

포화현상을 고려한 슬라이딩 모드제어기의 최대제어력 산정

Maximum Control Force for Sliding Mode Controller with Saturation Problem

이 상 현*
Sang-Hyun Lee

민 경 원**
Kyung-Won Min

김 흥 진***
Hongjin Kim

이 영 철****
Young-Cheol Lee

국문요약

제어효과가 탁월한 능동제어알고리즘의 하나인 슬라이딩 모드제어(SMC)는 지진력을 받는 구조물의 제어를 위해 매우 큰 크기의 제어력을 요구한다. 따라서, SMC의 설계에 있어 제어기의 포화문제는 반드시 고려되어야 한다. 본 논문은 설계응답스펙트럼에 따른 구조물의 복원력을 이용하여 제어기의 최대제어력을 결정하는 방법을 제안한다. 한 개 혹은 다수의 제어장치를 설치한 다층건물의 수치해석 결과는 제안된 방법이 지진하중을 받는 구조물의 포화 슬라이딩모드제어에 유효함을 보여준다.

주요어 : 슬라이딩 모드제어, 포화문제, 최대제어력, 설계응답스펙트럼

ABSTRACT

Sliding mode control (SMC), which is one of active control algorithms showing remarkable control performance, requires the excessive control force for control of seismically excited civil structures. Therefore, controller saturation should be considered in design of SMC. In this study, a method for determining the maximum control force is developed in terms of the fraction of the lateral restoring force using a design response spectrum. Numerical analyses of MDOF structures with one or multiple control devices verify the effectiveness of the proposed method for the control of seismically excited civil structures with saturation problem.

Key words : sliding mode control, saturation problem, maximum control force, design response spectrum

1. 서 론

최근 지진하중과 풍하중을 받는 구조물의 제어에 대한 연구가 실험 및 해석적으로 광범위하게 수행되어왔다. 응답제어에는 비교적 이용하기 쉬운 LQR(Linear Quadratic Regulator)과 LQG(Linear Quadratic Gaussian)같은 선형최적제어 알고리즘들이 주로 사용된다.⁽¹⁾ 그러나 이러한 선형 알고리즘들은 지진하중에 의해 유발되는 최대응답과 같은 비정상 응답에는 효율적인 감소효과를 얻지 못한다. 비정상 응답 시스템의 제어에 있어 보다 나은 효과를 위해서 슬라이딩 모드 제어와 같은 다양한 알고리즘이 개발되었다.⁽²⁾ 슬라이딩 모드 제어(Sliding Mode Control, SMC)는 강진 시 발생할 수 있는 구조물의 비선형거동에 대해서도 강인한 성능을 보인다. 슬라이딩 모드 제어는 구조물이 안정적인 거동을 보이는 슬라이딩 표면으로 응답궤적을 보내도록 제어력을 산정한다.⁽³⁾ 이를 위해 슬라이딩 표면으로부터의 거리를 Lyapunov 함수로 설정하고, 이 함수의 시간에 대한 변화율이 음수가 되도록 제어력을 산정한다. SMC의 설계목적대로 구조물의 응답이 항상 슬라이딩 표면에 존재하게 할 수 있다면 구조물의 응답을 빠르게 안정화 된다. 또한, 충분한 제어력을 구현할

수 있고, 제어기의 수가 충분하다면 외력의 완전소거도 가능하다. 그러나 지진하중을 받는 토목구조물과 같이 큰 규모 구조물 응답궤적을 슬라이딩 표면으로 보내기 위해서는 외력에 상응하는 큰 제어에너지가 필요하다. 따라서, 지진과 비슷한 제어력 구현에 있어 제어기의 포화현상 문제에 대한 고려가 필요하다. 이러한 배경에서, 제어력 포화현상을 고려한 비선형 제어 알고리즘이 많이 연구되었고 그 중 슬라이딩 모드 제어는 제어기의 안정적 거동을 위해서 포화 제어를 설계할 수 있다.⁽⁴⁾

제어력 포화문제에 대해 Yang등은 구조물의 총 무게에 대한 비율로 최대제어력을 산정하였다.⁽⁴⁾ 이와 유사하게 Cai 등은 외력에 대한 비율에서 최대제어력을 산정하였다.⁽⁵⁾ 그러나, 이런 방법들은 구조물의 주기와 감쇠비를 고려하지 못하여 단주기 구조물에 대해서는 적당한 최대제어력을 산정하지만, 장주기 구조물에 대해서는 비현실적으로 너무 큰 제어력을 산정하는 단점이 있다.

슬라이딩 표면은 극값지정 방법이나 LQR 방법에 의하여 결정할 수 있다. 이 중 LQR 방법은 주어진 성능지수를 최소화하도록 슬라이딩 표면을 결정함으로써 슬라이딩 표면을 쉽게 결정할 수 있는 장점을 가지고 있으나, SMC에 사용되는 성능지수에는 일반적인 LQR 제어 알고리즘과는 달리 제어력에 관련된 항이 포함되어 있지 않아 제어력의 크기를 직접적으로 조절할 수 없다. 따라서, 과도한 제어력이 요구되는 경우, 최대제어력에 제한을 두어 포화된 제어기로 설계해야 한다.

* 서울대학교 공학연구소(대표자 : lshyun00@msn.com)

** 정회원 · 단국대학교 건축대학 건축공학과

*** 포항산업과학 연구원

**** 단국대학교 건축대학 건축공학과

본 논문에 대한 토의를 2004년 6월 30일까지 학회로 보내 주시기 번 그 결과를 게재하겠습니다.
(논문접수일 : 2003. 7. 10 / 심사종료일 : 2004. 2. 27)

본 연구의 목적은 지진을 받는 건축구조물의 진동제어를 위해 포화된 SMC를 사용할 경우 요구되는 최대제어력의 한계를 산정하는 합리적인 절차를 제시하는 것이다. 우선, SMC에 의한 제어력의 두 가지 구성성분인 등가제어력(Equivalent Control Force)과 수정제어력(Corrective Control Force)의 특성을 파악하고 완전소거현상과 그에 따른 과도한 제어력의 문제가 서술되며, 기존의 방법대로 최대제어력이 산정된 SMC를 다양한 주기의 구조물들에 적용하여, 장주기 구조물에 발생하는 문제점을 지적한다. 그리고, 등가 단자유도 시스템과 외부하중의 설계응답스펙트럼을 이용하여 최대제어력을 결정하는 방법을 제시한다. 그리고, 최종적으로 제안된 방법의 유효성을 하나 혹은 여러 개의 제어기의 제어기가 설치된 다자유도 시스템에 적용하여 검증한다.

