한국공작기계학회논문집 Vol.13 No.2 2004. 4.
Transactions of the Korean Society of Machine Tool Engineers

역문제에 의한 구조물의 실동하중 해석

송준혁*, 노홍길+, 김홍건++, 유효선+++, 강희용+++, 양성모+++

(논문접수일 2003. 9. 22, 심사완료일 2003. 11. 17)

Analysis of Practical Dynamic Force of Structure with Inverse Problem

Joonhyuk Song*, Honggil Noh+, Honggun Kim++, Hyosun Yu+++, Heeyong Kang+++, Sungmo Yang+++

Abstract

Vehicle structures are composed of many substructures connected to one another by various types of mechanical joints. In vehicle engineering, it is important to study these connected structures under various dynamic forces for the evaluations of fatigue life and stress concentration exactly. It is difficult to obtain the accurate load history of specified positions because of the errors such as modeling, measurement, and etc. In the beginning of design, exact load data are actually necessary for the fatigue strength and life analysis to minimize the cost and time of designing. In this paper, the procedure of practical dynamic force determination is developed by the combination of the principal stresses of F. E. Analysis and experiment. Least square pseudo inverse matrix is adopted to obtain an inverse matrix of analyzed stresses matrix. The error minimization method utilizes the inaccurate measured error and the shifting error that the whole data is stiffed over real data. The least square criterion is adopted to avoid these errors. Finally, to verify the proposed procedure, a bus is analyzed. This measurement and prediction technology can be extended to the structural modification of any geometric shape in complex structure.

Key Words : Practical Dynamic Force(실동하중), Quasi-Static Analysis(준정적해석), Inertia Relief Method(관성제거법), Least Square Criterion(최소자승법), Inverse Problem(역문제), Principal Stresses(주응력), F. E. Analysis(유한요소해석)

1. 서 론

복합구조물의 각 결합부에 가해지는 동하중이력을 정확히 구하는 것은 동력학적인 측면뿐만 아니라 응력상태를 정확히 계산하여 피로강도를 평가하는데 까지 중대한 영향을 미친다. 특히, 대형 기계구조물 설계시 직접적 해석

* 전북대학교 자동차산학협력원 (songjh33@chonbuk.ac.kr)
주소: 561-756 전주시 덕진구 덕진동 1가 664-14
+ 전북대학교 대학원 정밀기계공학과
++ 전주대학교 공학부 기계공학과
+++ 전북대학교 기계항공시스템공학부, 자동차신기술연구센터

기법에 의해 주요부분의 강도를 검증하고 신뢰성과 경제성을 동시에 만족하기 위한 극한설계나 최적설계를 수행하는 방향으로 진행되고 있다.

설계목표를 구현하기 위한 설계기술을 구현하기 위해서는 구조물에 작용하는 미지의 외력 및 관성력의 크기를 평가하여 이에 의한 최적형상설계 및 피로수명 평가를 하여야 한다.

미지의 입력하중에 의한 구조물의 동특성 추정기법을 살펴보면, Safak[1]은 시간영역에서 확률과정기법을 적용하여 구조물을 시간의 연속으로 모델링하고 모드모수를 추정하였다. Doyle[2]은 충격기와 합성빔 사이에 접촉력을 추정하기 위하여 하중추정기술을 사용하였으며, 무한 길이보에서 작용하중과 변형률의 관계를 나타내는 전달함수를 주파수 영역의 함수로 유도하여 변형률해석 및 작용하중의 역계산에 사용하였다.

Whitson[3]은 열변환 튜브시스템이 있는 충격마모 손상조사에서 실시간 충격력을 확인하기 위하여 원거리 위치에서 과도가속도계 신호를 사용하였다. Michaels[4]은 플라스틱 판 위에 작용하는 분포하중의 추정에 하중추정기술을 적용하였다. 신[5]은 구조공학에서 역문제의 응용에 대하여 기술한바 있으며, 천[6]은 재료의 유동응력 결정문제에 대하여 소형펀치시험과 역문제에 의한 역해석에 관하여 연구하였고, 박 등[7]은 역동역학을 이용하여 충격력을 받는 보의 충격력 복원 및 충격모델의 변수를 파악하였다. 이 등[8]은 역문제에 의하여 평치차의 토크를 해석하였다.

