

런규칙을 사용한 개량된 경계선 수정계획의 설계¹⁾

박창순*, 정윤준**

*중앙대학교 수확통계학부, **중앙대학교 대학원 통계학과

Design of the Modified Bounded Adjustment Scheme with Run Rules

Changsoon Park*, Yoonjoon Jeong**

*Department of Statistics, Chung-Ang University,

**Dept. of Statistics, The Graduate School of Chung-Ang University

Key Words : Bounded Adjustment, EWMA, MMSE, Run Rule, IMA(0,1,1), AAI, MSD

Abstract

The bounded adjustment is known to be more efficient than repeated adjustment when the cost is incurred for engineering process control. The procedure of the bounded adjustment is to adjust the process when the one-step predicted deviation exceeds the adjustment limit by the amount of the prediction. In this paper, two run rules are proposed and studied in order to improve the efficiency of the traditional bounded adjustment procedure. The efficiency is studied in terms of the standardized cost through Monte Carlo simulation when the procedure is operated with and without the run rules. The adjustment procedure operated with run rules turns out to be more robust for changes in the process and cost parameters.

1. 서론

공학적인 공정관리(engineering process control ; EPC) 또는 자동공정관리(automatic process control ; APC)는 공정의 수준(level)을 목표치(target)에 가깝게 유지하여 목표치로부터의 이탈비용(off-target cost)을 최소로 하고자 하

는 것이 주목적이다. 일반적인 제조공정에서는 제거할 수 없는 잡음(noise)요인 때문에 공정수준이 목표치를 이탈하게 되는 현상이 일어나게 되어 품질비용이 증가하게 된다. 이러한 현상을 개선하기 위해 공정수준을 목표치와 일치하도록 조정(adjust)하는 통계적 활동을 EPC 또는 APC라 한다.

통계적공정관리(Statistical process control ; SPC)는 공정수준의 변동을 초래하는 이상원인(special cause)의 발생을 신속히 탐지

¹⁾ 이 논문은 2003년도 중앙대학교 학술연구비 지원에 의한 것임

(detect)하고 이를 제거하여 공정을 관리상태로 되돌리고자하는 통계적 활동이다. 이때 이상원인은 제거가 가능하다는 것을 가정하고 있다. 따라서 SPC는 공정에서 이상원인이 발생하였는지 또는 발생하지 않았는지를 정밀하게(precisely) 구분하는 것이 중요하며 이는 통계적 가설검정으로 귀결된다.

반면에 EPC에서는 잡음을 제거할 수 없기 때문에 언제 공정을 수정하며 그 수정의 양을 어떻게 결정하느냐 하는 것이 중요한 점이 된다. 먼저 수정량은 수정시점에 관계없이 평균제곱오차를 최소화하도록 결정하게 되며 이를 최소평균제곱오차(minimum mean squared error ; MMSE)라 한다. MMSE를 달성하기 위해서는 공정수준을 잘 예측하는 것이 중요하며 이는 EPC는 통계적 추정의 문제에 해당한다.

다음으로 수정시점의 결정방법에 따른 절차로는, 일정시간 간격으로 공정을 수정하는 반복수정(repeated adjustment)과 공정편차가 일정기준을 만족할 때에만 수정하는 경계선수정(bounded adjustment)으로 구분한다. 이 때 수정활동에 비용이 수반되지 않을 때에는 반복수정이, 비용이 수반될 때에는 경계선수정이 효율적인 방법이 된다.

경계선수정은 수정통계량이 지정된 경계선을 초과할 때에만 수정을 하게 되며 이때의 수정량은 지수가중이동평균(exponentially weighted moving average ; EWMA) 통계량을 주로 사용하게 된다. 특히 EWMA 통계량은 잡음모형이 IMA(0,1,1)모형을 따를 때 MMSE가 됨이 알려져 있고, 다른 잡음모형에서도 효율적인 공정예측치로 널리 사용되고 있다.

이 논문에서는 잡음모형이 IMA(0,1,1)모형을 따를 때의 경계선수정에 대해 알아보고, 이를 수정보완한 런규칙(run rule)을 사

용한 경계선 수정절차에 대해 연구하고 있다. 런규칙이란 관측값이 연속적으로 일정한 규칙을 만족하는 경우에 공정에 어떤 조치를 취하는 것을 의미한다.