2. 슬라이딩 모드 제어 이론

2.1 제어기 설계

구조물의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{E}\ddot{\mathbf{x}}_g + \mathbf{H}\mathbf{u} \quad (1)$$

여기서, \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{K} 는 각각 구조물의 질량, 점성, 강성을 나타낸다. \mathbf{E} 와 \mathbf{H} 는 각각 지진영향행렬, 제어기영향행렬을 나타내며, \mathbf{x} 는 크기 $n \times 1$ 변위 벡터, $\ddot{\mathbf{x}}_g$ 는 지반가속도, \mathbf{u} 는 크기 $r \times 1$ 제어력 벡터를 나타낸다. 식 (1)을 다음과 같은 상태방정식으로 표현한다.

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{B}_1\ddot{\mathbf{x}}_g + \mathbf{B}_2\mathbf{u} \quad (2)$$

여기서, 각 행렬은 다음 식 (3)과 같다.

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \dot{\mathbf{x}} \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{H} \end{bmatrix} \quad (3)$$

슬라이딩 표면(\mathbf{S} , $r \times 1$)은 다음 식과 같이 상태변수의 선형이득(\mathbf{P} , $r \times 2n$)을 곱한 형태로 주어진다.

$$\mathbf{s} = \mathbf{P}\mathbf{z} \quad (4)$$

여기서, \mathbf{P} 는 다음 성능지수를 최소화 하도록 LQR 방법을 사용하여 결정한다.⁽⁴⁾

$$J = \int_0^{\infty} \mathbf{z}^T \mathbf{Q}\mathbf{z} dt \quad (5)$$

여기서, $(2n \times 2n)$ 은 가중행렬이다.

슬라이딩 모드 제어에서는 일반적으로 다음 식과 같이 상태변수의 슬라이딩 표면으로부터의 거리의 함수를 Lyapunov

함수로 설정한다.

$$V(\mathbf{s}) = 0.5\mathbf{s}^T\mathbf{s} \quad (6)$$

제어기는 Lyapunov 함수를 항상 0이거나 음이 되도록 설계한다.

$$\dot{V}(\mathbf{s}) = \lambda(\mathbf{u} - \mathbf{u}_{eq}) \leq 0 \quad (7)$$

여기서 $\lambda = \mathbf{s}^T \mathbf{P}\mathbf{B}_2 = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r]$ 이며 \mathbf{u}_{eq} 는 등가제어력이다. 만약 식 (7)의 부등식이 성립하면 슬라이딩 모드 제어는 항상 구조물에 점근적인 안정성을 보장해준다. \mathbf{u}_{eq} 는 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{u}_{eq} = -(\mathbf{P}\mathbf{B}_2)^{-1}\mathbf{P}\mathbf{A}\mathbf{z} - (\mathbf{P}\mathbf{B}_2)^{-1}\mathbf{P}\mathbf{B}_1\ddot{\mathbf{x}}_g \quad (8)$$

식 (7)에서 $\mathbf{u} = \mathbf{u}_{eq}$ 이면 $\dot{V}(\mathbf{s}) = 0$ 가 된다. 이 경우, 슬라이딩 표면으로부터의 거리는 불변하므로 \mathbf{u}_{eq} 는 구조물의 궤적을 슬라이딩 표면과 평행하도록 유도하거나 $V(\mathbf{s}) = 0$ 인 경우에는 슬라이딩 표면에 머물게 하는 힘이라 할 수 있다. \mathbf{u} 는 등가제어력 \mathbf{u}_{eq} 와 수정제어력 \mathbf{u}_c 두 가지 성분의 합으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{eq} + \mathbf{u}_c \quad (9)$$

위 식을 식 (7)에 대입하면 정리하면 다음 식이 성립한다.

$$\dot{V}(\mathbf{s}) = \lambda(\mathbf{u}_c) \leq 0 \quad (10)$$

식 (10)에서 두 성분의 곱셈이 0이거나 음수가 되면 응답 궤적을 슬라이딩 표면으로 보내도록 유도한다. 그러므로 \mathbf{u}_c 는 \mathbf{u}_c 의 i 번째 항, \mathbf{u}_{ci} 가 항상 λ_i 의 i 번째 항, λ_i 의 부호와 반대부호를 갖게 되는 임의의 형태로 설계될 수 있으며, 다음은 2가지 경우를 보여준다.

$$u_{ci}^1 = -\delta_1 \lambda_i \quad (11)$$

$$u_{ci}^2 = -\delta_2 \operatorname{sgn}(\lambda_i) \quad (12)$$

여기서, δ_1 과 δ_2 는 양수이며, $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 는 변수의 부호를 나타내는 함수이다. 식 (11)은 선형의 수정제어력을 표현하며, 식 (12)는 뱅뱅제어 형태의 비선형 수정제어력을 표현한다. 위 두 식처럼 SMC는 설계자의 의도에 따라 선형제어와 비선형제어로 제어기를 설계할 수 있으며, 본 연구에서는 선형제어에 해당하는 식 (11)을 사용하기로 한다.

2.2 등가제어력과 수정제어력의 특성

본 절에서는 질량 m , 강성 k , 감쇠 c 로 구성된 단자유도 시스템에 대해서 등가제어력과 수정제어력의 특성을 연구한다.

LQR 방법에서 가중행렬을 대각행렬 $Q = \text{diag}[k \ m]$ 로 사용하며 슬라이딩 표면은 다음 식 (13)과 같이 표현된다.

$$s = ax + \dot{x} = 0 \quad (13)$$

여기서, $\omega = \sqrt{k/m}$ 이고 x 는 변위이다. 슬라이딩 표면이 식 (13)과 같이 주어질 때 λ 와 u_{eq} 는 각각 다음 식 (14)와 (15)와 같이 표현된다.⁽³⁾

$$\lambda = m^{-1}(ax + \dot{x}) \quad (14)$$

$$u_{eq} = kx + c\dot{x} - m\omega\dot{x} + m\ddot{x}_g \quad (15)$$

u_{eq} 의 단위는 뉴턴(Newton)이고 λ 의 단위는 m/sec/kg이다. 따라서 식 (11)을 사용하여 제어력을 산정하는 경우 수렴제어력의 단위에 대한 고려가 필요하다. u_{eq} 에는 복원력, 감쇠력, 관성력 그리고 외력을 포함하므로 일반적으로 건축 구조물의 u_{eq} 의 크기는 매우 크다.

