아래)

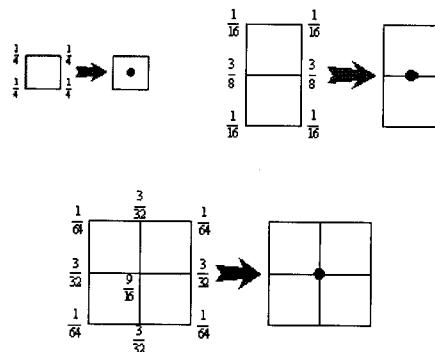


Fig.4 면, 모서리, 꼭지점 규칙

추가할 때, 기존의 점을 보전하는지의 여부에 따라 근사법과 보간법으로 구분할 수 있으며, 이는 Fig.3에 나타나 있다. 이중에서 근사법에 의해서 더욱 부드러운 곡면이 얻어지기 때문에 컴퓨터 그래픽 분야에서는 근사법에 기초한 방법이 선호되고 있다. 그러나 해석이나 설계를 위해 주어져 있는 대상의 치수와 크기가 분명한 경우에는 치수와 크기를 고려하여 처음부터 재분할을 수행할 때, 한 번 생성한 조정점의 위치가 계속 바뀌어야 하므로 근사법은 치수가 정해져 있는 대상을 나타내는데 적용하기가 용이하지 않다.

서브디비전의 종류로는 Catmull-Clark 방법⁶⁾과 Loop 방법⁷⁾, Butterfly 방법⁸⁾과 Doo-Sabin 방법⁹⁾ 등이 있다. Catmull-Clark 방법은 사각 메쉬의 재분할을 통해 곡면을 생성하는 방법이며, Loop 방법은 데이터 점들을 삼각화를 통해 삼각격자들의 조합으로 곡면을 구성하고 재분할에 의해 부드러운 곡면을 얻는 방법이다.

4) Catmull-Clark 서브디비전

사각격자에서 Catmull-Clark 서브디비전 방법에 의해면, 모서리, 꼭지점으로부터 생성되는 각각의 점들의 규칙은 Fig.4에 나타나 있다.

면(Face point): 격자의 각각의 면에 대하여 새로운 face point가 정의 되는데, 기존 면을 구성하는 점들의 평



Fig.5 Catmull-Clark 방법으로 구현된 곡면

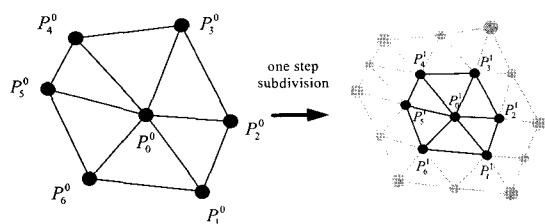


Fig.6 Loop 서브디비전의 개념

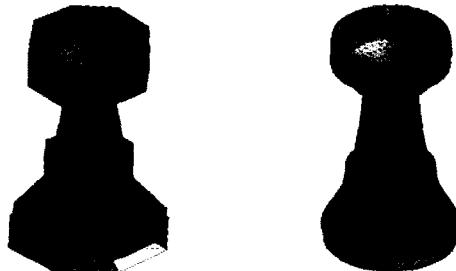


Fig.7 Loop 방법으로 구현된 곡면

근으로 이루어진다.

모서리(Edge point): 모서리를 공유하는 두 개의 면의 총 여섯 개 점들의 평균으로 새로운 점이 생성된다.

꼭지점(Vertex point): 하나의 점에 인접한 모든 face point들의 평균값과 기존 vertex point를 더해서 새로운 점이 생성된다.

5) Loop 서브디비전

Loop 서브디비전을 적용할 때에는 6개의 삼각형이 모여서 이루어진 6각형 모양이 기본이 된다. Fig.6은 Loop 서브디비전에 의해 한번의 서브디비전을 거친 다음에 새로운 점의 생성과 기존 점의 위치가 이동되는 것을 보여주고 있다. Fig.6에서 \$p_0^0, p_1^0, p_2^0, p_3^0, p_4^0, p_5^0, p_6^0\$는 6각형을 이루는 각 점의 정보를 가지고 있다. \$p_j^i\$에서 \$j\$는 서브디비전

