

# 퍼지 제어 시스템을 이용한 학습률 자동 조정 방법에 의한 개선된 역전파 알고리즘

김광백\* · 박충식\*\*

## Enhanced Backpropagation Algorithm by Auto-Tuning Method of Learning Rate using Fuzzy Control System

Kwang-baek Kim\* · Choong-sik Park\*\*

### 요 약

본 논문에서는 역전파 알고리즘의 성능 개선을 위해 퍼지 제어 시스템을 적용하여 학습률을 자동으로 조정하는 개선된 역전파 알고리즘을 제안한다. 제안된 방법은 목표값과 출력값의 차이에 대한 절대값이  $\epsilon$  보다 작거나 같으면 정확성으로 분류하고 크면 부정확성으로 분류한다. 정확성과 부정확성의 개수를 퍼지 제어 시스템에 적용하여 학습률을 동적으로 조정한다. 제안된 방법을 XOR 문제와 숫자 패턴 분류에 적용하여 실험한 결과, 기존의 역전파 알고리즘, 모멘텀 방식, Jacob의 delta-bar-delta 방식보다 성능이 개선됨을 확인하였다.

### ABSTRACT

We propose an enhanced backpropagation algorithm by auto-tuning of learning rate using fuzzy control system for performance improvement of backpropagation algorithm. We propose two methods, which improve local minima and learning times problem. First, if absolute value of difference between target and actual output value is smaller than  $\epsilon$  or the same, we define it as correctness. And if bigger than  $\epsilon$ , we define it as incorrectness. Second, instead of choosing a fixed learning rate, the proposed method is used to dynamically adjust learning rate using fuzzy control system. The inputs of fuzzy control system are number of correctness and incorrectness, and the output is the learning rate.

For the evaluation of performance of the proposed method, we applied the XOR problem and numeral patterns classification. The experimentation results showed that the proposed method has improved the performance compared to the conventional backpropagation, the backpropagation with momentum, and the Jacob's delta-bar-delta method.

### 키워드

역전파 알고리즘, 퍼지 제어 시스템, 학습률, 모멘텀, delta-bar-delta 방식

### 1. 서론

하나 이상의 은닉층을 가진 다층 신경망은 단층 퍼셉트론을 확장한 형태로서 공학이나 과학 등 사회 전 분야에 걸쳐 응용되고 있다. 다층 신경회

로망에서 일반적으로 사용하는 학습 알고리즘은 역전파 알고리즘(BP: backpropagation algorithm)으로 이는 목표 출력과 실제 출력의 차의 자승 합을 목적함수로 하여 그 목적함수의 최소치를 스텝 폭 고정 of 최급강하법(steepest descent method)

\* 신라대학교 컴퓨터공학과

\*\* 영동대학교 컴퓨터공학과

접수일자 : 2003. 7. 28

으로 구하는 방식이다. 역전파 알고리즘은 훈련 시간이 많이 소요되고, 초기 연결 강도에 따른 모델의 불안정성(instability), 그리고 지역 최소화(local minimum)에 빠지는 단점이 있다[1]. 이러한 문제점을 개선한 연구 방법으로는 크게 경험적 접근 방법과 수치 최적화 방법으로 분류된다[2].

경험적 접근 방법으로는 학습률을 가변화하는 방법, 모멘텀 조정 방법, 변수들의 재 스케일링, 다층 신경회로망의 은닉층 수 및 각 층의 뉴런 수를 조절하는 방법 등이 있다. 학습률을 가변화하는 방법에는 학습률을 선형적으로 증가시키다가 지수적으로 감소시키는 Jacobs등에 의한 delta-bar-delta 법칙 그리고 학습 반복수와 방향에 의해 학습률을 계산하는 방법 등이 있다[3,4]. 모멘텀 조정 방법은 이전의 연결강도 변화량을 고려하여 최종 연결강도 변화량을 결정하는 방법으로 알고리즘이 간단하고 학습이 고속으로 이루어지는 장점이 있지만 적용하는 문제에 따라 적절한 파라미터가 서로 다르므로 시행착오적인 파라미터의 설정이 필요하다[5]. 수치 최적화 기술로는 conjugate gradient algorithm, inverse gradient method, 변형된 오차함수를 이용하는 방법 및 확률적 방식을 이용하는 방법 등이 있다[6,7].