수치해석은 질량 $m=1\text{ton}$, 강성 $k=980\text{kN/m}$, 감쇠는 $c=1.407\text{kN}\cdot\text{sec/m}$ 인 시스템을 사용하였다. 이 구조물의 물성은 Kobori등과 Yang등에 의해 연구된 3층 모델의 단위층의 물성과 동일하도록 설정하였다.^{(4),(5)} 지진하중은 최대가속도 0.348g 인 El Centro(1940, NS 성분) 지진파를 사용하였다. 등가제어력과 수정제어력의 크기변화에 따른 제어성능을 알아보기 위해, 제어기는 게인 이득 α 가 곱해진 등가제어력과 선형이득, δ_1 , 이 곱해진 수정제어력의 조합으로 구성하였다.

$$u = \alpha u_{eq} - \delta_1 \lambda \quad (16)$$

그러나, u_{eq} 와 λ 의 단위는 다르므로, δ_1 를 다음 식과 같이 설정하여, $\delta^* = \alpha$ 인 경우, 등가제어력과 수정제어력의 크기가 유사하게 될 수 있도록 한다.

$$\delta_1 = \delta^* m |\ddot{x}_g|_{\max} / \lambda_0 \quad (17)$$

여기서, $|\ddot{x}_g|_{\max}$ 는 최대지반가속도이며, λ_0 는 비제어시 λ 의 표준편차이고, δ^* 는 0이상의 상수이다. λ_0 는 가진 하중에 대하여 비제어시 시간이력 해석을 수행하여 계산하였다. 식 (16)의 등가제어력과 수정제어력의 특징을 다음의 3가지 경우로 나누어 분석하고, 식 (18)의 두 가지 성능지수를 사용하여 등가제어력과 수정제어력의 차이를 평가한다. (1) Case 1 : $0 \leq \alpha \leq 1$ and $\delta^* = 0$, 등가제어력은 변화하는 반면 수정제어력은 0인 경우, (2) Case 2 : $\alpha = 0$ and $0 \leq \delta^* \leq 1$, 수정제어력은 변화하고, 등가제어력은 0인 경우, (3) Case 3 : $0 \leq \alpha = \delta^* \leq 1$, 두 가지 제어력이 동시에 변화하는 경우.

$$J_d = \max \left\{ \frac{x}{x_0} \right\}, \quad J_a = \max \left\{ \frac{\ddot{x}}{\ddot{x}_0} \right\} \quad (18)$$

여기서, J_d 와 J_a 는 각각 비제어시의 변위와 가속도를 나타낸다. 첫번째 성능평가지수는 최대변위를 나타내며, 두번째 성능평가지수는 절대가속도의 최대값을 나타낸다. 그림 1은 α 와 δ^* 의 변화에 따른 성능평가지수와 최대제어력을 나타낸다.

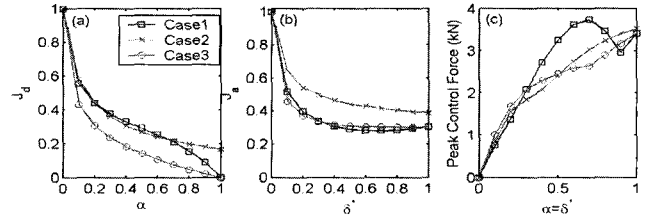


그림 1 α 와 δ^* 의 변화에 따른 성능평가지수

그림 1에서 Case 1의 경우 α , Case 2의 경우 δ^* 그리고 Case 3의 경우 α 와 δ^* 를 x축으로 한다. 그림 1을 보면 α 와 δ^* 가 증가할수록 성능평가지수가 감소하는 반면 사용하는 제어력은 증가하는 것을 볼 수 있다.

그림 1(a)를 보면 u_{eq} 와 u_c 이 포함된 Case 3의 경우가 Case 1이나 Case 2에 비해 최대변위제어에 효율적이고 최대가속도를 나타내는 그림 1(b)는 Case 1과 Case 3이 거의 비슷한 응답제어를 보인다. 특히 $\alpha=1$ 일 때 최대변위응답이 완전 소거되는 지진력의 완전소거 현상(Complete Compensation)이 발생했음을 알 수 있다. 그러나, 그림 1(c)와 같이 응답의 완전 소거를 수행하기 위해서 요구되는 제어력은 지진력의 크기와 동등한 크기의 힘($= m|\ddot{x}_g|_{\max} = 3.5\text{kN}$)이 필요하게 된다.

이러한 지진력과 동등하게 큰 제어력이 능동제어에 사용하는 경우, 계측장비의 부정확성, 설계모델의 불확실성 등으로 인해 제어력이 잘못 적용된다면 설계자의 기대와는 반대로 불안정성을 야기 시킬 수 있다. 따라서, 지진력을 받는 대형구조물의 경우에 능동제어의 하나인 슬라이딩 모드제어를 적용하는 경우, 반드시 제어기 포화현상을 고려해야 하며, 이 경우 응답의 완전 소거는 실현될 수 없다.

2.3 포화 제어기 설계

본 절에서는 기존의 연구와 같이 최대제어력을 구조물의 질량에 대한 함수로 결정하고 포화된 SMC를 설계한 후, 이를 여러 주기의 구조물에 적용하여 포화 SMC의 성능을 평가한다. 수치해석은 다음과 같이 질량에 대해 정규화된 단자유도 시스템에 대해 수행한다.

$$\ddot{x} + 2\xi_n \omega_n \dot{x} + \omega_n^2 x = -\ddot{x}_g + u \quad (19)$$

여기서, ξ_n 와 ω_n 는 각각 감쇠비, 고유진동수를 나타낸다.