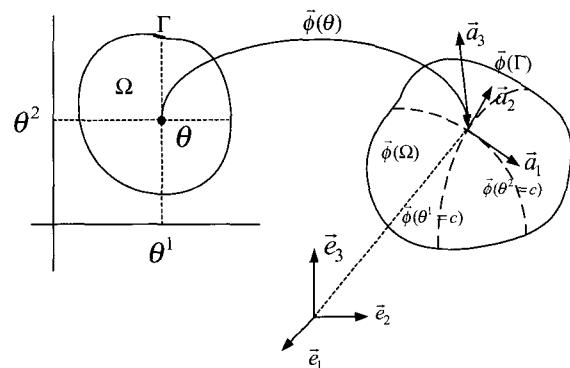


Fig.8 쉘 중앙면의 정의

이 이루어진 횟수를 나타내고, \$i\$는 하나의 6각형 안에서 7개점이 이루는 순서이다.

Loop 서브디비전 곡면 모델링과 유한요소해석의 통합화는 참고문헌^{10), 11)}에 소개되어 있다. 관심있는 독자들은 문헌을 참고하기 바란다.

3. 쉘의 유한요소 해석

1) 일반적 쉘 이론과 유한요소화

본 연구에서는 Koiter/Sanders¹²⁾의 개념을 이용한 1차 전단변형 이론에 기초하여 유한요소화에 사용되는 변형률을 가정하였다. 일반 곡선좌표계와 텐서에 기초한 쉘 이론에서는 일반적으로 변형률 텐서를 다음과 같이 나타낸다.

$$E_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}(g_{\alpha\beta} - g_{\alpha\beta})$$

$$\gamma_\alpha = 2E_{\alpha\beta} = (g_{\alpha\beta} - g_{\alpha\beta})$$

변형률 텐서를 변형전의 표면 텐서로 나타내기 위해서는 먼저 변형후의 물리량을 변형전의 물리량으로 표현해야 한다. Fig.8은 매개변수 면과 물리적인 쉘의 중앙면의 관계를 나타낸다. 쉘의 중앙면은 사상함수 \$\bar{\theta}\$에 의해 사상된다. 사상된 점과 세 개의 기저 벡터는 쉘 중앙면의 국지 곡면 좌표계를 구성한다. Fig.9는 본 연구에서 사용되는 변형전과 변형후의 쉘의 기하학적인 형상을 나타낸다.

일반적인 쉘 이론을 적용해서 개발한 유한요소 해석결과는 참고문헌^{13)~15)}에 주어진다.

본 연구에서는 쉘의 잠김 현상과 격자의 뒤틀림 문제를 효율적으로 다루기 위해 Hellinger-Reissner의 부분 혼합변분법에 거품함수를 도입하여 쉘의 변형에 관한 유한 요소 모델을 정식화하였다. 일반적으로 쉘의 두께가 얇아지면 멤브레인과 전단변형 잠김 현상이 나타난다. 이러한 잠김 현상을 해결하기 위해 가정된 변형률 방법이 사용되어

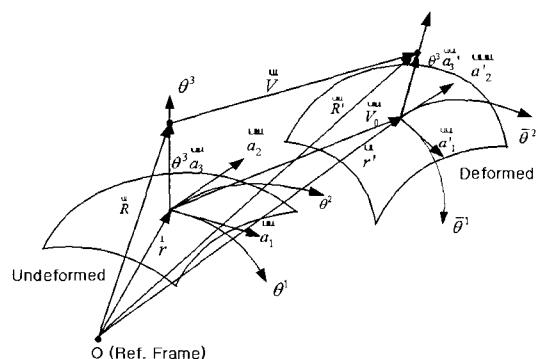
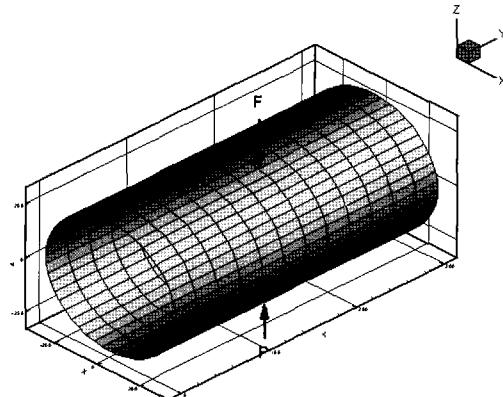