본 논문에서는 역전파 알고리즘의 학습 성능 개선을 위해서 퍼지 제어 시스템을 이용한 학습률 자동 조정 방법을 제안하고 제안된 방식의 유용성을 확인하기 위하여 XOR 문제, 숫자 패턴 분류를 대상으로 기존의 역전파 알고리즘, 모멘텀 방식, delta-bar-delta 방식과 실험을 통해서 학습 성능을 비교 분석한다.

## II. 관련 연구

Rumelhart에 의하여 제안된 오류 역전파 학습 알고리즘은 입력 백터에 대한 출력층의 출력값을 원하는 출력값(교사신호)과 비교하고 그 오차를 각층의 가중치로 전파하는 방식이다. 이러한 일련의 과정들은 순방향 과정과 역방향 과정으로 구분된다. 순방향 과정에서 각층의 뉴런에 대한 출력값은 동일한 방식으로 계산한다. 그리고 오차 급

강하법은 출력층의 오차에 대한 각층의 가중치가 chain rule에 의하여 계산된다. 오류 역전파 알고리즘은 학습 속도가 느리고 최적의 은닉층 뉴런 수를 결정할 수 없는 문제점이 있다[8]. 학습 속도의 느림은 역전파 학습 방식이 기울기 감소 방법을 사용하기 때문이며, 이는 기울기 감소 방법을 사용하는 알고리즘의 공통된 문제이다. 그리고 은닉층의 뉴런 수가 적으면 학습이 정체되거나 국부극소점에 빠져 학습이 잘 이루어 질 수 없다. 따라서 오류 역전파 알고리즘은 지역 최소화에 빠질 수 있으며, 학습 시간이 많이 소요되는 단점이 있다. 이러한 문제점을 개선하기 위한 방법으로는 학습률(learning rate)을 조정하는 방법[3], 연결 가중치의 수정식에 오차의 2차항을 사용하는 적응 최소 제곱 방법(adaptive least square method)[7], 모멘텀(momentum)을 동적으로 변화시키는 방법[8], 은닉층의 뉴런 수를 동적으로 조정하는 방법[9] 등이 있다. 모멘텀을 동적으로 변화시키는 방법은 학습 속도를 개선시키기 위하여 제안되었다[8]. 모멘텀은 연결 가중치를 조정할 때 사용된다. 모멘텀은 이전의 연결 가중치 변화량을 얼마만큼 적용시킬 것인가를 조정하는 파라미터이다. 모멘텀을 동적으로 조정하는 방법은 오류 역전파 알고리즘의 학습 과정에서 오류 값이 조금씩 변하는 경우에는 모멘텀 값을 크게 설정하여 학습 속도를 빠르게 하고, 오류 값이 급격히 변화하는 경우에는 모멘텀 값을 작게 설정하여 최소점에 도달하도록 하였다. 학습률을 동적으로 조정하는 방법은 Jacobs등이 1988년에 학습 속도와 지역 최소화 문제를 개선하기 위하여 제안한 delta-bar-delta 알고리즘이 대표적인 학습률 조정 방법이다[3].

## III. 제안된 학습률 조정 방법에 의한 개선된 오류 역전파 알고리즘

본 논문에서는 역전파 알고리즘의 학습 성능을 개선하기 위해서 퍼지 제어 시스템을 이용하여 학습률과 모멘텀을 자동으로 조절하는 방식을 제안한다. 각 패턴에 대한 출력층의 실제 출력값과 목

표값의 차이의 절대값이  $\epsilon$  보다 적거나 같은 경우에는 정확성으로 분류하고 큰 경우에는 부정확성으로 분류하여 정확성과 부정확성의 개수를 퍼지 제어 시스템의 입력으로 사용한다. 퍼지 제어 시스템을 이용한 학습률( $\alpha$ )의 조정은 식(1)과 같다.

$$\alpha = Fuzzy(\text{정확성의수}, \text{부정확성의수}) \quad (1)$$

모든 패턴의 출력층 출력값이 정확성으로 분류되면 학습을 종료한다. 모멘텀은 퍼지 제어 시스템에서 출력된 학습률을  $\zeta$ 에 곱하여 구한다. 식(2)은 모멘텀( $\mu$ )을 동적으로 조정하는 식이다.

$$\mu = \zeta - \alpha \quad (2)$$

제안된 방법에서 정확성의 소속 함수는 그림 1과 같고 부정확성의 소속 함수는 그림 2와 같다. 그림 1에서 정확성의 소속 함수 구간  $[C_{low}, C_{high}]$ 는 식(3)과 식(4)와 같이 계산한다.

$$C_{low} = \log_2(\text{입력노드수} + \text{패턴수}) \quad (3)$$

$$C_{high} = C_{lim} - C_{low} \quad (4)$$

여기서,  $C_{lim}$ 는 정확성의 한계치를 의미한다.

