

VSI EWMA 관리도의 경제적 통계적 설계*

송서일, 박현규, 정혜진
동아대학교 산업시스템공학과

An Economic Statistical Design of the EWMA Control Charts with Variable Sampling Interval

Suh-Ill Song, Hyun-Kyu Park, Hey-Jin Jung
Dept. of Industrial System Engineering, Dong-A University

Key Words : variable sampling interval control charts, ATS, ED(economic design), ESD(economic statistical design)

Abstract

This paper present an economic statistical design which have statistically constraints for the optimal design of an EWMA control charts with variable sampling interval. Cost function use that proposed by Lorenzen and Vance, and the optimal design parameters include the sample size, control limit width, sampling interval, EWMA weight value. Comparisons between VSI EWMA control charts optimal economic design and optimal economic statistical designs show the following fact. Although have demerits which are more costly than economic design, have merits which to detect shifts more efficiently and to improve statistical performance.

1. 서론

전통적인 SPC(statistical process control) 기법들은 고정된 샘플링 간격과 샘플 크기로써 공정변동을 감시하므로 관리한계 근처에 타점 되는 샘플 점들에 대하여 공정의 이상여부를 효율적으로 감지하지 못하며 이러한 샘플

점들에 의해 샘플링 구간을 길게 한다면, 경제적인 낭비도 초래한다는 단점을 가지고 있다. 이러한 단점을 극복하는 하나의 방법으로 VSI(variable sampling interval) 관리도가 사용되었으며, 최근에 많이 연구되어지고 있다. VSI 관리도의 기본적인 개념은 만약 타점된 샘플들이 공정 관리한계 가까이 있다면 그 다음의 샘플 점은 공정이 이상상태로써 관리한계선을 벗어날 확률이 커지므로 이 시점에서 짧은 샘플 구간을 사용하고, 현재의 샘플

* 본 연구는 2002년도 동아대학교 학술연구조성비(공모과제)에 의하여 연구되었음.

플 점들이 관리 중심선 가까이에 있다면 공정은 안정상태로 지속될 가능성이 커지므로 긴 샘플 구간을 사용하는 것이다. 이러한 VSI 관리도에 관한 연구로는 1988년부터 최근까지 Reynolds, Amin, Arnold, Montgomery 등에 의해 많이 연구되어지고 있다.

본 연구에서는 이러한 VSI개념을 EWMA 관리도에 적용한 VSI EWMA 관리도의 경제적 모형과 통계적으로 제약된 경제적 통계적 모형에 관하여 연구하고자 한다.

관리도 계획에 대한 일반적인 설계는 크게 통계적 설계와 경제적 설계로 나눌 수 있다. 통계적 설계는, 관리도에 대한 모수를 선택할 때 제 1 종 오류(Type I)와 제 2 종 오류(Type II)와 평균 런 길이(ARL: average run length)와 같은 통계적 특성들이 고려되어진다. 그리고 경제적 설계는 제품 공정에서 증가되어지는 손실 비용을 최소화하는 관리도 모수를 결정하는 것이다. 하지만 이러한 설계 모두 다 결함을 가지고 있다. 통계적 설계는 관리도 모수 설계들이 관리도 수행과 관련되어 비용에 영향을 미침에도 불구하고 경제적인 요인으로 다루어지고 있지 않다는 단점을 가지며, 또한 경제적 설계는 통계적인 특성들을 고려하지 않는다는 단점을 가진다.

통계적 설계와 경제적 설계 모두를 개선하기 위하여, Saniga(1989)는 경제적 설계이면서 통계적 특성이 첨가된 경제적 통계적 설계를 제시하였다. 이 설계는 경제적 설계의 효율성이 유지되면서 시뮬레이션으로 요구되어지는 관리도의 통계적 성능도 유지한다.

본 연구에서는 경제적 통계적 설계(ESD: economic statistical design)를 VSI EWMA 관리도에 적용하였다. 그러므로 최적 모수 설계는 ARL 제약식 보다는 신호가 발생하

기까지의 기대시간(ATS: average time to signal)의 제약식을 첨가하여 수치적으로 구하였다. 다양한 ATS 한계에 영향을 미치는 최소 비용의 민감도 분석을 수행하였으며, 경제적 통계적 설계(ESD)를 순수한 경제적 설계(ED: economic design)와 비용적인 면에서 비교하였다.

