

## 불확실한 로봇 시스템을 위한 적응 반복 학습 제어 및 식별

### An Adaptive Iterative Learning Control and Identification for Uncertain Robotic Systems

최 준 영\*

(Joon-Young Choi)

**Abstract :** We present an AILC(Adaptive Iterative Learning Control) scheme and a sufficient condition for system parameter identification for uncertain robotic systems that perform the same tasks repetitively. It is guaranteed that the joint velocity and position asymptotically converge to the reference joint velocity and position, respectively. In addition, it is proved that a sufficient condition for parameter identification is the PE(Persistent Excitation) condition on the regressor matrix evaluated at the reference trajectory during the operation period. Since the regressor matrix on the reference trajectory can be easily computed prior to the real robot operation, the proposed algorithm provides a useful method to verify whether the parameter error converges to zero or not.

**Keywords :** ILC, AILC, robotic systems, PE condition

#### I. 서론

ILC(Iterative Learning Control, 반복 학습 제어)의 개념은 산업 현장에서 반복 작업을 수행하는 로봇 시스템을 제어하기 위한 노력으로부터 비롯되었다. ILC의 기본 발상은 이전 작업에서 얻어진 정보를 다음 작업에서 제어 입력을 향상시키기 위하여 이용한다는 것이다. 반복되는 동일한 작업의 각 제어 입력을 이전 작업에서 획득된 궤적 오차 신호를 이용하여 조정한다. 반복 횟수가 증가함에 따라 결국 제어 시스템은 레퍼런스 작업을 학습하게 되고, 거의 오차가 없이 레퍼런스 작업을 달성한다.

ILC 알고리즘 중에는 시스템 파라미터 추정 유무에 따라 비적용 ILC와 AILC(Adaptive ILC, 적응 반복 학습 제어)로 분류할 수 있다. 비적용 ILC의 경우에는 현재 작업의 제어 입력은 이전 작업에서 얻어진 시스템 오차 혹은 시스템 오차의 시간에 대한 미분 값을 이용하여 계산한다[1-6]. 한편으로 AILC의 경우에는 불확실한 파라미터를 추정하여 시스템 동역학적인 특성에 관한 정보를 추출하고 그러한 시스템 정보를 다음 작업의 제어 입력 생성에 이용한다. AILC에서는 반복 학습이 진행됨에 따라 파라미터 추정치를 갱신하여야 하는데 그러한 갱신 방법에는 파라미터 갱신을 반복 횟수 영역에서 수행하는 방법과[7, 8] 시간 영역 및 반복 횟수 영역에서 동시에 수행하는 방법이[9, 10] 있다.

본 논문에서는 [10]에서 발표된 AILC를 개선하여 동일한 동작을 반복하여 수행하는 불확실한 로봇 시스템의 조인트 위치 및 속도의 제어뿐만 아니라 로봇 시스템의 파라미터 식별도 가능한 새로운 형태의 AILC를 알고리즘을 제안하고 시스템 파라미터 식별을 위한 충분조건을 제시한다. 조인트

속도와 위치의 궤적은 레퍼런스 속도와 위치 궤적으로 각각 점근적으로 반복 횟수 영역에서 수렴하고, 파라미터 추정 값이 실제 파라미터 값으로 수렴하기 위한 충분조건은 레퍼런스 궤적에서 계산된 파라미터 추정기 회귀 행렬의 PE(Persistent Excitation) 조건이라는 것을 증명한다.

#### II. 문제 정의

본 논문에서는 연속적으로 연결된 강체 축으로 구성된 로봇 매니퓰레이터를 고려한다.  $n$ 개의 축을 갖는 로봇 운동을 기술하는 동역학 방정식은 다음과 같이 표현될 수 있다[11].

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) + f(\dot{q}) = u \quad (1)$$

여기에서  $q \in R^n$ 은 조인트 위치 벡터,  $D(q) \in R^{n \times n}$ 은 관성 행렬,  $C(q, \dot{q})\dot{q} \in R^n$ 은 Coriolis 힘과 구심력 벡터,  $g(q) \in R^n$ 은 중력 벡터,  $f(\dot{q}) \in R^n$ 은 마찰력 벡터,  $u \in R^n$ 은 조인트 입력 토크 벡터이다. 로봇 동역학 방정식은 다음과 같은 구조적 특성을 나타내고 이러한 특성을 본 논문에서 제시된 정리를 증명하는데 사용한다[2, 11].

특성 1 : 관성 행렬  $D(q)$ 는 대칭, 양의 정부호(symmetric positive definite) 행렬이고 다음과 같이 유계의 특징을 나타낸다.

$$0_n < \lambda_1 I_n \leq D(q) \leq \lambda_2 I_n \quad \text{for all } q \in R^n$$

여기에서  $\lambda_2 > \lambda_1 > 0$ 이다.

특성 2 :  $D(\cdot)$ 은 다음과 같이 변수에 관하여 전역 Lipschitz 연속함수이다.

$$\|D(q_1) - D(q_2)\| \leq l_D \|q_1 - q_2\|$$

여기에서  $l_D$ 는 양의 상수이다.

\* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2004. 2. 10., 채택확정 : 2004. 4. 8.

최준영 : 한국전자통신연구원(jyoung@etri.re.kr)

특성 3 :  $C(q, \dot{q})$ 를 적절히 정의하면, 행렬  $\dot{D}(q) - 2C(q, \dot{q})$ 은 교대대칭(skew-symmetric) 행렬이다.

