

# 비어파인 비선형 시스템에 대한 직접 적응 퍼지 제어기

## Direct Adaptive Fuzzy Controller for Nonaffine Nonlinear System

朴張鉉\* · 金成奐\*\* · 朴永煥\*\*\*

(Jang-Hyun Park · Seong-Hwan Kim · Young-Hwan Park)

**Abstract** - A direct adaptive state-feedback controller for highly nonlinear systems is proposed. This paper considers uncertain or ill-defined nonaffine nonlinear systems and employs a static fuzzy logic system (FLS). The employed FLS estimates and adaptively cancels an unknown plant nonlinearity using its proved universal approximation property. A control law and adaptive laws for unknown fuzzy parameters and bounding constant are established so that the whole closed-loop system is stable in the sense of Lyapunov. The tracking error is guaranteed to be uniformly asymptotically stable rather than uniformly ultimately bounded with the aid of an additional robustifying control term. No *a priori* knowledge of an upper bound on an lumped uncertainty is required.

**Key Words** : fuzzy system, nonaffine nonlinear system, robust adaptive control

### 1. 서 론

퍼지 논리 시스템(fuzzy logic system, FLS)은 많은 제어 문제에 성공적으로 적용되었는데 그 이유는 제어 대상 계통에 대한 정확한 수학적 모델링이 필요치 않다는 것과 전문가의 지식을 반영할 수 있다는 두 가지 큰 장점 때문이다. 또한 FLS는 신경망(neural network, NN)과 더불어 임의의 연속함수를 원하는 정도로 근사화할 수 있다는 소위 범용 근사기(universal approximator)임이 알려져 있다. Wang은 [1]에서 FLS가 범용 근사기라는 것을 증명하 바 있으며, FLS의 출력은 퍼지 기저 함수(fuzzy basis function, FBF)들의 선형결합임을 보였다. 이 후 Castro는 [2]에서의 FLS의 구성요소에 대한 제약조건을 없앴으며 일반적인 FLS도 근사화 특성이 있음을 증명하였다.

이러한 특성에 근거하여 많은 연구자들이 불확실한 비선형 계통에 대한 적응 퍼지 제어기를 제안하였다 [3-17,19-22]. 전통적인 적응 제어와 비교할 때 범용 근사기를 이용하는 가장 중요한 장점은 미지의 비선형 항에 대해 선형 파라미터 조건(linear-in-the-parameters condition)이 필요치 않다는 것이다. 즉 기존의 적응제어기법이 적용되는 비선형 시스템의 범주를 한 단계 더 넓혔다고 할 수 있다.

그러나 대부분의 연구결과들은 제어 입력에 대해서 동특성식이 선형인 어파인(affine) 시스템을 고려한다. 본 저자는 [13]에서 비어파인(nonaffine) 비선형 시스템에 대한 FLS를 이용한 간접 적응 제어 방식을 제안한 바가 있으며, 본 논문

은 직접 적응 제어 방식을 제안한다. 즉 본 논문은 단일입력 단일출력 비어파인 비선형 계통에 대해서 FLS를 이용한 직접 적응 제어기를 설계한다. 참고문헌 [13]과 [15]에서 제한된 제어기와 비교하면, 본 논문에서 제안된 제어기는 구현 알고리즘이 상대적으로 간결하며 설계상수에 부가되었던 제약적인 조건들이 불필요하다는 점이 장점이라 할 수 있다. 더욱이 본 논문에서는 추종오차의 uniform ultimate boundedness (UUB) 가 아니라 더욱 이상적인 특성인 uniform asymptotical stability (UAS)를 증명하고 있다.

### 1.1 표기법과 사전 지식

$R$ 은 실수를 나타내며  $R^n$ 과  $R^{n \times m}$ 은 각각 차원 벡터와  $n \times m$ 차원의 행렬을 표기한다.  $\|\cdot\|$ 은 벡터의 유클리디언 노름(Euclidean norm)을 나타내며  $y$ 가 스칼라이면  $|y|$ 는 그것의 절대값을 나타낸다.

본문의 내용 전개를 위해서 다음의 음함수 이론(implicit function theorem)[16]이 필요하다.

**정리 1. [음함수 이론]** 함수  $h: R^m \rightarrow R^n$ 가 열린 집합  $S \subset R^n \times R^m$  위의 모든 점  $(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ 에 대해서 연속적이고 미분가능하다고 가정하자. 집합  $S$  위의 한 점  $(\mathbf{a}_0, \mathbf{b}_0)$ 에서  $h(\mathbf{a}_0, \mathbf{b}_0) = 0$ 이고 자코비언(Jacobian) 행렬  $\frac{\partial h}{\partial \mathbf{a}}(\mathbf{a}_0, \mathbf{b}_0)$ 의 역함수가 존재한다고 하자. 그러면 모든  $\mathbf{b} \in V$ 에 대해서 방정식  $h(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = 0$ 의 유일한 해  $\mathbf{a} \in U$ 가 존재하는  $\mathbf{a}_0$ 의 근방  $U \subset R^n$ 과  $\mathbf{b}_0$ 의 근방  $V \subset R^m$ 이 존재한다. 또한 그 해는  $\mathbf{a} = g(\mathbf{b})$ 로 주어지며 여기서 함수  $g$ 는  $\mathbf{b} = \mathbf{b}_0$ 에서 연속적이고 미분가능하다.