2. 잡음모형

공정에 내재하는 잡음에 대한 모형은 IMA(0,1,1)모형이 가장 널리 이용되고 있다. 따라서 공정목표로부터의 편차인 잡음은 다음과 같이 정의한다.

$$Z_t = Z_{t-1} + a_t - \theta a_{t-1} \quad (1)$$

단, θ ; 평활모수,

$$\{Z_t\} \sim iid N(0, \sigma_a^2).$$

공정잡음모형으로 IMA(0,1,1)모형을 사용하는 데에는 몇 가지 당위성이 제기되고 있다(Box and Kramer(1992), Montgomery(1999)). 잡음모형으로서 IMA모형의 타당성은 변동도(variogram)를 통해서도 이해할 수 있다(Box and Luceno, 1997). $m(\geq 1)$ 단계 떨어진 두 시계열 모형값의 차의 분산은 1단계 떨어진 경우에 대해 다음 비를 가지게 된다.

$$G(m) = \frac{Var(Z_{t+m} - Z_t)}{Var(Z_{t+1} - Z_t)}$$

이 때 함수 $G(m)$ 을 변동도라 한다. 수정되지 않은 잡음은 시간이 흐름에 따라 분산의 증가가 점점 커지게 될 것으로 생각할

수 있는데 IMA(0,1,1)모형에서 $G(m)$ 은 다음과 같다.

$$G(m) = 1 + \beta(m-1)$$

단, $\beta = (1-\theta)^2/(1+\theta^2)$.

위 식에서 $G(m)$ 은 m 의 단순증가함수이므로 잡음모형으로 IMA(0,1,1)모형이 타당함을 알 수 있다.

잡음에 대한 더 일반적인 모형으로 다음과 같은 ARMA(1,1)모형을 들 수 있다.

$$Z_t = \phi Z_{t-1} + a_t - \theta a_{t-1} \quad (2)$$

이 때 $\phi=1$ 이면 IMA(0,1,1)이 되고, $0 < \phi < 1$, $\theta=0$ 이면 AR(1) 모형, $\phi=1$, $\theta=0$ 이면 확률보행(random walk)이 됨을 알 수 있다.

이 논문에서는 잡음모형으로 IMA(0,1,1)에 국한하여 경계선 수정방법에 대해 연구하고 있다.

3. 경계선수정

경계선수정은 공정관측값을 이용하여 수정통계량을 설정하고, 이 수정통계량이 경계선을 초과할 때에 수정량을 결정하여 수정하는 절차이다. 이 절차는 수정에 비용이 수반될 때 효과적인 수정방법이다. 수정통계량은 현시점의 관측편차(observed deviation), Z_t , 보다는 일 단계 앞 예측값(one-step ahead forecast), \hat{Z}_{t+1} , 이 더 효과적임이 알려져

있다.

현시점의 관측값이 존재하는 상태에서는 다음시점의 관측값이 목표치에 최대한 가깝도록 조치하는 것이 수정활동의 기본 목적이므로 예측값을 어떻게 설정하느냐가 중요한 문제가 된다. 이를 위해서 MMSE를 주로 사용하게 된다.

잡음모형이 식(1)을 따를 때에 MMSE는 다음과 같은 EWMA가 된다.

$$\hat{Z}_{t+1} = \lambda Z_t + \theta \hat{Z}_t \quad (3)$$

단, $\lambda = 1 - \theta$, $\hat{Z}_1 = 0$.

식(3)의 수정통계량은 현재의 관측값과 바로 전 시점의 수정통계량을 사용하여 구하는 갱신공식(updateing equation)으로서, 순환관계(recurrence relation)를 표현한다. 수정통계량은 과거의 모든 관측값을 사용하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\hat{Z}_{t+1} = \lambda(Z_t + \theta Z_{t-1} + \theta^2 Z_{t-2} + \dots + \theta^{t-1} Z_1) \quad (4)$$

$$= \lambda \sum_{i=1}^t a_i \quad (5)$$

경계선수정의 절차는 다음과 같다. 지정된 경계선 L 에 대해 각 시점 t 에서

$$|\hat{Z}_{t+1}| \geq L$$

이면 수정을 하고 그렇지 않으면 공정을 계속한다. 수정을 할 때의 수정량은

$$Y_t = -\hat{Z}_{t+1}$$

으로 설정하여 수정후의 예측값은

$$\hat{Z}_{t+1} + Y_t = 0$$

이 된다. 따라서 수정후의 공정상태는 공정의 시작과 동일하게 된다.

경계선수정의 특성은 수정구간(adjustment interval)과 제곱편차(squared deviation)에 의해 결정된다. 수정구간은 공정의 처음 시작부터 처음으로 수정할 때까지, 또는 수정 후부터 다음 수정까지의 시간간격을 나타낸다. 수정구간의 평균은 평균수정구간(average adjustment interval ; AAI)이라 한다. 제곱편차는 한 수정구간 내에서 발생하는 관측값의 목표치로부터의 제곱편차를 나타내며, 단위시간당 제곱편차의 평균을 평균제곱편차(mean squared deviation ; MSD)라 한다. 평균수정구간과 평균제곱편차는 함수 h 와 q 에 대해 다음과 같이 표현된다.

$$AAI = h(c) \tag{6}$$

$$MSD = \sigma_a^2 \{1 + \lambda^2 q(c)\} \tag{7}$$

단, $c = L / \lambda \sigma_a$.