슬라이딩 표면은 식 (13)을 사용하여 구하고 다음 식은 그에 따른 제어력을 보여준다.

$$u = \begin{cases} u_{eq} - u_{\max}^* \lambda_0^{-1} \lambda; & \text{if } |u_{eq} - u_{\max}^* \lambda_0^{-1} \lambda| \leq u_{\max}^* \\ u_{\max}^* \text{sgn}(u_{eq} - u_{\max}^* \lambda_0^{-1} \lambda); & \text{otherwise} \end{cases} \quad (20)$$

여기서, 최대제어력은 다음 식으로 주어진다.

$$u_{\max}^* = \gamma m \left| \ddot{x}_g \right|_{\max} \quad (21)$$

최대제어력이 $0 \leq \gamma \leq 0.09$ 의 범위에서 변하는 경우에 대하여 수치해석을 수행하였으며, 그림 2는 그 결과를 보여준다. 사용된 지진하중은 최대가속도를 0.112g로 스케일된 Centro 지진하중이다. 그림 2(a)를 보면 J_d 는 최대제어력 u_{\max}^* 이 증가할수록 감소한다. 같은 γ 일 때 장주기 구조물이 더 응답 감소율이 단주기 구조물에 비하여 더욱 큼을 확인할 수 있다. 그림 2(b)의 가속도 응답은 $T_n=1$ 초 근처에서 갑자기 증가하는 현상을 보이며 $T_n > 1$ 인 구간은 u_{\max}^* 가 증가할수록 가속도 응답이 증가한다. 장주기 구조물에서 제어할 경우 절대 가속도 응답이 증가한 이유는 과도하게 증가된 감쇠비와 채터링현상에 의해 발생한 것으로 판단된다. 이상현 등은 단자유도 구조물에 대한 해석을 통해 SMC에 의한 제어력이 구조물의 감쇠비를 증가시킴을 보였다.⁽³⁾ 감쇠비의 증가가 장주기 구조물의 절대 가속도 응답을 증가시키는 현상은 Sadek의 연구결과와도 일치한다.⁽⁶⁾ 또한, 구조물 자체의 복원력과 가속도가 작은 장주기 구조물의 경우 일정 크기의 이상의 제어력은 구조물의 응답의 변화를 급격하게 하며, 이것이 가속도 응답을 증가시키는 것으로 판단된다. 따라서, 과도하게 제어된 변위 응답과 증폭된 가속도 응답을 고려할 때, 최대제어력을 구조물의 주기를 고려하지 않고 외력의 비율로 설정하는 것은 장주기 구조물의 SMC설계에 합리적이지 않다는 것을 확인할 수 있다.

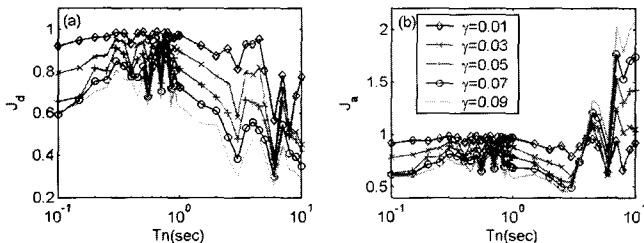


그림 2 γ 에 따른 구조물의 성능평가지수(EI Centro 지진하중)

3. 설계응답스펙트럼을 이용한 최대제어력 산정

앞 절에서의 외력에 대한 비율로 산정한 최대제어력은 단주기의 구조물에 유용한 반면 장주기 구조물에는 불합리한 것을 알 수 있었다. 따라서, 본 절에서는 같은 무게의 구조물이라 하더라도 고유주기와 감쇠비에 따라 구조물의 복원력이 다르게 됨을 고려하여, 제어기의 최대제어력을 복원력에 대한 비율로 산정하는 방법을 제안한다. 이를 위해, 다자유도 시스템을 등가단자유도 시스템으로 치환한 후, 설계 응답 스펙트럼을 이용하여 복원력을 산정하였다.

식 (1)의 구조물의 운동방정식의 변위 벡터, \mathbf{x} 를 다음 식과 같이 모드 변위 d 를 이용하여 표현한다.

$$\mathbf{x} = \phi_1 d \quad (22)$$

여기서, ϕ_1 는 구조물의 변형형상을 나타내는 벡터이다. 식 (22)를 이용하여 다자유도 시스템은 다음과 같은 단자유도 시스템으로 표현할 수 있다.

$$m_1 \ddot{d} + c_1 \dot{d} + k_1 d = \phi_1^T \mathbf{E} \ddot{x}_g + \phi_1^T \mathbf{H} \mathbf{u} \quad (23)$$

여기서, $m_1 = \phi_1^T \mathbf{M} \phi_1$, $c_1 = \phi_1^T \mathbf{C} \phi_1$, $k_1 = \phi_1^T \mathbf{K} \phi_1$ 이고, 위 식의 양변을 m_1 으로 나눈 후 $\omega_o = \sqrt{k_1/m_1}$ 로 치환하여 다음 식으로 정리한다.

$$\ddot{d} + 2\xi_o \omega_o \dot{d} + \omega_o^2 d = m_1^{-1} \phi_1^T \mathbf{E} \ddot{x}_g + m_1^{-1} \phi_1^T \mathbf{H} \mathbf{u} \quad (24)$$

식 (24)에서 제어력이 0이면 복원력에 해당하는 항, $\omega_o^2 d$ 의 최대값은 다음과 같이 변위 응답스펙트럼으로부터 구할 수 있다.

$$\omega_o^2 \max|d| = \omega_o^2 S_d(\omega_o, \xi_o) \quad (25)$$

여기서, $S_d(\omega_o, \xi_o)$ 는 ω_o 와 ξ_o 인 특성을 갖는 구조물의 변위 응답스펙트럼에서의 값을 나타내고, $m_1^{-1} \phi_1^T \mathbf{E} \ddot{x}_g$ 는 등가단자유도 가속도를 나타낸다. 본 연구에서는 Newmark 설계스펙트럼을 변위응답스펙트럼으로 사용하였다.⁽⁷⁾ 최대제어력 벡터 \mathbf{u}_{\max} 는 다음과 같이 제어력이 등가단자유도 시스템에 미치는 영향이 복원력에 대하여 일정 크기가 되도록 설정한다.

$$|m_1^{-1} \phi_1^T \mathbf{H} \mathbf{u}_{\max}| = \rho \omega_o^2 S_d(\omega_o, \xi_o) \quad (26)$$

위 식은 $0 \leq \rho \leq 1$ 의 범위이며, $\rho=0$ 일 때 구조물에 작용하는 제어력은 없으며 $\rho=1$ 인 경우는 복원력과 같은 크기의 제어력이 작용한다. 단자유도 구조물에서 \mathbf{u}_{\max} 는 다음과 같다.

$$u_{\max} = \rho m_1 \omega_o^2 S_d(\omega_o, \xi_o) \quad (27)$$

그림 3은 $\xi_o = 0.02$ 의 질량에 대해 정규화된 단자유도 구조물에 1g의 지반가속도가 작용할 때의 해석결과이다. u_{\max} 는 Newmark 설계스펙트럼의 형상과 비슷하며 이에 따라, 동일한 크기의 ρ 가 주어질 때 단주기 구조물 보다 장주기 구조물에 대하여 더 작은 제어력을 산정하게 된다.