\* 正 會 員 : 木浦大學 制御系統工學科 專任講師

\* 正 會 員 : 木浦大學 制御系統工學科 助教授

\*\* 正 會 員 : 忠州大學 情報制御工學科 助教授

接受日字 : 2003年 8月 4日

最終完了 : 2004年 3月 10日

## 2. 문제정의

본 논문은 다음과 같은 비어파인 단일입력 단일출력 비선형계통을 고려한다.

$$y^{(n)} = F(y, y^{(1)}, \dots, y^{(n-1)}, u) \quad (1)$$

여기서  $y \in R$  은 출력이고,  $u \in R$  은 제어입력,  $y^{(i)}, i=1, \dots, n$  은 출력의  $i$  번째 시간 도함수이고,  $F(\cdot): R^{(n+1)} \rightarrow R$  은 미지의 비선형 함수이다. 기존의 대부분의 연구결과와 달리 함수  $F(\cdot)$  은 입력  $u$  의 음함수 형태이며 이런 계통을 비어파인(nonaffine)계통이라고 한다. 상태변수 벡터를  $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$   $= [y \ y^{(1)} \ \dots \ y^{(n-1)}]^T \in R^n$  라고 정의하면 (1)은 다음과 같이 재기술 된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\dots \\ \dot{x}_n &= F(\mathbf{x}, u) \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (2)$$

다음 가정은 계통의 가제어성(controllability)을 위해서 필요하다.

가정 1. 다음 부등식이 모든  $(\mathbf{x}, u) \in \Omega_x \times R$  에 대해서 성립한다.

$$\frac{\partial F(\mathbf{x}, u)}{\partial u} > 0 \quad (3)$$

본 논문의 목적은 (1)로 기술되는 계통에 대해서 페루프 계통내의 모든 추정치들의 유계를 보장하며 계통의 출력이 기준출력  $y_d(t)$  을 점근적으로 추종하도록 강인한 적응 퍼지 제어를 설계하는 것이다. 기준 출력  $y_d(t)$  와 그 도함수  $y_d^{(1)}(t), y_d^{(2)}(t), \dots, y_d^{(n)}(t)$  는 유계라고 가정하며 기준 출력 벡터를  $\mathbf{x}_d = [y_d \ y_d^{(1)} \ \dots \ y_d^{(n-1)}]^T \in R^n$  로 정의한다.

## 3. 제어기 설계

### 3.1 케환 선형화 제어기 설계

케환 선형화는 (1)을 다음과 같이 재구성하여 수행한다.

$$\begin{aligned} y^{(n)} &= F(\mathbf{x}, u) \\ &= cu + \{F(\mathbf{x}, u) - cu\} \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 상수  $c$  는 설계상수이다. 함수  $\Delta(\cdot)$  을  $\Delta(\mathbf{x}, u) \equiv F(\mathbf{x}, u) - cu$  와 같이 정의하고 제어입력을 다음과 같이 결정한다.

$$u = \frac{1}{c}(u_{dc} - \hat{u}_{ad} + u_{ro}) \quad (5)$$

여기서  $u_{dc}$  는 선형화된 동특성식을 안정화시키는 항이고,  $\hat{u}_{ad}$  는 FLS의 출력으로서 불확실한 항인  $\Delta(\cdot)$  을 상쇄하는 적응 제어 신호이고,  $u_{ro}$  는 추가적인 강인 제어항을 나타낸다. 식 (5)를 (4)에 대입하면 다음을 얻을 수 있다.

$$y^{(n)} = u_{dc} + \{\Delta(\mathbf{x}, u) - \hat{u}_{ad}\} + u_{ro} \quad (6)$$

선형 제어기  $u_{dc}$  는 다음과 같이 결정한다.

$$u_{dc} = y_d^{(n)} + \mathbf{k}^T \mathbf{e} \quad (7)$$

여기서  $\mathbf{k} = [k_n, \dots, k_1]^T$  는 수식  $s^n + k_1 s^{n-1} + \dots + k_n$  이 Hurwitz이도록 결정되어야 한다. 따라서, 만약  $\Delta(\mathbf{x}, u)$  가  $\hat{u}_{ad}$  에 의해서 완벽히 상쇄된다면, 즉  $\Delta(\mathbf{x}, u) = \hat{u}_{ad}$  라면, 그리고  $u_{ro} = 0$  이면 선형화된 계통은 안정하게 된다.

### 3.2 FLS를 이용한 $\Delta(\mathbf{x}, u)$ 의 상쇄

전절에서 언급한대로 미지의 함수  $\Delta(\mathbf{x}, u)$  를 근사화하기 위해 FLS를 도입한다. 함수  $\Delta(\mathbf{x}, u)$  가  $\mathbf{x}$  와  $u (= (u_{dc} - \hat{u}_{ad} + u_{ro})/c)$  이므로 이들이 FLS로의 입력이 되어야 한다. 하지만 이렇게 되면 FLS의 출력이 바로 입력으로 케환되므로 케환 FLS (recurrent FLS, RFLS)가 되게 된다. 그림 1이 이러한 상황을 도시하고 있다.