이 때 c 를 표준화 수정한계(standardized adjustment limit)라 한다.

함수 $h(c)$ 와 $q(c)$ 는 c 에 의해서만 결정되는 함수로서 다음과 같이 정의된다 (Box and Luceno(1994)).

서로 독립인 표준정규확률변수 u_1, u_2, \dots

에 대해

$$T = \min \left\{ t; \left| \sum_{i=1}^t u_i \right| \geq c \right\}$$

라 할 때

$$h(c) = E(T)$$

이고

$$q(c) = E \left(\sum_{i=1}^{T-1} \left(\sum_{i=1}^t u_i \right)^2 \right) / h(c)$$

로 정의된다. 즉, $h(c)$ 는 u_i 들의 합이 $(-c, c)$ 를 벗어나는 최초통과시간(first passage time)의 기대값이 되고, $q(c)$ 는 최초통과시간 직전까지 u_i 의 누적합의 제곱합에 대한 기댓값을 평균수정구간으로 나눈 값이 된다.

경계선수정에서 발생하는 단위시간당 평균비용은 AAI와 MSD를 사용하여 다음과 같이 표현된다.

$$C = \frac{C_A}{AAI} + C_T \frac{MSD}{\sigma_a^2} \tag{8}$$

단, C_A ; 수정비용,

C_T ; 목표이탈비용 (단위 : σ_a).

이 때 C_A 는 한번의 수정에 필요한 평균비용을 나타내고 C_T 는 공정관측값이 목표치로부터 σ_a 만큼의 편차가 발생할 때 한 구간동안 발생하는 평균비용을 의미한다.

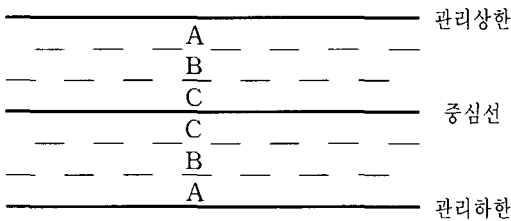
식(6)과 (7)을 식(8)에 대입하고 재조정하

면 다음 식을 얻는다.

$$\frac{C - C_T}{C_A} = \frac{1}{h(c)} + \frac{1}{R_A} q(c) \quad (9)$$

단, $R_A = (C_A / C_T) / \lambda^2$.

식(9)는 단위시간당 평균비용에서 목표이탈 비용을 뺀 다음 수정비용으로 나눈 것으로서 표준화 비용(standardized cost ; SC)의 의미를 가지고 있다. 식(9)에서 SC는 표준화수정 한계 c 와 수정비용비 R_A 에 의해서만 의존하여 분석을 단순하게 하는 장점이 있다. Box와 Luceno(1997)는 $\sqrt{h(c)}$ 와 $\sqrt{q(c)}$ 가 c 의 선형함수로 잘 표현됨을 보여주었다.



<그림 1> 관리한계내의 지역의 3등분

함수 h 와 q 에 대한 표현은 심도 있는 모의실험을 통하거나(Kramer, 1989), 적분방정식을 이용한 근사방식(Box and Luceno, 1994)을 통해 그 표현이 알려져 있다.

4. 런규칙을 사용한 경계선 수정

Page(1955)는 Shewhart의 \bar{X} 관리도에서 관리한계내의 지역을 <그림 1>과 같이 A, B, C의 세 지역으로 등분한 다음 런규칙을 설정하였다.

Page의 런규칙은 통계량 \bar{X} 가 관리상한이나 관리하한을 초과하지 않더라도 연속된 3점 중 2점이 동일한 A지역에 나타나면 이상신호를 주는 것이다. 이 런규칙은 관리도의 효율을 증대시키는 것으로 나타났으며 지역A와 지역B의 경계를 경고선(warning limit)이라 한다.

이 후 Nelson(1984)은 Page의 런규칙을 포함한 7가지의 런규칙을 추가하여 \bar{X} 관리도의 효율을 높이려고 제안하였다. 이 런규칙은 <표 1>과 같다.

경계선수정은 통계량 Z_{t+1} 이 수정상한(L)과 수정하한($-L$)을 초과할 때에만 수정을 하도록 되어 있다. 여기에 Nelson의 런규칙을 적용하여 경계선수정의 효율을 증대시키고자 하는 방법이 런규칙을 이용한 경계선수정이 된다. 즉 수정한계내($-L, L$)의

<표 1> \bar{X} 관리도의 런규칙

런규칙	런의 형태
R1	관리한계 밖으로 한 점이 나갈 때
R2	중심선의 한쪽으로 연속해서 9개의 점이 나타날 때
R3	연속해서 6점이 계속 증가 또는 감소할 때
R4	연속해서 14점이 증가와 감소를 반복할 때
R5	연속한 3점중 2점이 동일한 A지역에 나타날 때
R6	연속한 5점중 4점이 동일한 A 또는 B지역에 나타날 때
R7	연속한 15점이 C지역에 나타날 때
R8	연속한 8점이 C지역에 나타나지 않고 A 또는 B지역에만 나타날 때

지역을 <그림 1>과 같이 A, B, C의 세 지역으로 등분한 다음 <표 1>과 같은 8종류의 런규칙을 적용하여 수정하고자 하는 것이다. <표 1>의 런규칙 중 R1, R5와 R6을 제외한 나머지는 추가적인 노력만 들어갈 뿐 효율증대에 기여하는 바가 없거나, 또는 공정수준의 수정과는 무관하여 제외시켰다.