2. VSI EWMA 관리도의 경제적 설계

2.1 경제적 관리도의 정의와 가정

EWMA 관리도에서 공정은 평균 μ_0 와 표준편차 σ 를 가지는 통계적 안정 상태에서 시작되고, 이상원인의 발생은 공정의 평균이 μ_0 에서 $\mu_0 + \delta\sigma$ 까지 변화하는 결과를 초래한다. 여기서 변화 크기는 δ 로 알려졌으며, 이때 이상원인의 시간당 발생 횟수의 평균은 지수분포(exponential distribution) 모수 θ 이다.(그러므로 이상상태 발생의 평균 시간은 $1/\theta$ 이다)

공정 평균을 관리하기 위한 EWMA 관리도의 관리 한계선은 $\mu_0 \pm L\sigma[\lambda/(2-\lambda)n]^{1/2}$ 라고 두고, λ ($0 < \lambda < 1$)는 일정하고, 샘플 크기 n 는 모든 시간 h 에 대하여 취한 것이다. 만약 하나의 샘플 점이 관리한계선 밖에 있다면 공정은 이상상태로 가정하여 이상원인에 대한 조사를 시작한다.

EWMA 관리도의 경제적 설계를 위하여 Lorenzen와 Vance(1986)에 의해 제시된 공통의 비용모형을 적용하여 관리도의 통계량 ATS를 계산한다.

경제적 모형을 공식화하기 위하여 몇 가지 가정이 필요하다. 이러한 가정들은 Lorenzen와 Vance²⁾의 비용모형에서 뿐만 아니라 대부분의 경제적 관리도 모형에서 사용되고 있는 일반적인 가정은 다음과 같다.

- ① 특성치들은 정규분포를 따른다.
- ② 공정은 하나의 통계량에 의해 나타내진다.
- ③ 이상원인의 종류는 하나이다.
- ④ 이상원인의 시간당 발생 횟수는 평균 θ 을 가지는 지수분포를 따른다. 이상원인 발생의 평균 시간은 $1/\theta$ 이다.
- ⑤ 이상원인이 발생할 확률은 미리 정해진다.
- ⑥ 공정은 자체 수정능력이 없다.
- ⑦ 공정의 주기는 안정상태에서 시작해서 이상원인이 발생하고 이상원인이 탐지될 때까지로 한다.

비용함수에서 나오는 기호들의 정의는 다음과 같다.

- n = 샘플 크기
 d_1 = 짧은 샘플 구간, d_2 = 긴 샘플 구간
 τ = 안정상태에 있는 동안에 i 번째와 $i+1$ 번째 샘플 사이에서 이상원인이 발생하는 기대 시간
 s = 안정상태에 있는 동안 취해지는 샘플의 기대 수
 a = 샘플 당 고정 비용
 b = 샘플의 부품당 비용
 Y = 허위경보 당 비용
 W = 이상원인을 알아내거나 수리하는데 드는 비용
 C_0 = 안정상태에 있는 동안 생산되는 시간당 품질 비용

C_1 = 이상상태에 있는 동안 생산되는 시간당 품질 비용 ($C_1 > C_0$)

e = 하나의 항목을 택하는데 소요되는 시간

T_0 = 신호가 허위경보 일 때 조사하는데 소요되는 기대시간

T_1 = 이상원인을 발견하는 기대 시간

T_2 = 공정이 수리되는 기대 시간

γ_1 = 만약 조사하는 동안 제품 생산을 계속한다면 1, 멈춘다면 0

γ_2 = 만약 공정을 수리하는 동안 제품 생산을 계속한다면 1, 멈춘다면 0

ARL_0, ARL_1 = 안정상태와 이상상태에서의 평균 런 길이

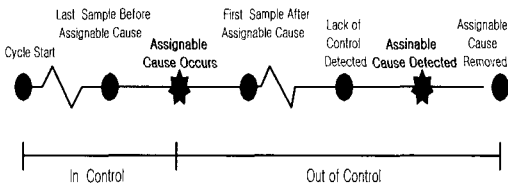
ATS_0, ATS_1 = 안정상태와 이상상태에서 신호가 발생하기까지의 평균 시간