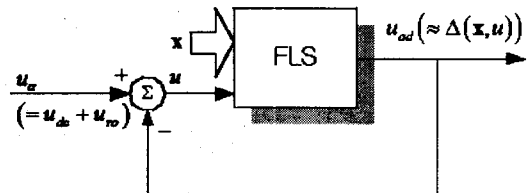


그림 1. 케환 퍼지 시스템

Fig. 1 Recurrent fuzzy system

그러나 RFLS가 도입되면 매 시간마다 고정점 문제 (fixed-point problem)을 풀어야 하며 이는 제어기에 계산상 부담을 가중시키게 된다. 이 문제를 회피하기 위해서는 다음을 만족하는 함수  $u_{ad}^*$  가  $\mathbf{x}$  와  $u_a (= u_{dc} + u_{ro})$  의 함수임을 보여야 하는데 이를 위해 음함수정리를 적용하게 된다.

$$h(\mathbf{x}, u_a, u_{ad}^*) \equiv \Delta(\mathbf{x}, (u_a - u_{ad}^*)/c) - u_{ad}^* = 0 \quad (8)$$

보조정리 1. 상수  $c$  가 다음 조건을 만족하도록 충분히 크게 선정된다고 하자.

$$c > \frac{1}{2} \left( \frac{\partial F}{\partial u} \right) \quad (9)$$

그러면 모든  $(\mathbf{x}, u_a) \in \Omega_x \times R$  에 대해서  $u_{ad}^*(\mathbf{x}, u_a)$  가 (8)

을 만족하게 되는 집합  $\Omega_x$ 와 유일한 함수  $u_{ad}^*$ 가 존재한다.

**증명.** 첫 번째로 (8)의 해  $u_{ad}^*$ 가 존재함을 보인다. 방정식 (8)의 해가 존재하기 위한 충분조건은 사상  $\Delta(\cdot)$ 가 모든 정의구역에 대해서 contraction임을 보이면 된다[16]. 즉, 다음과 같은 부등식이 만족되어야 한다[17].

$$\left| \frac{\partial \Delta}{\partial u_{ad}^*} \right| < 1 \quad (10)$$

이것은 다음과 같이 증명될 수 있다.

$$\begin{aligned} \left| \frac{\partial \Delta}{\partial u_{ad}^*} \right| &= \left| \frac{\partial(F(\mathbf{x}, u^*) - cu^*)}{\partial u^*} \cdot \frac{\partial u^*}{\partial u_{ad}^*} \right| \\ &= \left| \left( \frac{\partial F(\mathbf{x}, u^*)}{\partial u^*} - c \right) \cdot \left( -\frac{1}{c} \right) \right| \quad (11) \\ &= \left| 1 - \frac{1}{c} \frac{\partial F(\mathbf{x}, u^*)}{\partial u^*} \right| < 1 \end{aligned}$$

여기서  $u^* = (u_a + u_{ad}^*)/c$ 이다. 마지막 줄의 부등식은 조건 (9)가 성립한다면 유효하다는 것을 쉽게 알 수 있다.

두 번째로 함수  $h(\cdot)$ 이  $u_{ad}^*$ 부근에서 비특이(nonsingular)임을 보여야 한다. 식 (8)의 좌변을  $u_{ad}^*$ 에 대해서 미분하면 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} -\frac{\partial h}{\partial u_{ad}^*}(\mathbf{x}, u_a, u_{ad}^*) &= \frac{\partial}{\partial u_{ad}^*} \{ \Delta(\mathbf{x}, u^*) - u_{ad}^* \} \\ &= \frac{\partial}{\partial u^*} \{ F(\mathbf{x}, u^*) - cu^* \} \frac{\partial u^*}{\partial u_{ad}^*} - 1 \\ &= \left\{ \frac{\partial F(\mathbf{x}, u^*)}{\partial u^*} - c \right\} \left( -\frac{1}{c} \right) - 1 \\ &= -\frac{1}{c} \frac{\partial F(\mathbf{x}, u^*)}{\partial u^*} \quad (12) \end{aligned}$$

이것은 가정 1과 (9)에 의하여 0이 될 수 없다. 따라서 정리 1에 의하여 모든  $(\mathbf{x}, u_a) \in \Omega_x \times R$ 에 대하여 (8)을 만족시키는 유일한  $u_{ad}^*(\mathbf{x}, u_a)$ 가 존재한다. ■

정리 1은  $u_{ad}^*$ 를 근사화 하기 위해 RFLS 대신에 정적인 FLS를 이용할 수 있도록 해주며 이는 제어기가 매 순간마다 고정점 문제를 풀어야 하는 계산상의 부담을 덜어준다. 본 논문에서는  $u_{ad}^*(\mathbf{x}, u_a)$ 는 범용 근사기 성질이 입증된 FLS[1,2]를 이용한다. 앞으로 FLS로의 입력벡터를  $X = [\mathbf{x} \ u_a]^T$ 로, 그 차수는  $M(=n+1)$ 으로 표기한다.

### 3.3 FLS와 퍼지기저함수

퍼지 시스템은  $U \in R^n$ 에서  $V \in R$ 으로의 사상(mapping)이다. 잘 알려진 바대로 퍼지 시스템은 4개의 주요 요소들로 구성되는데 퍼지화기(fuzzifier), 퍼지규칙(fuzzy rule base), 퍼지 추론 시스템(fuzzy inference system) 그리고 비퍼지화기(defuzzifier)이며 다양한 조합이 가능하다.

그림 2는 적응 퍼지 시스템을 나타내며 이는 전통적인 퍼

지 시스템에 학습 알고리즘이 추가된 것이다. 이 학습 알고리즘은 학습 데이터를 이용해서 퍼지 시스템의 파라미터를 갱신하게 되며, 퍼지 규칙이 자동적으로 동조되게 된다.