본 논문에서 제안하는 AILC 알고리즘이 적용되는 문제를 기술하면 다음과 같다. 이상 궤적 위치  $q_d(t) \in C^2[0, t_f]$ 가 로봇 시스템 (1)의 레퍼런스 입력으로 설정 되었을 때 반복 횟수  $j$ 가 증가함에 따라 시스템 출력  $q^j(t)$ 가  $q_d(t)$ 로 반복 영역에서 유한 시간 범위  $t \in [0, t_f]$ 에서 균일하게 수렴하도록 하는 제어 입력 함수열  $u^j(t)$ 를 설계하는 것이다. 즉, 다음 등식을 만족하는 제어 입력 함수열  $u^j(t)$ 를 설계하는 것이다.

$$\lim_{j \rightarrow \infty} q^j(t) = q_d(t) \quad \forall t \in [0, t_f]$$

본 논문에서 사용되는 표기 방식에 관하여 레퍼런스 조인트 위치, 속도, 가속도는 각각  $q_d(t), \dot{q}_d(t), \ddot{q}_d(t)$ 로 각각 나타내고,  $j$ 번째 반복 동작에서 실제 조인트 위치, 속도, 가속도, 제어 입력 벡터는  $q^j(t), \dot{q}^j(t), \ddot{q}^j(t), u^j(t)$ 로 각각 표기한다. 수학적 전개에서는 표기를 간단히 하기 위하여 시간 변수  $t$ 를 생략하고 다음과 같은 간략한 표기 방식을 사용한다.

$$\begin{aligned} D(q^j) &\equiv D^j, & C(q^j, \dot{q}^j) &\equiv C^j, & g(q^j) &\equiv g^j, \\ f(\dot{q}^j) &\equiv f^j \\ D(q_d) &\equiv D_d, & C(q_d, \dot{q}_d) &\equiv C_d, & g(q_d) &\equiv g_d, \\ f(q_d) &\equiv f_d \end{aligned}$$

여기에서  $A \equiv B$ 는  $A$ 는  $B$ 로 정의한다는 것을 의미한다.

### III. 제어기 설계

로봇 시스템의 선형 파라미터화 특성을 이용하면, 동역학 방정식 (1)을 다음과 같이 표현할 수 있다[11].

$$D^j \dot{z}^j + C^j z^j = Y^j \theta - u^j \quad (2)$$

여기에서

$Y^j \theta \equiv D^j(\ddot{q}_d + a e^j) + C^j(\dot{q}_d + a e^j) + g^j + f^j$ ,  
 $Y^j(q^j, \dot{q}^j, q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d) \in R^{n \times p}$ 는 회귀 행렬,  $\theta \in R^l$ 은 실제 시스템 파라미터 벡터,  $z^j \equiv \dot{e}^j + a e^j$ 는 필터링된 궤적 추적 오차,  $e^j \equiv q_d - q^j$ 는 조인트 위치 오차,  $a$ 는 양의 비례 상수이다.  $j$ 번째 반복 동작에서 로봇 시스템 (1)에 대한 제어 입력은 다음과 같이 두 가지 요소로 구성된다.

$$u^j = u_{fb}^j + u_p^j \quad (3)$$

여기에서  $u_{fb}^j$ 는 피드백 제어 입력이고,  $u_p^j$ 는 피드백과 피드포워드를 모두 포함하고 있는 제어 입력이다. 피드백 제어 입력  $u_{fb}^j$ 는 다음과 같은 식에 의하여 생성된다.

$$u_{fb}^j = \Gamma_{fb} z^j \quad (4)$$

여기에서  $\Gamma_{fb} \in R^{n \times n}$ 은 양의 정부호, 대각 이득 행렬이고,  $\Gamma_{fb} = \gamma_{fb} I_n$ ,  $\gamma_{fb} > 0$ 와 같이 선택 한다.  $u_{fb}^j$ 는 본래 전통적인 PD 형태의 제어기이고, 전체의 닫힌 루프 시스템을 안정화 시키는 역할을 한다. 한편으로,  $u_p^j$ 는 (2)식에서 선형 파라미터화된 부분  $Y^j \theta$ 를 보상하는 역할을 수행하고 다음과 같은 형태로 설계한다.

$$u_p^j = Y^j \hat{\theta}^j \quad (5)$$

여기에서  $\hat{\theta}^j$ 는 실제 시스템 파라미터  $\theta$ 에 대한 파라미터 추정 벡터이다.  $\hat{\theta}^j$ 에 대한 시간 영역 학습 규칙을 다음과 같이 제안한다.

$$\dot{\hat{\theta}}^j = -\Gamma Y^{jT} z^j \quad \text{for } t \in [0, t_f] \quad (6)$$

여기에서  $\Gamma \in R^{p \times p}$ 는 학습 이득 행렬이고  $\Gamma = \gamma I_p$ ,  $\gamma > 0$ 와 같이 선택 한다.  $\hat{\theta}^j$ 에 대한 반복 횟수 영역에서 학습 규칙을 다음과 같이 설계한다.

$$\hat{\theta}^{j+1}(0) = \hat{\theta}^j(t_f) \quad (7)$$

초기 조건으로서  $z^j(0)$ 을 모든  $j \geq 1$ 에 대하여  $0$ 으로 (즉,  $e^j(0) = 0$ ,  $\dot{e}^j(0) = 0$ ) 설정하고,  $\hat{\theta}^0(0)$ 을 임의의 유계 벡터로 설정한다.