2.2 비용함수

안정상태의 공정에서 발생하는 불량 제품 또는 잘못된 샘플링과 허위 정보에 의한 비용은 결함이라는 항목으로 여기는 형식적인 항목이다. 공정의 평균이 변화하여 공정이 이상상태가 되면 그때의 변화는 알 수 있으며 공정은 자체적으로 안정상태로 되돌아갈 수 없다. 비용은 샘플링과 불일치하게 생산된 제품의 증가된 수준에 의존할 뿐만 아니라 이상원인, 수리, 시스템과 고장을 찾는 데 드는 비용도 포함되어진다. 수리가 되고 공정이 원상태로 되돌아가게 되면 하나의 품질 주기는 완전히 끝나고 다음 주기가 시작된다. 이러한 공정의 주기는 <그림 1>에서 나타내고 있다.

<그림 1>에서 보여주는 바와 같이 한 주기에서 드는 시간당 기대 비용을 최소화하는 설계

모수들을 결정하는 것이 경제성 모형의 주된 목적이다. 시간당 기대 비용은 기대 주기 시간에 대한 주기 당 기대 비용의 비로써 계산되어진다.



<그림 1> 공정의 관리상태와 이상상태의 다이어그램

먼저, 공정의 한 주기를 살펴보면, 주기 시간은 다음과 같이 다섯 개로 구분하여 합함으로써 구해진다.

- ① 이상원인이 발생하기까지의 시간
- ② 다음 샘플을 취할 때까지의 시간
- ③ 샘플과 관리도를 분석하는데 걸리는 시간
- ④ 이상상태의 신호가 발생하기까지의 시간
- ⑤ 이상원인을 발견하고 공정을 수리하는데 걸리는 시간.

안정상태의 평균시간을 조사하는 동안에 생산을 멈추지 않고 계속한다면 이상원인이 발생할 때까지의 평균 시간은 $1/\theta$ 로써 간단히 나타낼 수 있지만, 만약 생산을 멈춘다면 이상원인이 발생할 때까지의 평균 시간은 $1/\theta$ 에 허위 경보가 발생하는 동안 조사하는데 걸리는 시간을 더해야 한다.

허위경보에 대하여 조사하는 기대 시간을 T_0 라고 두면, 허위 경보 동안 조사하는데 걸리는 시간은 T_0 에 허위경보의 기대 수를 곱함으로써 ($= T_0(s \cdot d/ATS_0)$) 구해진다. 여

기서 d 는 식 (2.1)과 같은 조건을 만족한다.

$$d = p_S d_1 + p_L d_2 \tag{2.1}$$

여기서 p_S 는 EWMA 관리도의 통계량 Z_i 이 짧은 샘플링 구간(R_S)에 포함될 확률이고 p_L 은 Z_i 가 긴 샘플링 구간(R_L)에 포함된 확률(p_L)이다. 이 두 확률 값이 동일하다고 두면 긴 샘플링 구간과 짧은 샘플링 구간을 나누는 경고 한계선(warning limit)를 구할 수 있다. 신호가 발생하기까지 R_S 영역내에 존재하는 평균 샘플 수($ANSS$: average number of samples to signal)를 $ANSS_1$ 이라고 두고, R_L 영역 내에 존재하는 평균 샘플 수를 $ANSS_2$ 라 두면, 그때의 p_S 와 p_L 은 식 (2.2)와 같다.

$$\text{만약 } d_0 = d_1 \text{ 이라면} \tag{2.2}$$

$$p_S = \frac{(ANSS_1 + 1)}{ARL}$$

$$\text{만약 } d_0 = d_2 \text{ 이라면}$$

$$p_L = \frac{ANSS_1}{ARL}$$

p_L 은 식 (2.1)에 대입하여 풀면 된다. 위의 식에서 d_0 는 초기에 사용되는 샘플링 구간이고 d_1 은 짧은 샘플링 구간이며 d_2 는 긴 샘플링 구간이다.