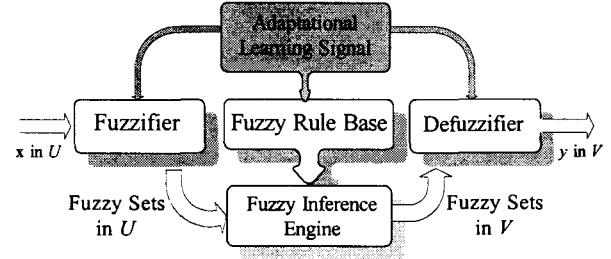


그림 2. 적응 퍼지 시스템

Fig. 2 Adaptive fuzzy system

퍼지 규칙 베이스는 다음과 같은  $N = \prod_{j=1}^M N_j$ 개의 퍼지 IF-THEN 규칙으로 구성된다.

$$\begin{aligned} R^l: & \text{IF } X_1 \text{ is } A_{i_1}^1 \text{ and } X_2 \text{ is } A_{i_2}^2 \text{ and } \dots \text{ and } X_M \text{ is } A_{i_M}^M \\ & \text{THEN } \hat{u}_{ad} \text{ is } C^l \quad (13) \end{aligned}$$

여기서  $i_1 = 1, 2, \dots, N_1, \dots, i_M = 1, 2, \dots, N_M$ 이며  $X_j, j = 1, 2, \dots, M$ 과  $\hat{u}_{ad}$ 는 각각 퍼지 시스템의 입력과 출력이고 퍼지 집합  $A_{i_j}^j \in U_j$ 과  $C^l \in V$ 은 퍼지 소속함수  $A_{i_j}^j(X_j)$ 과  $C^l(\hat{u}_{ad})$ 로 기술되는 언어 변수이다. 싱글톤(singleton) 퍼지화기, 곱 추론기(product inference engine), 중심평균(center-average) 비퍼지화기를 사용하면 퍼지 시스템의 출력은 다음과 같이 기술된다.

$$\begin{aligned} \hat{u}_{ad} &= \frac{\sum_l A_l(X) c^l}{\sum_l A_l(X)} \\ &= \sum_l \left[ \frac{\prod_{j=1}^M A_{i_j}^j(X_j)}{\sum_l \prod_{j=1}^M A_{i_j}^j(X_j)} \right] c^l \quad (14) \end{aligned}$$

여기서  $A_l(X) = \prod_{j=1}^M A_{i_j}^j(X_j)$  이고  $c^l$ 은  $C^l$ 가 최대값을 가지는  $V$ 에 속하는 한 점이다. 즉,  $C^l(c^l) = 1$ 이다. 식 (14)로부터 퍼지 시스템의 출력은 다음과 같은 함수들의 선형결합으로 표시됨을 알 수 있다.

$$\xi_l(X) = \frac{\prod_{j=1}^M A_{i_j}^j(X_j)}{\sum_l \prod_{j=1}^M A_{i_j}^j(X_j)} \quad i_j = 1, 2, \dots, N_j, \quad j = 1, 2, \dots, M \quad (15)$$

이 함수는 퍼지 기저 함수[1]라고 하며 (14)는 다음과 같이 이 퍼지 기저 함수들의 선형결합으로 나타내진다.

$$\hat{u}_{ad}(X) = \sum_l \xi_l(X) c^l \quad (16)$$

본 논문에서는 퍼지 집합  $A_{i_j}^j(X_j)$ 의 소속 함수로서 가우시안(Gaussian) 함수를 사용한다.

$$A_{i_j}^j(X_j, p_{i_j}, q_{i_j}) = \exp \left[ -\frac{(x_j - p_{i_j})^2}{2q_{i_j}^2} \right] \quad (17)$$

여기서  $p_i$ 는 가우시안 함수의 중심이고,  $q_i$ 는 분산이다.  $p_i$ 와  $q_i$ 는 초기에 결정되어 고정된 값이고, 설계상수는  $c'$ 이며 이 경우 퍼지 출력  $\hat{u}_{ad}$ 는 미지의 파라미터에 대해서 선형이 된다.

$$\hat{u}_{ad}(X) = \theta^T \xi(X) \quad (18)$$

여기서  $\theta$ 는  $c'$ 을 요소로 갖는 벡터이고,  $\xi(X)$ 는  $\xi_i(X)$ 를 요소로 갖는 벡터이다. 소속함수 (17)과 (18)로 기술되는 FLS는 다층신경망(multi-layered NN), RBFN(radial-basis function network)과 함께 불확실한 비선형 시스템의 적응 제어분야에서 가장 자주 쓰이는 시스템이다.

식 (8)을 만족시키는 함수  $u_{ad}^*(X)$ 는 FLS를 이용하면 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$u_{ad}^*(X) = \hat{u}_{ad}(X, \theta^*) + \delta(X) = \theta^{*T} \xi(X) + \delta(X) \quad (19)$$

여기서  $\delta(X)$ 는 근사화 오차(approximation error)이며 FLS를 이용한 최적의 근사함수와 원함수와의 차이를 나타낸다. 그리고  $\theta^*$ 는 다음과 같이 정의되는 미지의 최적 파라미터로서, 안정도 해석에 사용되는 값이다.

$$\theta^* = \arg \min_{\theta} \left[ \sup_{X \in (\Omega_x \times R)} | \hat{u}_{ad}(X, \theta) - u_{ad}^*(X) | \right] \quad (20)$$

FLS에 대한 범용근사기 이론[1,2]에 의하면 모든  $X \in \Omega_x \times R$ 에 대하여 다음의 부등식을 만족시키는 상수  $c_1$ 이 존재한다.

$$| \delta(X) | \leq c_1 \quad (21)$$

여기서  $c_1 > 0$ 은 미지의 양의 상수이다.

**보조정리 2.** 모든  $X \in \Omega_x \times R$ 에 대하여 다음을 만족하는 상수  $c_2$ 와  $c_3$ 가 존재한다.

$$| \Delta(x, u) - \Delta(x, u^*) | \leq c_2 |\theta| + c_3 \quad (22)$$

여기서  $\theta = \theta - \theta^*$ 이다.