제어 입력 (3)을 (2)에 대입하면,

$$D^j \dot{z}^j + C^j z^j = Y^j \theta - u_{fb}^j - u_p^j \quad (8)$$

을 얻게 되고, (4)와 (5)를 (8)에 적용하면 다음과 같은 전체 시스템의 닫힌 루프 오차 방정식을 구할 수 있다.

$$D^j \dot{z}^j + C^j z^j + \Gamma_{fb} z^j = Y^j \tilde{\theta}^j \quad (9)$$

여기에서  $\tilde{\theta}^j \equiv \theta - \hat{\theta}^j$ 이다.

### IV. 안정성 분석

오차 시스템 (9)는 반복 횟수가 증가함에 따라 다음 정리와 같이 반복 영역에서 수렴한다.

정리 1 파라미터 학습 규칙 (6)과 (7)로 학습 될 때 오차 시스템 (9)는 다음과 같이 반복 영역에서 수렴한다.

- (i)  $\lim_{j \rightarrow \infty} W^j = W^\infty$
- (ii)  $\lim_{j \rightarrow \infty} z^j(t_f) = 0$
- (iii)  $\lim_{j \rightarrow \infty} \int_0^{t_f} z^j z^j d\tau = 0$
- (iv)  $\lim_{j \rightarrow \infty} z^j(t) = 0 \quad \forall t \in [0, t_f]$
- (v)  $\lim_{j \rightarrow \infty} Y^j(t) = Y_d(t) \quad \forall t \in [0, t_f]$
- (vi)  $\lim_{j \rightarrow \infty} \hat{\theta}^j(t) = \hat{\theta}^\infty \quad \forall t \in [0, t_f]$

여기에서  $W^\infty$ 는 상수,  $\hat{\theta}^\infty$ 는 상수 벡터,  $Y_d(t) \equiv Y_d(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d)$ 는  $Y^j(q^j, \dot{q}^j, q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d)$ 의 변수 중  $q^j$ 와  $\dot{q}^j$ 에 각각  $q_d$ 와  $\dot{q}_d$ 를 대입한 것으로서  $[0, t_f]$ 에서 정의된 유계의 행렬 함수,  $W^j$ 는 성능 지수이고 다음과 같이 정의한다.

$$W^j = \frac{1}{2} \tilde{\theta}^{j^T} (t_f) \Gamma^{-1} \tilde{\theta}^j (t_f) \quad (10)$$

**증명 :** 먼저 다음과 같은 Lyapunov-like 함수로부터 증명을 시작한다.

$$V^j = \frac{1}{2} z^{j^T} D^j z^j + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^{j^T} \Gamma^{-1} \tilde{\theta}^j$$

$\dot{D}^j - 2C^j$ 는 교대대칭이라는 특징을 이용하고 학습 규칙 (6)을 적용하면 (9)를 만족하는 해를 따라서  $V^j(t)$ 의 시간에 대한 미분을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V}^j &= z^{j^T} D^j \dot{z}^j + \frac{1}{2} z^{j^T} \dot{D}^j z^j + \tilde{\theta}^{j^T} \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}}^j \\ &= z^{j^T} (-C^j z^j - \Gamma_{\beta} z^j + Y^j \tilde{\theta}^j) \\ &\quad + \frac{1}{2} z^{j^T} \dot{D}^j z^j + \tilde{\theta}^{j^T} \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}}^j \\ &= -z^{j^T} \Gamma_{\beta} z^j \end{aligned} \quad (11)$$

$z^j(0) = \mathbf{0}$  라는 조건과 (11)식의 양변을  $[0, t_f]$  구간에서 적분을 한 결과 식으로부터 다음과 같은 등식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} W^j - W^{j-1} &= \frac{1}{2} \tilde{\theta}^{j^T} (t_f) \Gamma^{-1} \tilde{\theta}^j (t_f) \\ &\quad - \frac{1}{2} \tilde{\theta}^{j-1^T} (t_f) \Gamma^{-1} \tilde{\theta}^{j-1} (t_f) \\ &= \frac{1}{2} \tilde{\theta}^{j^T} (t_f) \Gamma^{-1} \tilde{\theta}^j (t_f) \\ &\quad - \frac{1}{2} \tilde{\theta}^{j^T} (0) \Gamma^{-1} \tilde{\theta}^j (0) \quad (7) \text{로부터} \\ &= -\frac{1}{2} z^{j^T} (t_f) D^j (t_f) z^j (t_f) \\ &\quad - \int_0^{t_f} z^{j^T} \Gamma_{\beta} z^j d\tau \quad (11) \text{로부터} \end{aligned} \quad (12)$$

(10)으로부터 수열  $\{W^j\}$ 는 아래로부터 유계인 것을 알 수 있고, (12)로부터는 수열  $\{W^j\}$ 가 단조적으로 감소한다는 것을 알 수 있다. 따라서 수열  $\{W^j\}$ 는 어떤 상수 값  $W^\infty$ 로 수렴하며[12, p. 55], 이것은 (i)을 증명한다. (i)로부터  $\lim_{j \rightarrow \infty} (W^j - W^{j-1}) = 0$ 라는 결과를 추론할 수 있고, 이는 (12)에서  $\{z^j(t_f)\}$  벡터열이  $\mathbf{0}$ 으로 수렴하는 것을 의미하며, 이는 (ii)를 증명한다. 같은 방법으로 (12)