학습에 적용될 학습률을 계산하는 출력 소속 함수는 그림 3과 같다. 그림 3의 S(Small), M(Medium), B(Big)는 학습률을 출력하는 퍼지 소속 함수이다.

제안된 학습률을 조정하기 위한 퍼지 제어 규칙을 if ~ then 형식의 퍼지 관계로 표현하면 다음과 같다.

- R<sub>1</sub> : If correct is F, incorrect F Then  $\alpha$  is B
- R<sub>2</sub> : If correct is F, incorrect A Then  $\alpha$  is B
- R<sub>3</sub> : If correct is F, incorrect T Then  $\alpha$  is B
- R<sub>4</sub> : If correct is A, incorrect F Then  $\alpha$  is M
- R<sub>5</sub> : If correct is A, incorrect A Then  $\alpha$  is M

- R<sub>6</sub> : If correct is A, incorrect T Then  $\alpha$  is M
- R<sub>7</sub> : If correct is T, incorrect F Then  $\alpha$  is S
- R<sub>8</sub> : If correct is T, incorrect A Then  $\alpha$  is S
- R<sub>9</sub> : If correct is T, incorrect T Then  $\alpha$  is S

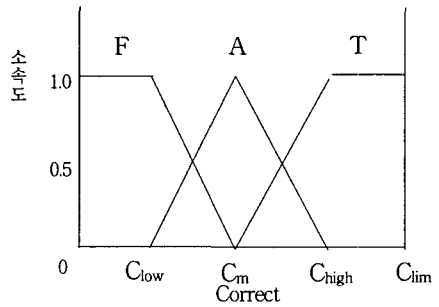


그림 1. 정확성의 소속 함수  
Fig. 1 The membership functions of correctness

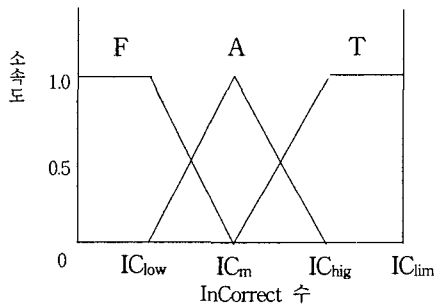


그림 2. 부정확성의 소속 함수  
Fig. 2 The membership functions of incorrectness

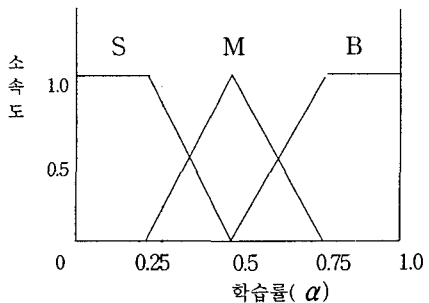


그림 3. 학습률 출력 소속 함수  
Fig. 3 The membership functions of output learning rate

정확성과 부정확성의 개수가 퍼지 제어 시스템의 입력값으로 정해지면 각 소속 함수에 대한 정확성과 부정확성의 소속도를 구한다. 각 소속 함수에 대하여 소속도가 구해지면 퍼지 제어 규칙을 적용하고 Max\_Min 방법으로 추론한다. 퍼지 추론 후에는 비퍼지화 하여 학습에 사용될 학습률을 구한다. 비퍼지화는 무게 중심법을 사용하는데, 식(5)와 같다[10].

$$\alpha = \frac{\sum \mu(y)y}{\sum \mu(y)} \quad (11)$$

#### IV. 실험 및 결과 분석

제안된 방법의 학습 성능을 분석하기 위하여 Intel PentiumIII-866MHz CPU 와 128MB RAM 이 장착된 IBM 호환 PC상에서 Visual C++로 실험하였다. 제안된 방법의 성능을 평가하기 위하여 XOR 문제와 숫자 패턴 분류 문제에 적용하여 학습 반복 횟수와 수렴성을 기존의 역전파 알고리즘, 모멘텀 방식, delta-bar-delta 방식과 비교 분석하였다.