**증명.** 함수  $F(\cdot)$ 은 평활하기 때문에  $\Delta(\cdot)$ 은 Lipschitz이다. 따라서 다음을 만족시키는 Lipschitz상수  $c'$ 이 존재한다.

$$| \Delta(x, u) - \Delta(x, u^*) | \leq c' | u - u^* | \quad (23)$$

식 (18)과 (19)를 이용하면 (23)는 다음과 같이 전개가 된다.

$$\begin{aligned} | \Delta(x, u) - \Delta(x, u^*) | &\leq c' | \hat{u}_{ad}(X, \theta) - u_{ad}^*(X) | \\ &= c' | \hat{u}_{ad}(X, \theta) - \hat{u}_{ad}(X, \theta^*) - \delta(X) | \\ &= c' |\theta| \xi(X) + c' c_1 \end{aligned} \quad (24)$$

상수  $c_2, c_3$ 를  $c_2 = c' \sup_i | \xi_i(X) |$ ,  $c_3 = c' c_1$ 이라고 정의하면 (22)를 얻을 수 있다. ■

식 (21)과 (22)의 상수  $c_1, c_2, c_3$ 는 미지의 상수이기 때문에 본 논문에서는 뒤에 정의되는 미지의 합성상수에 대해서 적응법칙을 채용한다. 따라서 이들 상수에 대한 정보가 필요치 않게 된다.

### 3.3. 강인함 및 적응법칙과 안정도 해석

본 절에서는 추종오차가 UAS이도록 강인 입력항  $u_{ro}$ 를 유도하고  $\theta$ 와  $\phi$  ( $\phi^*$ 의 추정치)의 적응법칙을 결정한다. 동특성식 (6)과 (7)로부터 다음의 오차 동특성식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} e^{(n)} &= y_d^{(n)} - y^{(n)} \\ &= -k^T e - \{ \Delta(x, u) - \hat{u}_{ad}(X, \theta) \} - u_{ro} \\ &= -k^T e - \{ \Delta(x, u) - \Delta(x, u^*) + u_{ad}^*(X) - \hat{u}_{ad}(X, \theta) \} - u_{ro} \\ &= -k^T e - \{ \Delta(x, u) - \Delta(x, u^*) + \hat{u}_{ad}(X, \theta^*) - \hat{u}_{ad}(X, \theta) + \delta(X) \} - u_{ro} \\ &= -k^T e - \{ \Delta(x, u) - \Delta(x, u^*) \} + \theta^T \xi(X) - \delta(X) - u_{ro} \end{aligned} \quad (25)$$

또는 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$e = A e + b [ \theta^T \xi(X) - \delta(X) - \{ \Delta(x, u) - \Delta(x, u^*) \} - u_{ro} ] \quad (26)$$

여기서

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -k_n & -k_{n-1} & \dots & \dots & \dots & -k_1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad (27)$$

이다. 행렬  $A$ 가 안정하기 때문에 어떤 양수  $q$ 에 대해서 다음과 같은 리아프노브 방정식을 만족하는 positive-definite 행렬  $P \in R^{n \times n}$ 가 존재한다.

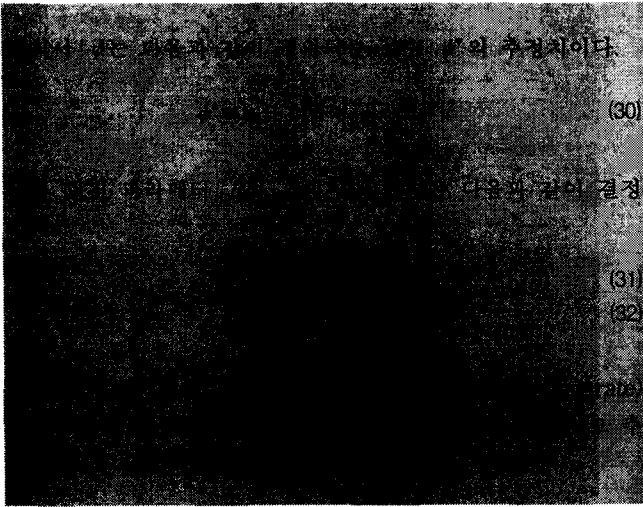
$$A^T P + P A = -q I \quad (28)$$

여기서  $I \in R^{n \times n}$ 은 항등행렬이다. 이제 추종제어 문제는 (26)의 해가 UAS이도록 제어입력과 적응법칙을 정하는 문제로 바뀌었다.

본 논문의 주된 결과가 다음 정리에 기술되어 있다.

정리 1. (26)의 해가 UAS이도록 적응법칙을 다음과 같이 결정한다.

$$u_{ro} = \phi \operatorname{sgn}(e^T P b) \quad (29)$$



증명. 다음과 같은 리아프노브 함수를 고려한다.

$$L = \frac{1}{2} e^T P e + \frac{1}{2\gamma_\theta} \theta^T \theta + \frac{1}{2\gamma_\psi} \psi^2 \quad (33)$$

위 식의 시간 도함수를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{L} &= -\frac{\sigma}{2} |e|^2 + e^T P b [\theta^T \xi(X) - \delta(X) - \\ &\quad (\Delta(x, u) - \Delta(x, u^*)) - u_m] + \frac{1}{\gamma_\theta} \theta^T \dot{\theta} + \frac{1}{\gamma_\psi} \dot{\psi} \psi \\ &\leq -\frac{\sigma}{2} |e|^2 - \sigma |e^T P b| \theta^T \theta \\ &\quad + |e^T P b| [c_1 + c_2 |\theta| + c_3] - e^T P b u_m + \frac{1}{\gamma_\psi} \dot{\psi} \psi \\ &\leq -\frac{\sigma}{2} |e|^2 - \frac{\sigma}{2} |e^T P b| \theta^2 + \frac{1}{4} |e^T P b| \theta^2 \\ &\quad + |e^T P b| [c_1 + c_2^2 + c_3 + \frac{\sigma}{2} |\theta|^2] \\ &\quad - e^T P b u_m + \frac{1}{\gamma_\psi} \dot{\psi} \psi \end{aligned} \quad (34)$$