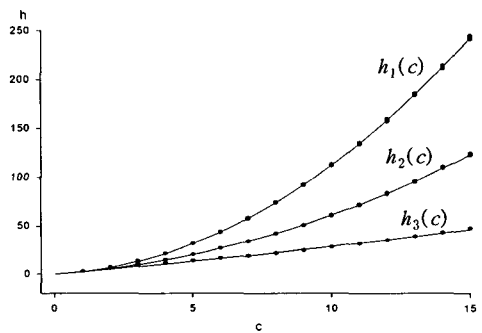
이 논문에서는 다음 세가지 런규칙을 이용한 경계선수정 절차에 대해 정의하고 그 효율을 비교하였다. 수정절차 A1은 기존의 경계선수정을 의미한다. 수정절차 A2는 수정절차 A1에 추가하여 런규칙 R5를 포함하여 수정하는 절차를 나타낸다. 수정절차 A3는 수정절차 A2에 추가하여 런규칙 R6를 포함하여 수정하는 절차를 나타낸다.

세 종류의 경계선 수정절차에 대한 특성, 즉 AAI와 MSD는 모의실험을 통하여 계산하였다. 각 수정절차 A1, A2, A3에 해당하는 함수 $\{h, q\}$ 는 각각 $\{h_1, q_1\}$,

$\{h_2, q_2\}$, $\{h_3, q_3\}$ 로 표현한다.

앞 절에서 $h_1(c)$ 와 $q_1(c)$ 는 그 제공근이 c 의 선형함수로 잘 적합된다고 하였는데, $c=0$ 일 때 $h_1(0)=q_1(0)=0$ 이므로 상수 α_1, α_2 에 대해 $\sqrt{h_1(c)} \approx \alpha_1 \cdot c$, $\sqrt{q_1(c)} \approx \alpha_2 \cdot c$ 로 근사되고 따라서 $h_1(c) \approx \alpha_1^2 \cdot c^2$, $q_1(c) \approx \alpha_2^2 \cdot c^2$ 로 근사할 수 있다. 이것은 $h_1(c)$ 와 $q_1(c)$ 가 절편이 없는 c 의 2차 방정식으로 표현할 때 더 잘 적합될 수 있음을 알 수 있다. 즉, 상수 $\beta_0, \beta_1, \gamma_0, \gamma_1$ 에 대해 $h_1(c) \approx \beta_0 c + \beta_1 c^2$, $q_1(c) \approx \gamma_0 c + \gamma_1 c^2$ 로 근사하면 c 의 일차항이 추가되기 때문이다. 동일한 방식으로

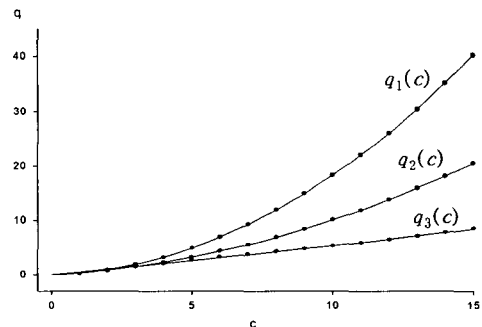
$h_2(c)$, $q_2(c)$ 와 $h_3(c)$, $q_3(c)$ 도 c 의 2차 방정식으로 적합하였으며 그 결과는 <그림 2>와 같다. <그림 2>에서 검은 점은 모의 실험의 결과이며 실선은 적합된 2차 회귀식을 나타내고 있다. <그림 2>의 결과에 의하면 $h_1(c)$ 와 $q_1(c)$ 는 물론 $h_2(c)$, $q_2(c)$ 와 $h_3(c)$, $q_3(c)$ 도 R^2 가 매우 높아 c 의 2차 방정식으로 잘 적합됨을 알 수 있다.



$$h_1(c) = 1.3212c + 0.9912c^2 \quad R^2 = 0.999983$$

$$h_2(c) = 1.8876c + 0.4217c^2 \quad R^2 = 0.999967$$

$$h_3(c) = 2.3654c + 0.0483c^2 \quad R^2 = 0.999359$$



$$q_1(c) = 0.1382c + 0.1697c^2 \quad R^2 = 0.999989$$

$$q_2(c) = 0.2886c + 0.0721c^2 \quad R^2 = 0.999951$$

$$q_3(c) = 0.4969c + 0.0043c^2 \quad R^2 = 0.999148$$

<그림 2> 수정절차에 따른 함수 h 와 q 의 형태 및 적합된 절편없는 2차 회귀식

<그림 3>은 주어진 R_A 값에 대해 c 의 값에 따른 SC의 모의실험결과를 보여주고 있다. 이 그림에서 쉽게 알 수 있듯이 동일한 R_A 와 c 에 대해 수정절차 A3가 A2보다, A2가 A1보다 더 작은 SC값을 유발하는 경향이 있음을 알 수 있다.