에서 수열  $\{\int_0^{t_f} z^{j^T} z^j d\tau\}$ 도  $\mathbf{0}$ 으로 수렴하며, 이는 (iii)을 증명한다. (iii)으로부터 (iv)를 유도할 수 있고, 이는 [10]의 Theorem 2의 증명에 자세히 설명되어 있다. (iv)로부터  $q^j, \dot{q}^j$ 는  $q_d, \dot{q}_d$ 로 각각 수렴함을 알 수 있고, 따라서, 행렬 함수열  $Y^j(q^j, \dot{q}^j, q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d)$ 는  $[0, t_f]$  위에서 균일하게 유계의 행렬 함수  $Y_d(t)$ 수렴한다는 것을 유도할 수 있으며, 이는 (v)를 의미한다. 마지막으로 (6)식의 양변을  $[0, t_f]$  구간에서 적분한 후 (7)식을 이용하여 초기값을 변환하고, (i), (iv), (v)를 적용하면 다음과 같은 전개를 얻을 수 있으며[12, p. 151]. 이는 (vi)을 증명한다.

$$\begin{aligned} &\lim_{j \rightarrow \infty} \hat{\theta}^j(t) \\ &= \lim_{j \rightarrow \infty} \hat{\theta}^{j-1}(t_f) - \lim_{j \rightarrow \infty} \Gamma \int_0^{t_f} Y^j(\tau) z^j(\tau) d\tau \\ &= \lim_{j \rightarrow \infty} \hat{\theta}^\infty - \Gamma \int_0^{t_f} \lim_{j \rightarrow \infty} Y^j(\tau) z^j(\tau) d\tau \quad [12, p. 151] \\ &= \hat{\theta}^\infty \end{aligned}$$

■

### V. 파라미터 식별

이 절에서는 제안된 AILC 알고리즘의 파라미터 추정치의 수렴에 관하여 조사하고, 파라미터 추정치가 실제 파라미터의 값으로 수렴하는 충분조건을 제시한다. 먼저 다음 이론은 (9)식에서  $\dot{z}^j$ 와  $Y^j \tilde{\theta}^j$  항의 수렴을 증명한다.

정리 2 파라미터 학습 규칙 (6)과 (7)로 학습될 때 오차 시스템 (9)는 다음과 같이 수렴한다.

- (i)  $\lim_{j \rightarrow \infty} z^j(t) = \mathbf{0} \quad \forall t \in [0, t_f]$
- (ii)  $\lim_{j \rightarrow \infty} Y^j(t) \tilde{\theta}^j(t) = \mathbf{0} \quad \forall t \in [0, t_f]$

**증명 :** 정리 1의 (v)와 (vi)으로부터 벡터함수열  $\{Y^j(t) \tilde{\theta}^j(t)\}$ 은 어떤 유계의 함수  $Y^*(t) \tilde{\theta}^*(t)$ 로 수렴함을 알 수 있다. 따라서 (9)식으로부터 벡터함수열  $\{\dot{z}^j(t)\}$ 는  $[0, t_f]$ 에서 균일하게 어떤 유계의 함수로 수렴한다는 것을 추론할 수 있고, 이는 벡터 함수열  $\{\dot{z}^j(t)\}$ 는 벡터 함수열  $\{z^j(t)\}$ 이 수렴하는 함수의 도함수로 수렴하는 것을 의미한다[12, p. 152]. 한편,  $z^j(t)$ 는  $[0, t_f]$ 에서 균일하게  $\mathbf{0}$ 으로 수렴하기 때문에 결국  $\{\dot{z}^j(t)\}$ 도  $[0, t_f]$ 에서 균일하게  $\mathbf{0}$ 으로 수렴하며 이는 (i)을 증명한다.

(9)에서  $Y^j(t) \tilde{\theta}^j(t)$ 항을 제외하고 모든 항들이  $\mathbf{0}$ 으로 수렴하기 때문에 벡터 함수열  $\{Y^j(t) \tilde{\theta}^j(t)\}$ 도  $\mathbf{0}$ 으로 수렴해야 하고 이는 (ii)를 증명한다. ■

정리 2의 (ii)로부터  $\tilde{\theta}^j(t)$ 가  $\mathbf{0}$ 으로 수렴하기 위한 충분조건을 도출할 수 있다. 다음의 이론에서 증명하듯이 결

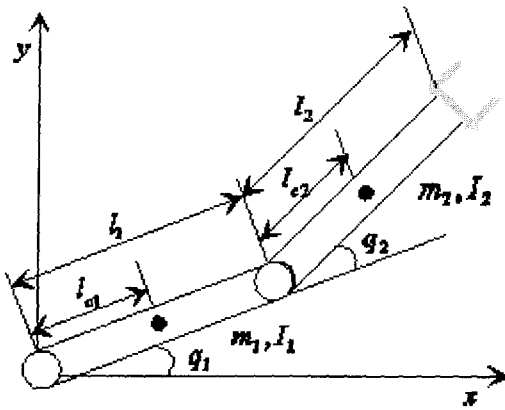


그림 1. 2축 평면 로봇 팔.  
Fig. 1. Two-link robot arm.

론적으로 그 충분조건은 레퍼런스 궤적에서 계산된 회귀행렬  $Y^j(t)$ 의 PE 조건이다.

정리 3 아래의 부등식

$$\int_0^{t_f} Y_d^T(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d) Y_d(q_d, \dot{q}_d, \ddot{q}_d) d\tau \geq \alpha I$$

이 만족하는 양의 상수  $\alpha$ 가 존재한다면, 다음 등식이 성립한다.