ARL_0 는 안정상태 동안의 평균 런 길이며, 식 (2.3)의 s 는 안정상태 동안에 취해지는 샘플의 기대 수로써 s_1 은 이상원인이 짧은

샘플링 구간(d_1)에서 발생했을 때의 s 을 말하며, s_2 는 이상원인이 긴 샘플링 구간(d_2)에서 발생했을 때의 s 를 말한다. p_S 는 p_L 은 각 구간의 비율 식을 의미한다.

$$s = p_S s_1 + p_L s_2 \quad (2.3)$$

$$s_1 = \frac{e^{-\theta d_1}}{1 - e^{-\theta d_1}},$$

$$s_2 = \frac{e^{-\theta d_2}}{1 - e^{-\theta d_2}}$$

허위경보에 대해 조사하는 동안 생산을 계속한다면 $r_1 = 1$ 이라 두고, 조사하는 동안 생산을 멈춘다면 $r_1 = 0$ 이라 둔다. 그러므로 ① 이상원인이 발생하기까지의 시간은 식 (2.4)과 같이 구할 수 있다.

$$1/\theta + (1 - r_1)s \cdot d \cdot T_0/ATS_0 \quad (2.4)$$

τ 는 샘플 구간 i 번째와 $i+1$ 번째 시점에서 이상원인이 발생할 평균시간을 말한다. τ_1 은 짧은 샘플링 구간(d_1) 사이에서 이상원인이 발생할 평균시간을 나타내며, τ_2 는 긴 샘플링 구간(d_2) 사이에서 이상원인이 발생할 평균시간을 나타낸다. 따라서 τ 를 식 (2.5)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tau = p_S \tau_1 + p_L \tau_2 \quad (2.5)$$

$$\tau_1 = \frac{1 - (1 + \theta d_1)e^{-\theta d_1}}{\theta(1 - e^{-\theta d_1})}$$

$$\tau_2 = \frac{1 - (1 + \theta d_2)e^{-\theta d_2}}{\theta(1 - e^{-\theta d_2})}$$

② 이상원인의 발생과 다음 샘플을 취할 때까지 그 사이의 시간은 식 (2.6)와 같다.

$$d_i - \tau \quad i = 1, 2 \quad (2.6)$$

E 는 샘플과 하나의 항목을 취하는데 걸리는 시간이고, n 개의 항목에 대하여 ③ 샘플과 관리도를 분석하는데 걸리는 시간은 nE 이며, ④ 이상상태의 신호가 발생하기까지의 시간은 $d_i(ARL_1 - 1) = ATS_1 - d_i$ 가 된다.

ARL_1 은 공정의 평균이 변한 이상상태에서의 평균 런 길이이고, ATS_1 은 이상상태에서 신호가 발생하기까지의 평균시간이다. ⑤ 이상원인을 발견하고 공정을 수리하는데 걸리는 시간은 $T_1 + T_2$ 이다.

그러므로 한 주기 동안 평균 시간(ACT)는 식 (2.7)과 같다.

$$ACT = \frac{1}{\theta} + (1 - r_1) \frac{d \cdot s \cdot T_0}{ATS_0} - \tau + nE + ATS_1 + T_1 + T_2 \quad (2.7)$$

C_0 와 C_1 는 공정이 안정상태와 이상상태에 있는 동안 불일치하게 생산된 제품에 의해 생기는 시간당 비용이다. 공정이 조사되거나 수리하는 동안에 멈추지 않고 계속 가동된다고 가정하면, 주기 당 기대 비용은 $C_0/\theta + C_1(-\tau + nE + ATS_1 + T_1 + T_2)$ 이지만, 만약 공정이 멈춘다면 그때의 주기 당 기대 비용은 $C_0/\theta + C_1(-\tau + nE + ATS_1)$ 이다.

r_1 , r_2 의 개념을 사용하여 주기 당 기대 비용 A_1 을 일반화하면 식 (2.8)과 같다.

$$A_1 = C_0/\theta + C_1(-\tau + nE + ATS_1) + r_1T_1 + r_2T_2 \quad (2.8)$$

Y 는 허위 경보 당 드는 비용이고 W 는 이상원인이 하나 존재할 때 수리하고 배치하는데 드는 비용이다. 이때 하나의 이상원인이 발생함으로써 수리와 배치와 허위경보에 드는 비용의 총 합 A_2 은 식 (2.9)와 같다.