##### 4.1. XOR 문제

신경 회로망에서 XOR 문제가 벤치마크로 사용되는 이유는 벤치마크의 문제가 은닉층 노드들을 요구하는 고전적인 문제이고 다른 많은 어려운 문제들이 부분 문제로 XOR 문제를 이용하기 때문이다. XOR 문제에서는 1개의 은닉층에 2개의 은닉층 뉴런과 2개의 입력 뉴런, 1개의 출력 뉴런으로 신경회로망을 구성하였다. 학습 판정은 3000번의 Epoch의 수행에서 모든 패턴들의 실제 출력값과 목표값 간의 차이의 절대값이  $\epsilon (\epsilon \leq 0.1)$ 보다 적거나 같으면 정확성으로 분류되는 것으로 하여 10회의 실험을 수행하였다. XOR 실험에서 사용된 각 학습방법의 파라미터는 표 1과 같고, 실험 결과는 표 2와 같다. 여기서  $\epsilon$ 는 0.1로 설정하였다. 표 1에서  $\alpha$ 는 학습률,  $\mu$ 는 모멘텀 계수,  $k, \gamma$ ,

$\beta$ 는 delta-bar-delta 상수,  $\epsilon$ 는 본 논문에서 제안한 정확성을 분류하는 기준 파라미터이고,  $\zeta$ 는 제안된 방법에서 모멘텀을 구하는 파라미터이다.

표 1. XOR 문제에서의 파라미터  
Table. 1 Parameters of XOR problem

학습 방법 \ 파라미터	$\alpha$	$\mu$	$k$	$\gamma$	$\beta$	$\epsilon$	$\zeta$
BP	0.7						
BP with momentum	0.5	0.7					
Delta-bar-Delta	0.8		0.33	0.03	0.7		
Proposed method						0.1	1.5

표 2. XOR 문제에서 학습 결과  
Table. 2 The training results of XOR problem

학습 방식	실험 횟수	학습 성공	평균 Epoch 수
BP	10	8	2411
BP with momentum	10	9	982
Delta-bar-Delta	10	10	632
Proposed method	10	10	432

XOR 문제에서 제안된 방법이 기존의 방법들보다 수렴성과 학습 속도가 개선된 것을 표 2에서 확인할 수 있다. 제안된 방법과 기존 방법들 간의 오차 제곱 합 곡선을 그림 4로 나타내었다. 그림 4에서와 같이 제안된 방법이 기존 방법들보다 초기의 수렴 속도가 빠르고 오차 제곱 합이 적은 것을 알 수 있다.

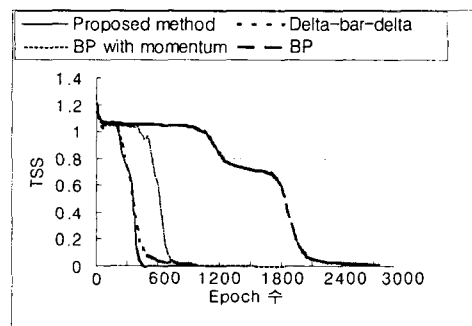


그림 4. 오차 제곱 합 곡선  
Fig. 4 The sum squared error curves

4.2. 숫자 패턴 분류

숫자 패턴 분류는 10×10 크기의 아라비아 숫자 0에서 9까지를 입력으로 사용하였고, 0과 1로 구성된 100×1의 열벡터로 변환하여 학습에 적용하였다. 실험에 적용된 아라비아 숫자는 그림 5와 같다.

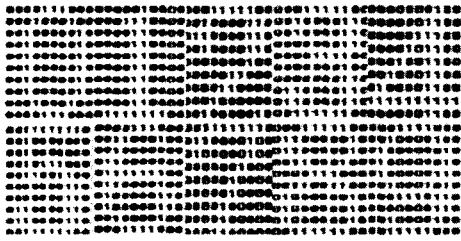


그림 5. 숫자 패턴(10×10)  
Fig.5 Numerai patterns(10×10)

숫자 패턴 분류에서는 하나의 은닉층에 10개의 은닉층 뉴런 그리고 100개의 입력 뉴런, 4개의 출력 뉴런으로 신경회로망을 구성하였다. 학습 판정은 3000 번의 Epoch의 수행에서 모든 패턴들의 실제 출력값과 목표값의 차이의 절대값이  $\epsilon(\epsilon \leq 0.1)$ 보다 적거나 같으면 정확성으로 분류되는 것으로 하여 10회의 실험을 수행하였다. 숫자 패턴 분류에서 목표값은 표 3과 같이 설정하였다.

표 3. 숫자 패턴 분류에서의 목표값  
Table. 3 The target value for numeral pattern classification

숫자	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
목표값	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

숫자 패턴 분류 실험에서 사용된 각 학습방법의 파라미터는 표 4와 같고, 학습 결과는 표 5와 같다. 여기서,  $\epsilon$ 는 0.1로 설정하였다.