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \ddot{\theta}^j(t) = 0 \quad \forall t \in [0, t_f]$$

증명 : 정리 2의 (ii)로부터 다음 식이 성립한다.

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \int_0^{t_f} \ddot{\theta}^j Y^j Y^j \ddot{\theta}^j d\tau = 0 \quad (14)$$

정리 1의 (vi)을 (14)식에 적용하면 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \int_0^{t_f} \lim_{j \rightarrow \infty} \ddot{\theta}^j Y^j Y^j \ddot{\theta}^j d\tau \quad [12, p. 151] \\ &= \int_0^{t_f} \ddot{\theta}^{\infty T} Y^{\infty T} Y^{\infty} \ddot{\theta}^{\infty} d\tau \quad (17) \\ &= \ddot{\theta}^{\infty T} \int_0^{t_f} Y_d^T Y_d d\tau \ddot{\theta}^{\infty} = 0 \end{aligned}$$

(17) 식에 PE 조건을 적용하면 다음과 같은 부등식을 얻을 수 있고, 이는  $\ddot{\theta}^{\infty T} \ddot{\theta}^{\infty} = 0$ 임을 증명한다.

$$\alpha \ddot{\theta}^{\infty T} \ddot{\theta}^{\infty} \leq \ddot{\theta}^{\infty T} \int_0^{t_f} Y_d^T Y_d d\tau \ddot{\theta}^{\infty} = 0 \quad \blacksquare$$

VI. 모의실험

본 논문에서 제안된 AILC 알고리즘의 가능성을 시험하기 위하여 2축 평면 로봇에 대하여 모의실험을 실시하였다. 모의실험에서 사용된 2축 평면 로봇 팔은 그림 1에 도시되어 있으며, 그림에서  $m_i, I_i, l_i, l_{c_i} (i=1, 2)$ 는 각각 질량, 관성,  $i$ 축의 길이, 이전 조인트로부터  $i$ 축의 질량 중심까지의 길이를 나타낸다.

파라미터 벡터  $\theta \equiv (\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5)^T$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \theta_1 &= m_1 l_{c1}^2 + m_2 (l_1^2 + l_{c2}^2) + I_1 + I_2 \\ \theta_2 &= m_2 l_1 l_{c2} \\ \theta_3 &= m_2 l_{c2}^2 + I_2 \\ \theta_4 &= (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g \\ \theta_5 &= m_2 l_{c2} g \end{aligned}$$

여기에서  $g$ 는 중력가속도를 나타낸다. 이와 같이 파라미터를 정의할 경우 회귀 행렬  $Y^j$ 는 다음과 같이 구성된다.

$$Y^j = \begin{bmatrix} y_{11}^j & y_{12}^j & y_{13}^j & y_{14}^j & y_{15}^j \\ y_{21}^j & y_{22}^j & y_{23}^j & y_{24}^j & y_{25}^j \end{bmatrix}$$

여기에서

$$\begin{aligned} y_{11}^j &= \ddot{q}_{d1} + a e_1^j \\ y_{12}^j &= 2c_2^j (\ddot{q}_{d1} + a e_1^j) + c_2^j (\ddot{q}_{d2} + a e_2^j) \\ &\quad - s_2^j q_2 (\dot{q}_{d1} + a e_1^j) - s_2^j (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) (\dot{q}_{d2} + a e_2^j) \\ y_{13}^j &= \ddot{q}_{d2} + a e_2^j \quad y_{14}^j = c_1^j \quad y_{15}^j = c_{12}^j \\ y_{21}^j &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_{22}^j &= c_2^j (\ddot{q}_{d1} + a e_1^j) - s_2^j q_1^j (\dot{q}_{d1} + a e_1^j) \\ y_{23}^j &= \ddot{q}_{d1} + a e_1^j + \ddot{q}_{d2} + a e_2^j \quad y_{24}^j = 0 \quad y_{25}^j = c_{12}^j \end{aligned}$$

여기에서  $e^j \equiv (e_1^j, e_2^j)^T, q_d \equiv (q_{d1}, q_{d2})^T$ 이고  $i=1, 2$ 에 대하여  $s_i^j, c_i^j, c_{12}^j, s_{d1}, c_{d1}$ 는 각각  $\sin(q_i^j), \cos(q_i^j), \cos(q_1^j + q_2^j), \sin(q_{d1}), \cos(q_{d1})$ 를 나타낸다.

모의실험에서 사용된 로봇의 규격은  $m_1 = 10Kg, m_2 = 5Kg, l_1 = 1m, l_2 = 0.5m, l_{c1} = 0.5m, l_{c2} = 0.25m, I_1 = 0.83Kgm^2, I_2 = 0.3Kgm^2$ 이고 이 값들을 이용하여 실제 파라미터 값을 계산하면,  $\theta_1 = 8.9425, \theta_2 = 1.25, \theta_3 = 0.6125, \theta_4 = 98, \theta_5 = 12.25$ 의 값들을 구할 수 있다. 레퍼런스 궤적은  $q_d(t) = (\cos 2t, \cos 2t)^T$  for  $t \in [0, 6]$ 로 선택하였고, 비례 상수  $a$ 는 2로 설정하였다. 피드백 이득은  $\Gamma_p = diag \{10, 10\}$ 로, 학습 이득은  $\Gamma = diag \{5, 5, 5, 5, 5\}$ 로 설계하였다. 초기 조건으로 첫 번째 작업 동작을 위하여  $\hat{\theta}^1(0) = 0$ 으로 설정하였다.