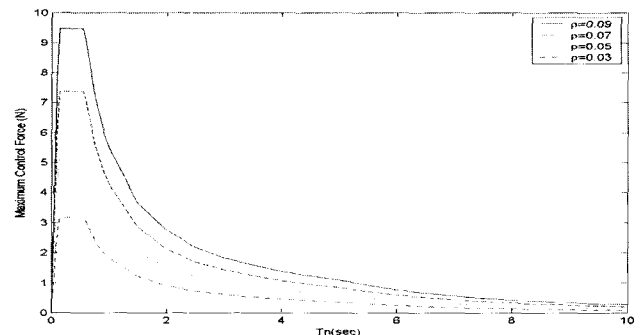


그림 3 Newmark 설계스펙트럼을 이용하여 구한 최대제어력

4. 제안된 최대제어력을 이용한 SMC 제어기 설계

본 절에서는 앞 절에서 제안된 최대제어력을 이용하여 SMC 제어기를 설계하고, 이의 성능을 알아본다. 이를 위해, 식 (20)과 동일한 형태를 가지나, 최대제어력의 크기는 다르도록 제어력을 결정한다.

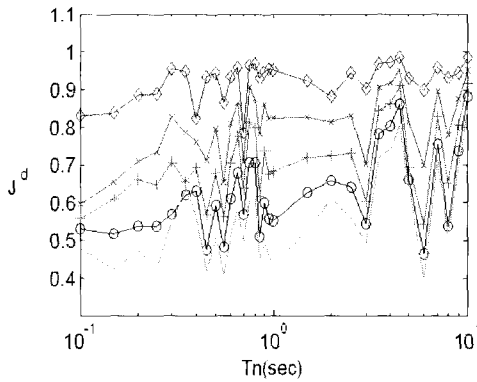
$$u_p = \begin{cases} u_{eq} - u_{max} \lambda_o^{-1} \lambda; & \text{if } |u_{eq} - u_{max} \lambda_o^{-1} \lambda| \leq u_{max} \\ u_{max} \operatorname{sgn}(u_{eq} - u_{max} \lambda_o^{-1} \lambda); & \text{otherwise} \end{cases} \quad (28)$$

그림 4는 설계응답스펙트럼을 이용하여 산정된 최대제어력을 이용한 u_p 의 성능평가지수를 나타낸다. 그림 2와 비교하여, 그림 4(a), (b)를 보면 설계응답스펙트럼을 이용하여 산정된 제어력은 단주기 구조물뿐 만 아니라 장주기 구조물에서도 변위응답과 가속도응답 모두에 대하여 응답감소 효과를 얻을 수 있음을 확인할 수 있다.

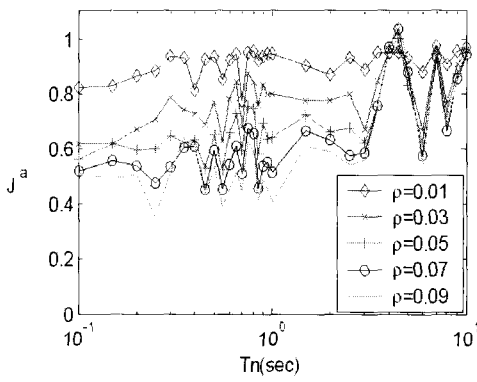
설계지진하중의 크기와 구조물의 목표성능수준이 주어지고, SMC를 이용하여 주어진 목표성능수준을 달성하기 위해 요구되는 최대제어력을 산정할 경우, 산정된 최대제어력은 특정하중이 아닌 일반적인 지진하중에 대하여 평균적인 성능을 보장할 수 있어야 한다. 따라서, 표 1에 나타난 20개의 지진에 대한 해석결과의 평균을 취하여 ρ 에 따른 성능평가지수의 변화를 구하였으며, 그림 5는 그 결과를 보여준다. 그림 4의 경우와 비교할 때, 평균을 취함으로써 성능지수의 변화가 매우 부드러워진 것을 확인할 수 있다. 그림 5를

표 1 이용된 지진하중

	지진	크기	방향	최대가속도 (cm/sec ²)
1	Washington(1949)	7.1	N04W	161.6
2	Washington(1949)	7.1	N86E	-274.6
3	Eureka(1954)	6.5	N11W	164.5
4	Eureka(1954)	6.5	N79E	-252.7
5	San Fernando(1971)	6.6	N00W	-250
6	San Fernando(1971)	6.6	S90W	-131.7
7	San Fernando(1971)	6.6	S00W	113.9
8	San Fernando(1971)	6.6	S90W	103.5
9	Imperial Valley(1940)	6.6	S00E	341
10	Kern Country(1952)	7.6	S69E	175.4
11	Loma Prieta(1989)	7.1	90	-174.5
12	Loma Prieta(1989)	7.1	0	361.9
13	Landers(1992)	7.5	360	-148.6
14	Landers(1992)	7.5	270	-240.0
15	Landers(1992)	7.5	90	278.4
16	Landers(1992)	7.5	0	268.3
17	Northridge(1994)	6.7	180	286.2
18	Northridge(1994)	6.7	90	189.3
19	Northridge(1994)	6.7	90	250.7
20	Northridge(1994)	6.7	360	217.6

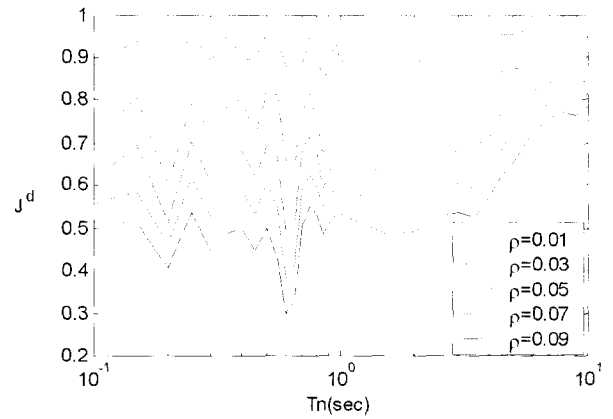


(a)