$$A_2 = s \cdot d \cdot Y/ATS_0 + W \quad (2.9)$$

a 는 샘플 당 고정된 비용이고, b 는 샘플 단위당 비용이므로, 샘플링과 검사에 드는 기대비용 A_3 는 $[p_S(a + bn)/d_1 + p_L(a + bn)/d_2]$ (생산되는 시간) 이 된다. 제품을 생산하는 시간은 r_1 과 r_2 가 0 인가, 1 인가에 의존하기 때문에 A_3 는 식 (2.10)과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$A_3 = [p_S(a + bn)/d_1 + p_L(a + bn)/d_2] \times (1/\theta - \tau + nE + ATS_1 + r_1T_1 + r_2T_2) \quad (2.10)$$

그러므로 한 주기 당 드는 총 비용은 $A_1 + A_2 + A_3$ 가 된다. 따라서 단위 시간당 기대비용 함수 C 은 식 (2.11)과 같다.

$$C = \frac{A_1 + A_2 + A_3}{ACT} \quad (2.11)$$

경제적 설계의 주된 목적은 식 (2.11)의 C 를 최소화하기 위한 설계 모수들을 찾는 것이다.

3. VSI EWMA 관리도의 경제적 통계적 설계

관리도의 경제적 통계적 설계(ESD)는 제약된 관리상태 ATS 최소값과 이상상태 ATS 최대값에 대하여 손실 비용함수를 최소화 하는 설계로 정의한다. 선택된 통계적 제약을 기초로 하여 관리도는 공정이 안정 상태에 있을 때는 긴 ATS를 가지며 공정이 이상상태에 있을 때는 짧은 ATS를 가지도록 설계한다. 다음에 오는 VSI EWMA 관리도의 최적 경제적 통계적 설계에서 비용함수 $F(D)$ 는 경제적 설계(ED)에서 사용한 Lorenzen와 Vance의 비용함수를 사용하였으며, 제약식은 ATS 값을 사용한다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} && F(D) \\ & \text{Subject to} && ATS_0 > ATS_L \\ & && ATS_1 > ATS_U \end{aligned}$$

여기서 ATS_L 와 ATS_U 는 기대되는 변화 수준에서 요구되는 ATS의 한계이다. 이 모형에서의 해는 요구되는 통계적 특성을 가지고 있을 뿐만 아니라 비용함수도 최소화하기 때문에 순수한 통계적 설계에서 발생하는 문제점을 개선하고 있다. 이 모형에서 제약식을 제거하고 구한 해는 일반적인 경제적 설계에 대한 해가 될 것이다.

4. 수치예제 및 민감도 분석

4.1 수치 예제

수치 예제에서 사용되고 있는 관리상태와 이상상태 ATS 한계는 Lucas와 Saccussi (1990)에 의해 연구된 EWMA 관리도의 통계적 최적 설계 ARL 값으로부터 얻은 것이다. 각각의 지정된 변화에 대한 ARL 한계는 $\delta=2.0$ 에 대한 $ARL_L=500$, $ARL_U=4.0$ 이고, $\delta=1.0$ 에 대한 $ARL_L=500$, $ARL_U=11$ 이고, $\delta=0.5$ 에 대한 $ARL_L=500$, $ARL_U=30$ 이다. 이 ARL 한계에 대한 샘플 구간은 0.5, 1.0, 2.0를 곱해서 ATS 최적 관리한계를 구한다.

다음의 [예제 1]은 공정과 비용모수를 가지는 VSI EWMA 관리도의 최적 모수 설계로부터 구한 것이다.

【 예제 1 】

$$\theta = 0.01, a = 0.5, b = 0.1, Y = 50, \\ W = 25, C_0 = 10, C_1 = 100, e = 0.05, \\ T_0 = 0, T_1 = 2 \quad \gamma_1 = \gamma_2 = 1$$

<표 1>은 $\delta=1.0$ 일 때 예제에 있는 값들이 의해 VSI EWMA ($p_S = p_L = 0.5$) 관리도의 최적 경제적 설계(ED)를 구한 결과이다. N 은 샘플 크기, K 는 관리한계, LAM 은 EWMA 관리도의 평활 상수, h_1 와 h_2 는 짧은 샘플링 구간과 긴 샘플링 구간이다. <표 2>는 $\delta=1.0$ 이고 $ATS_0 > 500$ $ATS_1 < 11$ 인 경우의 VSI EWMA 관리도의 ($p_S = p_L = 0.5$) 최적 경제적 통계적 설계(ESD)를 구한 결과이다

<표 3>은 세 개의 변화의 크기와 이 변화에 맞는 최적 ATS 제약 조합에 대한 VSI EWMA 관리도의 경제적 통계적 설계를 나타

낸 것이다. 샘플 크기와 최소 비용은 공정 변화가 0.50에서 2.00으로 증가할수록 감소하고 관리한계 폭(K)은 ATS 한계에 영향을 받지 않았다.