모의실험을 실행하기 전에  $t \in [0, 6]$ 의 구간에서 회귀행렬의 PE 조건을 다음과 같이 수치적으로 미리 계산할 수 있다.

$$\int_0^6 Y_d^T(\tau) Y_d(\tau) d\tau = \begin{bmatrix} 46.2 & 125 & 46.2 & 0.624 & -0.345 \\ 125 & 434 & 208 & 1.26 & -0.875 \\ 46.2 & 208 & 231 & 0.624 & -1.03 \\ 0.624 & 1.26 & 0.624 & 3.75 & 1.64 \\ -0.345 & -0.875 & -1.03 & 1.64 & 3.73 \end{bmatrix}$$

위의 행렬의 고유값은  $\{7.93, 5.37, 2.08, 108, 594\}$ 로 서 양의 정부호(positive definite) 행렬이며, 이는 정리 3에서

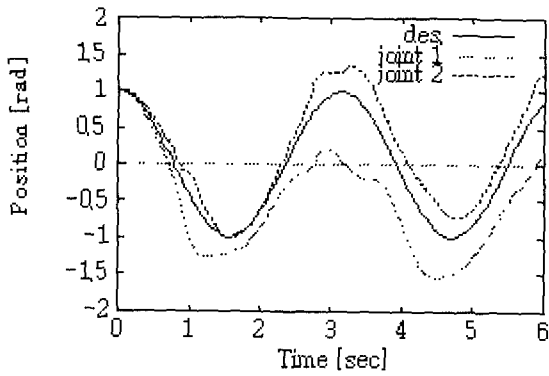


그림 2. 1번째 동작에서 조인트 위치.  
Fig. 2. Joint position at the 1st iteration.

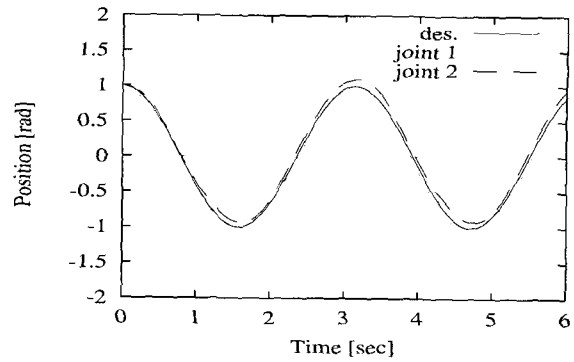


그림 5. 10번째 동작에서 조인트 위치.  
Fig. 5. Joint position at the 10th iteration.

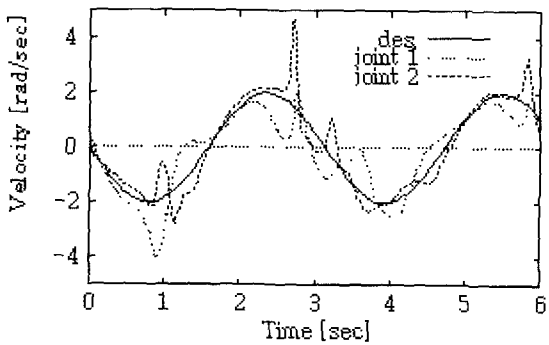


그림 3. 1번째 동작에서 조인트 속도.  
Fig. 3. Joint velocity at the 1st iteration.

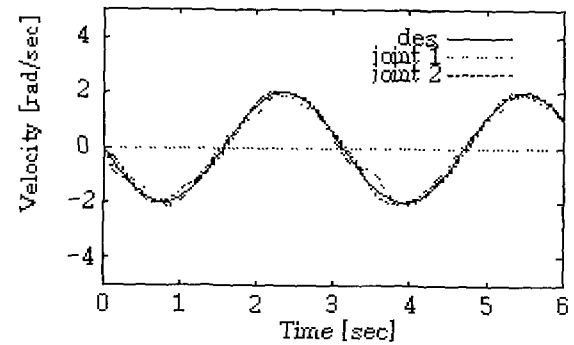


그림 6. 10번째 동작에서 조인트 속도.  
Fig. 6. Joint velocity at the 10th iteration.

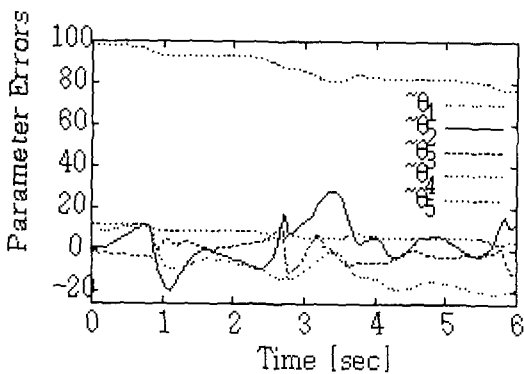


그림 4. 1번째 동작에서 파라미터 오차.  
Fig. 4. Parameter errors at the 1st iteration.

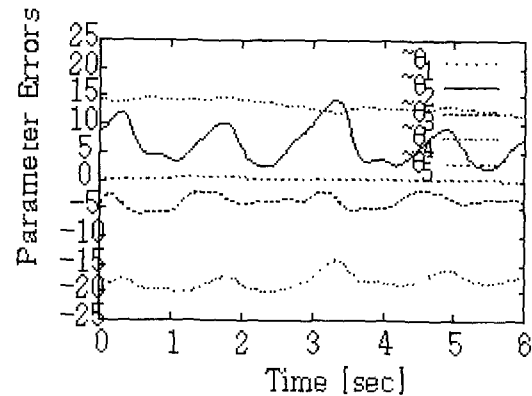


그림 7. 10번째 동작에서 파라미터 오차.  
Fig. 7. Parameter errors at the 10th iteration.