Shingh[9]는 차량구조물의 동특성 및 피로특성을 평가하기 위한 시험방법 및 장비에 관한 연구를 실시하였다. Jaeckel[10]은 일정진폭 시험방법의 한계성을 규명하기 위한 실험방법에 대해 서술하였다. 하지만 이상의 방법들은 특정 차량의 개발단계에서 해당차량의 동특성 해석에 한정되어지는 단점이 있으며, 결합부의 설계변화가 전체차량에 미치는 영향에 대한 평가는 사실상 어렵다. 즉, 결합부의 설계변경을 위해 전체차량을 다시 제작하고 다시 수많은 실험을 반복해야만 한다.

본 논문에서는 실험에 의한 측정변형률과 유한요소해석에 의한 해석변형률의 조합에 의한 역문제에 의하여 구조물의 실동하중을 구하였다. 단위하중에 의한 유한요소해석에 의한 응력영향계수와 측정에 의한 응력의 조합에 의하여 구조물에 작용하는 외력을 역으로 해석하였다. 최소자승법에 의하여 해석과정의 오차를 최소화하였다. 실동하중해석 기법의 타당성 검증과 차체 및 동적구조물의 피로수명 평가를 위한 표준화된 루틴을 확립하기 위하여 버스구조물에 적용하여 실동하중을 해석하였다.

2. 구조물의 실동하중해석

어느 순간에 구조물 각각의 하중점에서 작용하는 하중을 $F_1, F_2, F_3, \cdots, F_n$이라 하고, 실제 구조물의 임의의 복수점에서 계측한 스트레인을 σ^k 이라 가정한다. 응력영향계수 σ^k_{SIC}는 전산해석을 통한 구조물 각각의 하중점에 단위 하중을 가했을 때의 주응력의 행렬 형태로 표현된다. 임의의 복수점에서의 단위하중에 의한 주응력을 σ_{ij} 라 하면 다음과 같은 근사식이 성립한다(단, $k, i = 1 \sim m$, $j = 1 \sim n$, σ_{ij}는 j번째 단위 하중에 대한 i번째 스트레인).

$$\frac{\sigma^k_{ij} F^k(t)}{F^{FEA}} \simeq \sigma(t), \qquad \sigma(t) F^{FEA} \simeq \sigma^k_{ij} F^k(t) \tag{1}$$

여기서, F^{FEA}는 단위벡터이므로 위 식은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\{\sigma^k\} \approx [\sigma_{ij}]\{F_n\}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma^1 \\ \sigma^2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \sigma^m \end{Bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \searrow & \vdots \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \sigma_{m1} & \sigma_{m2} & \cdots & \sigma_{mn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ F_n \end{Bmatrix} \tag{2}$$

위 식에서 복합구조물에 작용하는 하중 F_n을 구할 수 있다. $m = n$의 경우 $[\sigma_{ij}]$의 역행렬을 이용하여 F_n을 구할 수 있지만 $m \neq n$인 경우 $[\sigma_{ij}]$의 역행렬이 존재하지 않으므로 최소자승법에 의해 정방행렬을 구성하며 Gauss- Jordan법을 이용하여 역행렬을 구하여 식 (3)과 같이 실동하중을 산출한다.

서로 다른 하중조건별로 단위하중을 가한 유한요소 응력해석으로 응력장이 계산되면, 선형중첩의 원리를 적용하여 동응력 이력을 구할 수 있다. 실제의 경우 응력측정은 불가능하므로 응력과 변형률 사이의 역학적 관계에서 변형률을 측정하여 구조물에 작용하는 동하중에 의한 주응력을 구하여 실동하중 해석식을 얻을 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} \sigma_{ix}\sigma_{ix} & \sum_{i=1}^{n} \sigma_{ix}\sigma_{iy} & \sum_{i=1}^{n} \sigma_{ix}\sigma_{iz} \\ \sum_{i=1}^{n} \sigma_{iy}\sigma_{ix} & \sum_{i=1}^{n} \sigma_{iy}\sigma_{iy} & \sum_{i=1}^{n} \sigma_{iy}\sigma_{iz} \\ \sum_{i=1}^{n} \sigma_{iz}\sigma_{ix} & \sum_{i=1}^{n} \sigma_{iz}\sigma_{iy} & \sum_{i=1}^{n} \sigma_{iz}\sigma_{iz} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \sum_{i,k=1}^{n} \sigma_{ix}\sigma^k \\ \sum_{i,k=1}^{n} \sigma_{iy}\sigma^k \\ \sum_{i,k=1}^{n} \sigma_{iz}\sigma^k \end{Bmatrix} \tag{3}$$