<표 4>는 VSI EWMA 관리도의 경제적 통계적 설계(ESD)와 일반적인 경제적 설계(ED)를 비교한 것이다. 비교한 결과, 경제적 통계적 설계가 경제적 설계보다 약간 비용이 증가하였지만, 경제적 설계가 가지는 단점인 수행도 면에서 살펴보면, 안정상태 ATS가 최적 ATS(L) 한계에 근사하게 나타남을 보이고 있다. 이러한 사실은 경제적 통계적 설계의 증가된 비용은 통계적인 면과 경제적인 면 모두를 고려해 볼 때 경제적 설계보다 효율적인 비용이라 할 수 있다. 그리고 경제적 통계적 설계는 경제적 설계보다 넓은 관리한계를 가짐을 알 수 있다.

<표 1> VSI EWMA의 최적 경제적 설계

N	K	LAM	h1	h2	STS0	STS1	ATS0	ATS1	COST
1	2.33	0.23	0.47	1.53	122.87	5.24	86.97	4.16	16.706
2	2.64	0.30	0.45	1.55	237.29	2.90	166.27	2.32	15.062
3	2.74	0.35	0.51	1.49	292.01	2.07	206.27	1.66	14.499
4	2.74	0.43	0.58	1.42	272.76	1.64	193.03	1.29	14.254
5	2.88	0.50	0.61	1.39	382.56	1.42	270.27	1.10	14.133
6	2.78	0.56	0.71	1.29	280.94	1.20	198.43	0.89	14.072
7	2.89	0.61	0.73	1.27	380.80	1.11	271.68	0.87	14.052
8	2.89	0.69	0.79	1.21	373.46	1.02	263.42	0.70	14.037
9	2.90	0.73	0.83	1.17	377.32	0.91	267.29	0.58	14.091
10	2.91	0.77	0.87	1.13	399.17	0.84	281.99	0.49	14.137
11	2.94	0.80	0.89	1.11	431.62	0.77	305.22	0.43	14.204
12	2.95	0.83	0.91	1.09	447.58	0.71	317.61	0.37	14.281
13	3.00	0.83	0.93	1.07	527.00	0.64	371.64	0.32	14.355
14	3.02	0.86	0.94	1.06	569.39	0.59	403.18	0.28	14.447
15	3.00	1.21	1.00	1.06	516.01	0.53	365.35	0.21	14.539
16	3.21	1.21	1.00	1.06	718.75	0.52	505.35	0.20	14.640
17	3.21	1.21	1.00	1.06	729.58	0.45	512.90	0.16	14.747
18	3.21	1.21	1.00	1.06	737.35	0.39	515.95	0.13	14.861
19	3.21	1.21	1.00	1.06	735.16	0.34	519.57	0.11	14.981
20	3.21	1.21	1.00	1.06	737.74	0.31	521.21	0.09	15.107