Fig.9 변형전과 변형후의 셀의 기하학적 형상



왔다. 본 연구에서는 계산상의 효율을 높이기 위해 Hellinger-Reissener 변분법을 전체 변형률에 적용하지 않고 잠김 현상을 일으키는 멤브레인 부분과 전단 변형 부분에 적용한다. 또한 거품 함수를 도입하여 메쉬 뒤틀림에 민감하지 않지 않도록 한다. 일반적으로 거품 함수는 요소의 경계와 절점에서는 값을 갖지 않는다. 따라서 절점의 수를 증가하지 않으면서도 향상된 성능을 얻을 수 있다. 4 절점 요소에 대해서는 거품함수가 9절점 요소의 요소 중앙 절점의 형상 함수와 같다. 9절점 요소에 대해서는 가능한 거품함수가 3개 존재한다. 그중 좌표계의 불변성을 제공하는 대칭 거품함수만을 사용한다.¹³⁾

2) 셀 유한요소의 성능

개발된 셀 유한요소의 성능을 평가하는 것은 매우 중요하다. 현재까지 보고된 다양한 벤치마크 문제들에 대해 성능평가가 필요하며 Fig.10과 같은 대표적인 문제들에 대해 성능을 시험한다.

이러한 모델들을 B-스플라인 방법을 이용하여 기하학적 모델링 하면 Fig.11과 같이 나타낼 수 있다. 그림에서 별표는 기하학적 모델링에 사용되는 곡면 조정점들이다. 자세한 내용은 참고문헌¹⁴⁾을 참고하기 바란다.

Fig.12는 원통형 셀에 집중하중이 가해지는 문제로 4 절점 거품함수를 사용한 결과와 9 절점 거품함수를 사용한 결과를 나타낸다. 9 절점 거품함수는 메쉬 수가 작을 때에도 매우 정확한 값을 나타내는 것을 볼 수 있다.

Fig.13은 본 연구결과와 이전의 연구결과를 비교한 그림이다. 두 그림에서 볼 수 있듯이 본 연구에서 개발한 셀 요소는 기존의 셀 유한 요소에 비해 요소의 수가 작은 경우에도 그 수렴성이 뛰어난 것을 알 수 있다.

곡면 모델링은 스플라인 함수로 유한요소는 다항식 함수로 근사할 수 있다. 곡면 모델링과 유한요소해석에 일치성을 부여하기 위해서는 등매개변수 B-스플라인 셀 함수

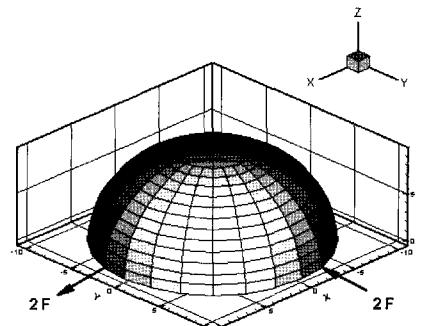


Fig.10 집중하중이 가해지는 원통형, 구형 셀

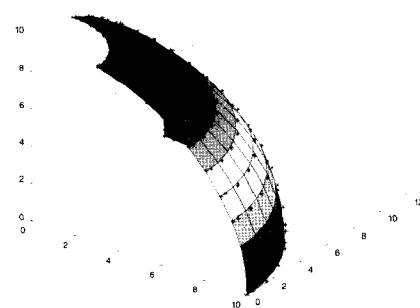
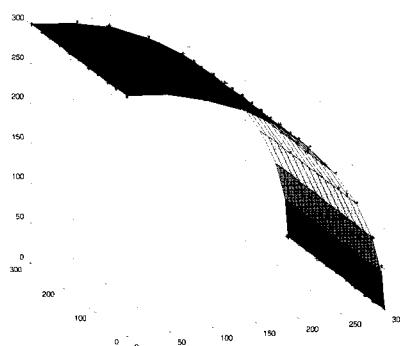


Fig.11 B-스플라인으로 구현한 원통형, 구형 셀

가 필요하다. 이에 대한 연구는 참고문헌^{16), 17)}에 잘 나타나 있다.

본 기사에서는 선형이론의 결과만 도시하였으나 지수함수사상을 이용하여 기하학적인 비선형을 효과적으로 다룬 연구는 참고문헌¹⁸⁾에 보여진다. B-스플라인의 곡면 모델링 하에서 유한요소의 절점을 이동시켜 메쉬 최적화를 수행한 r-격자세분화는 참고문헌¹⁹⁾에 주어져 있다.