측정시 분포와 평균을 알 수 없는 노이즈 특성상 실제 상황에서는 사용 가능한 데이터가 한정된다. 일반적으로 실제 결함이나 측정 노이즈로 인한 구조 파라메타의 변경을 결정하는 것은 어려운 일이다. 따라서, 하중 산출에 있어서의 오차를 줄이기 위해 최소자승법을 이용하여 오차 최소화를 하였다.

$$\text{Error function} = MIN \sum_{i,j,k=1}^{n} (\sigma^k - \sigma_{ij}F)^2 \qquad (4)$$

식 (4)는 실동하중 산출식에 적용된 최소자승법의 일반식이다. 본 논문에서는 다음의 오차계수를 가정하여 오차최소화를 수행하였다.

α는 실험시의 측정오차로서 측정된 데이터가 구성하는 확률밀도함수에서 표준편차의 2배안에 있을 확률은 95%이므로 데이터가 가질 수 있는 최대오차는 5%이라 가정한다. β는 실험에 사용된 스트레인 게이지의 게이지 펙터로서 ±3%이다. γ는 유한요소 모델링 오차로서 정적실험시의 최대변위에 대한 정적실험과 정적해석시의 최대변위 차의 비로 정의한다. 단, γ가 측정오차(α)의 범위 안에 있을 경우는 무시한다[11].

$$\begin{aligned} & MIN \sum_{i,j,k=1}^{n} \left(\sigma^k(1+\beta)(1+\alpha) - (1+\gamma)\sigma_{i,j}F\right)^2 \\ & |\alpha| \leq 0.05 \times \sigma^k \\ & |\beta| \leq 0.03 \times \max(\sigma^k) \\ & |\gamma| \leq 1 - \frac{\max(\sigma_{FEA})}{\max(\sigma_{EXP})} \end{aligned} \qquad (5)$$

3. 실차시험 및 준정적 유한요소해석

3.1 실차시험

단위하중에 의한 준정적 해석과 실차시험에서의 스트레인을 이용하여 실차의 실동하중을 산출하기 위한 시험을 실시했다.

시험차량은 Table 1과 같은 중량과 시험조건으로 Fig. 1과 같이 로드 시뮬레이터에서 시험을 실시했다. 벨지안시험로에서 30km/h는 매우 극한의 도로조건으로서 차체에 모든 방향에서 하중이 입력될 수 있다. 차량의 중량에 의해 하중의 크기는 매우 큰 영향을 받기 때문에 차체와 승객이 절반승차하였을 경우를 고려하여 중량조건을 1/2 GVW로 정하여 실험하였다. 로드 시뮬레이터(MTS)는 최대하중 37ton+10%까지 시험가능하며 컨트롤러와 유압 액츄에이터로 구성되어있다. 3축 스트레인 게이지를 이용하였으며 게이지 길이 5mm, 도선(lead wire) 10m인 게이지를 사용하였다. 데이터 수집 비율은 초당 512개이며, 스트레인 수집 범위는 -500 ~ +500 $\mu\varepsilon$이다.

Fig. 2와 같이 스트레인 게이지를 부착함에 있어서 부착위치의 선정은 크랙이 많이 발생되는 윈도우 필라 부위와 도어부위 즉, (a)와 같이 차량 좌측 윈도우 필라의 3곳과 (b)와 같이 차량 우측 윈도우 필라 및 미드도어부 4곳에 각각 3축 스트레인 게이지를 부착하여 스트레인을 측정하였다.