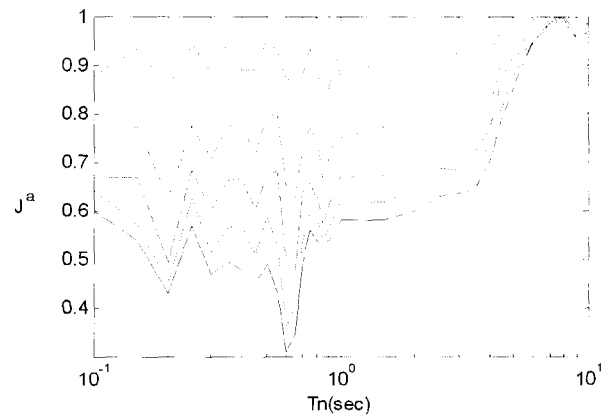


(b)

그림 4 주기와 에 따른 성능평가지수(El Centro 지진하중)



(a)



(b)

그림 5 주기와 에 따른 성능평가지수(20개의 지진하중)

이용하여 목표성능수준에 해당하는 ρ 를 결정한 후, 제안된 방법을 사용함으로써 제어기의 최대제어력을 산정할 수 있다.

5. 다자유도 시스템에의 적용

본 절에서는 하나 혹은 여러 개의 제어장치가 설치된 다자유도 구조물에 대한 수치해석을 통해, 제안된 방법의 유효성을 검증한다. 해석 대상 구조물은 단주기 구조물과 장주기 구조물을 대표하기 위해, 1차 고유주기가 각각 0.45초, 2.75초인 3층 전단건물과 20층 전단건물을 사용하였다.

5.1 3층 전단건물

3층 전단건물에 대하여 다음의 그림 6의 세 가지 시스템에 대하여 살펴보았다.

- 1) System-1 : 최상층에 AMD(Active Mass Driver)가 설치된 경우
- 2) System-2 : 1층에 하나의 ABS(Active Bracing System)가 설치된 경우
- 3) System-3 : 각 층에 하나씩 모두 세개의 ABS가 설치된 경우

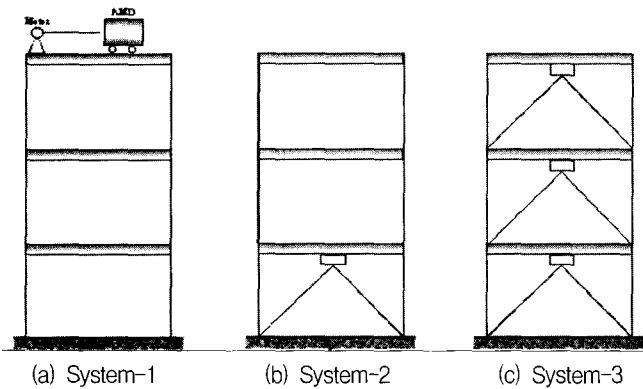


그림 6 3층 전단건물

대상구조물의 진동수와 감쇠비는 각각 13.932rad/sec(주기는 0.45초), 1%이고, 0.112g 스케일된 El Centro(1940, NS 성분) 지진하중에 대하여 변위와 가속도 응답을 50%감소시키는 것을 설계 목표로 설정한다. 그림 5로부터 50% 응답감소를 위한 ρ 값은 약 0.07이므로 $\rho=0.07$ 로 초기 설계를 수행하도록 한다.

대상 구조물의 거동은 1차 모드에 의해 지배되는 것으로 가정하였다. 모드 벡터는 질량에 대하여 정규화 하였다. 0.112g 지진하중에 대한 Newmark 설계 스펙트럼으로부터 계산한 $S_a(\omega_o, \xi_o)$ 는 184.7이다.

식 (26)의 좌항 $|m_1^{-1} \phi^T H u_{max}|$ 은 다음과 같다

System-1 :

$$|[0.0104 \ 0.0187 \ 0.0233] \times [0 \ 0 \ 1]^T u_{max-1}| = 0.0233 u_{max-1} \quad (29)$$

System-2 :

$$|[0.0104 \ 0.0187 \ 0.0233] \times [1 \ 0 \ 0]^T u_{max-2}| = 0.0104 u_{max-2} \quad (30)$$

System-3 :

$$\left[[0.0104 \ 0.0187 \ 0.0233] \times \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u_{1max-3} \\ u_{2max-3} \\ u_{3max-3} \end{bmatrix} \right] \quad (31)$$

$$= (1.04u_{1max-3} + 0.83u_{2max-3} + 0.46u_{3max-3}) \times 10^{-2}$$

System-1과 System-2을 비교할 때, 동일한 ρ 에 대하여 최상층에 설치된 AMD는 1층 층간에 설치된 1ABS보다 최대제어력을 작게 산정하는 것을 알 수 있다. 이는 System-1이 System-2보다 작은 최대제어력으로 동등한 영향을 줄 수 있어, 보다 효율적으로 구조물을 제어할 수 있음을 의미하며, System-1이 System-2보다 제어지수(Controllability Index)가 높다고 할 수 있다. System-3에서, 1층간, 2층간, 3층간의 순서로 각 제어기의 계수가 작아짐을 알 수 있다. 계수가 클 때 작은 제어력으로도 큰 영향을 미침을 고려할 때, 모드의 정상대로 변형이 생긴다고 가정할 경우, 층간 변형이 큰 곳에 ABS를 설치하는 것이 보다 효율적임을 알 수 있다. System-3에서 모든 제어장치의 최대제어력이 동일하다는 가정을 하면 0.0233 u_{max} 가 되고, 이는 System-1과 동일한 값이다. 이것은 System-3이 System-1과 동일한 효과를 위해서는, System-1에서 사용한 제어장치와 동일한 용량의 제어장치가 3개 필요하다는 것을 의미한다. $\rho=0.07$ 에 대한 시스템 1, 2, 3의 u_{max} 는 각각 0.55kN, 1.25kN, 0.55kN이다. 슬라이딩 표면을 결정하기 위한 가중행렬은 다음과 같이 설정하였다.

$$Q = \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \quad (32)$$

위와 같은 과정을 통해 설계된 SMC에 의한 제어결과는 표 2에 나타나 있다. 그림 7, 8은 각각 최상층 변위의 시간이력과 각 층 최대변위를 보여준다. 표 2, 그림 7, 8로부터, 최대변위, 최대층간변위, 그리고 최대가속도 응답에서 모두 주어진 성능수준인 50% 응답감소를 만족했음을 알 수 있다. 이는 제안된 방법이 주어진 목표성능수준에 적합하도록 제어기의 최대제어력을 산정함을 의미한다. 가제어성의 분석을 통해 예상한 대로, System-1이 가장 작은 제어력을 사용하고도 System-2와 System-3의 제어성능과 동등한 제어성능을 보임을 확인할 수 있다.