4. 쉘의 형상 최적설계

1) 목적함수와 민감도

일반적으로 구조역학 문제에 있어서의 목적함수는 강성, 변형 에너지, 무게 등을 말한다. 본 연구에서는 최적화의 목적함수로 변형 에너지를 택했으며, 이는 다음과 같이 표현된다.

$$\min_s \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^L d_l K^{lm} d_m$$

여기서 s 는 설계변수의 집합, L 은 절점의 수, d 는 변위 벡터, K 는 강성행렬이다.

본 연구에서는 순차적 선형계획법(Sequential Linear Programming; SLP)을 택했다. 이 방법은 가장 단순하면서 보편적인 근사 방법으로 알려져 있으며, 다음과 같이 주어진다.²⁰⁾

Minimize $f(x)$ Subject to $g_i(x) \geq 0, j = 1, \dots, n_g$

여기서, $f(x)$ 는 목적함수, $g(x)$ 는 구속 방정식이다.

SLP는 시행 초기 변수 x_0 에서 테일러 급수 전개로부터 구한 선형 근사식으로 목적함수와 구속방정식을 치환하여 사용한다.

$$\text{Minimize } f(x_0) + \sum_{i=1}^n (x_i - x_{0i}) \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right) x_0$$

$$\text{Subject to } g_j(x_0) + \sum (x_i - x_{0i}) \left(\frac{\partial g_j}{\partial x_i} \right) x_0 \geq 0$$

$$j = 1, \dots, n_g, a_{ii} \leq x_i - x_{0i} \leq a_{ui}$$

마지막 구속 조건식은 “이동한계”라고 하며, a_{ii} 와 a_{ui} 는 각각 x_i 가 가질 수 있는 아래 끝, 위 끝이다.

전체 조정점 중에서 곡면의 특성을 대표하는 일부를 선별하여, 곡면에 수직한 방향의 좌표를 설계 변수로 택한다. 이는 그 방향의 좌표만으로 곡면의 전체적인 변화 양상을 잘 나타낼 수 있기 때문이다. SLP에서 테일러 급수 전개에 의해 치환된 목적 함수 및 구속 조건 방정식은 설

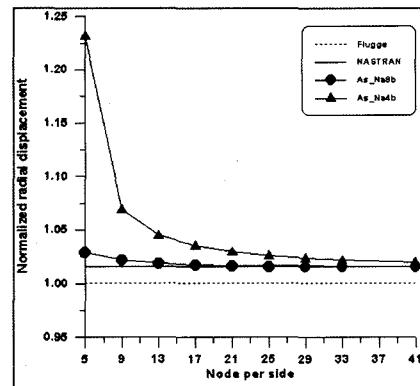


Fig. 12 원통형 쉘의 절점에 따른 최대변위 수렴

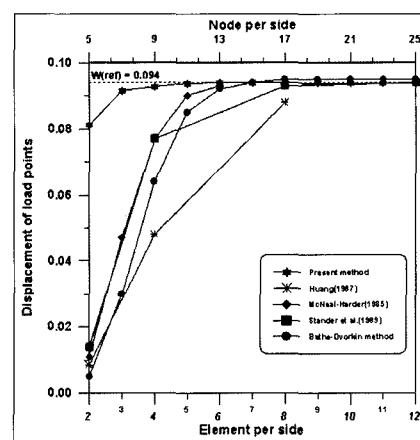


Fig. 13 구형 쉘의 요소에 따른 최대변위 수렴

계 변수에 대한 미분을 필요로 한다. 그러나 본 연구에서 목적함수로 택한 변형 에너지는 곡면 조정점의 좌표값을 음함수의 형태로 가지기 때문에, 이를 직접 미분하는 것은 쉽지 않다. 따라서 본 연구에서는 변형 에너지의 미분을 위해 준해석적 방법을 도입한다.