Table 1 Test conditions on road simulator

Driving speed	Proving ground	Time (min.)	Weight of passenger
30km/h	Belgian	3	1/2 GVW(2,475kg)

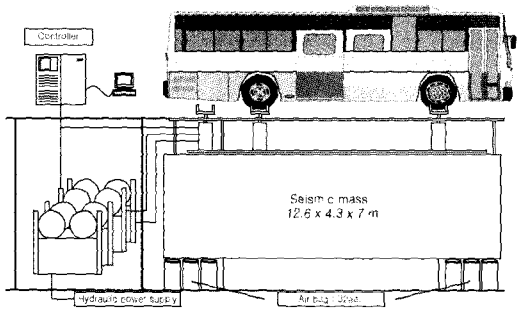
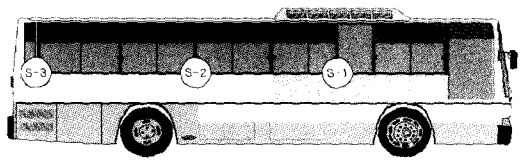
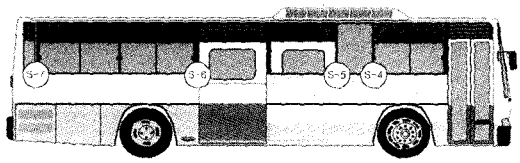


Fig. 1 Configurations of test bus on road simulator



(a) Left



(b) Right

Fig. 2 Positions of strain gage on bus

3.2 준정적 유한요소해석

본 논문에서는 관성제거법(inertia relief method)를 적용하였다. 관성제거법 해석에서 임의의 한 절점의 6자유도를 구속하게 되는데 이 절점의 위치에 따라 상대적인 변위를 나타내는 변형형상과 병진방향 가속도 성분도 달라지게 된다.

올바른 구속절점을 구하기 위해서는 해석결과의 스트레인과 스트레인 에너지가 수치적으로 0에 가까운 값을 나타내는 절점을 찾아야 한다. 이번 논문에서 해석 데이터로 사용하는 최대/최소 주응력은 구속절점의 위치에 관계없이 동일하기 때문에 구속절점의 위치는 프레임의 도심으로 정하였다.

본 해석에는 판 스프링의 가상중심선과 만나는 프레임에 수직방향의 단위하중이 작용하는 것으로 가정하였다. 타이어를 통해 전달된 하중은 프레임에 주로 상하 방향의 하중으로 작용하나 프레임의 기하학적 구조 또는 관성에 의해 비틀림 하중 및 횡방향 하중으로 작용하게 된다. 엔진질량과 에어컨질량, 연료탱크, 반차상태에서 실험하기 위해 부가된 질량을 집중질량으로 모델링 하였다. Table 2는 해석모델에서 고려된 집중질량의 크기를 나타낸 것이다.

Fig. 3은 실차를 준정적 유한요소 모델링 한 것이며, 총 절점수는 49,866개, 총 요소수는 46,646개이다. 실차의 경우 하중은 타이어를 통하여 입력되나 본 논문에서 는 판스프링 마운팅부에 각각 2점씩 8곳의 하중점을 가정하였다. 하중은 FLH(front left hand), FRH(front right hand), RLH (rear left hand), RRH(rear right hand)의 판 스프링 마운팅부에 각각 2점씩 8곳의 하중점에 단위하중이 작용하는 경우에 대하여 해석하였다.

Table 2 Lumped mass for finite element analysis with inertia relief method(kg)

Engine	Air conditioner	Fuel tank	Passenger
1,324	226	100	2,475

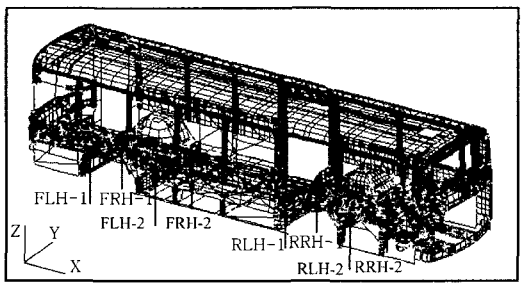


Fig. 3 Positions and directions of applied force

4. 고 찰

하중점을 8곳에 대한 하중이력은 Fig. 4 ~ Fig. 7에 도시하였다. FLH와 FRH에 비해 RLH, RRH 하중 크기의 비율이 4:6정도로 RLH, RRH 하중이 크게 나타남을 볼 수 있다. 이는 실차에서 엔진이 뒤쪽에 있어 주행시 RLH, RRH 휠에 하중이 크게 작용하는 것과 일치하게 된다.

Fig. 8에서 확인할 수 있듯이 실제인가하중에 대한 오차는 전체적으로 20%이내이다.