표 2 3층 전단건물의 해석결과

	최대변위 (m)	최대층간 변위(m)	최대가속도 (m/sec ²)	제어력 RMS(N)
No control	0.029	0.013	5.854	0
System-1	0.013	0.006	2.331	273.614
System-2	0.012	0.007	2.712	501.298
System-3	0.013	0.007	2.671	551.830

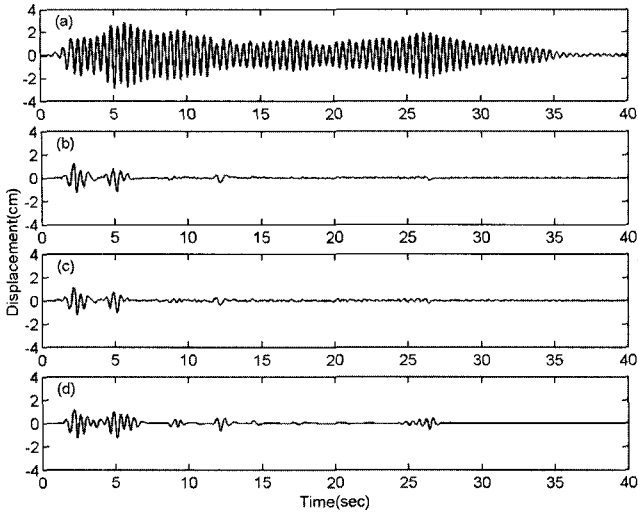


그림 7 최상층 변위 응답 시간이력: (a)비제어 (b) System-1 (b) System-2 (c)System-3

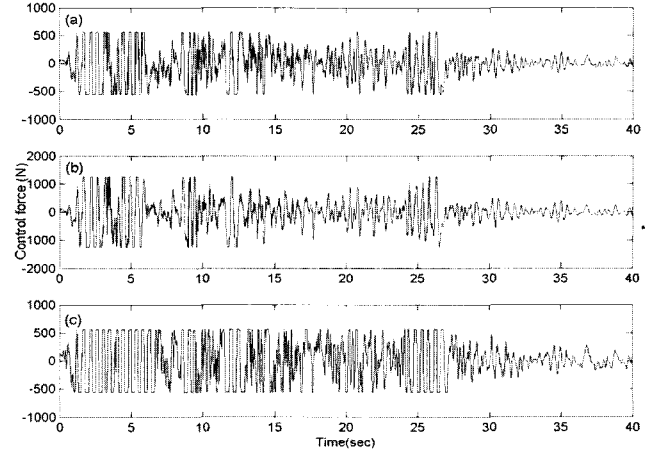


그림 9 System형태에 따른 제어력 (a) System-1 (b) System-2 (c) System-3(1층)

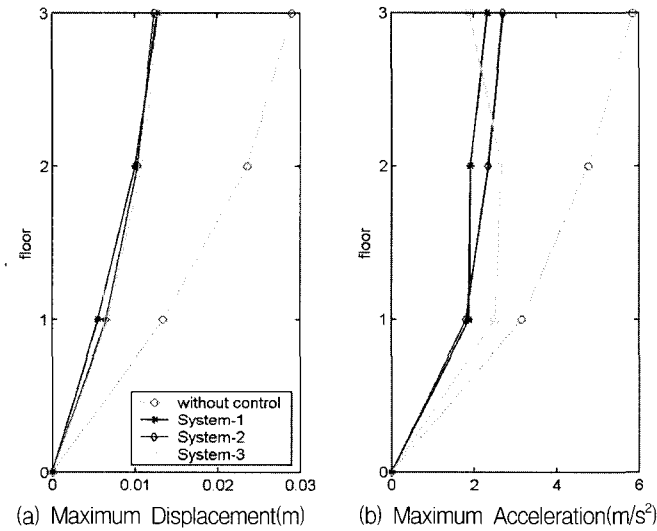


그림 8 층별 최대응답

일반적으로 더 많은 제어장치를 사용한 System-3의 경우가 System-2 보다 제어성능이 좋아야 하나, 예제의 경우 각 시스템에 대하여 동일한 크기의 제어력을 사용하는 것이 아니라, 동일한 수준의 응답을 목표로 하여 제어력을 산정하였기 때문에, 두 System들은 서로 다른 최대제어력을 가진다. 따라서, 제어기의 수가 1개지만 큰 최대제어력을 가지는 System-2과 제어기의 수가 3개이나 최대제어력의 크기가 작은 System-3의 제어성능이 거의 동등하다.

그림 9는 3층 전단건물에 대한 $\rho=0.07$ 일 때의 각 System들에 대한 제어력의 시간이력을 보여주고 있다. 그림 9(a)는 3층에 설치된 AMD에서 발생하는 제어력이며 그림 9(b)와 (c)는 1층에 작용하는 제어력을 나타낸다. 모든 경우에서 포화현상이 발생하였음을 알 수 있다.

5.2 20층 전단건물

표 3은 20층 전단건물의 특성을 보여준다. 해석에 사용된 지진하중은 최대가속도가 0.4g로 스케일된 El Centro 지반

표 3 20층 전단건물의 특성

Floor	Story Mass	Story Stiffness	Natural Period	Damping Ratio	
1, 2, 3, 4, 5	50 (ton)	60000(kN/m)	$T_1=2.75$ second	2%	
6, 7, 8, 9, 10		45000(kN/m)			$T_2=1.04$ second
11, 12, 13, 14, 15		30000(kN/m)			$T_3=0.63$ second
16, 17, 18, 19, 20		21000(kN/m)			

가속도이다. 목표응답수준은 3층 전단건물과 마찬가지로 비제어시 응답의 50%수준으로 결정하였다. 그림 10은 $\rho=0.11$ 이고 그에 따른 최대제어력 $u_{max}=137.2kN$ 이 작용할 때의 최상층 변위 응답의 시간이력을 보여준다. 그림 11은 각 층별 최대변위, 최대층간변위, 그리고 최대가속도응답을 보여주며, 20층 전단건물의 최대변위가 목표응답수준인 비제어시 응답의 약 50%수준으로 감소했음을 확인 할 수 있다.