부등식 (34)를 유도하는데 있어서 (31)과 다음의 부등식을 이용하였다.

$$\begin{aligned} \theta^T \theta &\geq \frac{1}{2} |\theta|^2 - \frac{1}{2} |\theta^*|^2 \\ c_2 |\theta| &\leq c_2^2 + \frac{1}{4} |\theta|^2 \end{aligned} \quad (35)$$

강인항 (29)와 적응법칙 (32)를 (34)에 대입하고  $\sigma > 0.5$  가 되도록 선정하면 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} \dot{L} &\leq -\frac{\sigma}{2} |e|^2 - |e^T P b| \psi + |e^T P b| \psi^* + \frac{1}{\gamma_\psi} \dot{\psi} \psi \\ &= -\frac{\sigma}{2} |e|^2 - |e^T P b| \psi + \frac{1}{\gamma_{\psi i}} \dot{\psi} \psi \\ &= -\frac{\sigma}{2} |e|^2 \end{aligned} \quad (36)$$

리아프노브 함수  $L(t)$ 는 그 정의식 (33)과 도함수에 대한 부등식 (36)으로부터 단조감소함수이므로  $|e|$ ,  $|\theta|$  그리고  $|\psi|$ 는 유계임을 이로부터 증명할 수 있다. 또한 (26)의 우변을 이루는 항들이 모두 유계이므로  $\dot{e}$ 도 유계이다. 부등식 (36)의 양변을 적분하고 정리하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\int_0^\infty |e(t)|^2 dt \leq \frac{2}{\sigma} (L(0) - L(\infty)) \quad (37)$$

식 (37)의 우변은 유계이므로  $|e(t)| \in L_2$ 이다. 따라서 Barbalat의 정리[18]에 의하면  $\lim_{t \rightarrow \infty} |e(t)| = 0$ 이다. ■

전체 제어시스템의 블록선도가 그림 3에 도시되어 있다.

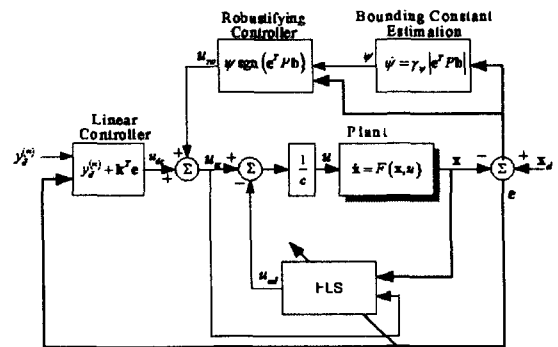


그림 3. 전체 제어시스템 블록선도  
Fig. 3 Block diagram of the overall control system

**Remark 1.** 강인 제어항  $u_m$ 에 포함된  $\text{sgn}(\cdot)$  함수는 채터링(chattering)을 발생하므로 그 대신 많은 경우에 다음과 같은 포화함수나

$$\text{sat}(e^T P b) = \begin{cases} \text{sgn}(e^T P b) & \text{if } |e^T P b| > \epsilon \\ e^T P b / \epsilon & \text{if } |e^T P b| \leq \epsilon \end{cases} \quad (38)$$

또는 평활함수  $\tanh(e^T P b / \epsilon)$ 을 사용한다. 여기서  $\epsilon > 0$ 은 설계상수이다.

**Remark 2.** 서론에서도 언급했듯이 [13]과 [15]에서 제시된 적응제어방법과 본 논문의 방법을 비교하면 설계상수  $q$ ,  $\gamma_\theta$ ,  $\gamma_\psi$ ,  $\sigma$ 에 대한 제약적인 그리고 경우에 따라서 유효성을 보이기 어려운 조건들이 필요없다는 것이다. 더욱이 본 논문에서는 추종오차의 UUB가 아니라 더욱 강력한 특성인 UAS를 증명하였다.

#### 4. 모의실험 예제

본 절에서는 다음과 같은 동특성식으로 기술되는 간단한 비어파인 시스템에 대해서 제안된 적응 퍼지 제어를 적용해 보도록 한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_1^2 + 0.15u^3 + 0.1(1 + x_2^2)u + \sin(0.1u) \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (39)$$

위 식으로부터  $\partial F(x, u) / \partial u > 0$ 임을 쉽게 알 수 있으며 따

라서  $c=1$ 로 선정했다. 시스템의 출력  $y(t)$ 는 기준출력  $y_d(t)=\sin(t)+\cos(0.5t)$ 를 추종하도록 하고 모든 신호가 유계이도록 하는 것이 제어 목적이다. 초기 상태변수는  $x=[-1\ 0]^T$ 으로 선정하였으며 설계상수들의 값은 표 1에 정리하였다.

표 1. 설계상수 값들  
Table 1 design parameters

설계상수	값
$k_1, k_2$	2, 1
$q$	1
$\sigma$	0.5
$\gamma_\theta, \gamma_\phi$	100, 10
$c$	1

퍼지시스템의 소속함수들의 파라미터들은 다음과 같이 결정하였고

$$p_{ij} = -2 + i_j, \quad q_{ij} = 0.4247 \quad (40)$$

$$i_j = 1, \dots, 5, \quad j = 1, 2, 3$$

그림 4에 소속함수들을 도시하였다.