유한요소법에 사용하는 평형방정식은 다음과 같다.

$$\underline{K} \vec{d} = f^1$$

이를 설계 변수 x_i 에 대해 미분하면,

$$\underline{K} \frac{\partial \vec{d}}{\partial x_i} = - \frac{\partial \underline{K}}{\partial x_i} \vec{d}$$

여기서 \underline{K} 는 전역 강성 행렬, \vec{d} 는 자유도 벡터, f_i 는 유사 하중 벡터(pseudo-load vector)이다. 평형방정식의 미분을 주어진 목적함수 $f(x)$ 에 대입하면 민감도는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{\partial f}{\partial x} = - \frac{1}{2} \vec{d}^T \underline{K} \vec{d}$$

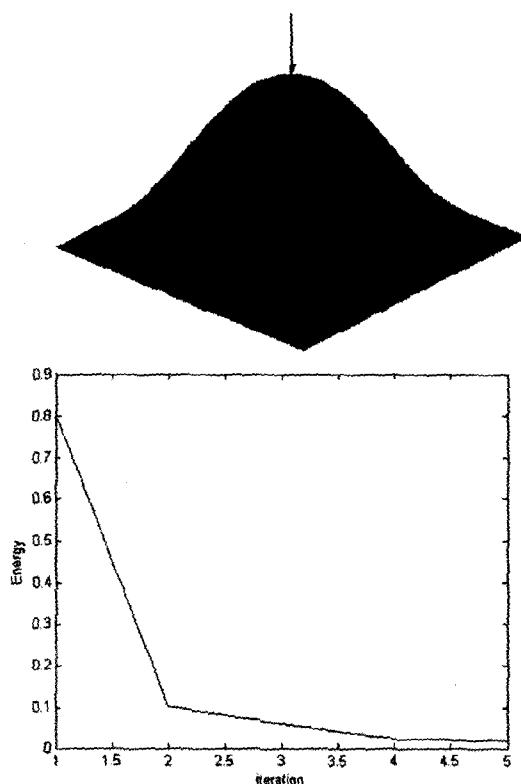


Fig. 14 집중하중을 받는 네 변이 고정된 셀과 에너지 수렴

$$\text{여기서 } K' = \frac{\partial K}{\partial x} = \frac{K(x + \Delta x) - K(x)}{\Delta x}$$

2) B-스플라인을 이용한 형상 최적설계 예제

B-스플라인으로 모델링한 예제에서 기하학적 형상은 외부에서 주어지는 데이터 점으로부터 재구성된다. 외부 데이터 점은 B-스플라인 보간식을 이용하여 조정점을 생성하며, 이 중 형상을 대표할 수 있도록 조정점을 선택한다. 이렇게 선택된 조정점의 좌표값은 최적화 문제의 설계 변수가 된다. 선별된 조정점은 다시 유한요소 격자를 구성하는 데 쓰이며, 임의로 격자의 간격을 조절할 수 있다.

민감도와 변형 에너지의 계산은 연이어서 얻은 두 상태의 변형에너지가 일정한 오차내로 수렴할 때까지 반복된다. 예제에서 탄성계수는 2×10^6 , 길이에 대한 두께비는 0.01로 주어져 있다.

변형 에너지를 최소화하는 문제는 기저 평면에 놓여 있는 네 변이 고정된 정사각형 평판으로부터 시작한다. 평판의 중심에 집중하중이 주어질 때, 최대 강성을 가지기 위한 최적 형상을 찾는 형상 최적화 문제이다. 구속 조건식은 아래 끝은 0, 위 끝은 평판의 한 변의 길이의 1/100로 주어진다.

Fig.14에서 목적함수의 계산을 반복 수행함에 따라 평

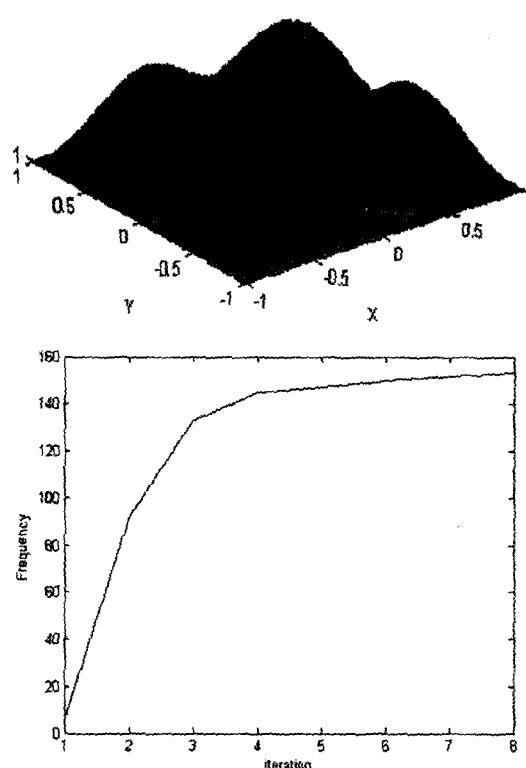


Fig. 15 네 변이 고정된 셀의 고유진동수 수렴

판은 초기형상에서부터 부풀어 오르고, 변형 에너지가 빠르게 수렴하는 것을 확인할 수 있다.