그림 12는 제어력의 시간이력을 보여준다. 그림을 보면 $u_{max}=137.2kN$ 에서 포화현상을 보였으며, 이때의 제어력 RMS는 약 76.98kN이었다.

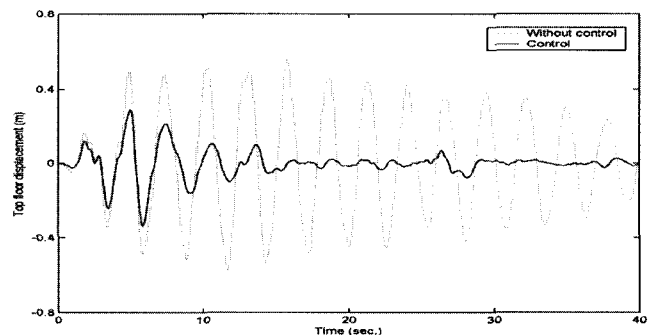


그림 10 20층 전단건물에 대한 최상층 변위 응답 시간이력

6. 결 론

슬라이딩 모드제어를 지진하중을 받는 대형구조물에 적용되어, 구조물의 궤적을 슬라이딩 표면에 머무르게 하려는 제어목적을 만족시키기 위해서는 과도한 제어력이 요구되기

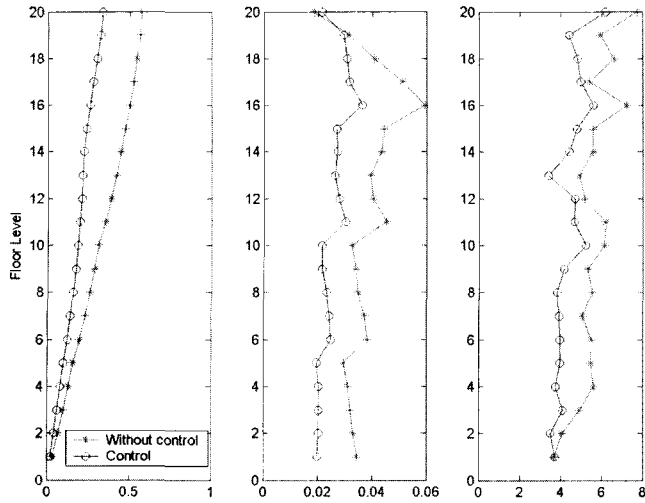


그림 11 층별 응답 비교

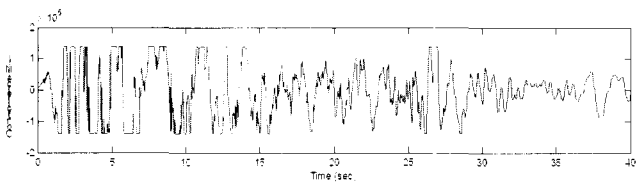


그림 12 20층 전단건물에 대한 제어력

때문에, 슬라이딩 모드제어기 설계에는 반드시 제어기 포화 문제가 고려되어야 한다. 최대제어력은 구조물의 질량에 대한 비율로 표현하는 것은 단주기 구조물에는 적합하지만, 장주기 구조물에는 적합하지 않다. 이러한 단점을 극복하기 위해, 본 논문에서는 등가단자유도 시스템에 대한 응답스펙트럼을 이용하여, 복원력에 대한 비율로 최대제어력을 산정하는 방법을 제안하였다. 하나 혹은 여러 개의 제어기가 설치된 다자유도 건물에 대한 수치해석결과, 제안된 방법은 각 제어기의 최대제어력을 제어기의 수와 위치에 따라 주어진 성능수준에 적합하도록 산정함을 확인하였다. 제안된 방법은 성능수준에 따른 제어기의 최대용량을 쉽게 예측할 수 있기 때문에, SMC를 이용한 제어장치의 초기설계에 유용하게 사용할 수 있을 것으로 판단된다. 제어기의 최대제어력, 슬라이딩 표면의 동특성, 그리고, 설계자의 의도에 따라 다양하게 주어질 수 있는 슬라이딩 모드제어기의 형태 등의 상호연관성을 제어성능의 관점에서 파악하는 추후의 연구가 필요하다.

감사의 글

이 연구는 과학기술부 내진/리모델링 연구센터(국가지정 연구실사업) 및 우수연구센터인 스마트 사회기반시설 연구센터의 연구비 지원으로 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참고 문헌

1. 민경원, 이영철, 박민규, "구조물의 에너지를 고려한 LQR 및 ILQR제어기의 가중행렬", 한국지진공학회 논문집, 제6권, 제6호, 2002, pp. 49-53.
2. Utkin V. I., *Sliding modes in control and optimization*, Springer Verlag, New York, NY, 1992.
3. 이상현, 정진욱, 민경원, 강경수, "Lyapunov 함수의 목표 변화율을 이용한 가진된 건물의 슬라이딩 모드 제어", 한국지진공학회 논문집, 제5권, 제3호, 2001, pp. 73-78.
4. Yang J. N., Wu J. C., Agrawal A. K., and Li Z., "Sliding mode control for seismic-excited linear and nonlinear civil engineering structures," *Technical Report NCEER-95-0017*, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, 1994.
5. Kobori T. and Kamagata S., "Dynamic intelligent buildings - active seismic response control," in *Intelligent structures-2* edited by Wen YK, Elsevier Applied Science, New York, NY, 1992.
6. Sadek F., Mohraz B., and Riley M. A., "Linear procedures for structures with velocity dependent dampers," *Journal of Structural Engineering*, Vol. 126, 2000, pp. 887-895.
7. Chopra A. K., *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 2001.
8. Cai G. P., Huang J. Z., Sun F., and Wang C., "Modified sliding-mode bang-bang control for seismically excited linear structures," *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Vol. 29, 2000, pp. 1647-1657.
9. Slotine J. J. and Li W., *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall, Englewood Cliff, NJ, 1991.
10. Kim S. B. and Yun C.B., "Sliding mode fuzzy control: theory and verification on a benchmark structure," *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Vol. 29, 2000, pp. 1587-1608.