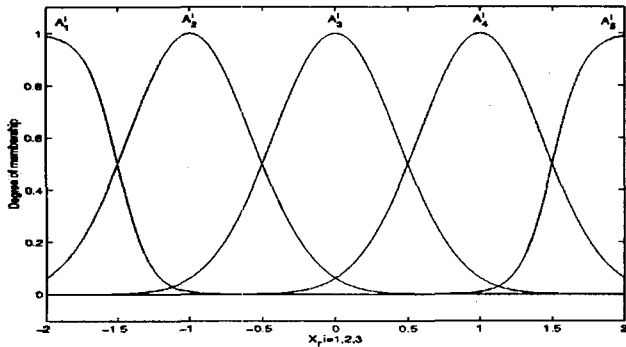


그림 4.  $x_i, i=1,2,3$ 의 소속함수  
Fig. 4 Membership functions for  $x_i, i=1,2,3$

그림 5와 그림 6에 모의실험의 결과를 나타내었다. 그림 5(a)는 계통의 출력과 기준출력을 보이고, 5(b)에 제어 입력이 도시되어 있다. 그림 6은 추정 파라미터들의 노움, 즉,  $|\theta|$ 와  $|\phi|$ 의 궤적을 그린 것이다. 이 결과로부터 시스템의 출력은 기준출력을 잘 추종함과 모든 추정 파라미터들은 유계임을 알 수 있다.

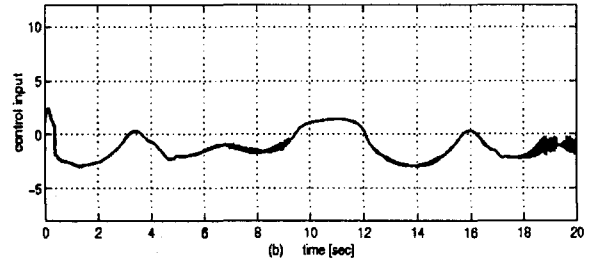
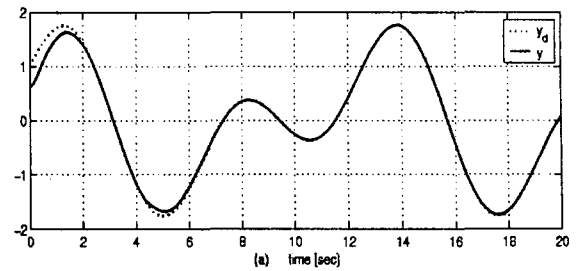


그림 5. (a) 시스템의 출력과 기준출력, (b) 제어입력  
Fig. 5 (a) Output and reference output of the system, (b) control input

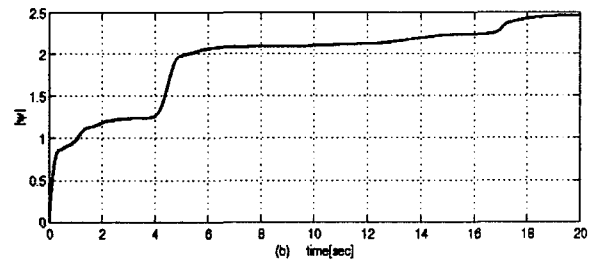
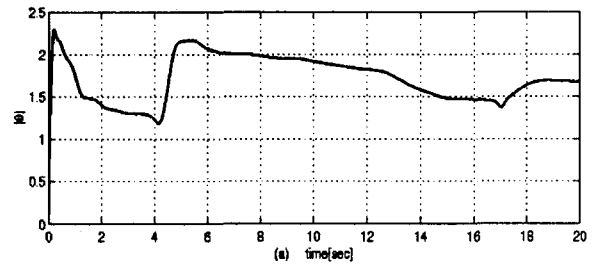


그림 6. (a)  $|\theta|$ 의 궤적, (b)  $|\phi|$ 의 궤적.  
Fig. 6 Trajectories of (a)  $|\theta|$  and (b)  $|\phi|$ .

### 5. 결 론

본 논문은 불확실하거나 모델이 정확하지 않은 비어퍼인 비선형 시스템에 대해서 새로운 적응 퍼지 제어기를 제안하였다. 합성된 불확실항에 의해 야기되는 외란은 추가적인 강인 제어항으로 상쇄하였으며 적응칙들과 제어입력은 전체 폐루프 계통이 리아프토프 안정도가 보장되고 추종오차가 점진적으로 안정되도록 결정되었다. 본 논문에서 제시한 제어알고리즘을 기존의 [13]과 [15]에서 제시된 적응제어방법과 비교하면 다음과 같다.

1. 설계상수들에 대한 제약적인 그리고 경우에 따라서 유효성을 보이기 어려운 조건들이 필요 없다
  2. 추종오차의 uniform asymptotical stability (UAS)를 증명하였다.
- 그리고 간단한 비어파인 비선형 시스템에 대해서 모의실험을 수행하여 제시한 제어알고리즘의 성능을 보였다.

**감사의 글**

본 논문은 2003 학년도 목포대학교 학술 연구비 지원에 의하여 연구되었습니다.

**참 고 문 헌**

[1] L.-X. Wang and J.M.Mendel, "Fuzzy basis functions universal approximation, and orthogonal least-squares learning," *IEEE Trans. Neural Network*, vol.3, no.5, pp.807-814, 1992.

[2] J.L.Castro, "Fuzzy logic controllers are universal approximators," *IEEE Trans. System, Man, and Cybernetics*, vol.25, no. 4, pp. 629-635, 1995.