<표 2> 수정절차에 따른 최적 표준화 수정한계와 SC값

R_A	$c(SC)$		
	A1	A2	A3
1	0.9 (0.547)	0.1 (0.554)	1.0 (0.554)
2	1.2 (0.438)	1.3 (0.447)	1.3 (0.448)
3	1.5 (0.378)	1.6 (0.386)	1.5 (0.388)
4	1.6 (0.337)	1.7 (0.346)	1.7 (0.349)
5	1.7 (0.307)	1.9 (0.316)	1.9 (0.321)
10	2.1 (0.229)	2.5 (0.237)	2.4 (0.244)
20	2.7 (0.168)	3.0 (0.175)	3.0 (0.186)
30	3.0 (0.139)	3.5 (0.145)	3.7 (0.157)
40	3.3 (0.121)	3.9 (0.126)	4.2 (0.140)
50	3.5 (0.110)	4.4 (0.114)	5.1 (0.127)
60	3.7 (0.100)	4.5 (0.104)	6.6 (0.116)
70	4.0 (0.093)	5.0 (0.096)	7.3 (0.108)
80	4.0 (0.087)	5.2 (0.090)	8.1 (0.100)
90	4.2 (0.082)	5.3 (0.085)	8.1 (0.094)
100	4.3 (0.078)	5.5 (0.081)	8.7 (0.089)
200	5.3 (0.056)	7.0 (0.058)	11.5 (0.061)
300	5.8 (0.046)	8.2 (0.047)	13.6 (0.049)
400	6.3 (0.040)	8.6 (0.040)	15.0 (0.042)
500	7.1 (0.036)	9.4 (0.036)	15.0 (0.038)
600	7.2 (0.032)	10.1 (0.033)	15.0 (0.035)
700	7.5 (0.030)	10.3 (0.031)	15.0 (0.033)
800	7.7 (0.029)	10.8 (0.029)	15.0 (0.032)
900	7.9 (0.027)	11.1 (0.027)	15.0 (0.031)
1000	8.3 (0.026)	11.6 (0.026)	15.0 (0.030)
2000	10.1 (0.018)	13.8 (0.018)	15.0 (0.025)
3000	11.1 (0.015)	15.0 (0.015)	15.0 (0.024)
4000	11.7 (0.013)	15.0 (0.013)	15.0 (0.023)

<표 2>는 세 종류의 수정절차에서 주어진 R_A 값에 대한 최소 SC를 유발하는 표준화 수정한계 c 값과 이 때의 SC값을 나타내고 있다(단, $0.1 \leq c \leq 15$).

함수 $h_3(c)$ 와 $q_3(c)$ 를 구하기 위한 모의실험에서, 수정에 적용되는 규칙을 판단하기 위한 알고리즘은 다음과 같다.

알고리즘

1. 수정한계내의 지역 $(-c, c)$ 를

$$A_- = (-c, -2c/3],$$

$$B_- = (-2c/3, -c/3],$$

$$C = (-c/3, c/3),$$

$$B_+ = [c/3, 2c/3),$$

$$A_+ = [2c/3, c)$$

로 분할한다.