<표 2> VSI EWMA의 최적 경제적 통계적 설계

N	K	LAM	H1	H2	STS0	STS1	ATS0	ATS1	COST
1	2.95	0.19	0.25	1.75	714.67	5.77	501.51	4.61	17.023
2	2.97	0.22	0.35	1.65	712.88	3.06	501.45	2.50	15.179
3	2.97	0.21	0.42	1.58	704.64	2.23	500.28	1.88	14.652
4	3.06	0.41	0.49	1.51	712.04	1.75	501.68	1.41	14.308
5	3.06	0.40	0.56	1.44	720.13	1.45	508.77	1.19	14.177
6	3.08	0.53	0.62	1.38	709.34	1.31	500.37	1.03	14.122
7	3.08	0.60	0.68	1.32	704.43	1.20	500.71	0.89	14.091
8	3.09	0.59	0.72	1.28	733.50	1.07	517.97	0.79	14.109
9	3.03	0.30	0.72	1.28	718.30	0.99	510.70	0.85	14.285
10	3.09	0.72	0.82	1.18	713.84	0.92	505.14	0.59	14.165
11	3.05	0.36	0.79	1.21	726.99	0.83	515.44	0.68	14.357
12	3.10	0.75	0.89	1.11	720.20	0.75	509.19	0.44	14.289
13	3.14	0.88	0.92	1.08	830.01	0.75	583.38	0.39	14.37
14	2.90	0.15	1.00	1.00	707.36	1.21	510.94	1.13	14.451
15	2.90	0.15	1.00	1.00	701.57	1.14	511.59	1.07	14.545
16	2.90	0.15	1.00	1.00	708.83	1.09	511.94	1.02	14.655
17	2.90	0.15	1.00	1.00	694.28	1.06	512.52	0.99	14.751
18	2.90	0.15	1.00	1.00	693.34	1.02	512.97	0.96	14.989
19	2.90	0.15	1.00	1.00	702.12	0.99	513.60	0.92	15.007
20	2.90	0.15	1.00	1.00	707.94	0.97	520.34	0.89	15.119

<표 3> 공정 변화에 따른 VSI EWMA의 최적 경제적 통계적 설계

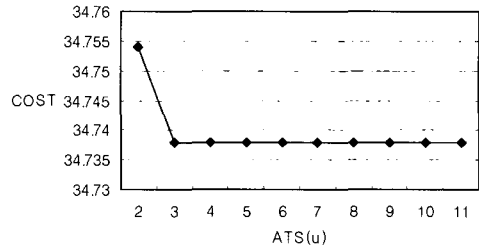
Shift	ATS(L)	ATS(U)	N	K	LAM	H1	H2	ATS0	ATS1	COST
0.5	500	30	12	3.05	0.32	0.57	1.43	519.27	2.18	16.145
1	500	11	5	3.07	0.45	0.70	1.30	503.60	1.44	15.332
2	500	4	3	3.10	0.78	0.79	1.21	506.74	0.39	12.980

<표 4> ESD와 ED의 비교

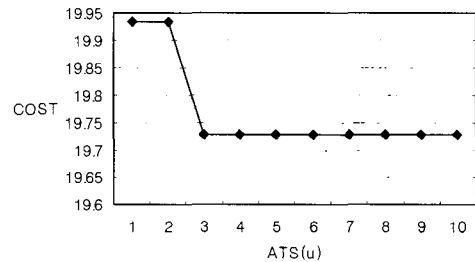
	N	K	LAM	H1	H2	ATS0	ATS1	COST
VSI ESD	7	3.08	0.60	0.68	1.32	500.71	0.89	14.091
VSI ED	7	2.89	0.61	0.73	1.27	271.68	0.8	14.052

4.2 민감도 분석

[예제 2]는 민감도 분석을 위하여 VSI EWMA 관리도의 최적 보수 설계로부터 구한 값들이다.



<그림 2> VSI EWMA의 최적 ESD에 대한 ATS_u 와 비용의 관계 ($\delta=1.00, ATS_L=500$)



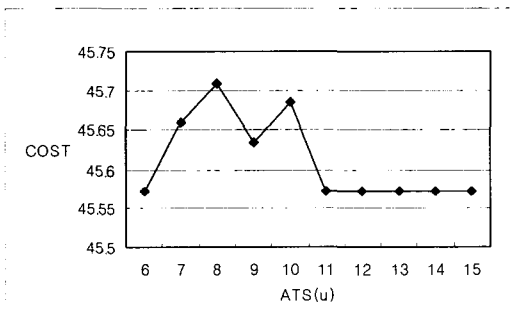
<그림 3> VSI EWMA의 최적 ESD에 대한 ATS_u 와 비용의 관계 ($\delta=2.00, ATS_L=500$)

[예제 2]

$$\theta = 0.05, a = 0.5, b = 1.0, Y = 50, W = 25, C_0 = 10, C_1 = 100, e = 0.05, T_0 = 0, T_1 = 2, \gamma_1 = \gamma_2 = 1$$