[3] L.-X. Wang, "Stable Adaptive Fuzzy Control of Nonlinear Systems," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol.1, no. 2, pp. 146-155, 1993.

[4] L.-X.Wang, "Stable adaptive fuzzy controllers with application to inverted tracking," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 26, no. 5, pp. 677-691, 1996.

[5] C.-S. Chen, W.-L. Chen, "Robust model reference adaptive control of nonlinear systems using fuzzy systems," *Int. J. Systems Science*, vol. 27, no. 12, pp. 1435-1442, 1996.

[6] J. T. Spooner, K. M. Passino, "Stalbe Adaptive Control Using Fuzzy Systems and Neural Networks," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 4, no. 3, pp. 339-359, 1996.

[7] B. S. Chen, C. H. Lee, Y. C. Chang, " $h^\infty$  tracking desing of uncertain nonlinear siso systems: adaptive fuzzy approach," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 4, no. 3, pp. 363-384, 1998.

[8] M. U. Polycarpou and M. J. Mears, "Stable adaptive tracking of uncertain systems using nonlinearly parameterized on-line approximators," *Int. J. Control*, vol.70, no. 3, pp. 363-384, 1998.

[9] Y. W. Ham, "Adaptive fuzzy sliding mode control of nonlinear system," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 6, no. 2, pp. 315-312, 1998.

[10] K. Fischle, D. Schroder, "Improved Stable Adaptive Fuzzy Control Method," *IEEE Trans. Fuzzy Sys.* vol. 7, no. 1, pp. 27-49, 1999

[11] H. Lee, M. Tomizuka, "Robust adaptive control using a universal approximator for siso nonlinear systems," *IEEE Trans. Fuzzy System*, vol. 8, no. 1, pp. 95-196, 2000.

[12] J.-H. Park, S.-J. Seo, and G.-T. Park, "Robust adaptive fuzzy controller for nonlinear system with unknown nonlinearities.", *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 133, issue 1, pp. 19-36, 2003.

[13] J.-H. Park, G.-T. Park, "Robust Adaptive Fuzzy Controller for Nonaffine Nonlinear Systems with Dynamic Rule Activation", *Robust and Nonlinear Control*, vol. 13, issue 2, pp. 117-139, 2003.

[14] J.-H. Park, G.-T. Park, "Adaptive Fuzzy Observer with Minimal Dynamic Order for Uncertain Nonlinear Systems", *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, vol. 150, no. 2, pp. 189-197, 2003.

[15] S. S. Ge, C. C. Hang, and T. Zhang, "Adaptive neural network control of nonlinear systems by state and output feedback," *IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics-Part B: Cybernetics*, vol. 29, no. 6, pp. 818-828, 1999.

[16] H.K.Khalil, *Nonlinear Systems*, Macmillan Publishing Company, 1992.

[17] A. J. Calise, N. Hovakimyan, M. Idan, "Adaptive output feedback control of nonlinear systems using neural networks," *Automatica*, vol. 37, no. 1, pp. 1201-1211, 2001.

[18] P. A. Ioannou and J. Sun, *Robust Adaptive Control*, Prentice-Hall, Inc., 1996.

[19] J.-H Park, S.-H. Kim, "Direct Adaptive Output-Feedback Fuzzy Controller for Nonaffine Nonlinear System," *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, vol. 151, no. 1, pp. 65-72, 2004.

[20] 박장현, 박귀태, "불확실한 비선형 계통에 대한 동적인 구조를 가지는 강인한 적응 신경망 제어기 설계," *제어·자동화·시스템 공학회 논문지*, vol. 7, no. 8, pp. 647-655, 2001.

[21] 박장현, 박귀태, "유계상수 추정과 동적인 퍼지 규칙 삽입을 이용한 비선형 계통에 대한 강인한 적응 퍼지 제어기 설계," *대한전기학회 논문지*, vol. 50D, no. 1, pp. 14-21, 2001.

[22] 박장현, 김성환, "불확실한 비선형 계통에 대한 SPR조건이 필요 없는 적응 퍼지 관측기," *전기전자학회논문지*, vol. 7, no. 2, pp. 30-39, 2003.

저 자 소 개



**박 장 현 (朴 張 鉉)**

1995년 2월 25일 : 고려대학교 전기공학과 졸업. 1997년 8월 25일 : 동대학원 졸업 (공학석사). 2002년 8월 25일 : 동대학원 졸업 (공학박사). 현재 : 목포대학교 신소재전기공학부 제어시스템공학전공 전임강사. 관심분야는 지능시스템, 비선형제어, 적응제어, 마이크로프로세서 응용

Tel : 061-450-2755  
Fax : 061-450-2750  
E-mail : jhpark72@mokpo.ac.kr



**박 영 환 (朴 永 煥)**

1986년 고려대학교 전기공학과 졸업. 동대학 석사(1990). 동대학 박사(1998). 현재 충주산업대 정보제어공학과 조교수.

Tel : 043-841-5328  
Fax : 043-841-5328  
E-mail : pyh@chungju.ac.kr



**김 성 환 (金 成 煥)**

1991년 2월 고려대학교 전기공학과 졸업. 1995년 2월 동대학원 졸업(공학석사). 1998년 8월 동대학원 졸업(공학박사). 현재 : 목포대학교 신소재전기공학부 제어시스템공학전공 조교수. 관심분야는 지능제어, AC전동기 제어, 마이크로프로세서 응용.

Tel : 061-450-2755  
Fax : 061-450-2750  
E-mail : shkim@mokpo.ac.kr