표 4. 숫자 패턴 분류에서의 파라미터  
Table. 4 Parameters of numeral pattern classification

학습 방법 \ 파라미터	$\alpha$	$\mu$	$k$	$\gamma$	$\beta$	$\epsilon$	$\zeta$
BP	0.5						
BP with momentum	0.5	0.7					
Delta-bar-Delta	0.8		0.15	0.3	0.7		
Proposed method						0.1	1.0

표 5. 숫자 패턴 분류에서의 학습 결과  
Table. 5 The training results of numeral pattern classification

학습 방식	실험 횟수	학습 성공	평균 Epoch 수
BP	10	10	812
BP with momentum	10	10	473
Delta-bar-Delta	10	10	325
Proposed method	10	10	232

표 5는 제안된 방법이 기존의 방법들보다 학습 시간이 적게 소요되고 학습 성능도 개선되었음을 보여주고 있으며, 그림 6의 오차 제곱 합 곡선에서도 제안된 방법이 기존의 방법들 보다 초기의 수렴 속도가 빠르고 오차 제곱 합도 적은 것을 확인할 수 있다.

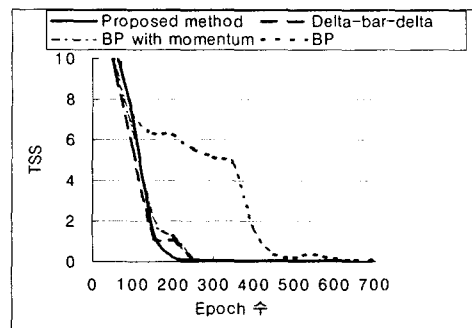


그림 6. 오차 제곱 합 곡선  
Fig. 6 The sum squared error curves

오류 역전과 알고리즘은 은닉층의 불충분한 노

드 수로 인하여 지역 최소화에 빠질 가능성이 있고 은닉층의 노드 수가 필요 이상으로 많으면 판별 성능에 영향을 거의 미치지 않는 부가적인 노드가 존재하여 학습 시간이 많이 소요된다. 따라서 은닉층의 노드 수에 따른 수렴성을 확인하기 위해 은닉층 노드 수를 3개부터 5개까지 설정하여 실험한 결과는 표 6과 같고 실험에 설정된 파라미터는 표 7과 같다.

표 6과 같이 BP 와 BP with momentum은 은닉층 노드 수가 3개 또는 4개일 경우에는 지역 최소화에 빠지는 경우가 발생하였으나 제안된 방법의 경우에는 기존의 방법보다 초기 은닉층의 노드 수에 민감하게 반응하지 않았으며 지역 최소화에 빠진 횟수도 적게 나오므로써 제안된 방법이 기존의 방법들보다 학습의 수렴성이 개선되고 학습 시간도 단축되는 것을 확인할 수 있었다. 결론적으로, XOR 문제와 숫자 패턴 분류의 학습 성능 평가를 통하여 다른 방법들에 비해 제안한 방법이 수렴성과 학습 시간이 개선된 것을 확인하였다.

표 6. 은닉층 노드 수에 따른 실험 결과  
Table. 6 The experimentation results according to node number of hidden layer

학습 방식	은닉층 노드수	실험 횟수	학습 성공	평균 Epoch 수
BP	3	10	6	2362
	4	10	8	1932
	5	10	10	1331
BP with momentum	3	10	3	1762
	4	10	9	1021
	5	10	9	562
delta-bar-delta	3	10	9	1932
	4	10	10	639
	5	10	10	442
proposed method	3	10	9	994
	4	10	10	519
	5	10	10	420

표 7. 숫자 패턴 분류에서의 파라미터  
Table. 7 Parameters of numeral pattern classification

학습 방법 \ 파라미터	$\alpha$	$\mu$	$k$	$\gamma$	$\beta$	$\epsilon$	$\zeta$
BP	0.7						
BP with momentum	0.5	0.7					
Delta-bar-Delta	0.8		0.15	0.3	0.7		
Proposed method						0.1	1.0

### V. 결론

오류 역전파 알고리즘은 다층 구조 퍼셉트론의 대표적인 학습 알고리즘이다. 오류 역전파 알고리즘은 적용되는 입력 패턴에 대해 초기 가중치, 학습률 및 모멘텀 등과 같은 파라미터 값들을 어떤 값으로 설정하는가에 따라 학습 시간이 결정되어 지고, 지역 최소화 문제가 발생한다. 이러한 문제점은 학습 단계 중에 경쟁 단계로 인하여 학습 과정 중에 오류값이 일정하게 유지되면서 학습 패턴들을 분류할 수 없게 되어 학습이 되지 않는 경우이다.