서술된 바와 같이 파라미터 오차는 반복 횟수 영역에서 0으로 수렴함을 보장한다.

그림 2에서 그림 10까지는 제안된 AILC 모의실험 결과를 각각 1번째, 10번째, 30번째 작업 동작에서 추출하여 그래프로 도시한 것이다. 그림 2, 3, 5, 6, 8, 9로부터 반복 횟수가 증가함에 따라 조인트 위치와 속도 오차는 0으로 수렴하는 것을 알 수 있다. 더욱이, 그림 4, 7, 10은 파라미터 추정 오차 또한 반복 횟수가 증가함에 따라 0으로 수렴하는 것을 예측하고 있다. 그림 11은 (10)에서 정의된 파라미터 추정 오차에 대한 성능 지수  $W'$ 의 값을 반복 횟수에

따라 나타낸 것이다. 이 그림에서 알 수 있듯이 반복 횟수가 증가함에 따라  $W'$ 는 0으로 수렴하고 이는 파라미터 추정 오차가 0으로 수렴하는 것을 다시 한번 예측한다.

파라미터 추정 오차가 수렴하기 위한 충분조건으로서 회귀 행렬의 PE 조건의 중요성을 강조하기 위하여 회귀 행렬이 PE 조건을 만족하지 않는 경우에 대하여도 모의실험을 다음과같이 실행하였다. 레퍼런스 궤적을  $q_d(t) = (0.1t, 0.1t)^T$  for  $t \in [0, 6]$  로 설정하고, 이 경우의 PE 조건을 다음과 같이 계산할 수 있다.

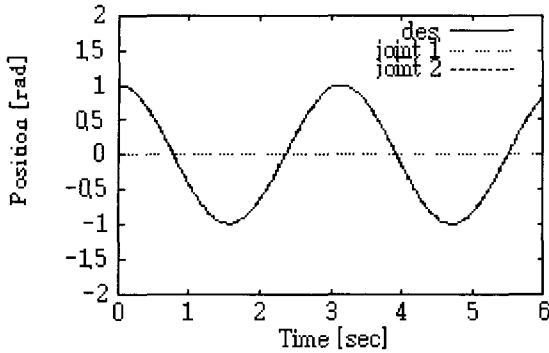


그림 8. 30번째 동작에서 조인트 위치.  
Fig. 8. Joint position at the 30th iteration.

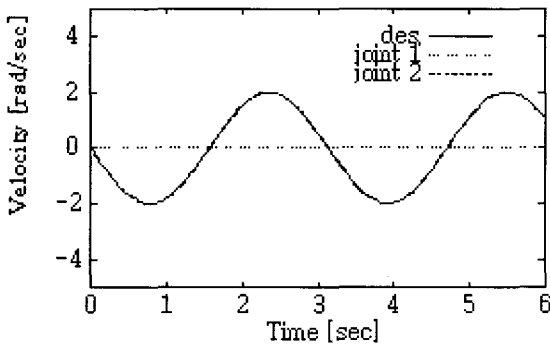


그림 9. 30번째 동작에서 조인트 속도.  
Fig. 9. Joint velocity at the 30th iteration.

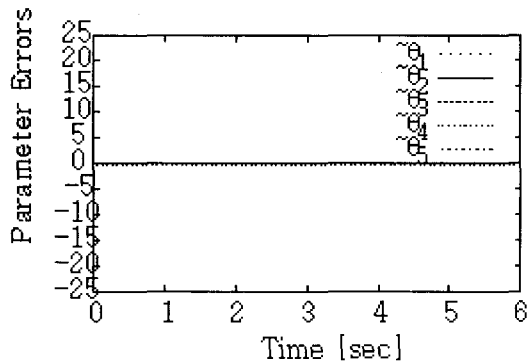


그림 10. 30번째 동작에서 파라미터 오차.  
Fig. 10. Parameter errors at the 30th iteration.

$$\int_0^6 \mathbf{Y}_d^T(\tau) \mathbf{Y}_d(\tau) d\tau = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0007 & 0 & -0.0478 & -0.0469 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0478 & 0 & 5.3301 & 4.4463 \\ 0 & -0.0469 & 0 & 4.4463 & 7.6887 \end{bmatrix}$$

위의 행렬의 고유값은 {0, 0, 0.0002, 1.91, 11.11}로서 양의 정부호(positive definite) 행렬이 아니고 따라서 PE 조건을 만족하지 않는 경우이다. 그림 12는 (10)에서 정의된 파라미터 추정 오차에 대한 성능 지수  $W'$ 의 값을 반복 횟

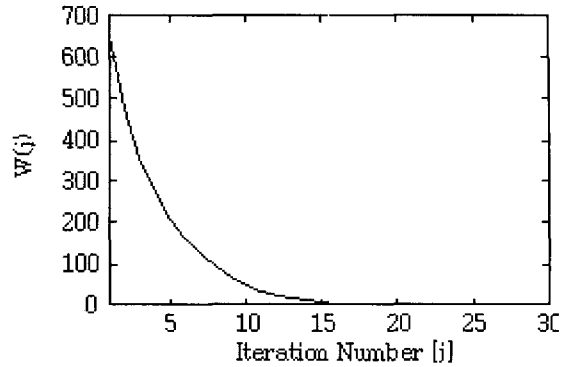


그림 11. 파라미터 추정 오차 성능 지수.  
Fig. 11. Parameter estimation error performance index.