구조물의 고유값 중 저차 모드에 해당하는 값은 구조물의 안정성에 크게 영향을 미치기 때문에, 저차 모드의 고유값을 사용자가 원하는 범위에서 생성하는 구조물의 형상을 찾는 방법이 필요하다. 이 문제는 변형 에너지 최소화 문제와 마찬가지로 기저 평면에 놓여 있는 네 변이 고정된 정사각형 평판으로부터 시작한다. 목적함수의 계산을 반복 수행함에 따라 평판은 초기 형상에서부터 부풀어 오르고, (Fig.15) 최적화를 통해서 최저차 고유값은 증가, 수렴한다.

기하학적 모델링, 해석, 최적설계의 통합해석 및 설계는 참고문헌^{21), 22)}에 자세히 기술되어 있다.

2) 서브디비전을 이용한 형상 최적설계 예제

Loop 서브디비전을 이용하여 평판 최적화 문제를 수행하였으며, Fig.16은 네 모서리를 지지한 사각형 셀의 변형 에너지를 최소화 문제를 설계영역과 해석영역에서 각각 보여주고 있다. Loop서브디비전 기법을 사용한 해석은 참고문헌^{10), 11)}에 상세히 언급되어 있다.

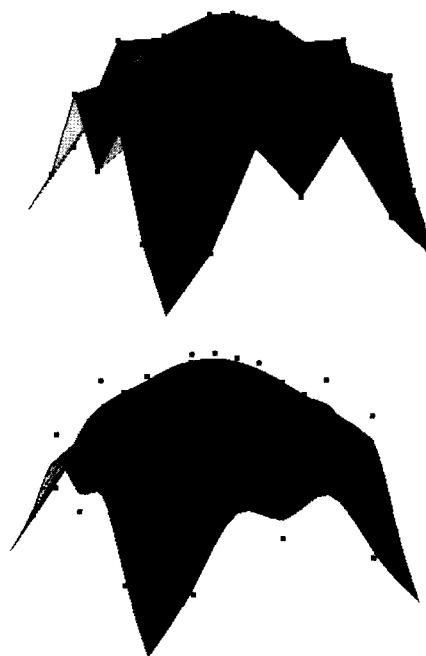


Fig.16 Loop 서브디비전을 이용한 최적설계,
설계영역(위), 해석영역(아래)

5. 결 론

본 기사에서는 쉘 구조물의 곡면 모델링 방법으로 널리 사용되고 있는 B-스플라인과 서브디비전 방법에 대해 고찰하여 보았다. 또 쉘의 전산해석에 널리 사용되던 기존의 감절점 요소의 한계를 극복하고, 캐드와의 통합설계에 효율적일 것으로 여겨지는 기하학적으로 정확한 쉘 요소에 대해 소개하였고, 성능을 확인하였다. 쉘의 기하학적 모델링과 쉘의 거동해석, 형상 최적 설계를 연동하는 통합 방법에 대해 논하였다. 최적 설계를 위한 형상 설계 민감도는 준 해석적 방법으로 도출하였다. 형상 최적화 결과는 국소 최적점이 여러 개 존재하는 형태를 떠나 실제적인 적절한 구속조건을 부가하여 국소 최적점 수를 줄일 수 있다. 서브디비전 방법을 사용하여 해석에 필요한 절점 수와 설계에 필요한 설계변수를 다른 영역에서 취하여 다중해상도 기법을 효과적으로 적용시킬 수 있음을 보여주었고 구현된 결과를 제시하였다.