식 (2)에서 하중점의 개수 n이 측정점의 개수 m보다 작기 때문에 단위하중에 의한 주응력행렬 σ_{ij}가 직각행렬이되어 역행렬을 구성하는 과정에서 수학적 오차가 발생하였을 것으로 판단된다. 따라서 하중점 n을 크게하여 해석하면 수학적 오차를 줄일 수 있을 것으로 기대된다. 즉, 실차에 입력되는 하중 경로는 매우 다양하기 때문에 더 많은 하중점을 고려하여 해석하면 오차를 줄일 수 있을 것으로 사료된다.

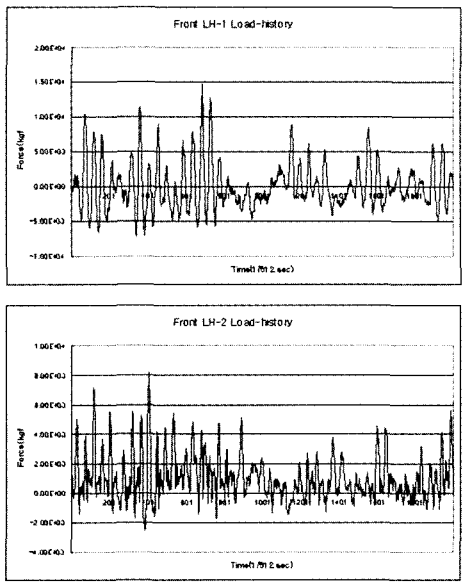


Fig. 4 Practical dynamic force at FLH

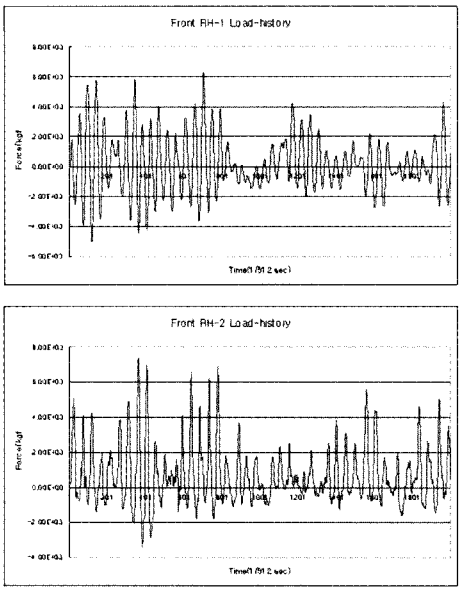


Fig. 5 Practical dynamic force at FRH

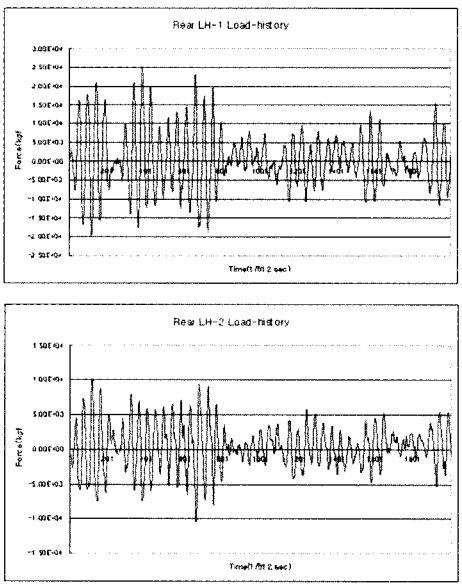


Fig. 6 Practical dynamic force at RLH

5. 결 론

구조물의 하중입력경로가 복잡한 외력에 대하여 역문제 및 최소자승법에 의한 오차최소화를 이용하여 실동하중을

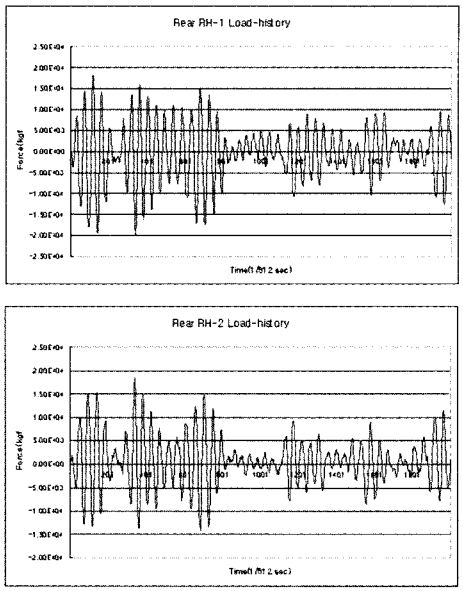


Fig. 7 Practical dynamic force at RRH

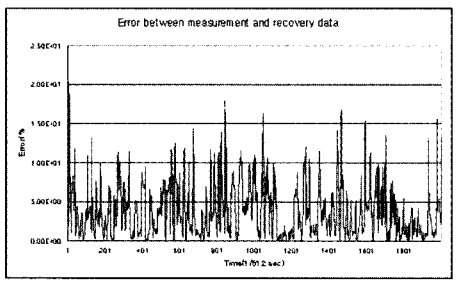


Fig. 8 Error between measured stress under applied force and analyzed stress with practical dynamic force

해석하였다. 본 논문에서 제안한 운전 중 노면 및 외부를 통하여 차체 및 구조물에 전달되는 실동하중해석식을 버스에 적용하여 차체 및 동적구조물의 피로수명 평가를 위한 표준화된 루틴을 확립하였다.

(1) 구조물에 작용하는 외력은 유한요소해석에 의한 응력영향계수와 시험에 의한 측정변형률의 조합에 의하여구할 수 있으며, 최소자승법을 이용하여 실험과 모델해석의 오차를 20% 이내로 최소화시킬 수 있다.

(2) 대형구조물에서의 적용성 및 유용성을 고찰하기 위하여 버스에 적용하여, 로드시뮬레이터에 의한 입력하중과 비교하여 매우 근사한 오차범위에서 실동하중을 추정할 수 있음을 확인하였다.

후 기

본 과제의 일부는 산업자원부 출연금 등으로 수행한 지역 전략사업 석 · 박사인력양성사업의 연구결과입니다.

참 고 문 헌

(1) Safak, E., 1989, "Adaptive Modeling, Identification and Control of Dynamic Structural System (I) Theory," *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 115, No. 11, pp. 2386~2405.

(2) Doyle, J. F., 1984, "An Experimental Method for Determining the Dynamic Contact Law", *Experimental Mechanics*, Vol. 24, pp. 10~16.

(3) Whitson, G. S., 1984, "Remote Impact Analysis by use of Propagated Acceleration Signals. I : Theoretical Methods", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 97, No. 1, pp. 35~51.