이에 본 논문에서는 역전파 알고리즘의 학습 성능을 개선시키기 위해서 퍼지 제어 시스템을 이용하여 학습률을 동적으로 조정하는 방법을 제안하였다. 제안된 방법은 출력값과 목표값의 차이의 절대값이  $\epsilon$  보다 적거나 같으면 정확성으로 분류하고, 그렇지 않은 경우에는 부정확성으로 분류하여 정확성과 부정확성의 수를 퍼지 제어 시스템에 적용하여 학습률을 동적으로 조정하고 동적으로 조정된 학습률을 이용하여 모멘텀을 조정하여 학습 시간을 단축하고 학습의 수렴성을 개선하였다. 제안된 방법의 학습 성능을 평가하기 위하여 XOR 문제와 숫자 패턴 분류 문제에 적용한 결과, 기존의 방법들 보다 제안한 방법이 학습 횟수가 현저히 감소하였다. 또한 은닉층의 노드 수에 따른 실험에서도 제안된 방법이 기존의 방법들에 비해 지역 최소화에 빠질 가능성도 적었고 오차 제곱 합도 다른 방식에 비해 현저히 감소하여 학습 속도와 수렴성이 개선된 것을 확인하였다.

참고 문헌

- [1] R. Hecht-Nielsen, "Theory of backpropagation Neural Networks," Proceedings of IJCNN, Vol.1, pp.593-605, 1989.
- [2] Peiman G. Maghami and Dean W. Sparks, "Design of Neural Networks for Fast Convergence and Accuracy: Dynamics and Control", IEEE Transactions on Neural Networks, Vol.11, No.11, pp.113-123, 2000.
- [3] R. A. Jacobs, "Increased rates of convergence through learning rate adaptation," IEEE Transactions on Neural Networks, Vol.1, No.4, pp.295-308, 1988.
- [4] J. W. Kim, K. K. Jung and K. H Eom, "Auto-Tuning Method of Learning Rate for Performance Improvement of Back propagation Algorithm," Journal of Korea Institute of Electronics Engineers, Vol.39, No.4, pp.19-27, 2002.
- [5] Cheung, et al, "Relative Effectiveness of Training Set Patterns for Back-propagation," Proceedings of IJCNN, Vol.1, pp. 673-678, 1990.
- [6] M. T. Hagan and M. Menhaj, "Training Feedforward Networks with the Marquardt Algorithm," IEEE Transaction on Neural Networks, Vol.5, No.6, 1994.
- [7] C. Charalambous, "Conjugate gradient algorithm for efficient training of artificial neural networks," IEEE Proceedings of Neural Networks, Vol.139, No.3, pp.301-310, 1992.
- [8] M. Hagiwaea, "Theoretical Derivation of Momentum Term in Backpropagation," Proceedings of IJCNN, Vol.1, pp.682-686, 1992.
- [9] Y. Hirose, K. Yamashita and S. Hijiya, "Backpropagation Algorithm Which Varies the Number of Hidden Units", Neural Networks, Vol.4, pp.61-66, 1991.
- [10] M. Jamshidi, N. Vadiiee and T. J. Ross, Fuzzy Logic and Control, Prentice-Hall, 1993.

저자 소개



**김광백(Kwang-Baek Kim)**

1993년 부산대학교 전자계산학과 (이학석사)

1999년 부산대학교 전자계산학과 (이학박사)

1996년~1997년 동의공업대학 사무자동화과 전임강사  
1999년~2000년 Biomedical Fuzzy Systems Association Associate Editors (Japan)

1997년~현재 신라대학교 컴퓨터공학과 부교수

2003년~현재 한국퍼지 및 지능시스템학회 이사 및 편집위원

※ 관심분야 : Neural Networks, Image Processing, Fuzzy Logic, Biological Signal Processing and Biomedical System



**박충식(Choong-Sik Park)**

1987년 연세대학교 대학원 전자공학과 (공학석사)

1999년 연세대학교 대학원 전자공학과 (공학박사)

1994년~현재 영동대학교 컴퓨터공학과 부교수

1997년~현재 한국지능정보시스템학회 이사 및 편집위원

※ 관심분야 : 지식기반시스템, 신경망이론, 인지과학 등