참 고 문 헌

- Ahmad, S., Iron, B., and Zienkiewicz, O., "Analysis of Thick and Thin Shell Structures by Curved Elements," *Int. J. for Numerical Method in Engineering*, Vol.2, 1970, pp.419~451
- Simo, J. C., Fox, D. D., "On a Stress Resultant Geometrically Exact Shell Model. Part I: Formulation and Optimal Parameterization," *Computer Method in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.72, 1989, pp.267~304
- Simo, J. C., Fox, D. D., Rifai, S., "On a Stress Resultant Geometrically Exact Shell Model. Part II: The Linear Theory; Computational Aspects," *Computer Method in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.73, 1989, pp.53~92
- Farin G., 1993, Curves and surfaces for computer aided geometric design: a practical guide, New York: Academic Press
- De Boor C., "On calculating with B-Splines," *Journal of Approximation Theory*, Vol.6, No.1, 1972, pp.50~62
- Catmull, E., Clark, J., "Recursively Generated B-spline Surfaces on Arbitrary Topological Meshes", *Computer Aided Design*, Vol.10, No.6, 1978, pp.350~355
- Cirak, F., Scott, M. J., Antonsson, E. K., Ortiz, M., Schroeder, P., "Integrated Modeling, Finite Element Analysis and Engineering Design for Thin Shell Structures Using Subdivision", *Computer Aided Design*, Vol.34, 2002, pp.137~14
- Dyn, N., Levin D., Grogory J., "A Butterfly Subdivision Scheme for Surface Interpolation with Tension Control", *ACM Transaction on Graphics*, Vol.9, No.3, 1990, pp.160~16
- Doo D., Sabin M. A., "Behavior of Recursive Subdivision Surfaces Near Extra Ordinary Points", *Computer Aided Design*, Vol.10, No.6, 1978, pp.356~360
- M. Cho, H. Kim, H. Suh, "First-order Shear Deformable Subdivision Element Consistent with Loop-Subdivision Surfaces," *Int. Journal for Numerical Methods Engng*, submitted, 2003
- 조맹효, 김형길, 서홍석, "서브디비전 곡면생성과 루프 서브디비전 1차 전단변형 쉘 유한요소" 전산구조공학회 논문집, 게재승인, 2004
- Budiansky B., Sanders J. L. Jr., "On the best First-Order Linear Shell Theory", *Prog. Appl. Math.*

- Mech.* Vol 20, 1963, pp.129~140
13. M. Cho and H. Y. Roh, "Development of Geometrically Exact New Shell Elements Based on General Curvilinear Coordinates," *Int. J. Numer. Methods Engrg.*, Vol.56, 2003, pp.81~115
 14. H. Y. Roh, and M. Cho, "The Application of Geometrically Exact Shell Elements to B-Spline Surfaces," *Computer Methods Appl. Mech. Engrg.*, 2004, In press.
 15. J. Kim, M. Cho, "Efficient Higher-Order Shell Theory for Laminated composites with Multiple Delaminations," *AIAA Journal*, Vol.41, No.5, pp.941~950.
 16. H. Y. Roh, M. Cho, "B-spline Surface Technology for the Integrated and Interactive Geometric Design and Mechanical Analysis," *44th AIAA / ASME / ASCE / AHS Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, 2003
 17. H. Y. Roh, M. Cho, "Integration of Geometric Design and Mechanical Analysis Using B-Spline Surface Technology," submitted in *IJNME*.
 18. M. Cho, H. Y. Roh, "Nine-Noded Shell Element for Finite Rotations with B-Spline Surface Representation-A New Kinematic Approach," *World Congress on Computational Mechanics*, July, 2002, Vienna, Austria
 19. M. Cho, S. Jun, "r-Adaptive Mesh Generation for Shell Finite Element Analysis," *Journal of Comput. Physics.* 2004 In press.
 20. R. T. Haftka, Z. Gurdal, M. P. Kamat, 1990, *Elements of Structural Optimization*, Kluwer Academic Publishers
 21. H. Kim, M. Cho, H. Y. Roh, "Integrated Concept of Geometric Modeling, Finite Element Analysis and Shape Optimization of Shell Surface Based on B-spline Representation", *44th AIAA / ASME / ASCE / AHS Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, 2003
 22. 김현철, 노희열, 조맹호, "쉘 곡면 형상의 최적 설계를 위한 유한요소해석과 기하학적 모델링의 연동" 한국 항공우주학회 논문집, 31권, 8호, 2003, pp.27~35