(4) Michaels, J. E., and Pao Y. H., 1986, "Determination of Dynamic Forces from Wave Motion Measurements," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 53, No. 1, pp. 61~68.

(5) Shin, S. B., 1995, "Inverse Problem in Structural Engineering", *Journal of Korean Society of Steel Construction*, Vol. 7, No. 3, pp. 43~48.

(6) Cheon, J. S., 2000, "Inverse Analysis Approach to Flow Stress Evaluation by Small Punch Test", *Journal of Korean Society of Mechanical Engineers*, Vol. 24, No. 7, pp. 1753~1762.

(7) Park, H. S., and Park, Y. S., 1995, "Impact Force Reconstruction and Impact Model Identification Using Inverse Dynamics of an Impacted Beam", *Journal of Korean Society of Mechanical Engineers*, Vol. 19, No. 3, pp. 623~630.

(8) Lee, J. K., Woo, C. K., Kim, B. K., Yoon, J. H., Park, S. W., and Ihn, S. H., 2002, "Analysis of Torque on Spur Gear by Inverse Problem", *Proceedings of the Korean Society of Machine Tool Engineers, Fall Conference*, pp. 3~10.

(9) Singh, B., 1984, "Laboratory Methods for Evaluating Car Body Structures-Dynamics and Durability Performance, Vehicle Structures", *International Conference on Vehicle Structure, IMech Conference Publications 1984-7, The Institution of Mechanical Engineers, Cranfield Institute of Technology*, pp. 115~120.

(10) Jaeckel, H. R., 1982, "Design Validation Testing", *Proceedings of the SAE Fatigue Conference P-109, Society of Automotive Engineers, fatigue Conference & exposition, Dearborn, Michigan*, pp. 153~159.

(11) Song, J. H., Yang, S. M., Kang, H. Y., and Simamoto, A., 2001, "Dynamic Stress Analysis of Joint by Practical Dynamic Load History", *Transactions of the Korean Society of Machine Tool Engineers*, Vol. 10, No. 5, pp. 118~124.