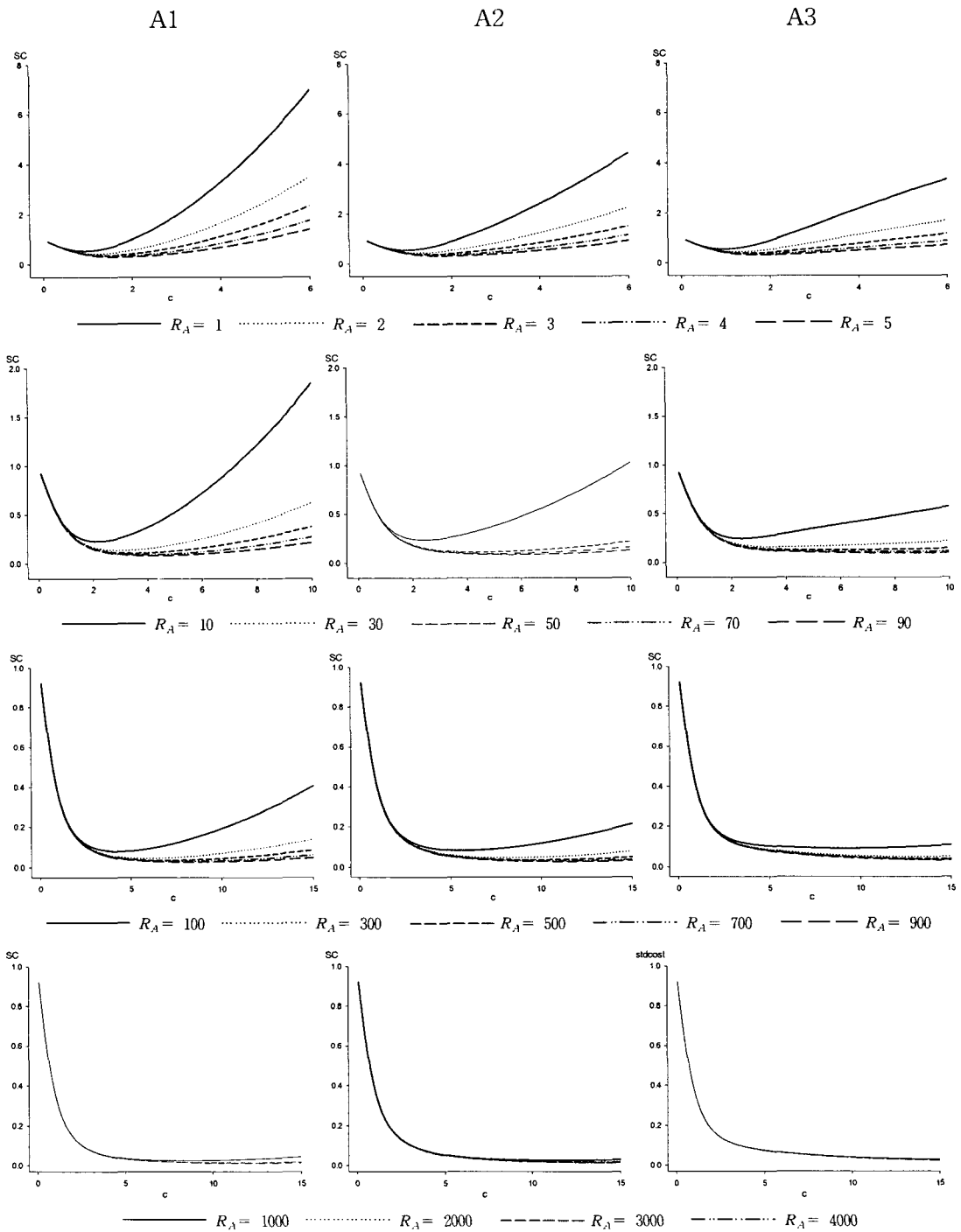
2. 시점 $i=1, 2, 3, 4, 5$ 를 현시점에서 $(i-1)$ 시점만큼의 과거라 할 때(즉, $i=1$ 은 현시점, $i=2$ 는 한 시점 과거), i 시점에서의 관측값 $x(i)$ 에 대해 점수 $p(i, j)$ 를 아래 표와 같이 부여한다.

$x(i)$	$p(i, 1)$	$p(i, 2)$	$p(i, 3)$	$p(i, 4)$	$p(i, 5)$
$(-c, c)^C$	1	0	0	0	0
A_-	0	0.5	0	0	0
B_-	0	0	0.25	0	0
C	0	0	0	0	0
B_+	0	0	0	0.25	0
A_+	0	0	0	0	0.5

3. 수정에 필요한 점수를 다음과 같이 계산한다.

$$s(1) = p(1, 1)$$

$$s(2) = p(1, 2) + p(2, 2)$$



<그림 3> 표준화 수정한계(c)에 따른 표준화비용(SC)의 형태

$$s(3) = p(1,3) + p(2,3) + p(3,3) + p(4,3) + p(5,3)$$

$$s(4) = p(1,4) + p(2,4) + p(3,4) + p(4,4) + p(5,4)$$

$$s(5) = p(1,5) + p(2,5)$$

4. $s = \max \{s(i), i = 1, 2, 3, 4, 5\} = 1$ 이면 수정을 한다. 이 때

$s(1) = 1$ 이면 규칙 A1이 적용되고,

$s(2) = 1$ 또는 $s(5) = 1$ 이면 규칙 A2가 적용되고,

$s(3) = 1$ 또는 $s(4) = 1$ 이면 규칙 A3가 적용된 경우이다.