<그림 2>와 <그림 3>은 경제적 통계적 설계의 최소 비용에 대하여 ATS_U 한계를 선택하는 문제를 다루었다. ATS_L 은 500으로 고정하고 ATS_U 을 변화 시켜가면서 비용의 효과를 구하였다. $\delta=1.0$ 일때는(그림 2), 비용이 2에서 3으로 증가할 때 감소하였으며 3 이후로는 비용이 일정한 값으로 동

일하였다. $\delta=2.0$ 일 때(예제 1 적용:그림 3)도 마찬가지로, 3에서 4로 증가할 때 비용이 감소하고 4 이후로는 일정한 값을 유지하였다. 이러한 사실로 보아, 비용은 작은 ATS_u 의 변화에서는 민감하지만, 상대적으로 큰 ATS_u 값에는 민감하지 않다. $\delta=0.5$ 일 때는(그림 4) 8에서 9로 증가할 때 비용이 감소하다가 다시 증가하고 10에서 11로 갈 때 다시 감소하고 그 이후로는 일정한 값을 유지한다. 즉, 작은 변화에서는 상대적으로 큰 ATS_u 값에서도 민감한 반응을 보이고 있다.



<그림 4> VSI EWMA의 최적 ESD에 대한 ATS_u 와 비용의 관계 ($\delta=0.50$, $ATS_L=500$)

5. 결론

일반적인 관리도의 순수한 경제적 설계는 통계적인 특성을 고려할 수 없으며, 순수한 통계적 설계는 경제적인 요인을 고려하여 설계되지 않는다는 단점을 가지고 있기 때문에 본 연구에서는 경제적 설계와 통계적 설계를 모두 고려한 경제적 통계적 설계에 관하여 연구하였다.

그 결과 경제적 설계(ED)에 비해 경제적 통계적 설계(ESD)가 비용 면에서는 약간 증가하였지만, 통계적 수행도 면에서는 최적 설계에 가까운 아주 좋은 결과를 보이고 있었다. 그러므로 통계적인 면과 경제적인 면을 모두 고려하면 증가된 비용은 경제적 설계의 비용과 비교했을 때 보다 넓은 관리한계를 가진다. 민감도 분석에서는 큰 변화에서는 상대적으로 큰 ATS_u 에는 민감하지 않았지만 작은 변화에서는 민감하게 나타났다.

그러므로 일반적인 관리도 뿐만 아니라 다양한 샘플 구간을 가지는 VSI 관리도에서도 경제적 통계적 설계가 효율적이라는 것을 알 수 있다.

참고문헌

- [1] Costa, A. F. B.(1994), "Charts with Variable Sample Size," Journal of Quality Technology, Vol 26, No. 3, pp. 401-407.
- [2] Reynolds, M. R. and Amin, R. W. et al.(1988), "Charts with Variable Sampling Interval," Technometrics, Vol. 30, No. 2, pp. 181-191.
- [3] Reynold, M. R. and Amin, R. W. et al.(1990), "CUSUM Charts with Variable Sampling Intervals," Technometrics, 32, 4, pp. 371-384.
- [4] Park, C. and Reynolds, M. R.(1994), "Economic Design of a Variable Sample Size Chart," Communication in Statistics-Simulation and Computation, Vol. 23,

No. 2, pp. 467-483.

- [5] Saniga, E. M.(1989), "Economic Statistical Control Chart Designs with an Application to and R Charts," *Technometric* 31, pp. 313-320.
 - [6] Lorenzen, J. M. and Vance, L. C.(1986), "The Economic Design of Control Charts : A Unified Approach," *Technometrics* 28, pp. 3-10.
 - [7] Montgomery, D. C(1995), "Statistically Constrained Economic Design of the EWMA Control Chart," *Journal of Quality Technology*, Vol 27, No. 3, pp. 250-256.
 - [8] Mcwilliams. T. P.(1994), "Economic, Statistical, and Economic-Statistical Chart Deisgns", *Journal of Quality Technology*, Vol. 26 No.3, pp. 227-238.
 - [9] Linderman, K. and Love, T. E.(2000), "Economic and Economic Statistical Designs for MEWMA Control Charts", *Journal of Quality Technology*, Vol. 32 No. 4, pp. 410-417.
-