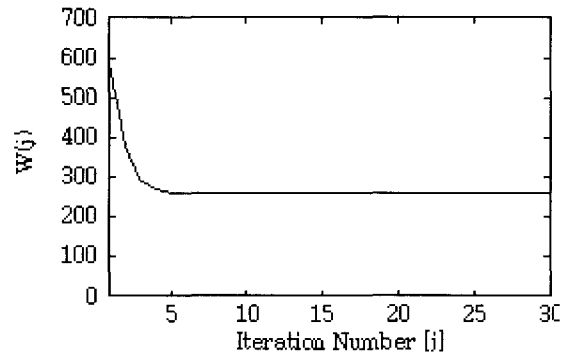


그림 12. PE 조건을 만족하지 않을 경우 파라미터 추정 오차 성능 지수.  
Fig. 12. Parameter estimation error performance index when PE condition does not hold.

수에 따라 나타낸 것이다. 이 그림에서 알 수 있듯이 반복 횟수가 증가함에 따라  $W'$ 는 0으로 수렴하지 않고 이는 회귀 행렬의 PE 조건이 파라미터 식별 가능성을 판단하는 중요한 조건임을 예증한다.

### VII. 결론

본 논문에서는 로봇 시스템의 조인트 위치 및 속도의 제어뿐만 아니라 파라미터의 식별까지도 ILC의 틀 안에서 가능하도록 하는 일종의 AILC를 제안하였다.

주어진 작업의 반복 횟수가 증가함에 따라 조인트 위치 및 속도 오차는 유한한 동작시간 위에서 균일하게 0으로 수렴하였다. 파라미터 추정 오차가 0으로 수렴하기 위한 충분 조건을 제시하였으며, 이 조건은 바로 파라미터 추정기 회귀 행렬을 레퍼런스 궤적 상에서 동작 시간 동안 계산한 PE 조건이었다. 이러한 PE 조건은 실제로 로봇 시스템에 직접 AILC를 적용하기 전에 미리 계산이 가능하기 때문에 파라미터 추정 오차가 0으로 수렴하는지 미리 예측할 수 있는 장점이 있다. 또한, 회귀 행렬이 PE 조건을 만족하는 경우 ILC 고유의 특성으로서 유한 시간의 작업을 반복하는 동안에도 점점 파라미터 오차가 감소하기 때문에 작업 중에도 파라미터를 추정할 수 있는 장점이 있다.

## 참고문헌

- [1] S. Arimoto, S. Kawamura and F. Miyasaki, "Bettering operation of robots by learning", *J. Robot. Syst.*, vol. 1, no. 2, pp. 123-140, 1984.
- [2] S. Arimoto, "Learning control theory for robotic motion", *Int. J. Adaptive Control Signal Processing*, vol. 4, pp. 543-564, 1990.
- [3] T. Sugie and T. Ono, "An iterative learning control law for dynamical systems", *Automatica*, vol. 27, no. 4, pp. 729-732, 1991.
- [4] T.-Y. Kuc, J. S. Lee and K. Nam, "An iterative learning control theory for a class of nonlinear dynamical systems", *Automatica*, vol. 28, no. 6, pp. 1215-1221, 1992.
- [5] Z. Qu, J. Dorsey, D. M. Dawson and R. W. Johnson, "Linear learning control of robot motion", *J. Robot. Syst.*, vol. 10, no. 1, pp. 123-140, 1993.
- [6] T.-J. Jang and C.-H. Choi and H.-S. Ahn, "Iterative learning control in feedback systems", *Automatica*, vol. 31, no. 2, pp. 243-248, 1995.
- [7] B. H. Park, T.-Y. Kuc and J. S. Lee, "Adaptive learning control of uncertain robotic systems", *Int. J. Control*, vol. 65, no. 5, pp. 725-744, 1996.
- [8] W. G. Seo, B. H. Park and J. S. Lee, "Intelligent learning control for a class of nonlinear dynamics systems", *IEE proc. Control Theory Appl.*, vol. 146, no. 2, pp. 165-170, 1999.
- [9] M. French and E. Rogers, "Nonlinear iterative learning by an adaptive Lyapunov technique", *Proceedings of the 37th conference on Decision and control*, Florida, USA, pp. 175-180, 1998.
- [10] J.-Y. Choi, and J. S. Lee, "Adaptive iterative learning control of uncertain robotic systems", *IEE proc. Control Theory Appl.*, vol. 147, no. 2, pp. 217-223, 2000.
- [11] F. L. Lewis, C. T. Abdallah and D. M. Dawson, *Control of robot manipulators*, Macmillan, New York, 1993.
- [12] W. Rudin, *Principles of mathematical analysis*, 3rd edn., McGraw-Hill, New York, 1976.



## 최준영

1970년 11월 17일생. 1994년 포항공과대학교 전자전기공학과 졸업. 동대학 석사(1996), 박사(2002). 현재 한국전자통신연구원 선임연구원. 주요 연구 분야는 선형 및 비선형 제어 이론, 학습 제어, 적응 제어, 임베디드 시스템, 인터넷 혼잡 제어.