5. 런규칙의 효과

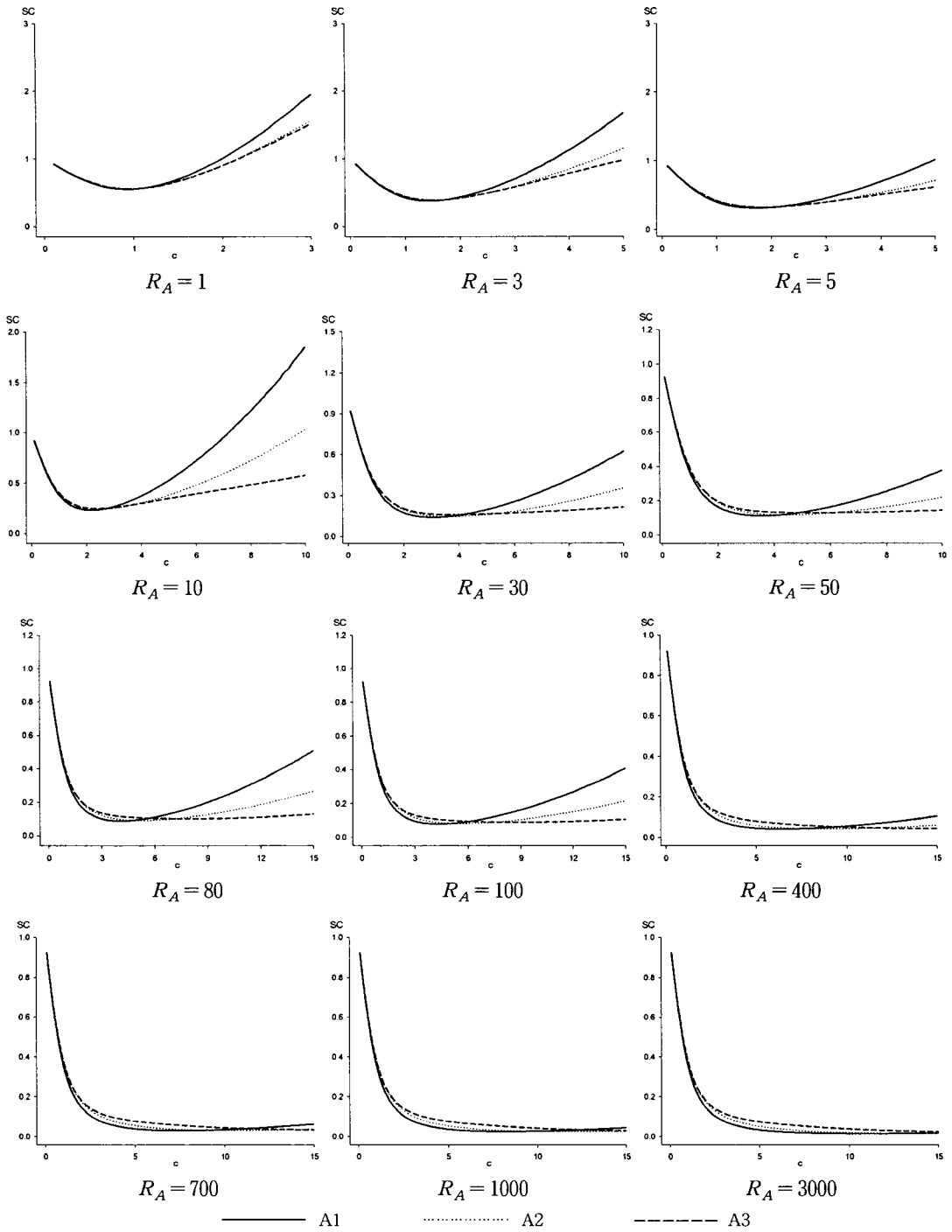
런규칙을 사용하면(A2, A3) 사용하지 않을 때(A1)보다 최근 3~5시점의 수정통계량의 값을 비교해야 하는 절차상의 번거로움이 있다. 수정절차는 한시적으로만 실시하는 것이 아니라 공정이 진행되는 동안은 항상 적용되어야 하므로, 절차에 추가적인 노력이 요구되면 결과적으로는 공정운용에 부담이 됨을 알 수 있다. 따라서 런규칙의 사용은 사용하지 않는 경우보다 분명한 효율의 증가가 있을 때에만 가치가 있다고 할 수 있다.

<그림 3>의 각 그림에서는 지정된 수정절차와 다양한 종류의 R_A 값(매우 작은 값 $R_A = 1$ 에서 매우 큰 값 $R_A = 4000$)에 대해 SC를 c 의 함수로 표현하였다. 모든 그림에서 알 수 있듯이 c 의 변화에 대한 SC의 값의 변화는, A1은 A2보다 더 민감하고, 또한 A2는 A3보다 더 민감함을 알 수 있다. 이 뿐만 아니라 R_A 의 변화에 대한 SC의

값의 변화에도 A1은 A2보다 더 민감하고, 또한 A2는 A3보다 더 민감한 것으로 나타나고 있다. 특히, A3는 유사한 R_A 값에 대해서는 변화가 미미하며, 이러한 현상은 R_A 값이 커질 때 더 두드러지고 있다.

<그림 4>에서는 개개의 R_A 값에 대해 c 의 변화에 따른 세 수정절차의 SC값을 비교 플롯하였다. 특이한 사항은 시각적으로 쉽게 확인할 수 있듯이 SC의 최소값을 유발하는 c 의 값은 수정절차에 따라 다르지만, 그 때의 SC의 최소값은 항상 거의 일치된 값을 보이고 있다. 이 현상에 의하면 수정절차를 A1대신 A2나 A3를 사용하여도 SC값의 추가적인 감소를 기대할 수는 없다는 점이다. 그러나 수정절차 A2나 A3는 비용모수 R_A 와 표준화 수정한계 c 의 변화에 둔감하기 때문에, 그 절차상의 추가적인 노력에 대한 보상이 보장된다고 할 수 있다. 그 이유는 모수값 R_A 와 c 의 측정에 따른 측정오차 때문이다. 즉, R_A 에는 C_T , C_A 와 함께 IMA(0,1,1) 모형의 모수 λ 가 제곱의 형태로 나누어져 있고, 표준화 수정한계 c 에는 λ 와 σ_a 가 나누어진 상태로 표현된다. 모수 λ 와 σ_a 의 추정치는 공정자료로부터 추정되어야 하나 어느 정도의 측정오차는 발생하기 마련이다. 이 뿐만 아니라 두 종류의 비용 C_T 와 C_A 도 추정되어야 하며 이러한 비용도 정확한 계산이 쉽지 않다.

모수 추정에서의 부정확성은 주어진 R_A 에서 최적의 c 값을 선택하기 어렵게 만들어 c 의 변화에 민감한 수정절차는 효율성이 급격히 떨어지게 된다.



<그림 4> 세 수정절차(A1, A2, A3)에 따른 표준화비용(SC)의 비교 플롯

런규칙을 사용할 때 예상되는 또 다른 장점은 수정비용이 고정되어있지 않고 수정량의 크기에 따라 변하는 경우에 기대할 수 있다. 수정절차 A1보다 A2는, 또한 A2보다 A3는 수정량이 작은 경향이 있다. 이것은 절차 A1의 수정량은 항상 수정한계 L 보다 큰 반면에, 절차 A2의 수정량은 범위 $(2L/3, L)$ 내에 있을 가능성이 있기 때문이다. 또한 절차 A3의 수정량은 범위 $(L/3, 2L/3)$ 내에 있을 가능성이 있다. 만일 수정량이 클수록 수정비용이 증가한다면 수정절차 A2는 A1보다, A3는 A2보다 표준화 비용이 줄어든 것으로 기대된다.

6. 결론 및 토의

이 논문에서의 경계선수정의 효율을 증대시키기 위한 런규칙을 제안하고, 그에 대한 특성을 도출하였다. 결과적으로 런규칙을 이용한 수정절차는 수정이용비 R_A 와 표준화 수정한계 c 에 대해 민감성이 둔화되어, 비용모수나 공정모수의 추정에 오차가 발생할 경우 좀 더 로버스트(robust)한 절차가 될 수 있음을 보였다.

세 종류의 수정절차에 따른 표준화비용의 최소값은 거의 동일한 값을 나타내어, 런규칙을 사용하여도 지역적(local) 최소값을 줄일 수는 없는 것으로 나타났다.

앞으로 연구할 수 있는 과제로는, 첫째 앞 절에서 언급한 바와 같이 수정비용이 수정량에 따라 변하는 경우에 대한 런규칙의 효율성을 연구해 보는 것을 제시할 수 있으며, 둘째로는 잡음모형이 IMA(0,1,1)으로 국한되지 않고 ARMA(1,1)모형을 따를 때의 런규칙에 대한 연구를 들 수 있다.

참고문헌

- [1] Box, G. E. P. and Kramer, T (1992), Statistical Process Control and Feedback Adjustment - A Discussion, *Technometrics*, Vol. 34, No. 3, pp. 251-285.
- [2] Box, G. E. P. and Luceno, A. (1994), Selection of Sampling Interval and Action Limit for Discrete Feedback Adjustment, *Technometrics*, Vol. 36, No. 4, pp. 369-378.
- [3] Box, G. E. P. and Luceno, A. (1997), Statistical Control by Monitoring and Adjustment and Statistical Process Control, *Journal of Quality Technology*, Vol. 29, No. 3, pp. 248- 260.
- [4] Kramer, T. (1989), Process Control from and Economic Point of View, Ph.D. Thesis, University of Wisconsin-Madison.
- [5] Montgomery, D. C. (1999), A Perspective on Models and the Quality Science : Some Challenges and Future Directions, *ASQ Statistical Division Newsletter*, Vol. 18, No. 1, pp. 8-13.
- [6] Nelson, L. (1984), The Schewart Control Chart-Tests for Special Causes, *Journal of Quality Technology*, Vol. 16, No. 4, pp. 237-239.
- [7] Page, E. S. (1955), A Control Chart with Warning Lines, *Biometrika*, Vol. 42. pp. 243-257.